Université Lumière Lyon 2
École Doctorale : Sciences de l'éducation, Psychologie, Information, Communication
Institut de Sciences et Pratiques de l'Éducation et de la Formation
Équipe de recherche : Interactions, corpus, apprentissage, représentations

La question de l'éducation statistique et de la formation de l'esprit statistique à l'école primaire en France

Étude exploratoire de quelques caractéristiques de situations inductrices d'un enseignement de la statistique au cycle III

Par Bernard COUTANSON

Thèse de Doctorat en Sciences de l'Éducation
Sous la direction de Jean-Claude RÉGNIER
Présentée et soutenue publiquement le 22 juin 2010

Membres du jury : Jean-Claude RÉGNIER, Professeur des universités, Université Lyon 2 Jean-Louis PIEDNOIR, Expert Jean-Jacques DROESBEKE, Professeur d'université, Université Libre de Bruxelles Gérard VERGNAUD, Directeur de Recherche Émérite, Université Paris 8

Table des matières

Contrat de diffusion

Remerciements

Tout au long de notre parcours professionnel d'enseignant dans les classes de l'école primaire, nous avons ressenti chaque jour davantage la nécessité d'une réflexion qui puisse apporter des outils pour mieux comprendre les faits éducatifs, pédagogiques et didactiques. C'est l'accueil compréhensif à l'Université Lumière LYON 2, porteuse déjà en 1993 d'une expérience certaine des adultes en reprise d'études, qui nous a encouragé à continuer malgré les difficultés de conciliation des quotidiennetés professionnelles, familiales et universitaires. C'est également elle au travers des enseignements prodigués qui a su nous permettre de nous impliquer, de continuer, et d'oser débuter une nouvelle phase de notre carrière, celle de formateur d'enseignants du premier degré puis celle de directeur d'école d'application, en lien avec l'IUFM de Saint-Étienne. Que toutes celles et tous ceux qui nous ont ainsi accompagné soient profondément remerciés. En effet nous mesurons après coup, l'effort que certains ont fourni pour nous extraire de notre posture de praticien, enthousiaste certes, mais souvent loin de l'exigence principale d'objectivité et de prise de distance attendue de la démarche d'un chercheur, et des résultats qu'il est en mesure de proposer.

Au fil des années la question de la formation, d'enseignement et d'apprentissage de la statistique nous est apparue comme fondamentale. La prise de conscience s'est opérée alors que nous étions étudiant (en reprise d'étude) en licence de Sciences de l'éducation, quand nous avons perçu combien nombre d'étudiants se trouvaient démunis dans le cadre de l'enseignement de la statistique et de ses usages dans l'élaboration du mémoire. Étonnamment, ces questionnements qui demeuraient loin de notre préoccupation autrefois, ont émergé à notre conscience dans la rencontre avec Jean-Claude Régnier qui a su communiquer la richesse de son domaine d'expertise : la statistique. Loin des approximations retenues communément autour *des statistiques*, il nous a communiqué avec passion, l'importance de l'abîme séparant la présence croissante de la statistique dans la société et son intégration lente au sein de l'école. Sa proximité de toujours s'est marquée par l'évidence pour lui sans cesse réitérée d'apporter un soutien indéfectible aux étudiants, quels que soient les origines et les obstacles rencontrés : éloignement géographique, rendez-vous professionnels, santé, etc. Le groupe ADATIC qu'il a rassemblé et qu'il anime régulièrement, nous a aidé par le croisement des regards des étudiants d'origines culturelles très diverses, à comprendre la distanciation nécessaire qu'exige la recherche. Ce sont ces échanges chaleureux, marqués cependant par la rigueur et la prégnance des questions traitées qui, insensiblement nous ont fait *« cheminer, [en se donnant] les moyens et le temps d'appréhender "la patience du concept" »* (DAGOGNET, 1996, p. 17). C'est sa conviction qui nous a conduit à trois présentations lors de colloques organisés sous l'égide des journées de la Société Françaises de Statistique : Clamart (2006), Bordeaux (2009), et du Colloque Francophone International de l'Enseignement de la Statistique : Lyon (2008), et à préparer la suivante à Bruxelles (2010) qui puisera parmi les travaux présentés ici, dans cette thèse.

Cet effort requis pour réaliser ces communications nous a convaincu de la nécessité d'aller toujours plus avant dans l'approfondissement de ce *fait statistique* et de faire partager les idées de la statistique pour « Voyager [c'est-à-dire] réactiver pendant un instant l'usage des yeux : la lecture du monde. » (CALVINO, 1986). Plus encore Jean-Claude Régnier en permanence nous a encouragé à mieux cerner notre propension à multiplier nos centres d'intérêt comme le «voyageur [qui] … n'a pas l'intention d'arriver. »(OSTROWSKY N., 2009)[1], en recentrant sans cesse notre quête pour éviter un excessif éparpillement.

[1] OSTROWSKY fait référence à la page du 17 janvier de l'*Agenda de l'apprenti scientifique*, dont l'auteur Lao-Tseu.

Je remercie également les Professeurs Jean-Jacques DROESBEKE et Gérard VERGNAUD d'avoir accepté la charge d'être rapporteurs de ce travail. Leurs remarques, commentaires et conseils nous sont très utiles à la poursuite de nos recherches. Je remercie de la même manière Jean-Louis PIEDNOIR, Inspecteur Général Honoraire de Mathématiques, dont la compétence est largement reconnue et dont la réflexion portée sur l'analyse de l'enseignement de la statistique, sa connaissance de l'Institution scolaire, ont été la source d'apports pour nous au cours de diverses rencontres, pour avoir consenti à participer à ce jury.

Je ne saurais terminer sans remercier mes proches pour qui le rythme de la recherche universitaire a parfois légèrement perturbé l'harmonie de l'organisation familiale.

Introduction

Une recherche pour l'action. La raison d'être d'une recherche en Sciences de l'Éducation est d'enrichir notre "interprétation" du monde, de son évolution. En faisant référence à l'ouvrage de Günther Anders (GÜNTHER, 2002), Renzo Piano écrivait (PIANO, 2009, p. 50) à propos du "grand thème du progrès":

« Anders observe dans l'obsolescence de l'homme : " Il ne suffit pas de changer le monde. C'est ce que nous faisons quoi qu'il arrive. Et, dans une large mesure, ce changement se produit sans notre collaboration. Notre tâche est surtout de l'interpréter. Et cela, précisément, pour changer le changement. Afin que le monde ne continue pas à changer sans nous. Et pour qu'au bout du compte, il n'y ait plus de monde qui puisse changer sans nous. " Si par "changement", nous pouvons comprendre "progrès", nous pouvons dire, alors, que même le progrès doit être interprété. »

Notre rapprochement avec la statistique entre dans cette démarche. De la relégation de l'aléatoire à sa redécouverte. Thierry Breton faisait déjà remarquer dans son ouvrage *La dimension invisible* (BRETON, 1991, p. 149) :

« Dans les années cinquante, le développement de l'ordinateur a pu laisser espérer que la technique nous permettrait enfin de maîtriser la complexité croissante de notre monde, de confiner l'aléatoire et l'imprévu dans des limites restreintes et contrôlables. […] L'heure était à la rationalisation des choix budgétaires, au management stratégique fondé sur des modèles militaires, au rêve de l'automatisation de la prise de décision. L'informatique était l'espoir d'une rationalisation parfaite du jeu social et économique. [Or], on découvre aujourd'hui de plus en plus, que loin de diminuer l'aléatoire, la production et le traitement automatisé de l'information l'accroissent et en tout cas ne résolvent nullement le problème humain de la décision. »

Il questionnait ensuite la nécessité d'une formation adéquate (à la technique et à l'esprit critique). Il ajoute (p. 151) que l'enjeu actuel « n'isole plus ceux qui savent de ceux qui ne savent pas, mais [il] oppose ceux qui peuvent traiter l'information et ceux qui ne le peuvent pas, ceux qui ont la possibilité de jouer des possibles, de faire face à l'incertitude et les autres. La véritable dualité est désormais là, entre la complexité et le simplisme. » Désormais notre univers se mesure en tous points, s'évalue, s'anticipe… Tous les secteurs économiques mais aussi sociaux se quantifient, se pilotent et répondent à l'exigence de transparence projective. L'outil statistique s'est introduit parmi eux, sans exception, au point qu'insensiblement, comme le rappelle Jacques Lecomte (LECOMTE, 1994) dans la revue Sciences humaines n°35 : « rien de ce qui est humain n'est resté étranger aux statistiques ».

Et pourtant, la crainte perdure. Devant cette accumulation de détails chiffrés, de l'évidence d'une formation nécessaire à leur traitement, l'**invitation à la conférence intitulée** *Tout ce que vous désirez savoir sur la statistique et son enseignement sans avoir osé le demander,* d**onnée le m**ercredi 9 avril 2003, par Jean-Louis Piednoir, résume la perplexité massive que l'étude de la statistique nous suggère en général ; ce qui fait dire à son auteur :

« Prononcez le mot statistique devant un public même cultivé, quelle représentation mentale suscitez-vous ? Comme son enseignement, jusqu'à une date récente, était quasi confidentielle ou bien réduit à quelques recettes dans un enseignement supérieur spécialisé (économie, sciences humaines, biologie), vos interlocuteurs penseront à quelques applications vulgarisées par la presse : sondages d'opinion, estimation des résultats électoraux à 20h01, ou bien à des procédures fort complexes utilisées par des ingénieurs spécialisés dans les entreprises. Le plus souvent la méfiance s'installe. L'utilisateur de la statistique est souvent vu comme un manipulateur déguisant la réalité pour présenter ses préjugés comme une vérité objective, d'où l'adage : “on fait dire ce que l'on veut à la statistique ”, ou cette citation d'un homme célèbre : “la statistique est une forme élaborée du mensonge ” ».

Un manque de formation s'est installé. Comme il fut analysé par Pierre Victor Tournier[2], le 29 août 2001 à Séoul, nombre de secteurs affectant nos rapports sociaux : justice, criminalité, école, militantisme, syndicalisme etc., nous laissent souvent désemparés face à

« la nécessité de trouver une “juste” place dans ce débat public. Cela pose des questions de nature scientifique : que sait-on réellement de tel ou tel phénomène, ne passe-t-on pas sans s'en rendre compte, par souci de convaincre, d'une “hypothèse forte” à une affirmation non fondée ? Des questions de pédagogie et de communication : comment traiter simplement de la complexité ? À travers quels supports ? Des questions d'éthique : comment participer au débat public sans perdre son “âme de scientifique” ? »

Comme le rappelle Albert Jacquard (JACQUARD, 1997, p.8) : la transformation en cours,

« la plus décisive est celle de notre regard sur le monde, ce monde qui nous entoure et dont nous faisons partie. En moins d'un siècle, la science a totalement renouvelé les concepts de temps, de matière, de vie, de hasard, de personne […]. La science nous a appris que l'univers n'était pas stable […] ; elle nous a fait pénétrer dans le mystère des particules élémentaires dont le comportement défie notre logique. »

Pourtant, en parallèle, le Rapport sur la science et la technologie n°8 (Annexe I.2), de l'Académie des Sciences, concluait (p. VII) :

« Aujourd'hui, il n'est pas exagéré de considérer la statistique comme une discipline émergeant difficilement. […] En France, l'absence de formation en statistique, dans les collèges, les lycées et de vastes secteurs de l'enseignement supérieur, conduit à des attitudes sociales aberrantes. […] Alors que les résultats statistiques fournis par les médias s'accumulent tous les jours, les lecteurs et les auditeurs n'ont pas les moyens de les analyser comme ils le méritent. […] Cette carence devient d'autant plus préoccupante que la statistique, comme toute science, évolue. Les utilisateurs, les clients et les citoyens doivent maîtriser cette information, et donc connaître les règles de la discipline et les possibles biais d'interprétation. Fort peu le font. La faiblesse de la statistique en France, est

[2] Le 29 août 2001, à Séoul, évocation par Pierre Victor Tournier, de la naissance de l'association Pénombre lors d'une conférence prononcée à l'invitation de Jean-Louis Bodin, président de l'Institut International de Statistique.

sans conteste, un verrou très solide entravant le développement économique et l'exercice des droits des citoyens. »

L'apprentissage de la statistique donne accès à l'appréhension des aspects économiques, sociaux et scientifiques. Nous avancions dans notre mémoire de DEA (COUTANSON, 2004), l'importance de son enseignement car selon nous, la statistique permet de lire le monde (principe de distanciation), de l'apprécier (principe de lucidité), de le concevoir (principe d'objectivité et de méthode), de l'anticiper (principe de précaution), de le protéger et d'agir sur lui selon un Idéal de respect humain, scientifique et environnemental. L'actualité nous montre combien l'homme est désormais en mesure de mobiliser des moyens puissants pour agir, détruire ou porter secours. Plus précisément, pour l'année universitaire 2005 – 2006, Isabelle Damien et Christelle Castebert, dans leur mémoire professionnel PE2/PLC2 déposé à l'IUFM de Grenoble et intitulé *Entre hasard et déterminisme, un jeu de dé pour approcher l'aléatoire au cycle III*, ont rassemblé un état des lieux de la situation qui mobilise grandement la prise en compte de l'aléatoire. En prenant référence sur les travaux de Régis Gras, elles rappellent les fonctions socioculturelles, épistémologiques et didactique à attendre de son apprentissage, ainsi que les aspects concernés : civique, son usage dans les médias, les sphères décisionnelles, l'industrie, le domaine scientifique, le quotidien.

Reportons cette préoccupation au sein de l'école. Les stagiaires précédentes explorent la présence d'un double enjeu :

« d'une part, comme le souligne le rapport Crockcroft, l'enseignement des statistiques ne vise pas seulement l'apprentissage des formules ou de graphiques : "la statistique n'est pas seulement un ensemble de techniques, c'est une disposition d'esprit, une manière d'appréhender les données, qui reconnaît notamment l'existence de l'incertitude et de la variabilité de l'information et de la collecte des données. " et d'autre part, il permet l'apprentissage du raisonnement inductif car il propose une description probabiliste de la réalité et est donc en cela complémentaire d'autres domaines qui se basent sur un raisonnement déterministe où tout est logique et certain. »

L'apprentissage de la statistique apparaît explicitement dans les programmes du collège et comme le rappelle Roland Charnay (CHARNAY, 1998, p. 9) en parlant du lien **CM2 / 6 ème** :

"Il ne servirait à rien de demander un découpage plus simple qui désignerait les notions qui relèvent de l'école primaire et celles qui ne doivent être abordées qu'au collège (et pas déflorées plus tôt). Les concepts se construisent dans la durée, dans une durée longue qui a peu à voir avec les frontières institutionnelles. Mieux vaut donc réfléchir à cette gestion des apprentissages sur le long terme (parfois très long) et considérer plutôt, pour chaque concept, les modifications à prendre en charge dans les niveaux de conceptualisation, les types de procédures, les éléments de formulation (désignations, langage), les moyens de preuve reconnus comme licites. Tout un programme pour un travail en commun des enseignants de primaire et de collège."

Notre étude se centrera donc sur cette préoccupation : comment d'une part, entendre cette convergence de vues qui en appelle à la nécessité d'une découverte de la statistique et d'autre part, comprendre la lenteur paradoxale de son introduction dans l'éducation scolaire ? La présence de la statistique en est réduite à une attente non explicitement formulée dans les programmes de l'école primaire qui représentent pourtant le fondement actuel du socle commun de connaissances et de compétences inscrit officiellement à l'école par le décret 11 juillet 2006. Ce socle commun présente ce que tout élève doit savoir et maîtriser à la fin de la scolarité obligatoire. Introduit dans la loi en 2005, il constitue l'ensemble des connaissances, compétences, valeurs et attitudes nécessaires pour réussir sa scolarité, sa vie d'individu et de futur citoyen.

Dans la suite de nos recherches précédentes et dans la logique de ce qui est rapporté au début de cette introduction, nous avons voulu traiter de *la question de l'éducation statistique et de la formation de l'esprit statistique à l'école primaire en France*, au travers d'une *Étude exploratoire de quelques caractéristiques de situations inductrices d'un enseignement de la statistique au cycle III*. Au fil de ce cheminement nous nous sommes rendus compte de l'ampleur du champ de recherche ainsi ouvert. Décrire un système didactique nous introduit dans un système d'enseignement, dans la mesure où tout projet d'enseigner est un "projet de nature sociale, inscrit dans des institutions" » (BRUN et CONNE, 1990, p. 262).

Dans un premier temps, nous avons pris conscience qu'il était nécessaire de recentrer notre travail sur un passage individuel et incontournable par la statistique, pour garantir une responsabilité active de chacun. Comme nous avons pu le pointer au travers de nos recherches précédentes, ce passage individuel est fortement lié à la dimension professionnelle des enseignants de l'école primaire. Dans ce sens, il y avait obligation de définir la notion de *fait statistique*, et d'identifier les caractéristiques scolaires d'une *pensée statistique* et d'un *esprit statistique*.

Dans un deuxième temps, il nous a fallu établir un état des lieux de cette approche de la statistique à l'école primaire, en "réexplorant" nos études précédentes. Ainsi avons-nous revisité les questions de l'évolution des programmes de l'école primaire, des représentations de la statistique (par les étudiants qui se destinaient à l'enseignement, par les professeurs des écoles et par les élèves), des premières études de manuels scolaires du primaire, collège et lycée, de l'observation de la logique du cursus d'apprentissage scolaire des cycles II et III du primaire, et de la relecture des obstacles déjà rencontrés par les élèves et recensés par des études antérieures. Tout au long de cet état des lieux, nous avons gardé l'ambition d'en extraire ainsi ce qui nous semblait représenter les premiers critères, indispensables pour cerner ce que pourraient représenter dans la seconde partie de cette étude, des situations statistiques dites fon*damentales* dans l'esprit de Brousseau.

Dans un troisième temps, à partir de grilles élaborées d'après les critères mis en avant précédemment, nous avons abordé le cœur proprement dit du travail relaté ici, c'est-à-dire trois analyses, conduites de manière approfondie : les deux premières ont porté sur les manuels scolaires de mathématiques du cycle III de l'école primaire, et la troisième sur les manuels de préparation au Concours de Recrutement des Professeurs des écoles. L'objectif était cette fois-ci, de préciser ce que nous entendions par l'idée de "*situations implicitement statistiques*", et d'établir des invariants à l'intérieur de ces situations présentées aux élèves ainsi qu'aux futurs professeurs des écoles. Cibler les limites de cet apport statistique par les manuels, revenait à poser une première marche de cette étude exploratoire, dont l'ambition restera de parvenir à une première proposition de construction d'un SMS (Savoir Minimum Statistique).

Notre conclusion cherchera au-delà du rappel des résultats de cette recherche à prolonger ce travail. Parmi les pistes possibles, nous suggérons déjà une réorientation de notre étude en direction des élèves de cette tranche d'âge pour mieux comprendre comment ceux-ci classifient et traitent les situations selon des procédures inscrites dans le raisonnement et la pensée statistique. Ainsi comment prennent-ils des repères ?

Quels arguments appuient-ils sur des concepts-en-acte et théorèmes-en-acte au sens de Vergnaud (VERGNAUD, 1991), pour résoudre les problèmes proposés par les enseignants ?

Pour présenter synthétiquement notre propos, nous l'avons organisé ainsi :

- une première partie intitulée Des objets de la statistique à l'esprit statistique,
- une deuxième partie intitulée Des objets statistiques aux objets d'enseignement de la statistique en milieu scolaire,
- une troisième partie intitulée Recherches successives entreprises à propos de l'enseignement / apprentissage de la statistique.

Dès à présent, engageons-nous dans la première partie de notre étude, qui nous conduira *des objets de la statistique à l'esprit statistique.*

Première partie : des objets de la statistique à l'esprit statistique

1. Introduction de la première partie

Le parcours d'élaboration de cette thèse s'est construit au fil d'une formation universitaire en Sciences de l'Éducation. Ici pour le retracer rapidement, nous dirons que lors de la constitution d'un mémoire de licence (COUTANSON, 1995), portant sur les *Nature et dynamique des représentations de la statistique chez les étudiants en Sciences de l'Éducation,* nous avions pu avancer comme réponse au trouble des étudiants à l'approche de l'épreuve de statistique que « le parcours scolaire de chacun semblait prendre une part importante dans cet état de fait » et, qu' « être "matheux" prédisposait souvent négativement à l'appréhension statistique ! »*.* Le mémoire de maîtrise (COUTANSON, 1999) traita de *La statistique, ses représentations et ses usages didactiques et pédagogiques à l'école élémentaire.* Au travers de cette étude, trois hypothèses étaient avancées : H1, « Les professeurs ont une représentation significativement négative de la statistique » ; elle fut invalidée. H2, « leur parcours scolaire, nuit aux éventuelles initiatives statistiques lancées en classe » ; elle fut validée et H3, « Introduire la statistique en classe génère très souvent, des obstacles didactiques et pédagogiques spécifiques, non résolus » qui fut également validée. Continuant toujours dans la même voie de recherche, le mémoire de DEA (COUTANSON, 2004) nous interrogea sur comment *Introduire un enseignement de la statistique au cycle III de l'école élémentaire, en France, analyse de quelques obstacles auxquels se confrontent les enseignants*. Il en ressortait que notre première hypothèse se confirmait : les enseignants du cycle III de l'école élémentaire rencontraient des difficultés à conduire en parallèle les deux logiques suivantes rencontrées dans l'approche mathématique et scientifique : la recherche d'« un résultat unique, précis, irréfutable » et de l'autre « la part d'incertitude à admettre, dans la considération d'un résultat ». Par contre, notre deuxième hypothèse ne se vérifiait pas : les textes traduisaient certes un appel implicite à l'apprentissage de la statistique et des probabilités comme objet d'enseignement (vers une confrontation à l'incertitude, à l'aléatoire, à l'intérieur des programmes, la proximité de la posture et des outils de la statistique à l'école élémentaire n'avait jamais été aussi manifeste), sans que toutefois ne soit explicitée clairement la notification d'un apprentissage de la statistique ! De plus, les professeurs des écoles semblaient avoir une connaissance suffisante de ces programmes mais par principe de précaution (d'ordre éthique, d'efficacité ou tout simplement lié au risque de surcharger d'année en année les programmes), ils apparaissaient souvent comme étant encore plus réticents qu'eux, à une modification ou à un ajout de disciplines scolaires. Par la suite, nous montrions que ces mêmes professeurs n'avaient pas conscience des insuffisances et des limites des propositions des manuels scolaires en matière de statistique et qu'enfin, l'introduction d'un enseignement de la statistique à l'école soulevait des difficultés conceptuelles et didactiques nouvelles pour une mise en projet pédagogique au sein des classes.

Le cheminement fut souvent âpre non seulement pour trouver appui sur des travaux préexistants, en référence avec cette étude mais aussi pour affronter une somme d'obstacles liés au regard que portaient les acteurs concernés par l'objet de notre étude. Surprise des réactions des étudiants (objet du mémoire de licence) et incompréhension vive exprimée par tous ceux qui ne pouvaient concevoir un élargissement sans fin des programmes scolaires de l’école primaire. A leurs yeux, ces derniers étaient déjà suffisamment copieux pour penser introduire de nouvelles connaissances. Les questionnaires remplis par les professeurs des écoles révélaient par ailleurs l’aspect inconcevable d’aborder la statistique, qu’eux-mêmes ne maîtrisaient pas suffisamment. Pour d’autres encore, comment pouvait-on faire valoir et enseigner un objet d’étude basé avant tout sur le hasard, envisageant alors le risque d’un télescopage avec l’apprentissage des mathématiques qui n’est encore en rien installé durablement dans l’esprit des élèves de cet âge.

Il nous a donc paru évident et indispensable dans la structuration de cette recherche, de se poser la question de sa pertinence : la pertinence répond au dessein de participer à des recherches en cours avec la volonté de réduire les espaces de connaissances laissés en friches. Donnons comme exemple l’apprentissage de la statistique au cycle III. Mais la pertinence de cet objet de recherche ne peut se suffire de la seule raison d’apporter des éléments explicatifs au paradoxe de la quasi inexistence d’un enseignement / apprentissage explicite de la statistique, dans un cycle du primaire qui fera pourtant la jonction avec le secondaire, alors que la référence à un usage permanent de la statistique se généralise comme indiqué en introduction et que les concepteurs des programmes appellent de toutes parts à son introduction dans le curriculum scolaire (KAHANE, 2000). La pertinence passe également par le canal des acteurs majeurs qui dans notre cas, sont incontournables pour l’essor de cet enseignement : les professeurs des écoles. Cette première partie s’attachera donc à ce projet. Il ne s’agit pas de démontrer une quelconque obligation d’enseignement de la statistique mais simplement de répondre au préalable à leur questionnement premier, rencontré lors de nos précédentes enquêtes. Comment pouvons-nous dire que nous sommes désormais en présence d’un *fait statistique* ? Là, réside la première marche d’efficience d’une réponse au problème posé.

Après un retour sur la notion de statistique, parler de pertinence de son enseignement au cycle III de l’école élémentaire revient d’une part à l’ancrer dans un usage quasi-incontournable de chacun au sein des relations économiques, sociales et professionnelles, et d’autre part à apporter une réponse aux multiples recommandations institutionnelles de l’Éducation nationale. Ainsi selon ce cadre, il nous faudra définir deux notions que nous emploierons par la suite : la statistique reconnue comme *fait statistique,* pilier du questionnement de la première partie de notre étude et comme *fait scolaire*, traduisant son installation à l’école. Ce qui constituera la base de la deuxième partie de ce mémoire. Dans cette logique, faire usage des objets de la statistique génère en contre coup l’appréhension d’une *pensée statistique* par son utilisateur que nous pourrions déjà rapprocher d’un mode de raisonnement statistique, et d’un *esprit statistique* qui agrègera en cohérence avec la pensée statistique, les dimensions professionnelles de l’enseignant et donc les aspects pédagogiques et didactiques qui en découlent. Revenons pour l’instant, sur la définition du terme *statistique*.

2. La statistique comme discipline scientifique

2.1. Vers un art d'observer et de décider

La définition de la statistique transcrite au travers des manuels scolaires pourrait se résumer ainsi : son rôle serait (BOURSIN et DURU, 1995, p. 8) de « décrire, par rapport à une famille de critères pertinents, un ensemble d'objets parfaitement déterminé. La méthode consiste [alors] à construire des groupes d'objets homogènes vis-à-vis des valeurs observées, des critères, puis à dénombrer chacun de ces groupes ». Mais utiliser la statistique ne se résume pas à réaliser une simple compilation synthétique voire “mécanique” de l'information première. Il faut savoir conserver la pertinence des faits et porter un regard exigeant sur soi-même ; ce qu'explique Cournot par ces termes (COURNOT 1843, p. 122) : « pénétrer autant que possible dans la connaissance des choses en soi, et pour cela dégager autant que cela peut se faire, par une discussion rationnelle, les données immédiates de l'observation, des modifications qui les affectent, en raison seulement du point de vue où se trouve placé l'observateur, et des moyens d'observation mis à sa disposition. »

La recherche en statistique met un point d'honneur à cumuler l'art d'observer, d'analyser, de communiquer et pour cela l'art de construire des outils adaptés à la recherche engagée. De par l'ambition de « la construction d'une population infinie hypothétique » (REGNIER, 1996, p. 1), la statistique pousse son art jusqu'à anticiper le devenir des situations non totalement quantifiables. « Son objectif est de rassembler des matériaux pour une meilleure compréhension globale de nos sociétés, de leurs structures et de leurs évolutions à long terme » (BEDARIDA, 1987, p. 11). C'est par son apport au quotidien dans « l'étude des modes d'utilisation de l'information aux fins de la réflexion et de la décision dans une situation où intervient l'incertitude » (RADE L., 1986, p. 126), qu'elle prend toute sa valeur d'aide aux sciences humaines et à la conduite responsable des sociétés.

2.2. Un lien permanent avec le support mathématique

C'est cet aspect de proximité de la statistique avec l'environnement quotidien de l'élève mais sans oublier le lien permanent et indispensable avec le support mathématique théorique que nous signale le rapport de la Commission de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques en précisant que (KAHANE, 2000, p. 51) « La statistique traite de données expérimentales ou d'observation, à étudier dans leur contexte (data with contexts) : sa spécificité est d'établir des liens entre ces données et la théorie mathématique des probabilités, d'expliquer ainsi le passé et de prévoir l'avenir. »Aborder le traitement statistique avec les élèves de cycle III de l'école élémentaire pourrait paraître limpide au point de le limiter à la mise en jeu de la statistique exploratoire ou descriptive dont l'objet (p. 51) « est de représenter graphiquement, de résumer, de classer des données expérimentales ou d'observation. » Mais il est important d'approfondir l'avis donné par cette même commission qui recentre notre regard sur l'aspect scolaire tout en lui garantissant une logique de cursus global, c'est à dire de cohérence d'apprentissage sur toute la scolarité de l'élève. Elle précise ainsi (p. 51) : « *Confronter des données à des modèles probabilistes pour en expliquer la structure et faire de la prévision est l'objet de la statistique inférentielle. La modélisation ne peut se faire en aveugle* », c'est-à-dire sans observer, résumer, étudier la structure des données expérimentales : des allers et retours sont nécessaires entre leur exploration et leur modélisation stochastique. Cependant, si les deux composantes exploratoire et inférentielle sont au cœur de la pratique de nombreux statisticiens professionnels, celles-ci se sont développées au point que chacune a aussi ses domaines de recherche et ses champs d'applications propres et autonomes. Ainsi en statistique exploratoire, des outils tels la classification, l'analyse descriptive multivariée peuvent être employés pour eux-mêmes, sans modélisation stochastique. Le traitement de l'information chiffrée, c'est à dire le calcul d'indices à partir de données brutes (pourcentages divers, taux de natalité, etc.) qui est la partie la plus ancienne de la statistique descriptive, ne nécessite pas systématiquement des prolongements de nature probabiliste.

Et pourtant (p. 52), « *Il ne faut pas pour autant oublier le lien essentiel de la statistique et des probabilités.* » Cette nécessité des "allers et retours" entre exploration et modélisation des résultats, nous oblige à anticiper deux niveaux de distinction à opérer pour structurer le contact que les élèves auront avec cet apprentissage :

- Le premier sera de distinguer d'une part, l'image spontanée des statistiques qui inondent les éléments d'information quotidiens, et d'autre part, la statistique, outil enseigné.
- Le second sera de préciser le rapport entre statistique et probabilités.

2.3. Une distinction entre la statistique et les statistiques

Il y a une interaction perpétuelle entre la statistique de terrain, appliquée, celle d'une réalité exprimée en chiffres et la statistique mathématique, détachée du contexte étudié, servant d'outil d'analyse à la mise en pratique des situations rencontrées. L'ensemble fonctionne selon l'enroulement dialectique suivant :

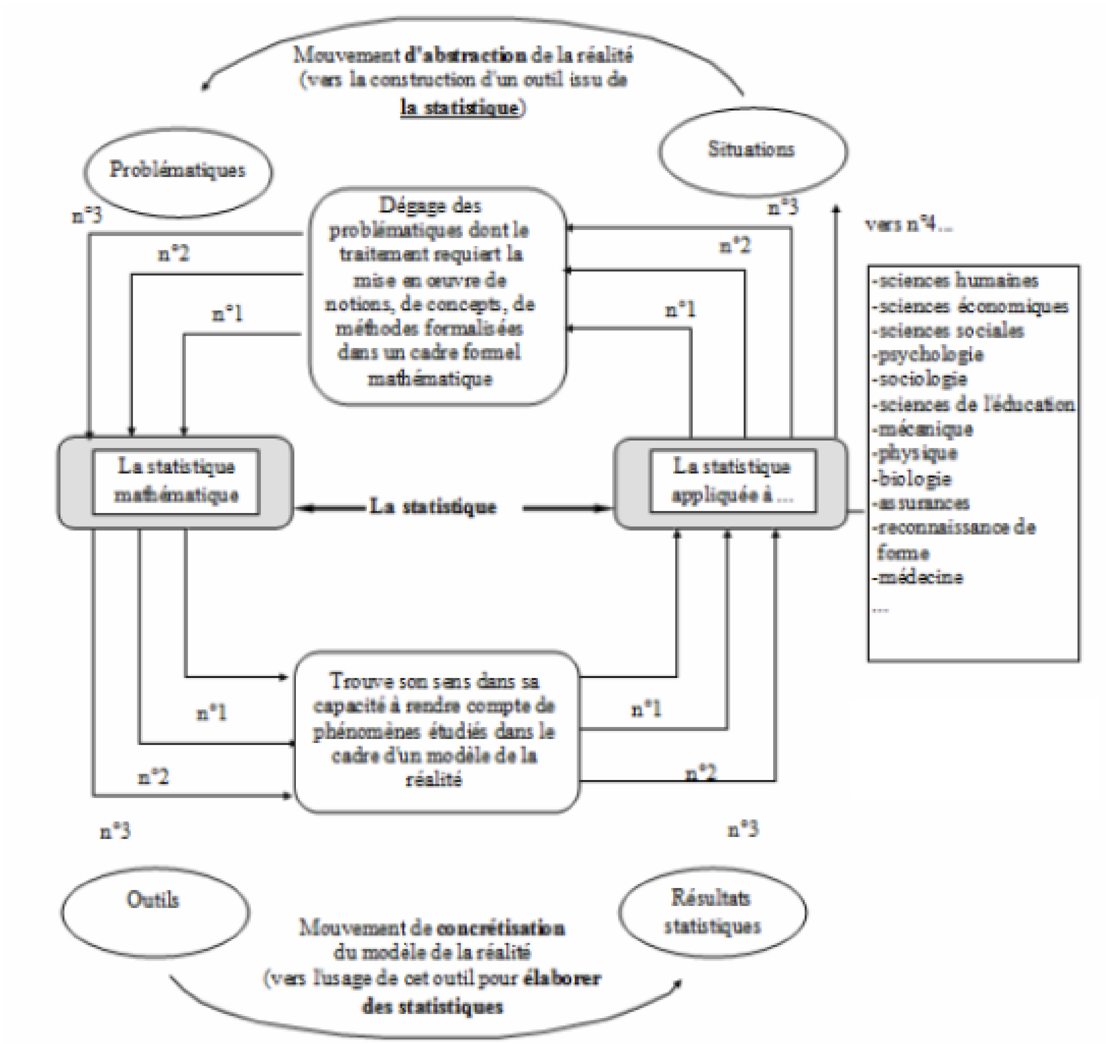


Figure 1: La dialectique entre statistique appliquée et statistique mathématique (Régnier, 1998)

Ce schéma montre la statistique comme outil de lecture du monde. Il apporte une réponse à l'actualité pédagogique des programmes de l'école primaire réclamant de donner sens et de permettre à l'élève de “problématiser” son environnement. La statistique tisse en effet des liens entre les différents domaines de la connaissances selon les approches “pluri”, “trans” et interdisciplinaires. Elle devient support pour la construction d'une décision, pour l'élaboration d'un point de vue. Elle permet de relier sans cesse lecture spontanée et réflexion structurée, observation de données et caractère représentatif de celles-ci, aspect apparent et mise en hypothèses etc. comme le montre le schéma suivant (proposé par J.C. REGNIER) portant sur le traitement statistique de l'information.

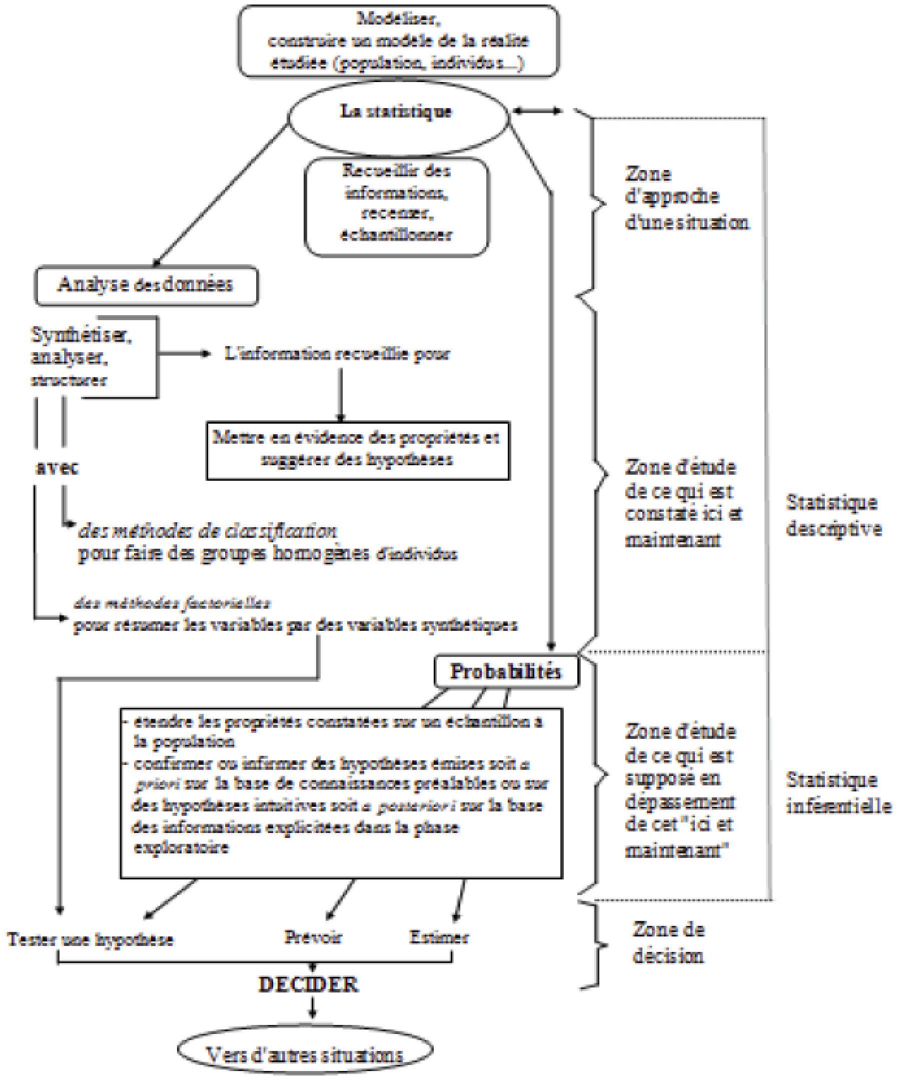


Figure 2 : Le traitement statistique de l’information

2.4. Retour sur le mot “statistique”

Enseigner la statistique réclame de la part du maître une connaissance historique de ses fondements, des différentes approches qui se sont succédées ainsi que de sa désignation. Marie-Françoise Jozeau présente la naissance de la statistique selon trois origines qui ont contribué à son essor (JOZEAU, 2001, pp. 30 à 35) :

- la tradition des jeux (CARDAN, GALILEE, PASCAL etc.)
- la tradition de l’arithmétique politique (HUYGENS, NEWTON, LAPLACE, QUETELET etc.)
- la tradition de la statistique descriptive (CONDORCET, QUESNAY, LAPLACE etc.)

Aussi est-il certainement utile de connaître l’appropriation successive des divers secteurs et formes de connaissance engagés par la statistique et les débats qui l’ont entourée. Mais pour l’heure, recentrons-nous comme fixé plus haut sur une approche conceptuelle de la statistique en lien avec son introduction dans la classe. Creusons donc l'étymologie de ce terme.

Tableau 1: Étymologie du terme *statistique*

Repères historiques	Statistique 1771 (Trévoux) ; statisticien 1834 (Landois) ; statistiquement 1964 (Robert)					
	(Statisticus XVIème - relatif à l'État)					
Éléments d'origine	du latin status du grec statos			Du grec -stique		
Signification	stationnaire fixé, stable			vers, ligne		
Idées évoquées	Équilibre		Résistance	Stabilité	Direction	
Traduction sémantique	"Qui demeure un certain temps dans le même état", "qui conserve la même valeur"	"Qui n'est pas sujet à changer ou à disparaître"	"État d'une construction capable de résister à des contraintes normales"	"Stabilité, qui ne subit aucune transformation spontanée"	"C'est la voie qui engage sur une suite de démarches données"	"C'est choisir un itinéraire balisé par des garanties déontologiques et de respect des savoirs acquis"
Caractéristiques de l'outil et des résultats	vers une fidélité	vers une fiabilité	vers une validité	vers une pertinence	Vers une démarche expérimentale	vers l'engagement éthique et épistémologique
	Dans l'espace et dans le temps, ce qui peut se traduire par la nécessité de pouvoir : détemporaliser décontextualiser les démarches entreprises et les résultats obtenus et détemporaliser					
Vers quels idéaux ?	Pour une communication universelle de la connaissance et de l'information		Pour une généralisation des techniques reconnues			Vers un respect de l'homme et de la science
Contrat scolaire : le lien société / individu	Vers une vulgarisation des résultats de recherche et une formation à leur lecture		vers un enseignement de ces techniques			Vers un respect mutuel entre chercheur, enseignant et élève

D'après ce tableau, la statistique serait donc l'outil qui, par le recours à la science mathématique nous aiderait à nous pencher sur des phénomènes touchant à l'incertain, à en définir les limites pour en lire une image évoquant l'*équilibre*, la *stabilité* et ensuite nous donner la *direction* de la voie expérimentale permettant de composer avec ces phénomènes, d'en tracer l'évolution et ceci en offrant une *résistance* à toute dérive subjective face aux effets de nombre ou de mode qui pourraient nous égarer. Utiliser la statistique, son langage, ses outils et ses résultats, nous lie intimement aux autres, à la science, à l'humanité. L'essence de son enseignement fait côtoyer la rigueur expérimentale et la possibilité d'élargissement des champs d'investigation aux sciences humaines et sociales. La statistique devient donc matière scolaire par excellence en élevant simultanément l'élève au seuil de la science et de l'éthique mêlées.

2.5. Réflexions sur quelques notions qui fondent un enseignement de la statistique

La statistique permet la prise de décision sur une réalité qui distingue parfois difficilement les nuances entre le *possible*, le *probable* et le *certain*. Obligeons-nous donc à explorer plus en détail ces notions :

Tableau 2 : Analyse des termes *possible*, *probable* et *certain*

	Possible [3]	**Probable** [1]	**Certain** [1]
Repères historiques	1265 (Br. Latini)	1282 (Gauchy)	1130 (?)
Signification	Que l'on peut dire ou faire	Que l'on peut prouver	Que l'on peut assurer
Évolution	Ouverture à la philosophie - 1673 - (Retz)	Qui paraît vrai - fin XIV^{ème} -	Qui paraît inéluctable. La certitude dès le XIII^{ème}
Élément d'origine	Du latin "possibilis" du verbe "posse" : pouvoir	Du latin "probare" : prouver	Du latin populaire "certanus" : assuré
	↓	↓	↓
	Pouvoir	**Prouver**	**Idée de certitude**
	Être en mesure de Être capable de Être autorisé à	Montrer Établir un lien Démontrer	Vers une assurance Vers une vérité Vers une foi
	↓	↓	↓
Références suggérées	Référence aux capacités personnelles et aux valeurs	Référence à la science	Référence à la science et aux normes

La démarche utilisée, qui s'appuie sur l'idée de preuve, doit à son tour être décortiquée :

Tableau 3 : Approfondissement du termes *prouver*

Prouver[4]	La visée	La forme	Action envisagée	Niveaux d'investissement
Paradigme du verbe "prouver"	Faire apparaître ou reconnaître comme vrai, réel, certain	Apporter la preuve	Démontrer	3
	Donner ou se donner les marques, les signes de...	Montrer une intention	Contractualiser la démarche et la sceller par un écrit	2
	Révéler et marquer un phénomène	Témoigner	Partager	1b
		Éprouver	Ressentir les difficultés de la recherche	1a

L'apprentissage de la statistique, permet d'approfondir et de nuancer l'idée de "preuve". Les trois niveaux d'investissement signalés plus haut :

- Niveau n°1 : prise de conscience d'obstacles rencontrés, nécessitant de recevoir une suite, un éclairage "prouvé" (préoccupation et communication),
- Niveau n°2 : situer la situation-problème repérée, dans le champ des connaissances théoriques et procédurales déjà acquises pour permettre de fixer le degré de certitude envisageable,
- Niveau n°3 : faire usage de procédures, de méthodes, d'algorithmes reconnus, d'heuristiques, pour apporter des résultats répondant aux critères de fiabilité, fidélité, pertinence et d'espaces de validité, comme précisé plus haut.

Ainsi, par le biais de l'apport statistique, nous pouvons structurer la posture et la démarche de recherche de preuve tout en nuançant le degré de certitude de la réponse ainsi que le lien entre la réponse possible de la science, la spécificité du vivant et l'emprise sociale. Ce qui apparaît très souvent comme une découverte pour les élèves de cycle III de l'école élémentaire, habitués à apporter sans partage, la rigueur de la réponse mathématique, close dans son domaine disciplinaire, ne supportant aucune exception au cadre général.

Pour continuer notre recherche, questionnons-nous sur ce que reflètent les principaux dictionnaires à propos de ce concept ? Comme il a été montré auparavant (COUTANSON B., 2004), il existe une distance importante entre l'utilisateur épisodique de statistiques (ex : l'usager des prévisions météorologiques dans de multiples professions) et l'utilisateur habituel, permanent, de statistique. Le second devra accompagner sa lecture d'un approfondissement des données pour en percevoir le questionnement qui l'a précédé, l'organisation de la collecte, son traitement et sa diffusion. Sans reprendre l'ensemble des définitions du dossier conceptuel du mémoire de DEA cité, rapportons les conclusions qui en étaient faites. Pour ce dernier, l'univers statistique sert à informer, rendre compréhensible, interpréter, prendre des décisions, prévoir. Il permet ainsi (BEDARIDA, 1987, p. 11), de « convertir en concepts quantifiés les préoccupations de nos contemporains ». Cet aspect est très nettement plus valorisant que le précédent. Il engage au rapprochement, à la découverte. Et si l'on parcourt enfin l'Encyclopaedia Universalis, on s'adresse aux réels concepteurs statisticiens ; ce sont ceux qui seront capables de construire une démarche d'observation, de conceptualiser un phénomène, en un mot, de modéliser les situations rencontrées. Mais ce sont aussi ceux qui possèdent déjà les bases théoriques, leur évitant par exemple de confondre la projection probabiliste de la simple analyse "fréquentiste" ou l'emploi du terme *des statistiques* à la place de *la statistique*. Mais n'est-ce pas le rôle de l'école d'amener le futur adulte à se positionner comme un utilisateur averti des statistiques et de l’outil statistique voire d’accéder à une maîtrise suffisante pour en devenir concepteur. Penchons-nous maintenant sur l'histoire de la statistique car nombre de représentations actuelles (entachées de crainte ou de doute envers son usage) semblent fonctionner en ligne directe avec ce passé et participer en grande mesure à une forme d’éducation statistique implicite.

2.6. Quelques acquis historiques et actualité d'une culture statistique

Nous ne reviendrons pas, là non plus, sur l’exposé de la recherche du mémoire de maîtrise (COUTANSON, 1999) ; nous le résumerons simplement aux conclusions alors avancées et exposées plus en détail à l’intérieur des annexes n°2.1 à 2.4. :

- Le XIXème siècle permit de comprendre que la production statistique ne pouvait s'écarter de l'intention politique, de la force des pensées majoritaires.
- Le XXème siècle et à travers lui, la naissance de l'Institut National de la Statistique et des Études Économiques (INSEE, en avril 1946), suivi peu de temps après par la loi du 7 juillet 1951, précisa les trois idées principales : l'obligation, la coordination et le secret des statistiques.

Nous pouvons subséquemment le constater, il y a là une connaissance historique engrangée, qui apporte un soutien argumenté voire d’évidence à la nécessité d’un enseignement de la statistique au cycle III de l’école élémentaire. Les nouveaux programmes (2002, 2007, 2008) accordent dans le même sens, une priorité essentielle à l’éducation civique comme approche permanente et transversale à toutes les autres disciplines professées.

Toujours en fonction du mémoire de maîtrise, rappelons aussi une dernière dimension dont l’utilité semble ici convaincante, l’analyse de l’approche statistique au sein des différentes branches universitaires, qui montre son actualité à structurer tour à tour le devenir des personnes, des systèmes et des connaissances visés. Remarquons que dans chaque cas, statistique rime en priorité avec éthique et déontologie. Le tout peut se représenter selon le schéma suivant, construit sur le modèle des travaux de KETELE et ROEGERS (1996, p. 121) :

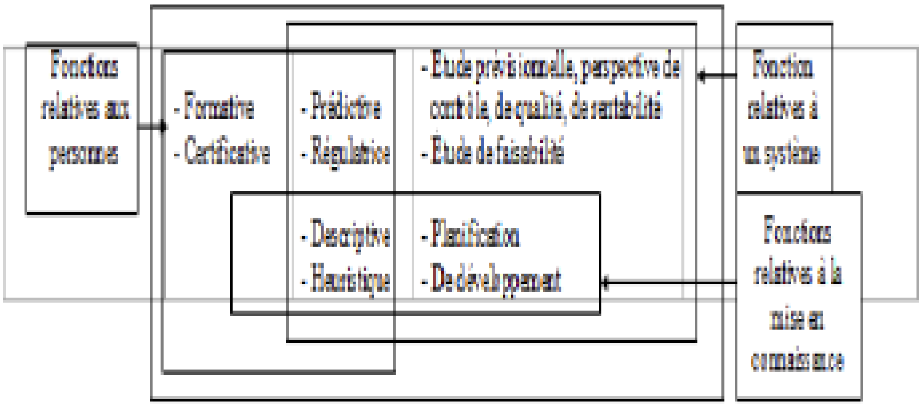


Figure 3 : Le système statistique

En conclusion, ce retour bref sur les aspects conceptuels de la statistique a autorisé l'abord d'une définition de la statistique qui pose une distinction entre l'outil statistique et les statistiques, d'une part, et entre statistique descriptive et statistique inférentielle, d'autre part. Elle a aussi permis de fouiller rapidement les acquis historiques récents d'une référence à la statistique. Sa portée sur l'analyse du devenir des personnes, des systèmes et des connaissances en évolution, fait que son enseignement devrait se situer au cœur des préoccupations scolaires actuelles. Et dans ce sens comme nous l'avancions au début de cette partie, faire usage des objets de la statistique, devient certes indispensable pour l'élève dans son accession aux connaissances nouvelles mais en retour, le sensibilise à une *pensée statistique* et modèle un *esprit statistique* agissant sur l'élève comme sur l'action professionnelle du professeur. Voyons donc maintenant en quoi cet outil statistique, représente une réponse à la nécessité de reconnaissance d'un *fait statistique*.

3. Le fait statistique

Pour cette section 3 de la première partie de ce mémoire, portons notre ambition d'aller des objets statistiques à celui d'un esprit statistique, en passant tout d'abord par la définition de ce que nous entendons par fait statistique. Si l'on prend référence sur les travaux de Yves Chevallard (CHEVALLARD, 1992, p. 161), la place que tient (et devrait tenir) actuellement la statistique au cycle III de l'école primaire est le lien entretenu entre une Institution (l'école primaire), un objet de connaissance (qui devient objet d'enseignement), à un moment donné (temps institutionnel) et selon un contrat institutionnel qui répertorie « les éléments "stables" […] qui, objectivement, c'est-à-dire pour les sujets de l'Institution […] apparaissent comme allant de soi, transparents, non problématiques. »Les objet enseignés représentent ainsi la réponse que l'Institution scolaire doit apporter à la reconnaissance d'un fait statistique qui s'imposerait à un moment de l'histoire par trois de ses caractéristiques : la présence, la singularité et son aspect incontournable. Cet objet se déclinera selon un réseau macrodidactique englobant l'ensemble des relations apprentissage / enseignement qui en constituent ses parties. Pour aller ensuite vers la caractérisation de situations fondamentales dans l'enseignement de la statistique, Brousseau (BROUSSEAU, 2003) attire notre attention sur une particularité de la statistique qui est celle d'être caractérisée par une complémentarité des mathématiciens et des usagers de la statistique ; celle de rassembler sa définition au travers des mathématiques et des pratiques des statisticiens. Pour Brousseau (BROUSSEAU, 2003, p. 10), voici ce qu'il entend par statisticien : « J'appellerai statisticien une personne qui effectue une partie significative (une sous-praxéologie) de ces activités, c'est-à-dire qui effectue des tâches avec des techniques qu'elle contrôle par des technologies appropriées avec un minimum de connaissances théoriques : en ce sens un enquêteur qui "cueille" des données pourrait être un statisticien.»

Comment extraire de cette diversité, un modèle général si ce n'est en abordant le couple apprentissage / enseignement de la statistique, en un réseau élargi. Comme le précise également J.-C. Régnier (REGNIER, 2005, pp. 4-5), « à côté des trois pôles habituels : enseignants, apprenant(s) et statistique, nous en identifions un quatrième […] ; nous le désignons par les Statisticiens et la Praxéologie de la statistique. Ce pôle représente l'intégration d'un milieu socioculturel et professionnel autre que celui des enseignants aux objets à prendre en considération dans la théorie des situations didactiques de statistique. »

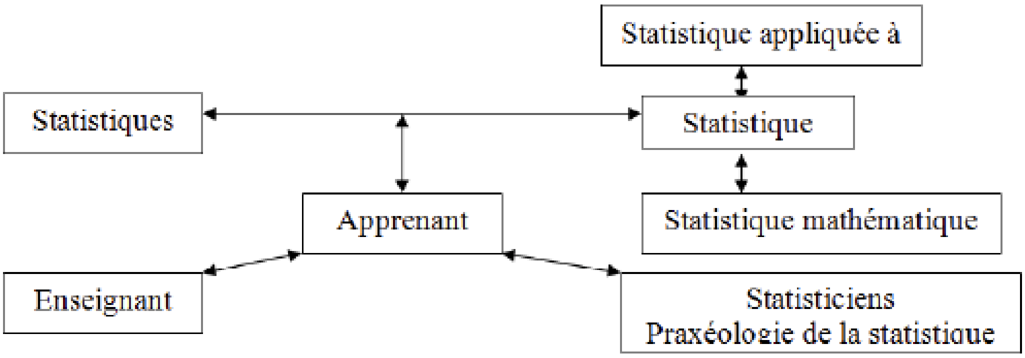


Figure 4 : L'apprenant au sein du réseau des statisticiens

Ici tous les acteurs, de l'apprenant aux concepteurs des programmes scolaires, en passant par les parents et les professeurs, tous entrent en interférence avec les diverses représentations et utilisations statistiques et sont en prise avec la confusion *statistiques / statistique* évoquée plus avant. De ce fait, il sera nécessaire de mettre en lien la sphère scolaire, l'environnement socioculturel et social des acteurs ainsi que l'aspect scientifique de la statistique.

Tout d'abord, il nous faut préciser l'emploi du mot *fait*, dans le sens Bachelardien, de la construction d'un esprit scientifique, repris par J.-C. Régnier pour structurer le concept de formation d'un esprit statistique (REGNIER, 2000). Le *fait statistique* nous introduit dans la problématisation des phénomènes à étudier, au travers des trois concepts de variabilité, de significativité et de représentativité qui fondent le cœur de la statistique, telle que la définit J.-C. Régnier (REGNIER, 2005). Il retient la dialectique entre fait observé et modèle statistique théorique à construire (processus de modélisation) et en miroir, éclairage porté par à contexte pratique par des éléments statistiques théoriques (processus d'interprétation). La connaissance se construit par et contre les connaissances antérieures du sujet et de l'opinion ambiante (BACHELARD, 1938, p. 14) : « L'opinion pense mal, elle ne pense pas, elle traduit des besoins en connaissance ». *La connaissance stati*stique s'édifie à l'image du fait scientifique, en se protégeant de tous les biais de repérage, d'observation et de quantification de ces faits ; c'est-à-dire en toute connaissance des obstacles signalés par Bachelard dans la construction de la connaissance scientifique. De plus, intégrer la dimension éducative à l'enseignement de la statistique, c'est préparer les élèves à une pratique consciente et réfléchie du traitement des données massives rencontrés au quotidien (GIRARD, GATTUSO, MARY, 2006), comme de les former pour leur permettre de prendre part aux responsabilités citoyennes (COUTANSON, 2004, 2006) qui seront les leurs. De ce fait, en s'appuyant sur les points précédemment définis, analyser la place que tient la statistique au cycle III de l'école primaire en France actuellement revient à relier l'ensemble des éléments que nous avons évoqués, à l'intérieur du tableau suivant. Les objets statistiques enseignés à l'école doivent représenter une réponse au *fait statistique*, lui-même étant la combinaison d'un *fait social*, d'un *fait scientifique* et d'un *fait scolaire*.

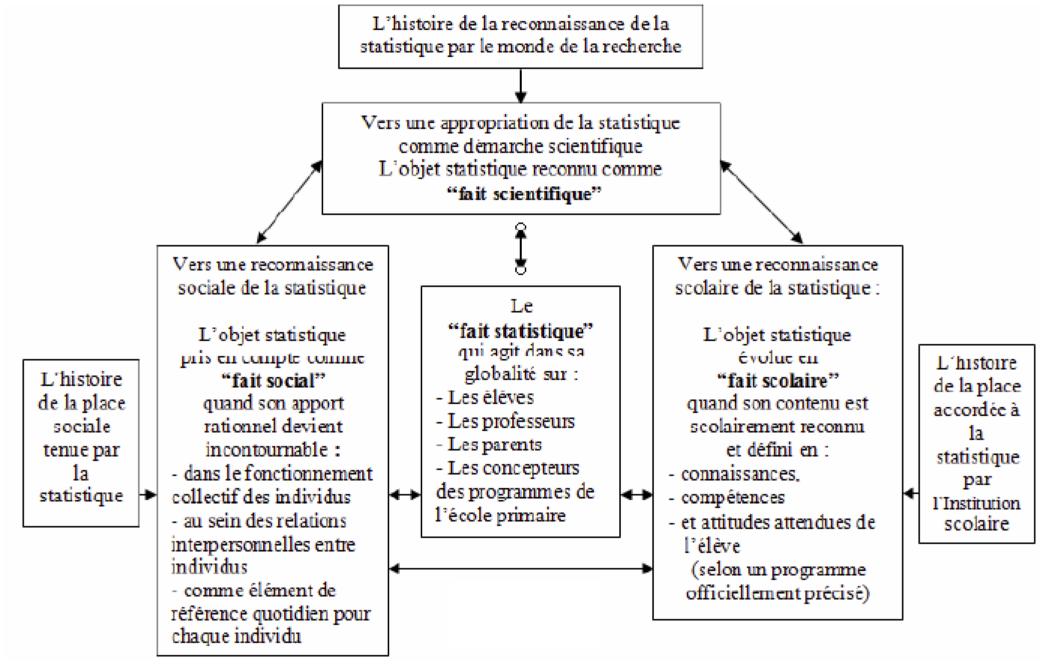


Figure 5 : Le fait statistique comme fait scientifique, fait social et fait scolaire

Voici donc en page suivante, un aperçu du *fait statistique*, rassemblant les deux figures précédenteset illustrant selon nous, le resserrage du processus d'enseignement / apprentissage de la statistique au centre des interactions entre les *fait scientifique*, *fait social* et fait scolaire qui la concernent.

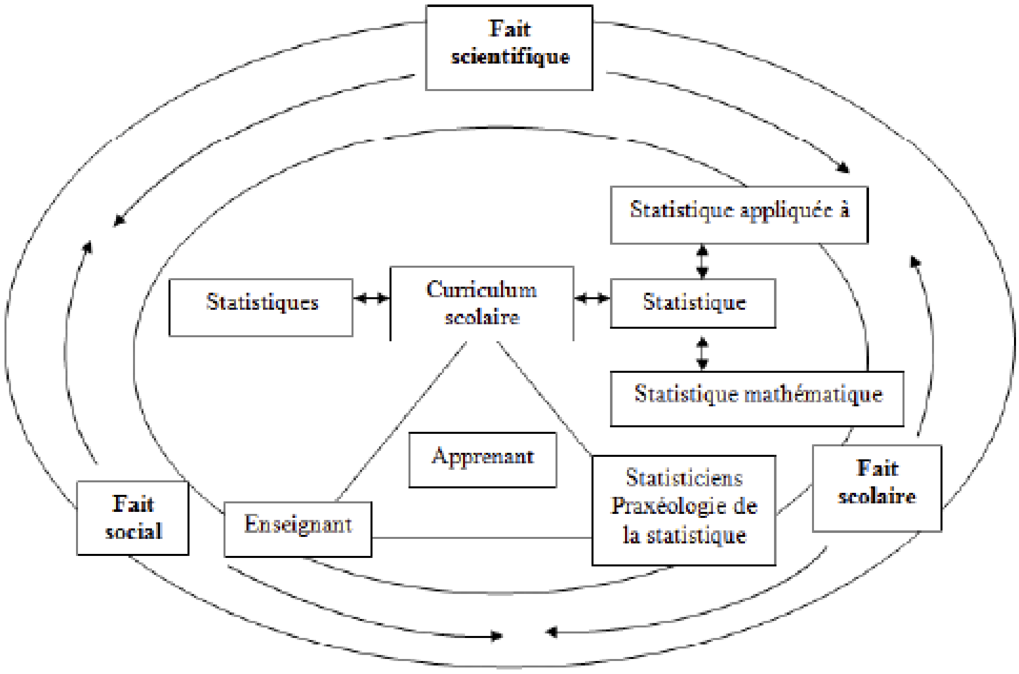


Figure 6 : L'apprenant au cœur du fait statistique

L'apprenant est à la convergence des trois pôles : enseignement du professeur, contenu du curriculum scolaire et reflet des activités diverses des statisticiens et des pratiques sociales ; ces trois pôles représentant eux-mêmes le reflet de l'évolution interactive des représentations de la statistique dans le monde social, scientifique et scolaire. Le fait scientifique, qui charpente la statistique, a été brièvement abordé lors de sa définition mais n'a pas lieu d'être traité ici. La première partie de cette étude, se centrera donc sur l'entrée essentielle que constitue l'évolution de l'objet statistique en tant qu'outil d'aide à la gestion rationnelle du fait social. Nos études précédentes (COUTANSON, 1999, 2004), nous ont montré le paradoxe que celle-ci représente pour les enseignants qui la reconnaissent comme vecteur positif dans l'organisation des activités humaines mais qui hésitent encore à la considérer comme élément essentiel à inclure dans les programmes de l'école primaire. Deux causes étaient alors évoquées : le risque éthique pour l'élève par la communication des notes, de la vie privée etc. potentiellement possible, et le risque pour les maîtres de voir leur liberté d'action restreinte au travers de leur efficacité pédagogique trop vite reliée aux pourcentages de réussite des élèves. Dans l'idée d'aller vers une structure stable (si l'on se réfère aux propos de Y. Chevallard précédemment relatés), posons donc l'hypothèse que cette stabilité ne sera acquise que lorsque l'objet statistique apparaîtra comme *fait de connaissance* à part entière, accepté, reconnu pour ses usages et effets, et qu'en conséquence il sera retenu au travers d'un minimum de connaissances, de compétences et de garanties personnelles qui l'organisent et le déterminent. C'est l'analyse de ce fait statistique en tant que lien sociétal, qui nous interroge donc dans cette partie. Il nous permet d'avancer des arguments aux interrogations et craintes soulevées par le questionnaire soumis aux professeurs des écoles lors de notre recherche en DEA de sciences de l'Éducation.

3.1. Place et rôle de la statistique au niveau individuel

Situons cette analyse en rapport avec toute personne responsable de la mise en œuvre des programmes scolaires de l'école élémentaire, soucieuse de mettre en adéquation les savoirs enseignés aux élèves d'aujourd'hui, avec les besoins certainement indispensables des futurs adultes qu'ils seront. Aborder l'étude du *fait statistique* revient à placer ce sujet responsable (parent, enseignant ou concepteur de programme) au centre d'un ensemble d'effets agissant sur lui et qu'il questionne. Dans un premier temps, avant d'apparaître comme un fait, c'est sous la forme d'une *préoccupation statistique*, que naîtra en lui le croisement d'interactions qui lui sont personnelles. Cette préoccupation devra alors être mise en parallèle, être validée comme *fait de société*. Par la suite, cette préoccupation personnelle, sous-tendue par un fait de société, ne deviendra fait statistique, que si elle représente un passage désormais obligé entre la sphère privée et la sphère publique. Enfin, cette préoccupation de départ deviendra *fait statistique personnel*, que si la manière d'agir et de penser du sujet en est elle-même imprégnée ou inversement, s'il est obligé de se tenir par une décision personnelle, en dehors de toute influence de ce fait. Selon cette progression, tout acteur de l'école élémentaire peut-il ignorer l'existence de ce *fait statistique* ? Proposons donc une schématisation de ces interactions :

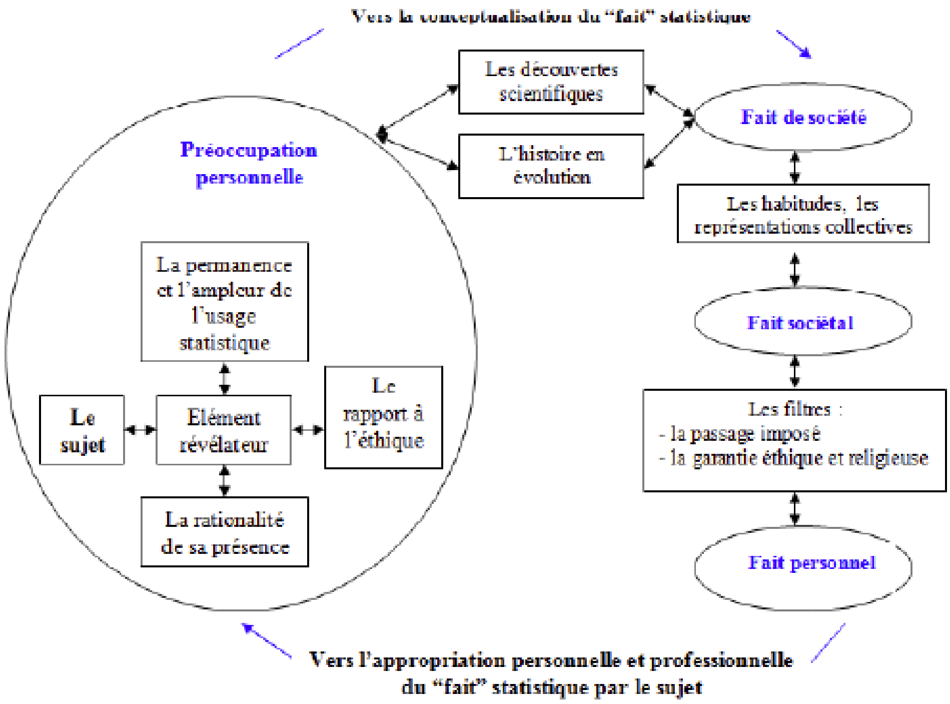


Figure 7 : Le rapport de chacun au fait statistique

Nous étudierons donc le *fait statistique* selon les trois étapes suivantes de sa construction : quels critères doit-il remplir pour être accepté et s'imposer comme *préoccupation individuelle* de chacun, *fait de société*, et enfin *fait sociétal.* Quelle sera alors sa perspective d'évoluer en *fait statistique personnel,* agissant sur le sujet en l'occurrence ici, le parent, l'élève, et pour notre objet de recherche, le professeur des écoles ou le concepteur des programmes ou des manuels scolaires ?

3.1.1. L'élément révélateur

Pourquoi peut-on parler brusquement d'un fait, comme d'un fait nouveau ? Si un élément de notre environnement attire brusquement notre attention, c'est qu'il nous paraît rompre l'harmonie d'un équilibre existant, ainsi que l'anticipation que nous lui avions mentalement tracée. Le fait statistique semble entrer dans ce cas, en particulier pour la sphère scolaire. Il révèle un *état de crise* qui, selon Bernard Charlot (CHARLOT, 1988), caractérise tout système qui déclenche des tensions de toutes parts. Pour l'école, le *fait statistique* est interpellé :

- de l'extérieur : par l'urgence attendue d'une formation à la statistique pour répondre aux besoins de consommation, de prise de décision mais aussi de résolution de problèmes professionnels. L'actualité nous montre combien les moyens modernes d'action de l'homme peuvent être puissants et combien les savoirs sont en mutation accélérée. Comme le dit Jacquard (JACQUARD, 1995, pp. 7-8), en introduction d'un recueil de textes d'auteurs :

« Notre siècle vient de réaliser un bouleversement de ces concepts. La plupart des mots utilisés pour décrire et expliquer les processus qui se déroulent autour de nous ont changé de sens. Nous savons maintenant que le réel est inaccessible (Dirac), que l'avenir est définitivement imprévisible (de Broglie), que l'ignorance et l'incertitude sont les moteurs de la découverte (Fourastié, Morin), que l'opposition entre temps et éternité devient une articulation féconde (Prigogine et Stengers), que le doute est une étape nécessaire (Debré).»

- au travers de nos habitudes scolaires : par l'apport supplémentaire de savoirs et de volume horaire (de présence en classe et de préparation) à investir. Toute nouvelle entrée (ex : les TICE), est d'abord reçue comme entité supplémentaire avant d'être perçue comme lien potentiel transversal. Cet apport bouscule également notre habitude à cloisonner les savoirs scolaires en disciplines (MORIN, 2000). Pourquoi circonscrire l'apprentissage de la statistique à l'intérieur du curriculum de mathématiques comme actuellement plutôt que parmi toutes les autres disciplines (histoire, biologie, géographie, sciences, E.P.S., etc.) ?
- de l'intérieur : par les enseignants qui considèrent comme insuffisant leur niveau de maîtrise de la statistique pour leur permettre d'organiser les apprentissages des élèves à son propos et pour qui la statistique représente aujourd'hui le premier élément d'ingérence dans l'efficacité de leur maîtrise professionnelle.

Mais si l'on réfère cet *état de crise* à l'écriture chinoise de cette expression, sa transcription en deux idéogrammes signifie pour l'un le danger et pour l'autre l'opportunité. Une crise oblige un effort de lecture rationnelle des faits qui ont cours pour franchir la barrière de leur appréciation immédiate, porteuse de danger. Elle doit être saisie dans l'enceinte scolaire comme l'opportunité d'une nouvelle ouverture au monde, d'un renouvellement des questionnements pédagogique et didactique. La crise est nécessaire et invite à être dépassée. La naissance d'un nouveau *fait de société* doit s'accompagner d'un *fait scolaire* donnant les clés de son décryptage. C'est cette tension soucieuse et régulière qui doit toujours accompagner nos recherches et en fonder leur raison d'être. Pour notre cas, comme nous le verrons dans la partie 2 de ce mémoire, cet état de crise nous fut révélé déjà en 1995, au contact des étudiants de Sciences de l'Éducation appelés à passer l'épreuve écrite de statistique pour la validation d'un des modules de la licence. Ce même constat réapparut pour nous en 1996 quand la sensibilisation d'élèves du cycle III de l'école primaire, à l'approche du hasard en statistique, fit réagir leurs parents, impuissants devant ce type de situations problème. Il est également relaté par les membres de l'équipe qui, autour de Jean-

Claude Régnier (REGNIER, 2006), organise désormais cet enseignement mais à distance ; le retour montre que le passé mathématique des acteurs interfère souvent négativement avec cet apprentissage et que les enjeux de cet enseignement ne sont souvent pas perçus par les étudiants. Comme nous le verrons toujours dans la partie 2, cet état de crise est également partagé par les enseignants de l’école élémentaire.

3.1.2. Le rapport au respect des libertés et au respect éthique

En tant que préoccupation personnelle, la perception d’un “fait” nouveau par un enseignant ne sera retenue plutôt qu’ignorée, que si elle conforte un respect éthique de l’autre. Nous prendrons appui là aussi, sur les recherches précédentes, conduites dans le cadre de la constitution d’un mémoire personnel en maîtrise de Sciences de l’Éducation (COUTANSON, 1999). Certes les enseignants de l’école élémentaire contre toute attente, manifestaient une approche plutôt favorable à la statistique mais ils l’accompagnaient de points de restriction très forts : le risque éthique d’intrusion dans la sphère privée, contraire au discours à respecter au sein des établissements scolaires (difficulté qu’impliquent les champs nouveaux ouverts par la statistique concernant la variabilité, les prises de décisions, etc.) et le risque d’ingérence dans leur conduite professionnelle, allant à l’encontre de la marge de liberté individuelle qui leur est concédée pour organiser leur enseignement. Les enseignants soumis à ce sondage exprimaient leur préoccupation envers la statistique et se positionnaient plutôt en situation d’attente, de statu quo, spectateurs plutôt qu’acteurs d’une reconnaissance et d’une découverte de la statistique, arguant d’un manque de formation personnelle à son égard. La garantie d’impartialité de l’usage statistique à l’encontre des choix philosophiques et religieux peut être retournée aux enseignants comme nous l’indiquerons dans la section suivante.

3.1.3. Le fait : le crible de la rationalité

Une *préoccupation* nouvelle ne sera ensuite gardée et mise à l’étude par le sujet que si une assurance de rationalité est apportée aux acteurs. Dans ce premier temps, considérons cette dernière non dans le sens de la nature de l’outil statistique mais dans celui de l’analyse de sa présence quasi permanente dans les décisions nous concernant. Essayons tout d’abord de définir quelle est la caractéristique essentielle d'un fait, comment reconnaître ce qui fait qu'un fait est un fait ? Très souvent, le fait est perçu comme “ce qui arrive”, comme ce qui est contingent c'est-à-dire comme très proche de la caractéristique essentielle de l'événement. Notons au passage que dans la terminologie statistique, ce risque de confusion sémantique “fait / événement” devient particulièrement délicat à aborder. Pourtant, le fait prend une autre dimension que celle de l’événement. Le fait n'est ni une chose ou une substance en elle-même, ni un élément ponctuel. *Le fait n’est jamais “tout fait”.* Il intègre l’évolution qui se constate. Il n’est pas simple fait divers qui renseignerait sur des événements sans importance, se déroulant en un lieu ou en un temps déterminé mais constat qui se généralise, perdure. Nous devons aller de la passivité de l’expression “c'est un fait” traduisant ce qui pourtant paraît être dûment établi, de l’évidence que l'on ne pourrait remettre en cause, à quelque chose qui existe certes, mais qui se construit en une donnée indiscutable, objective qui marque l’histoire et laisse trace dans l’avenir. Le fait est ce qui est ou ce qui arrive, et qui se donne ou même s’impose dans l’expérience. Il nous faut distinguer le fait brut (celui qui s’offre immédiatement à nous dans l’expérience ordinaire), du fait élaboré, construit (qui résulte d’une construction théorique et expérimentale). Cette dernière correspond au *fait scientifique* de Bachelard (BACHELARD, 1938). Remarquons que selon cette théorie, le fait brut est imprimé d’expériences précédentes, voire d’expériences préscientifiques, faites de préjugés. Or, en prenant appui sur la pensée de Bachelard telle qu’il l’a échafaudée au début de *La formation de l'esprit scientifique*, la *préoccupation statistique* sera reconnue en tant que fait scientifique (donc objectif), et non, par exemple, comme le fruit de nos préjugés, seulement si elle peut être soumise à la mesure. Ce qui souligne déjà par anticipation, un autre obstacle majeur que rencontreront les élèves par un apprentissage de la statistique : la difficulté à pointer, qualifier et mesurer les variables pertinentes aux situations étudiées. La *préoccupation statistique* n'est pas un relevé spontané mais une construction raisonnée, résultat de la présence permanente de données statistiques pour asseoir les propos scientifiques, économiques, mais aussi historiques, sociologiques… Notons au passage que pour les élèves du cycle III de l’école primaire, cette présence statistique s’emble s’afficher, selon sa propre autonomie (et souvent déconnectée de toute analyse parallèle), à l’intérieur des quotidiens de presse au travers du “chiffre du jour” par exemple. Elle s’adresse également à la presse en général pour des raisons semblables et peut aller jusqu’à évaluer l’espérance de vie de celui qui désire contracter un emprunt ! Cette présence s’impose de sa quasi-permanence ; c’est ce que nous exposerons dans la section suivante de cette partie. Or, pour l’enseignant, le fait (principe de réalité), caractérisant ce qui est, doit se distinguer de ce qui doit être (principe de droit). Le fait statistique, s’écartant des champs classiques d’observation scientifique, conduit l’acteur à se frotter à la variabilité du vivant, de l’homme et de ses prises de décision. Tout acteur, et particulièrement au sein de l’école, devra donc être capable de dépasser ses propres partis pris et son idéal de légitimation des valeurs éducatives universelles, pour pouvoir donner une crédibilité scientifique à l’étude rationnelle des données statistiques des situations dont la réalité peut se présenter en contradiction avec l’application en actes de ces mêmes valeurs.

3.1.4. La permanence et la profusion d’une présence statistique

Cette *préoccupation* révélée ponctuellement au sujet et la garantie de traitement éthique et rationnel respectée, ne suffisent pas à lui reconnaître un statut particulier. Elle doit encore prendre une dimension s’élevant bien au-delà de celle des faits qui ont retenu le regard du chercheur. Sa présence doit correspondre à une tension permanente, voire incontournable de l’espace éducatif qui nous intéresse. Portons donc notre analyse sur l’ampleur de cette présence.

« Nous vivons dans le monde des chiffres. La recherche de la valeur des choses est celle de leur quantum : l’évaluation se réduit à la pesée. De la ménagère qui calcule ses dépenses à l'État qui recense sa population ; de l’inflation au chômage [...], ce ne sont que compteurs, gros ou petits, simples ou complexes. L’arithmétique est devenue le mode général de la pensée. L’humanité ressemble à un "computeur" géant qui produit des données, les traite à différents niveaux, s’en sert pour prendre des décisions ; décisions dont les effets modifient les données. » (BESSON, 1992, p. 8)

Cette présence statistique permanente relatée par Jean-Louis Besson (BESSON, 1992), permet pourtant des anticipations d’une surprenante précision ; l’exemple des projections démographiques de l’I.N.E.D. proposées par Albert Jacquard (JACQUARD, 1997, p. 43) sont là pour le montrer :

Tableau 4 : Projections démographiques

Années	1960	1970	1980	1990	2000
Projections de 1958	2 910	3 480	4 220	5 140	6 280
Effectifs atteints dans la réalité	3 014	3 683	4 453	5 201	6 130

Si cet organisme prévoit un effectif de l'ordre de 8 200 millions d'hommes sur terre en 2025 (chiffre qui dépasserait 10 milliards au cours de la seconde moitié de ce siècle !), nul ne peut plus ignorer le recours indispensable à la statistique pour anticiper de façon responsable le futur destin de l'humanité. Notre univers se mesure en tous points, s'évalue, s'anticipe etc. La naissance donc d'un fait correspond à la prise de conscience que sa croissance a gagné en expansion (en volume d'activité comme en nombre de champs couverts). C'est le cas d'évidence pour les prévisions industrielles, économiques, financières, météorologiques, épidémiologiques, etc. mais cela le devient également pour la gestion des administrations qui doivent rendre compte de l'efficience des fonds engagés pour les projets mis en place ; c'est actuellement l'obligation de respecter la loi d'orientation des lois de finance(la LOLF) pour les secteurs publics. Cette évolution a investi par étapes successives, l'Éducation nationale. Les statistiques ont d'abord contribué à la prévision des effectifs, puis l'arrivée des projets d'école a installé le recours incontournable aux données de réussite des élèves de chaque groupe scolaire. Désormais chaque année, les équipes doivent organiser les modifications d'orientation d'après un pilotage cadré sur des données statistiques précises. L'outil statistique s'est introduit parmi nous sans exception, au point qu'insensiblement, rien de ce qui est humain n'est resté étranger aux statistiques. La reconnaissance statistique ne se limite plus à l'analyse descriptive des faits de société et à l'inférence que l'on peut envisager, aidée en cela par l'arrivée massive du développement des ordinateurs. Nous exigeons d'elle qu'elle perce toujours plus loin le mystère du hasard, pour minimiser les risques humains, matériels et financiers qui enrésultent.

La statistique est devenue l'une des clés nécessaires au traitement de l'information. Elle nous permet de comprendre les analyses et décisions en cours, relatives à la conduite des projets, à l'étude des modifications à apporter aux lois en place. Aujourd'hui, son rôle est plus profond : il donne accès à la possibilité de comprendre la loi dont le fondement s'appuie sur une base statistique qui l'intègre, la structure et en valide son application. Prenons comme exemple, le cas de l'expérience russe : la loi électorale exige pour tout candidat à la Présidence du pays, de recueillir auparavant un minimum de 2 millions de signatures d'élus. Devant la tâche immense que requerrait cette exigence de contrôle total, la loi demande de procéder par tirages statistiques successifs :

- le premier tirage doit concerner la vérification de 5 % des signatures, avec un seuil d'erreur inférieur à 5 % ; si la réponse est positive, la candidature est déclarée valide, sinon, les autorités organisent une seconde vérification.
- Le second tirage concerne alors 10 % des signatures pour lesquelles le risque d'erreur ne doit pas dépasser 5 %. Si le nombre de signatures refusées, est inférieur à ce taux, la candidature est alors validée ; dans le cas contraire, elle est définitivement écartée.

La statistique est donc devenue outil de gestion économique et sociétale mais aussi, instrument de construction des règles de vie en société et du suivi de leur application. Son utilisation semble acceptée, sa présence se substituant comme une évidence au pilotage des projets. L'école de son côté, malgré la réticence des enseignants à son égard pour un usage professionnel (comme nous l'avons avancé plus haut), n'échappe pas à cette nouvelle façon d'évaluer les compétences acquises par les élèves, les performances atteintes par les établissements. La statistique se présente donc comme élément novateur, essentiel et dorénavant incontournable des organisations.

3.2. Place et rôle de la statistique dans l'évolution de la société

3.2.1. Le fait statistique en regard des outils scientifiques nouveaux mis à sa disposition

Ouvrons-nous maintenant des préoccupations personnelles du sujet abordées jusqu'ici, à celles de l'ensemble des membres de la société à laquelle il appartient. Demandons-nous dans un premier temps, pourquoi la statistique représente dorénavant une contribution incontournable au devenir de l'homme. Comme le fait remarquer Axel Kahn (KAHN, 2007, pp. 11-29), « les possibilités du choix et d'optimisation des actions adaptées aux circonstances représentent un avantage sélectif évident et ont, de ce fait, constitué un très probable moteur de l'évolution des primates vers l'homme moderne » et plus loin, « l'aptitude à envisager le futur …[est constitutive] de l'éveil d'une conscience de soi, c'est-à-dire de l'unicité de son être ». Tout élément d'aide à la lecture de son existence actuelle et future ne peut être ignoré ; il sera au contraire vivement recherché par l'homme. Ce qui le placera face à de nouvelles difficultés d'apprentissage ; comme le fait remarquer Jean-Claude Oriol dans sa thèse (ORIOL, 2007, p. 19), « *Calculer le futur se pose comme un obstacle épistémologique [car…] dans des hypothèses selon lesquelles une entité supérieure domine le futur, il est évidemment sacrilège de faire des calculs sur ce futur* ». La science est déterministe dans le sens où il ne s'exerce pas d'effets sans causes et les lois ainsi dégagées par l'observation expérimentée, indiquent sans erreurs les effets des phénomènes constatés. Historiquement, les chercheurs ont toujours été tenté de remonter jusqu'à la cause "première" et de ce fait, ont toujours conduit une réflexion métaphysique accompagnant leurs recherches scientifiques ; que ce soit la géométrie de Platon existant en dehors de l'homme, les positions connues de Galilée, Averroès, et plus largement dans l'occident chrétien, Copernic, Kepler, Descartes, Leibniz, Pascal, Newton, Pasteur, Buffon, Claude Bernard etc. ou même plus tard, la phrase célèbre de A. Einstein « Dieu ne joue pas aux dés ! », toutes ces évocations en sont des illustrations. Il faudra attendre l'utopie du positivisme d'Auguste Comte, incarnée plus tard par le « démon de Laplace » pour exposer que si une instance supérieure pouvait avoir toutes les données en main en un même moment, alors tout serait définitivement prévisible ! Les recherches ultérieures (Poincaré, Gödel, etc.) exposent "le chaos déterministe" par lequel la multiplicité et la complexité des paramètres en jeu pour mettre en fonctionnement les liens déterministes, sont telles que les obstacles empêchent toute prévision déterministe. Une partie de la connaissance conclura à une prévision probabiliste. Cette prise de conscience historique représente le fondement de tout enseignement statistique et fait que l'introduction de cette dernière s'inscrit comme événement historique daté, qui pourvoit l'homme de nouveaux outils pour aller plus loin dans son analyse rationnelle du monde.

3.2.2. Le fait statistique au vu du fait historique

Le fait statistique, vu sous l'angle de la démarche de recherche en histoire, convoque le monde en évolution. Le devenir de l'homme et des sociétés invite à questionner le fait historique. Celui-ci représente plus qu'une simple collection d'événements ordonnés. L'analyse historique exige la conscience de cette transformation, et la possibilité d'en extraire la finalité d'évolution. La raison d'être de la statistique se lie fortement à la démarche historique en éclairant le présent comme sens du passé et le futur comme sens du présent.

La double recherche du philosophe revendiquant la quête de liberté pour tous et en même temps celle du but recherché par les hommes au travers de l’histoire, atteint un paradoxe. Si l’analyse du présent permet de profiler le déroulement futur par l’émergence d’un but à atteindre, alors il n’y a plus de place centrale pour le principe de liberté, et inversement, tout respect intangible de ce dernier principe, bloque toute tentative d’analyse historique. Quelle est donc la manière d’écrire l’histoire ? Sur quels faits s’appuie-t-elle ? Deux thèses entre autres, s’affrontent : pour Paul Veyne, (VEYNE, 1971), c'est la subjectivité de l'historien qui fait l'événement ; il n'y a pas d'événement en soi, et tout peut être considéré comme historique… et selon Hegel, (HEGEL, 1965, 2007) en dehors de nous, il existerait des événements, un itinéraire historique réel, et l'historien qui fait bien son travail devrait les retranscrire avec objectivité. Derrière ces deux approches, posons-nous la question de savoir si l’évolution du monde s’analyse, telle un cours d’eau au tracé et au débit prédéfinis, ou telles des données repérées et modifiées par l’homme ? L’introduction de l’outil statistique ouvre de nouveaux champs d’investigation historique, et en contrepartie, nécessite de la part du chercheur, un positionnement de recherche plus précis. L’entrée par le canal de l’histoire, renvoie à interroger la faculté de l’esprit mise en jeu dans la désignation d’un fait : de la plus évidente (se référant à une conscience immédiate des faits marquants qui font l’histoire), en passant par la seconde (renvoyant à l'entendement), pour atteindre enfin la troisième (se rapportant à la raison). Écrire l’histoire et s’en servir d’outil pour anticiper le futur, oblige à progresser de la première à la dernière pour relever et mettre en relation les faits historiques notables. Un événement ne peut devenir un fait historique que si nous lui accordons une signification. Celle-ci croise les causes matérielles, la liberté de chacun, les fins recherchées par nous, et le hasard. Le fait statistique, rassemble ces dernières entrées, mais il renferme aussi en lui son propre paradoxe : comment apprendre d’une part à prélever les faits statistiques d’une situation observée, et d’autre part, de manière concomitante, à alléguer par avance des hypothèses de résolution du problème posé et anticiper la faisabilité statistique de cette résolution qui tienne compte d’un usage correct des outils statistiques qui seront employés. Le prélèvement des faits statistiques est directement lié à l’anticipation des phases de collecte, de rangement et de traitement qui vont suivre. Ce constat s’élève d’emblée en obstacle épistémologique qui concerne aussi bien le statisticien novice que le chercheur expert. Aussi, comment faire l’apprentissage de la statistique au contact du fait statistique, si ce dernier suppose au préalable une expérience acquise minimum, de l’usage de la statistique ? Nous retiendrons ainsi, que l’introduction de la statistique dépasse la simple inscription historique de son apparition. En obligeant l’historien à se positionner au regard de la recherche historique, elle marque historiquement l’évolution de la manière de penser de l’homme.

Jusqu’ici, au cœur de ce texte, la distinction entre *faits* et *fait*, n’a pas encore été clairement introduite. Il est temps dès à présent, d’y remédier. Si l’on simplifie la description de l’homme à des critères scientifiques (biologiques et génétiques), il en est réduit selon Axel Kahn (KAHN, 2007, p. 11), à une « affligeante banalité » !

« Notre proximité avec les grands singes est considérable ; elle atteint 98,7 % avec le chimpanzé, elle est encore de 80 % avec la souris et de 50 % avec la levure. […] Un travail statistique réalisé en 2004 à partir de séquences d’ADN de plusieurs espèces a inféré ce que pouvait être le génome de l’ancêtre commun des mammifères […] En effet, les primates et homo sapiens ne divergent que de 8,5 % par rapport à l’ancêtre commun qui a vécu entre soixante-quinze et cent millions d’années. Les vaches en diffèrent de 13 % et les souris de 12%. ! »

Sous cet angle de vue, l'homme ne brille pas par sa capacité à se distinguer parmi l'ensemble du monde animal ! Pourtant, comme poursuit Axel Kahn (p. 12) :

« Comment peut-on expliquer l'émergence évolutive du Roseau pensant dont parle Blaise Pascal (PASCAL, Pensée, fragments 339, 346, 347 et 348) : « Je puis bien concevoir un homme sans mains, pieds, […] mais je ne puis concevoir l'homme sans pensée : ce serait une pierre ou une brute. […] Penser fait la grandeur de l'homme. […] L'homme n'est qu'un roseau, le plus faible de la nature ; mais c'est un roseau pensant. »

Quel est donc le fait humain, celui du "propre de l'homme" ? Pour continuer sur le questionnement d'Axel Kahn, nous pouvons admettre (p. 13) :

« sans difficulté qu'existent des bases matérielles (chimiques, génétiques, cellulaires) à la pensée, mais [sommes] persuadés qu'elle ne saurait être réductible à cette matérialité qui en permet l'émergence. […] Il convient de ne pas confondre l'étude des corrélats matériels de la conscience, c'est-à-dire des systèmes et processus utilisés par les activités conscientes […], avec l'analyse de la pensée et de la conscience elle-même. »

En dehors de nos critères indéniables (faits observés) d'animalité, le fait humain nous distingue malgré tout, en tant qu'êtres pensants, parmi l'ensemble des êtres vivants. Par analogie, le fait statistique, est une entité qui se traduit par des données mathématiques, des pourcentages, mais se situe au-dessus deux en englobant d'autres éléments d'analyse. Il marque de son seing un *fait de société* au travers de l'histoire de l'homme, de l'évolution des outils de prévision mis à sa disposition, des lois et par conséquence des représentations collectives (Cf. : l'exemple parcellaire mais significatif des représentations des étudiants et enseignants à son égard) qui le spécifient. Voyons maintenant, si l'individu, quoi que conscient du fait statistique, peut s'en tenir socialement écarté. Le lien s'établit-il obligatoirement du fait personnel au fait de société ? Y a-t-il alors un *fait sociétal statistique* ?

3.3. La statistique : un fait sociétal

3.3.1. Le rapport de la statistique aux pratiques quotidiennes, et aux représentations collectives

Jusqu'à présent, nous avons relevé les caractéristiques qui établissaient qu'un fait prenait place en un temps et un lieu donné pour devenir fait de société. Le fait statistique dépasse cet état ; dorénavant, nul ne peut plus l'ignorer et chacun doit en tenir compte pour gérer sa propre destinée. Il est devenu fait sociétal. Expliquons-nous en cela en relisant les propos d'Émile Durkheim (1937), caractérisant les *faits sociaux* selon les règles de sa méthode sociologique (DURKHEIM, 1988, p. 97) :

« Voilà donc un ordre de faits qui présentent des caractères très spéciaux : ils consistent en des manières d'agir, de penser et de sentir, extérieures à l'individu, et qui sont douées d'un pouvoir de coercition en vertu duquel ils s'imposent à lui. Par suite, ils ne sauraient se confondre avec les phénomènes organiques, puisqu'ils consistent en représentations et en actions ; ni avec les phénomènes psychiques lesquels n'ont d'existence que dans la conscience individuelle et par elle. Ils constituent donc une espèce nouvelle, et c'est à eux que doit être donnée et réservée la qualification de sociaux. ».

Il concentre plus loin, dans son ouvrage intitulé *Les règles de la méthode sociologique*, la définition qu'il donne du fait social (DURKHEIM, 1988, p. 107) : « Est fait social toute manière de faire, fixée ou non, susceptible d'exercer sur l'individu une contrainte extérieure ; ou bien encore, qui est générale dans l'étendue d'une société donnée tout en ayant une existence propre, indépendante de ses manifestations individuelles. » L'étude du fait social à laquelle se livre l'auteur, ne doit pas être confondue avec l'étude du fait de société. Un fait de société ne devient fait sociétal que si une causalité peut être établie entre ce fait et son contexte et si l'on peut décrire par la suite cette causalité. Dans notre cas, l'étude du fait statistique lui-même, montre désormais une causalité entre sa maîtrise, son utilisation et l'avantage économique et culturel à en tirer. La statistique est devenue un outil indispensable pour accéder à un apport supplémentaire d'information, de synthèse et d'anticipation, et donc de pouvoir de décision. Notons que pour Durkheim, c'est l'utilisation des statistiques qui permet de traduire et d'évaluer scientifiquement l'influence de la société sur le comportement individuel des individus (Durkheim. *Le suicide*, 1897). Que l'on pense alors comme Durkheim, que l'individu "subit" les effets de la société qui l'entoure, indépendamment de sa consistance physique et psychique de son être, ou comme Weber que les faits sociaux découlent des actions que les individus accomplissent selon leurs valeurs, dans les deux cas, le *fait sociétal statistique* traduit un passage indispensable pour accéder à une analyse scientifique des effets associant la société et les individus. Le fait traduit donc ce lien systémique qui joint les individus à l'ensemble. Il fait concourir le tout et les parties au sein de la statistique ; il est ce qui permet au tout d'être plus que la somme des parties. Il requiert donc la nécessité d'un regard critique à son encontre pour en mesurer le bien fondé et son usage régulé. Tout enseignement de la statistique, ne peut se suffire d'un usage efficace des outils en place ; il est aussi là pour accompagner l'élève dans la formation de son sens critique. La statistique permet à chacun de mettre en lien la gestion de lui-même avec celle du groupe société ; c'est en cela qu'elle participe d'un *fait sociétal.*

3.3.2. La statistique : un fait individuel

La *préoccupation personnelle* d'origine, mise à l'aune du *fait de société* et du *fait sociétal*, s'impose alors au sujet comme fait statistique avéré. La question oblige donc maintenant, à se demander comment le sujet singulier peut-il se positionner face à ce *fait statistique* reconnu. A-t-il la possibilité de l'ignorer ou est-il dans l'obligation de composer avec lui pour le traduire par l'adoption d'une pensée statistique, en *fait personnel* qui modifiera en retour et en permanence ses préoccupations personnelles et professionnelles.Le fait place l'humain comme élément central d'un tout à analyser. L'exemple de la géographie, par l'examen des cas qu'elle propose, permet en changeant l'échelle d'observation, d'étudier les similitudes et écarts au premier cas étudié : infirmer, confirmer, relativiser les observations, les hypothèses, des concepts mis en jeu, des problématiques de recherche. Le but de l'étude de cas n'est pas de généraliser. Il ne s'agit pas d'une démarche de modélisation globalisante, mais de comparaison de cas singuliers, contextualisés. La géographie, prend son sens non pas dans l'étude d'événements ou de lieux particuliers (un pays, une région), mais en fonction de problématiques soulevées par les nécessités humaines dans des contextes géographiques particuliers (par exemple celle des déplacements de l'homme selon la diversité des milieux habités). Mais allons plus avant : le fait caractérise certes la place centrale de l'homme au sein de son environnement mais l'homme peut-il se soustraire à ce fait en l'occurrence ici, au *fait statistique*, dans sa manière de penser ? Deux dimensions constituent l'analyse de l'aspect devenu incontournable du recours à l'outil statistique : la première, reconnaître le recours à son usage comme dimension scientifique obligée avant toute prise d'initiative ou enquête conduite (c'est le cas de la recherche universitaire) et la seconde, l’y autoriser par son corollaire, la garantie d’impartialité de son emploi à l’encontre des choix philosophiques et religieux du sujet en acte. Ce que nous allons entrouvrir maintenant.

3.3.3. Le recours à l’outil statistique comme passage obligé

Notons tout d’abord que d’après la définition apportée par Bachelard au *fait scientifique*, nous pouvons caractériser d’objectivité le *fait statistique* car sa définition repose sur une théorie mathématique. Ensuite, pour nous aider dans notre tentative d’approfondissement de l’idée d’un recours à l’outil statistique comme dimension quasi-obligée de lecture sociétale, nous nous aiderons des travaux de recherche de Michel Kokoreff et de Jacques Rodriguez Le fait statistique ne peut se réduire à une nouvelle manière éventuelle, d’appréhender le monde qui nous entoure. Loin d’être un simple outil quantitatif d’appréciation de notre environnement, permettant l’appropriation et l’usage des dernières recherches mathématiques, il traduit le lien dialectique permanent, tissé entre ces outils mathématiques ainsi créés par l’homme et les incertitudes qui s’amplifient dans le corps social. Si l’on se réfère aux travaux de ces chercheurs (KOKOREFF, RODRIGUEZ, 2005, p. 6), la manière fréquente d’avancer « *des lectures en terme de crise, de déclin ou de manque, [est] à bien des égards, l’expression d’une incapacité à penser le monde complexe, opaque et incertain dans lequel nos vivons aujourd’hui*. » Des lignes de fragmentation sont apparues. Comme illustration, ces auteurs montrent la rupture des liens entre rang social (monde du travail, style de vie) et place sociale (emploi salarié, considération politique), les distances prises par rapport aux effets des classes sociales ou du rôle intégrateur du travail, la complexification des identités territoriales de rattachement etc. Le cours individuel de l’existence a aussi profondément muté : de la multiplication des relations au travail, des formes prises par la cellule familiale etc. Or, loin de présenter ces changements comme irrévocablement négatifs, les auteurs mettent en lumière les phénomènes de recomposition qui s’installent parallèlement (nouvelle posture face au travail, place et forme de la famille, retour en force de l’action associative etc.). On assiste donc « *à un réagencement des représentations, des normes et des valeurs* ». Toutes les dimensions listées plus haut, se voient engagées désormais sur des trajectoires complexes et diversifiées, en un mot singulières.

Cette approche interpelle déjà la statistique, cœur de notre étude. Toujours selon ces auteurs, et dans le même article, on peut parler de *recomposition*, chaque fois que « *l’on définit en termes de risques (divorce, échec scolaire, etc.) ce qui était appréhendé jusqu’alors en termes de déviance* ». Ils en appellent alors à l’incertitude ressentie de toute part.

« L’incertitude résulte de ces processus de fragmentation / recomposition et des logiques contradictoires qui travaillent notre société en profondeur. [… Elle] se présente à bien des égards comme un prisme pour interpréter les mutations de la France contemporaine. »(KOKOREFF, RODRIGUEZ, 2005, p. 6)

L’incertitude gagne les Institutions et ses représentants, les instances juridiques, les politiques publiques (aux dires de certains élus, la gestion de certains quartiers devient œuvre « indécidable » (AVENEL C., 2004). Elle s’insère également en nous, dans le rapport gain de liberté (consommation, circulation, communication…) et son pendant, perte de certitudes (règles devenues floues, instables). D’après les auteurs, ces modifications sociétales occasionnent une autre contradiction qui nous afflige intérieurement : d’une part, elle accentue la pression normative sur chacun d’entre nous et d’autre part, elle pousse paradoxalement de plus en plus à l’autonomie, au “souci de soi”, à la prise de responsabilités, à la mise en projets etc.! Notre préoccupation scolaire rejoint cette problématique : comment harmoniser ces contradictions ? Comment passer facilement, y compris à l'école, du registre du *permis / interdit* au rapport nuancé du *possible / impossible* ? Comment allier découverte progressive des règles de conduite et autonomie d'action, bonne réponse et marge d'erreur ? Comment entrer rationnellement dans une démarche permanente de mise en projets quand parallèlement notre environnement se fonde de plus en plus sur une multitude d'incertitudes ajoutées ?

Les politiques sociétales font de plus en plus appel à la gestion du risque (BECK, 2001, p. 9), « Le risque est également une forme de savoir sur les événements, un savoir qui s'affine et s'individualise à mesure que notre information statistique s'enrichit.» Pour nous, cette obligation nouvelle d'appréhender le risque, impose une réponse professionnelle à notre questionnement initial : le fait statistique devenu fait sociétal, oblige à en posséder les clés si l'on veut que chacun prenne part aux questionnements et débats collectifs ; ce qui fonde socialement, la nécessité parmi d'autres, d'un apport scolaire à la statistique et établit la pertinence d'une recherche en didactique portant sur cet objet. Le temps s'ouvre désormais à la liberté de pouvoir penser le futur (plus de temps libre, regard non attaché au temps présent), et paradoxalement, à la découverte aussi des risques encourus et du besoin de choisir ; en un mot : "tout est possible, tout peut arriver !". L'ambition éducative trouve sa place avec la statistique : elle apporte une distinction entre l'augmentation de l'incertitude liée à l'essor des prises d'initiative liées au progrès et à sa réduction issue de notre meilleure connaissance de la prise de risque. Apprendre à doser la prise de risque, n'est pas simple manière d'apaiser les craintes engendrées par le futur, mais seule façon de rendre intelligible ce futur. La culture du risque, ramenée à l'objectif institutionnel de l'école de tout mettre en œuvre pour que chaque élève reçoive les bases scolaires lui permettant de prendre sa place dans la société, ne peut laisser ce levier de commande réservé à ceux qui possèdent la connaissance de son maniement. Le sujet pensant, selon les auteurs précédents, entre de plus en plus dans la connaissance par le biais de la complexité, de la confrontation à l'incertitude et du dosage de la prise de risque. Le fait statistique s'impose donc à nous ; libre à chacun de s'y associer. Par contre, son enseignement devient prescription scolaire et donc fait professionnel personnel pour les enseignants.

3.3.4. La question de l'impartialité de l'usage statistique face aux choix philosophiques et religieux

Pour gagner définitivement l'adhésion à l'idée d'un *fait statistique* indispensable à l'homme dans sa manière de penser, du moins pour l'enseignant qui ne peut plus l'ignorer, il faut pouvoir garantir l'impartialité de son usage à l'encontre des choix philosophiques et religieux du sujet pensant. Pour notre étude, référons-nous en cela à l'analyse du *fait religieux*, telle que le rapporte Régis Debray, Ce dernier donne trois caractéristiques fondamentales, constitutives du concept de *fait* (DEBRAY, 2002*).* Premièrement, il se constate et s'impose à tous ; c'est ce que nous avons essayé d'illustrer en introduction de cette partie. Deuxièmement, un fait ne préjuge ni de sa nature, ni du statut moral ou épistémologique à lui accorder. La statistique s'adresse à tout objet d'étude, sans zone protégée. Son histoire l'a montré en se risquant à sortir du cadre théocratique. La thèse de Jean-Claude Oriol (ORIOL, 2007, p. 18), le rappelle en précisant qu'« une pratique statistique, même simple, est un domaine où les hommes doivent s'aventurer avec prudence. » L'arrivée de l'approche statistique fut reçue comme mise en cause de la seule explication divine. Son introduction fut subtilement organisée par Pascal et Fermat comme recherche sur les probabilités des résultats aux jeux de hasard, et donc non immédiatement mis en rapport avec les réalités et les fondements de la vie quotidienne.

Plus récemment, au début du XX^{ème} siècle, la Statistique Générale de la France (ancêtre de l'INSEE), va se cantonner dans le seul domaine où la centralisation s'exerce, grâce à l'administration préfectorale et municipale. Elle va organiser les recensements, l'état civil et étudier l'évolution démographique (Annexes n° 2.1 et 2.2). Avec le Service de la démographie qui prit plus tard le nom de Service National de la Statistique, on perçut alors pour la première fois l'ampleur du risque encouru par un éventuel détournement des données. Du fichier militaire des mobilisables susceptibles de reconstituer une armée en secret, qu'en est-il advenu ? Les témoignages manquent pour connaître quelle fut véritablement l'utilisation des tableaux du contrôleur général de l'armée René Carmille, par exemple de 1942 à la Libération (Annexe 2.3). La sollicitation fut pressante ; ce dernier mourut à Dachau en 1945. Le cours de l'histoire a marqué la complexité des rapports entre pouvoir politique et domaine statistique. De plus, la statistique a investi également, depuis Condorcet puis Cournot et Quételet, le champ social et par Darwin, celui de la biologie. L'unité des différentes recherches précédentes fut installée par l'axiomatique de Kolmogorov en 1933. La statistique, pourvue désormais d'un canevas mathématique et d'un organisme l'INSEE (Annexe 2.4), cadré déontologiquement dans ses démarches par la CNIL, trouve enfin droit de cité parmi nous. Son utilisation, comme toute interprétation de données quantifiées reste de la seule responsabilité de l'utilisateur. L'usage de l'outil peut s'organiser sans que personne ne revienne sur le fondement du statut moral ou épistémologique qui autorise l'étude du fait statistique. Ce qui pour nous, installe l'obligation d'enseigner la distinction entre l'outil statistique et la production et l'interprétation de données statistiques par l'utilisateur.

Pour poursuivre le parallèle avec l'étude du *fait religieux*, Régis Debray apporte une troisième caractéristique : « Le fait est englobant. Il ne privilégie aucune religion particulière, considérée comme plus “vraie” ou plus recommandable que les autres. » Le fait statistique ouvre à la diversité des possibles. L'idée la plus répandue concernant l'élaboration des théories scientifiques est celle selon laquelle on doit partir de l'observation sans préjugé. Le scientifique doit rendre compte fidèlement de ce qu'il voit, entend, etc., en accord avec les situations qu'il observe, et doit être dénué de tout préjugé. Il doit se laisser conduire par l'expérience des faits. C'est le seul moyen pour lui de ne pas projeter ses croyances, préjugés, intérêts, dans le réel. L'usage de l'outil statistique permet de dépasser les opinions personnelles de chaque acteur ; l'exemple des travaux et conclusions de l'I.R.E.D.U. (Institut de Recherche sur l'Éducation) ou des résultats des évaluations internationales PISA (Programme International pour le Suivi des Acquis des Élèves) sont là pour illustrer ses usages dans le monde de l'enseignement. Ne pas s'arrêter à l'opinion personnelle, au fait brut, (du latin facere, faire : donnée de l'expérience, saisie par l'intuition sensible) mais s'en remettre au fait élaboré. Les faits expriment ce qui se voit mais aussi ce qui pouvait être tenu pour caché ! L'entrée dans l'ère de l'évaluation des projets, oblige à se doter de critères d'évaluation de leur conduite. Parler de fait statistique, c'est se contraindre à objectiver les actions et prises de décisions à l'intérieur desquelles nous sommes partie prenante. L'ouverture obligée aux critiques, et décisions diverses impose l'argumentation et l'investissement responsable de notre point de vue.

Partis d'une *préoccupation statistique*, nous en avons précisé les contours pour cerner les dimensions de *fait*, *fait de société*, *fait sociétal* et enfin, rapportée au questionnement qui nous absorbe ici (ajout d'une garantie supplémentaire dans le traitement rationnel des faits observés, assurance d'un respect éthique), au *fait professionnel et personnel*, qu'il représente actuellement pour tous et particulièrement pour les enseignants. Nous pouvons traduire ces multiples appartenances en l'émergence et l'actualité d'un *fait statistique*. Ce statut de *fait statistique*, explique que la demande de son insertion scolaire se réclame en tous lieux. Associé à la spécificité de la démarche statistique, il constitue ce que nous appellerons une *pensée statistique*. C'est ce que nous essayerons de préciser dans la continuité de cette première partie.

4. Du fait statistique à la pensée statistique

Le fait statistique ayant été défini dans la section précédente, nous ne reviendrons pas sur la légitimité de la rationalité du traitement statistique, mais plutôt sur la pertinence et les répercutions de l'introduction de son enseignement. Cette introduction sera lue, au travers de sa contribution au rapport à la connaissance et à la mise en savoirs par le biais d'une *pensée statistique*, ainsi qu'à son impact sur les aspects didactiques et pédagogiques de l'enseignement du professeur, marqué par un *esprit statistique*.

4.1. L'apport de la statistique dans le rapport à la connaissance

Dans un monde marqué par l'ampleur de l'information, la statistique favorise le passage vers la connaissance (considérée ici comme prise en compte rationnelle et objective de l'information) et vers sa capacité de l'agréger à un savoir (insertion logique et cohérente de toute nouvelle connaissance à l'intérieur du savoir personnel de chacun, lui-même fondé sur des bases universitaires, retenues comme indispensables sur le plan scolaire). Un effet sur la connaissance est notable, s'il permet une ouverture vers l'information, s'il protège de la sorte tout risque de fermeture, d'exclusion dictée par la méconnaissance, le manque d'apport scolaire, la peur du risque, l'isolement idéologique etc., en un mot, s'il écarte tout évitement trop rapide lié à des partis pris personnels ou à des a priori déjà installés. Ce qui revient à repérer quels peuvent être certains éléments que l'apprentissage de la statistique apporte aux élèves, allant dans ce sens.

4.1.1. La statistique, une alternative au seul recours aux mythes

Se donner une représentation du monde, c'est se doter de connaissances par l'intermédiaire en autres des mythes et de la science. L'éclipse de soleil qui interrompit en 585 av. J.C. le combat entre les Mèdes du roi Cyaxare et les Lydiens du roi Alyatte, fut considéré en son temps comme un signe divin qui imposa la paix entre les deux belligérants grâce à l'arbitrage du roi de Babylone Nabuchodonosor II, allié des Mèdes. La légende dit qu'un mathématicien de l'époque, Thalès de Millet, (selon les témoignages rapportés par Aristote) l'avait pourtant prévue. Ce qui aurait modifié profondément le cours des événements. Le signe du ciel, autant que le mythe, peuvent en l'absence d'explication rationnelle donner la réponse aux phénomènes naturels et le pouvoir à ceux qui l'auront anticipé. L'issue du combat fut rattaché à la volonté des Dieux, par la non prise en charge du mouvement des astres. Peut-être, à l'époque, était-il aussi plus prudent de ne pas divulguer trop rapidement des anticipations humaines au risque de paraître destituer le pouvoir de décision des Dieux ? La statistique qui permet ainsi dans le cadre d'un risque d'erreur calculé, de mesurer la probabilité des événements à venir, ouvre par là, la possibilité de réduire ce recours aux mythes pour se joindre d'avantage à la réponse portée par la science. Par le détour statistique entre autre, l'homme resserre l'espace laissé à l'inexpliqué, imagé par les légendes, la mythologie. Sans s'exonérer totalement des mythes qui ont toute leur importance dans l’imaginaire de l’homme, la statistique peut fournir un balisage, certes moins précis que ce qu’habituellement la science mathématique apporterait, mais comblant cette interface entre l’explication rationnelle et le non expliqué. Combien de fois, démunis par la brièveté d’une situation, glissons-nous à notre insu de la première à la seconde ! Écoutons pour cela le poète Saint-John Perse (SAINT-JOHN PERSE, 1963, pp. 167-168) : Quand on contemple…

« le drame de la science moderne découvrant jusque dans l’absolu mathématique ses limites rationnelles ; quand on voit, en physique, deux grandes doctrines maîtresses poser, l’une un principe de relativité, l’autre un principe “quantique”, d’incertitude et d’indéterminisme qui limiterait à jamais l’exactitude même des mesures physiques ; quand on a entendu le plus grand novateur scientifique de ce siècle, initiateur de la cosmologie moderne et répondant de la plus vaste synthèse intellectuelle en termes d’équations, invoquer l’intuition au secours de la raison, et proclamer que « l’imaginaire est le vrai terrain de germination scientifique », allant même jusqu’à réclamer pour le savant le bénéfice d’une véritable “vision artistique”, n’est-on pas en droit de tenir l’instrument poétique pour aussi légitime que l’instrument logique ».

L’approche probabiliste ne doit pas donner l’impression d’entrer en opposition ou en concurrence avec la démarche scientifique, au risque de favoriser l’inaction de beaucoup. Dans ce cas, un enseignement de la statistique peut apporter réponse à ce dilemme, évitant de positionner science et imaginaire en conflit d’interprétation du réel mais plutôt dans des registres complémentaires. Citons au passage un extrait des propos de Catherine Bréchignac[5] (BRECHIGNAC, 2009, p. 17) :

« On reproche parfois au scientifique une façon de penser fondée sur la stricte rationalité, enfermée dans des lois et des formules. Le rationnel n’empêche en rien ni l’imaginaire, ni la science fiction. L’imaginaire n’est certes pas le royaume de la science mais, indispensable à l’homme, il est, en un certain sens, indispensable à la science. Le savant qui ne sait y puiser ses hypothèses, même les plus improbables, ne peut être créatif. Cela n’implique en rien que toute projection de l’esprit ait été concrétisée. Cela signifie que toutes les hypothèses doivent être émises dans une liberté totale. Lorsque l’on borne le paysage à ce qui est connu et reconnu, n’importe qu’elle nouveauté semble incongrue. »

Mais là aussi, prenons garde à ce que l’usage de la statistique ne suggère pas l’installation de nouveaux mythes, statistiques cette fois-ci ! Sans revenir à l’illusion de l’homme “moyen”, recherché par Quételet, ou par l’anéantissement total de l’imaginaire par une approche statistique exclusive, méfions-nous aussi des effets d’un enseignement trop expéditif par lequel le recours à l’invocation magique de la courbe de Gauss, suffirait à satisfaire l’élève, l’étudiant, sans aller plus loin dans la compréhension des phénomènes observés ni dans la recherche du moyen permettant d’équilibrer par exemple les résultats des élèves d’une classe entière.

4.1.2. La statistique, un apport complémentaire à la démarche scientifique

[5] Directeur général de 1997 à 2000 puis Présidente du CNRS de 2006 à 2010 ; elle préside également le Haut Conseil de biotechnologies et le Conseil international pou la science (ICSU).

Dans un XVII^{ème} siècle focalisé encore sur la toute puissance de Dieu, acteur incontournable du devenir de l'homme et du monde, Descartes, par l'intermédiaire de son texte de référence *Le discours de la méthode* (1637), est le premier à évoquer la recherche d'une vérité qui ne puisse être contredite. L'existence de toute chose comme de tout essai de démonstration doit se soumettre à l'exercice du doute. La structure du discours scientifique s'appuie sur la véracité de sa logique de construction et sur l'axiologie qui la définit. Si Descartes fonde sa réflexion sur la recherche de certitude par le raisonnement méthodique, Claude Bernard la prolonge par l'écriture de son ouvrage traitant de *L'introduction à l'étude de la médecine expérimentale* (1865). Il y expose l'idée d'hypothèse et de recours à l'expérimentation qui n'est plus lecture de la globalité d'une situation mais analyse d'une de ses parties, pour focaliser le regard sur une des dimensions précises retenues. On le perçoit aisément : cette perception de la science paraît désormais bien imparfaite. La statistique la complète par différents aspects :

- Sur quoi de tangible porte l'observation ?
- Quelle devra être la forme de l'observation ?
- Comment s'organise le traitement des données recueillies ?
- Comment se fonde l'interprétation des résultats pour construire la conclusion ?
- Quelle forme sera retenue pour la communication de ces résultats ?

Les quatre derniers items sont classiquement retenus par ce qui est compris dans l'appellation "d'analyse statistique" ; ils enrichissent le traitement mathématique classique. Par contre, la première retient particulièrement notre attention sur plusieurs points. Tout d'abord, elle impose l'exigence d'isoler les éléments à observer et de les extraire momentanément de leur environnement, si l'on veut leur donner une distinction singulière. L'analyse ne porte pas forcément sur des éléments directement observables, quantifiables, faciles à extraire de la réalité. La statistique passe avant tout par la définition des caractères à observer, et oblige du coup à conceptualiser ces traits de caractère. C'est l'œuvre du statisticien que d'assigner à l'objet examiné, le marquage de ses limites, de ses caractères constitutifs et par là, de sa spécificité et de l'intérêt à le placer au centre de son propos. La démarche statistique concourt également à spécifier le discours de l'homme, fait d'une lecture de son environnement qui dépasse la simple représentation première de celui-ci. La statistique aide à l'élaboration de ce discours par l'acceptation de plusieurs dimensions ; il nous faut prendre conscience que tout se joue en devenir autour de nous, que le regard que nous portons sur notre environnement, ne représente qu'un échantillon de la globalité du (des) phénomène(s) observable(s) ; d'où l'impossibilité d'une reproduction à l'identique des effets appréciés et l'acceptation malgré nos efforts pour la minimiser, d'une part d'incertitude entourant les problèmes, et d'une résignation à en accepter une quotité irréductible, que la variabilité du monde tient de l'imprévisibilité du temps qu'il fera, comme de la non "prédictibilité" de l'homme, de son comportement actuel et futur. Mais aussi, que l'inconscient ou le hasard ne peuvent être identifiés comme êtres indépendants, jouant d'intelligence, de malice voire de compromission etc.

4.1.3. La statistique, une manière de renouer des liens entre théorie et pratique

Identifiée comme science, la statistique doit apporter la preuve de son efficacité à nous approcher de la vérité. Mais dans le domaine de l'éducation, sont-ce deux exigences compatibles ? La statistique doit être considérée comme support pour éclairer les décisions, non comme pouvoir absolu de décision. Elle permet à partir d'une expérience pratique, d'échafauder une explication, et donc par exemple, de vérifier au plus près la concordance de la conduite réfléchie de la classe et l'efficience des résultats obtenus. Un usage mal préparé, peut ainsi rapidement inviter l'enseignant, à traiter des variables qualitatives de façon quantitative, à ne pas remarquer la dépendance de deux variables, à ne pas savoir comment installer un vrai espace de prise de données etc. Par ce va-et-vient incessant, la statistique devient objet de formation intellectuelle en aidant l'étudiant, le professeur, le chercheur, à passer de l'aspect utilitaire à celui d'une formation à la démarche d'observation, de l'observation des faits à celui des relations entre ces faits, de l'analyse de l'entité à celle de ses parties observables (recombinées par la suite), de l'examen d'une situation statique à son interrogation en tant qu'unité dynamique. La statistique représente donc le premier passage réel pour l'élève entre travail projeté et travail produit, pour le maître entre théorisation de l'expérience et mise en pratique de la théorie. Au plan général, l'essor de la statistique et des probabilités assure un lien entre la théorie et la pratique. Il permet ainsi aux mathématiques de tenir une place grandissante dans la vie quotidienne. Depuis le congrès des mathématiciens à Paris en 1900 (sacrant la place théorique, solide et immarcescible des mathématiques), jusqu'aujourd'hui, la responsabilité des mathématiques à l'orée du XXIème siècle, s'est vue profondément marquée par son emprise sociale ; la statistique, comme d'autres actions, par la dialectique imposée entre conceptualisation et observation / expérimentation, contribue au rôle d'antidote nécessaire à la tentation scientiste. Il en est de même avec son ancrage dans la continuité de l'axe du temps.

4.1.4. La statistique, une façon d'admettre le présent et d'anticiper le futur

La statistique permet de porter un regard mesuré sur le passé. Elle offre ainsi la possibilité d'une comparaison quantifiée d'aujourd'hui, pour éclairer le présent. Mais surtout, elle oblige l'ouverture d'une exigence de transparence des critères et des mesures qui ont permis l'élaboration de ces chiffres. L'orthographe fournit un exemple anecdotique montrant que l'on doit passer de la méfiance face à une somme d'exceptions hermétiques, à une analyse raisonnée de l'écrit. Relisons en cela, les propos de Bernard Pivot, préfaçant l'ouvrage de J.P. Colignon, intitulé “L'orthographe, c'est logique !” en ces termes (COLIGNON, 2003, pp. 5-6) :

« L'idée s'est répandue dans le public que l'orthographe française est difficile parce qu'elle s'est constituée au petit bonheur la chance, qu'elle obéit rarement à des règles, que d'ailleurs les exceptions en sont la monnaie courante […]. Faux, parce que “l'orthographe, c'est logique !” Ça ne l'est pas toujours, mais ça l'est le plus souvent. […] Les probabilités de tomber sur l'orthographe juste sont autrement plus grandes quand on a de la jugeote et l'esprit rigoureux que lorsqu'on se fie “au flair” et à la chance ».

Regard sur le passé et le présent, mais aussi sur le futur ; le chemin semble plus long car il intrigue depuis longtemps les scientifiques comme l'humanité en général. Pour cela, relisons la thèse de Jean-Claude Oriol. Ce dernier montre que très tôt déjà, dans la période babylonienne du premier millénaire, où des notations liées au cadastre portaient des indications concernant le lever du soleil et de la lune *« permettant ainsi l'apparition d'une vraie astronomie prévisionnelle »* (GOODY, 1993, p.167). Ces faits donc montrent, toujours selon cet auteur (p. 10) :

« qu'en quelques pas nous sommes passés de listes d'objets et de nombres, c'est-à-dire un début des statistiques descriptives à une véritable approche de statistiques prévisionnelles. Ce double aspect de ces listes, d'une part le codage

réservé à ceux qui en connaissent les clés, et d'autre part la prévision d'un futur par essence imprévisible, va installer pour longtemps respect et défiance vis-à-vis du statistique. Comment en effet ne pas être empli de respect pour celui qui sait à l'avance ce que l'on va trouver dans une jarre ou dans une tablette d'argile et ne pas craindre celui qui par la lecture des tables arrive à prévoir les phases de la lune ? ».

Et, en revenant à un développement de la pensée scientifique nourrie de la pensée d'Aristote, Jean-Claude Oriol fait remarquer qu'elle servit de point d'appui à la doctrine officielle de l'église, par la démarche de Thomas d'Aquin (1225-1274). Cependant, il ajoute alors (ORIOL, 2007, p. 20) :

« Mais ce qui a permis le développement de la pensée et de la méthode scientifique, devient un obstacle pour développer une pensée statistique, […car] lorsqu'on lit chez Aristote (Aristote, Derniers analytiques) dans le début du chapitre VIII des « Derniers analytiques » : " Toute conclusion démontrée est éternelle : il n'y a donc pas de démonstration pour les choses périssables, de même qu'il n'y a pour elles que science d'accident. - Les définitions sont éternelles comme les démonstrations, dont elles ne sont qu'une forme. – La démonstration peut s'appliquer à certaines choses passagères, mais dont l'essence est éternelle, par exemple certains phénomènes naturels " on retient qu' « il n'y a pas de démonstration pour les choses périssables ».

Après ce rappel, il appert que la prévision du futur s'est installée comme un affront à l'ordre religieux pour qui seul Dieu peut prévoir et régenter toute destinée. L'organisation d'une pensée statistique, s'ancrant dans l'axe du temps, tirant des conclusions, sources de projection et d'orientation des actions de l'homme, ne fut jamais chose facile. La transgression ne fut possible que par le biais de la recherche permettant d'échafauder la théorie des jeux (Pascal…). Néanmoins, force est de constater que cet interdit perdure sous forme d'effets imperceptibles et inconscients : qui n'a pas entendu parler de ces chercheurs férus de respect à l'encontre des méthodes rationnelles dans leur besogne professionnelle mais qui s'en réfèrent aux prédictions d'un voyant pour répondre à leurs interrogations personnelles ? Cette protection par la statistique face au risque d'enfermement dans une lecture actuelle, et spontanée des événements, complète l'effet d'analyse objective des aspects pédagogiques de la formation de l'élève, obligé de surseoir ainsi à notre intention spontanée de résultat immédiat.

4.1.5. La statistique, un moyen d'apprécier la complexité du vivant

L'étudiant comme l'enseignant qui se voit confier des élèves dont il aura la charge d'aider à la construction de leur savoir, n'échappe pas aux problèmes de la complexité du vivant. Appuyons-nous sur l'ouvrage de Hervé Barreau (BARREAU, 1990), pour revenir sur les recherches conduites par G. Canguilhem dans sa thèse de médecine[6], et en particulier sur son analyse de l'*Introduction à l'Étude de la Médecine expérimentale*. Barreau rappelle de Canguilhem expose :

« cinq raisons qui rendent la méthode expérimentale beaucoup plus délicate à manier dans les laboratoires de biologie que dans ceux de physique et chimie.

[6] Pour exposer les deux problèmes évoqués dans sa thèse de médecine sur le normal et le pathologique, intitulée *Essai sur quelques problèmes concernant le normal et le pathologique* (1943), Georges Canguilhem se réfère pour, l'essentiel, à Auguste Comte, surtout à la 40e Leçon du *Cours de philosophie positive*, et à Claude Bernard, surtout à l'*Introduction à la médecine expérimentale* .

Tout d'abord, il faut prendre garde à la spécificité du vivant, qui accuse à tous les stades de la différenciation, de variété en variété, d'espèce à espèce, de l'animal à l'homme. Ensuite à l'individuation, […] qui n'autorise pas à considérer que tous les individus d'une même variété qu'on soumet à des expériences sont exactement les mêmes. Troisièmement à la totalité de l'organisme, […] qui ne permet pas de considérer un organisme diminué d'un organe puisque l'amputation en a fait un autre organisme. Quatrièmement à l'irréversibilité des phénomènes biologiques, qui contraste avec la réversibilité au moins élémentaire des phénomènes mécaniques […]. Enfin on ne peut faire fi des problèmes éthiques, que pose l'expérimentation sur des sujets humains […] ». (BARREAU, 1990, pp 78-79)

Ces cinq repères distinctifs, sont profondément liés par leur problématique et les réponses à y apporter à celles de l'éducation d'une part et d'autre part, à l'apprentissage de la statistique : idées de variabilité, de dualité et complémentarité entre variables descriptives d'une partition d'une population ou de sa fonction évolutive, de relation systémique entre les variables, d'irréversibilité et de protection éthique entourant les phénomènes observés. La statistique, ouvrant l'accès au “vivant”, nous aide ainsi à porter un regard global sur ce qui nous entoure et également sur notre action d'enseignement.

4.2. L'apport de la statistique à la mise en savoir

Après avoir recherché quelques éléments d'aide que l'apprentissage de la statistique pouvait apporter à la prise de connaissance, parcourons le même travail avec la mise en savoir de celles-ci.

4.2.1. La statistique, une aide à la conceptualisation de ce qui nous entoure

La statistique, par la plasticité du regard qu'elle nécessite, sert de paravent contre tout biais d'observation personnelle. Le dépassement du contexte étudié (décontextualisation, détemporalisation, dépersonnalisation), peut sembler atteint mais le simple changement d'échelle d'observation fait vaciller toute conviction ; Michel Serres encore, (SERRES, 2003, p. 17), fait remarquer : « L'eau coule, mais la falaise coule aussi bien, puisqu'elle s'écroule en blocs et sablons, comme l'eau et comme l'histoire des hommes, en autant et plus encore de stades ou d'échelons. Les solides coulent tout autant que les fluides ; un peu plus durs, plus résistants, ils y mettent plus de temps. ». Ce jeu de changement d'échelle, de repères, oblige à un effort de conceptualisation de ce qui nous entoure, à condition que nous soyons aidés en cela. La statistique peut également proposer sa contribution pour nous protéger du risque d'enfermement culturel en nous invitant à dépasser notre espace-temps. Michel Serres continue (p. 27) :

« Les différences dont nous cuisons le pain de nos haines ordinaires, de nos mépris charnels et de nos petits savoirs, s'amenuisent dans une durée imperceptible ; les influences historiques pèsent peu auprès des causes immensément longues qui formèrent tel ou tel neurone dont l'excitation concourt à telle perception ou à telle émotion. Les conditions de la diversité culturelle ou individuelle rapetissent soudain en différentielles évanouissantes. […] Récents et rigoureux, nos compte-temps ramènent une nature, […]. »

A contrario, la statistique peut-elle se percevoir comme élément susceptible de modifier l'être, dans sa dimension personnelle le rattachant à son milieu, son histoire, son devenir ? La question est à poser si l'on tient compte de la crainte émise par les enseignants, interrogés par questionnaire sur leur perception de la statistique en tant qu'objet d'enseignement (section 2 de la partie 2 de ce mémoire). Ils en acceptent l'aspect "technique nouvelle de lecture du monde", mais en redoutent aussi le risque d'emprise sur le regard et sur le cadre de lecture que l'utilisateur porte à son environnement. En un mot, y a-t-il menace de modification culturelle de l'individu ? Pour nous aider dans cette réflexion, nous nous appuierons sur les recherches de Régis Debray, et du discours qu'il prononça lors de la conférence inaugurale du deuxième atelier culturel à Séville, le 28 juin 2007, à l'invitation de Fondation des Trois Cultures.

Il nous invite tout d'abord à la méfiance dans l'utilisation du terme "culture" (p. 27) :

« Commençons par culture, un de ces mots qui ont plus de valeur que de sens, plus d'usage que de clarté et dont on a compté jusqu'à cent définitions possibles. Par étymologie (colère, faire pousser, cultiver), il se situe entre culte et agriculture. […] Il figure parmi les plus dangereux, parce que matière à d'infinis quiproquos ».

Dans le même texte, Régis Debray place ensuite le mot "culture" dans l'assertion classique « *culture de l'esprit, [du] travail d'un individu sur lui-même […] lieux de culture – musées, théâtres, cinémas, concerts*» et le situe en parallèle du terme de « *civilisation, désignant de son côté une réalité collective et plus profonde, à la fois mentale et incarnée, gastronomique, érotique et rythmique.* » Il précise donc :

« Il faut entendre par culture, au sens fort, tout ce qu'une société s'accorde à tenir pour réel, et qui la définit. […] Nous ne donnons pas le même degré de réalité aux mêmes choses, et cet indice éminemment variable, dépend du prisme formé par l'ensemble des relations qu'un groupe d'hommes historiquement constitué entretient avec l'espace, le temps, la terre, l'autre sexe et la mort ».

Vers la fin du texte, Régis Debray pose d'ailleurs la question de savoir si une technique nouvelle interfère sur les modifications culturelles de l'individu, en ces termes :

« Si on regroupe ainsi sous le terme culturel tous les suppléments de bagages ajoutés, par l'histoire des civilisations au programme génétique et invariant de l'espèce, il faut pousser l'analyse plus loin. […] d'où la question devenue névralgique pour des sociétés remuées de fond en comble par les séismes technologiques en cours : comment le fait de culture se distingue-t-il du fait technique » ?

Avec l'appui de plusieurs exemples, l'auteur montre (pp. 30-31), que :

« Le progrès, qui a un sens précis en matière de technique et scientifique, n'a pas le même en matière culturelle. La culture fractionne l'espèce humaine en personnalités non interchangeables – ethnies, peuples et civilisations - alors que la technique l'unit, en rendant nos objets inter-opérables. […] Les lieux de mémoire, et la mémoire des lieux favorisent l'ethnocentrisme ; les épidémies, de "dernier modèle" téléphone tri-bande, écran plasma ou 4x4, alimentent le cosmopolitisme ».

La statistique en tant qu'instrument nouveau, doit être mise à disposition de tous. Personne ne peut être tenue à l'écart de cette connaissance nouvelle. Certes, cet outil ne se limite pas à ses aspects technique et scientifique. L’approche statistique réclame une nouvelle posture d’observation de notre environnement, mais les valeurs que nous portons sur ce dernier restent inchangées. C’est en cela que nous pouvons dire, en nous aidant de la réflexion de Régis Debray : la statistique est réflexion et posture nouvelles, permises par le biais d’une nouvelle technique de lecture et d’analyse du monde mais elle ne modifie pas à elle seule, le point de vue culturel de l’acteur. Ce qui permet à Régis Debray de conclure son article (pp. 31-32), par deux constats. En premier lieu, « *Une technique ancienne ou nouvelle, est universalisable, non une culture* »et en second lieu, « *toute technique [nouvelle] est lieu de progrès, avec des cliquets d’irréversibilité (de non-retour en arrière), mais qui n’ont pas cours dans le temps culturel* ».

4.2.2. La statistique, une prise en compte de notre rapport incertain au savoir

Revenons sur la réflexion soutenue par Edgar Morin. A la demande de l’UNESCO (MORIN, 2000), ce dernier a apporté sa contribution, pour essayer d’analyser l’évolution du monde au travers des concepts qui selon lui, semblent indispensables à appréhender, pour pouvoir comprendre les enjeux du futur. Il avance de ce fait, plusieurs chantiers de questionnements sur le contenu et la manière d’apprendre qui interpellent en toute logique l’école. En premier lieu, il interroge notre démarche de pensée en invitant entre autres (p. 9) à « armer chaque esprit dans le combat vital de la lucidité ». Il encourage à sortir de la tendance à occulter dans notre rapport au savoir, tout effet d’erreur ou d’illusion. Il rappelle au passage que la pertinence de la connaissance d’une situation, ne peut se chercher qu’à partir de son appréhension globale, systémique. Les sciences nous ont jusqu’ici fait côtoyer beaucoup de certitudes mais nous confrontent dorénavant à l’appréciation et au dosage de l’incertitude. « Il faut apprendre à naviguer dans un océan d’incertitudes, à travers des archipels de certitude » (p. 14). Nous avons pris conscience, qu’il fallait maintenant tenir compte de l’inattendu ; l’enjeu demande à ce que nous puissions “faire avec lui”, de la manière la plus lucide et constructive.

En second lieu, Edgar Morin sur le plan éthique, évoque la complexité de l’être humain (physique, biologique, psychique, culturel, social et historique). Il insiste sur l’obligation d’inclure l’identité particulière de soi comme de l’autre dans l’échafaudage des savoirs. Il convoque également la conscience de l’“identité terrienne”, de cette obligation de survie qui presse l'être humain à se considérer non plus comme unité isolée mais comme partie prenante de l’avenir terrestre. L’éthique du genre humain doit honorer le triptyque de l’être : individu, membre d’une espèce, membre d’une société d’où les liens forts qui relient ces trois facettes : le respect individuel, la recherche permanente de la démocratie et la prise en charge de la responsabilité planétaire. Cette éthique de vie convie également la compréhension de l’autre qui passe par l’accompagnement du message, de la communication de celui-ci. Par ses positions, Edgar Morin complète la nécessité du regard statistique à porter à notre environnement. Il ne la limite pas à l’aspect technologique, et lui assigne aussi la participation à une prise de responsabilité éthique, philosophique et éducative. L’école doit entendre le message afin d’installer les bases de son enseignement futur. Pour préciser ses considérations sur l’homme face à l’incertitude, Edgar Morin explique (p. 87), que le XX^{ème} siècle :

« a découvert la perte du futur, c'est-à-dire son imprédictibilité […] Une grande conquête de l’intelligence serait de pouvoir enfin se débarrasser de l’illusion de prédire le destin humain. L’avenir reste ouvert et imprédictible. Certes, il existe des déterminations économiques, sociologiques et autres dans le cours de

l’histoire, mais celles-ci sont en relation instable et incertaine avec des accidents et aléas innombrables qui font bifurquer ou détourner son cours».

L’incertitude se découvre à la relecture historique du déclenchement des guerres, des idées et actes déviants qui concourent à la catastrophe ou au mieux être. L’acte vital de création passe inévitablement par la loterie de “l’oser” innover qui fait prendre des risques en retour à soi et aux autres. L’évolution passe par l’aspect ambivalent de la création, indispensable, non sans avantage ni risque, qui pousse en avant dans une “dialogique” entre :

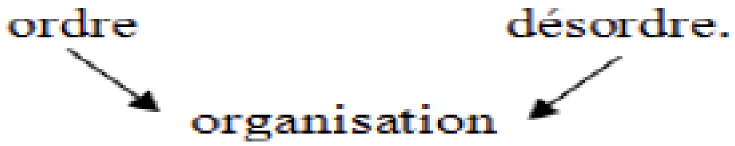


Figure 8 : La dialogique ordre – désordre

Notre approche du monde, passe par le même glissement : les faits sont traduits puis reconstruits intérieurement, et subissent les aléas de notre inconscient (cheminement non totalement logique, confusion entre démarche rationnelle et rationalisation, impossibilité d’auto-analyser notre propre sincérité). D’un autre côté, tout essai d’anéantissement de l’incertitude, course éperdue vers la “grande certitude”, dériverait facilement vers le péril de l’explication doctrinaire. Ce qui fait dire à Edgar Morin (p. 94) : « La conscience du caractère incertain de l’acte cognitif constitue une chance d’arriver à une connaissance pertinente, laquelle nécessite examens, vérifications et convergence des indices ». Le réel n’est pas ce qui paraît évident ; en lui réside encore une part de possibles non encore avérée. Toute action à engager, va s’inscrire dans un ensemble d’interactions qui lui répondront. Pour en décider, il faudra tenir compte en amont, comme pendant son déroulement des effets aléatoires qu’elle va rencontrer. L’outil statistique accompagnateur de projets, devra se concevoir en évaluation évolutive. A notre habitude d’agir selon des programmes d’actions, devra se substituer celle de stratégies, prenant en compte les modifications permanentes du système.

4.2.3. La statistique, une acceptation de l’imprévisibilité, un dépassement du déterminisme

Le déterminisme de la physique classique, par exemple, héritée d’Isaac Newton, bousculé par l’arrivée de la mécanique quantique au début du XX$^{\text{ème}}$ siècle, doit maintenant accorder une place aux probabilités de positionnement des éléments dans la matière, à la fluctuation de leur valeur énergétique. Toute référence à la physique classique, doit accueillir une part d’imprévisibilité. A l’école, la liste des nombres obtenus par les jets successifs d’un dé, constitue-t-elle le meilleur exemple d’organisation d’une série aléatoire ? Aux yeux des élèves, le jet d’un dé devrait pouvoir se régler de manière totalement déterministe, connaissant sa position de départ, des caractéristiques précises des mouvements successifs etc. Mais le moindre décalage de trajectoire, d’impulsion, auront pour conséquence, une erreur de prévision qui grandira de façon exponentielle (théorie du chaos). Cette illustration habituelle par un “lancé au hasard” ne devrait pourtant pas en être une ! Si elle le devient, elle doit être accompagnée d’une explication ! L’acceptation de l’idée de variabilité doit se vivre comme une « rupture épistémologique » profonde, vertigineuse même ! Habituellement, les mathématiques se consacrent à l’étude du vrai et du faux et fonctionnent suivant des raisonnements de type déductif. Au plan symbolique, on peut voir dans cette prise en compte de l’incertain par l’école, la fin d’une pensée déterministe qui, au moins dans les sphères savantes, chancelle depuis quelques décennies. Elle marquerait la possible entrée dans un nouveau paradigme. C’est ce que nous aborderons plus profondément dans la section 5 de cette partie, qui en appelle à la prise en compte de la complexité au sens d’Edgar Morin (MORIN, 1982), où toute connaissance serait de type statistique. « *Même si elle n’est pas explicitée, et peut-être justement parce qu’elle ne l’est pas, cette mutation peut s’avérer inconfortable et déclencher des résistances* » (VERGNE, 2004). Le déterminisme, a structuré en son temps une stricte approche scientifique. L’incertitude, entité évanescente, imprévisible, indomptable, était tenue de côté. La redécouverte et la fréquentation du “hasard” ne doivent pas réintroduire au sein de l’école, l’impression éducative d’une dépossession de la responsabilité de nos actes. La prise de risque ne doit pas laisser apparaître un basculement dans un réalisme perçu comme fatalisme irréversible. Comment donc la statistique doit-elle être scolairement incorporée pour concilier dans l’acte éducatif les aspects réalistes et perceptibles du monde ? Cette question structure nos référents scientifiques, comme elle façonne par cohérence, notre posture d’éducateurs. La confrontation au “hasard”, oblige l’enseignant à se repositionner personnellement à son égard, et à montrer à l’élève, les différentes répercussions que sa présence engage à l’école dans le rapport au savoir et au “vivre ensemble”.

4.2.4. Retour sur l’idée de pensée statistique

Si derrière la pensée, nous entrevoyons comme Descartes (Deuxième méditation) : penser, douter, comprendre, vouloir, imaginer, sentir, nous en appelons aussi à Kant pour une pensée désignant les facultés qui rendent possible la connaissance élaborée au travers de concepts. Par contre, la pensée statistique ne pourrait pas être rangée comme l’auraient fait sous-entendre ces deux auteurs à leur époque, parmi les moyens permettant de porter des jugements ; elle s’impose simplement en élément de prise une décision. Elle permet d’exercer une activité réflexive, cadrée et outillée par la statistique, portant sur un objet à étudier et favorisant en cela un accès et un apport de connaissances. Elle ne se limite pas au raisonnement statistique ; elle englobe également divers éléments qui l’accompagnent et qui façonnent notre rapport au monde. La particularité essentielle que Daniel Schwartz (SCHWARTZ, 1994) lui concède, est de permettre de fonder une science du vivant. Il la caractérise ensuite par une pratique qui s’établit sur deux types de problèmes. Le premier, la description d’une population pour une caractéristique, un événement, une variable donnée, aborde entre autre, les aspects de variabilité, d’accès en général inaccessible à toute la population concernée, d’échantillons, de fourchette et de risques d’erreur consentis. La spécificité de ce premier type de problèmes parmi ceux présentés classiquement à l’école, réside d’après cet auteur, dans le constat (SCHWARTZ, 2001, pp. 4-5) « que nous avons été éduqués dans le domaine du certain, et que nous avons peur de l’incertain ». La seconde catégorie de problèmes est la description comparée, la recherche d’une liaison (éventuellement causale, entre deux populations pour la description du même caractère ou entre deux variables), qui nécessite l’utilisation de “tests statistiques” « permettant de savoir si la différence est imputable aux fluctuations d’échantillonnage, ou si elle est réelle (significative). […] Un facteur causal n’entraîne pas nécessairement l’événement, il suffit qu’il entraîne une augmentation de probabilité de cet événement. » D’apparence, seuls les problèmes de la première catégorie relève du champ d’apprentissage de l’école élémentaire ; quant aux seconds, à ce niveau scolaire, repérer des tendances ne pourrait conduire à aucune ambition de recherche de significativité ou d’exhaustivité. Par contre, comme le montre Nicolas Gauvrit, dans son ouvrage intitulé *Statistiques, méfiez-vous !* (GAUVRIT, 2007), un approfondissement important reste à amorcer avec les élèves en liaison avec des faits quotidiens, pour montrer la confusion permanente entre causalité et corrélation.Mais la pensée statistique est plus que la simple capacité à “faire fonctionner” des protocoles de résolution de problèmes tout en restant dans un cadre fixé par la statistique. Nous parlerons en cela d'un *esprit statistique*, qui porte à la découverte, qui œuvre à mettre en acte une forme d'intuition statistique chaque fois qu'une situation relève du champ d'action de la statistique. Pour Jean-Claude Régnier (REGNIER, 2005, p. 15), cette posture statistique, est profondément marquée par le rapport entretenu à l'incertitude et à l'erreur pour la prise de décision. Il précise :

« Le développement de l'esprit statistique est lié à celui du niveau de conceptualisation du risque encouru dans une prise de décision et de celui de la compétence à produire une modélisation de son contrôle qui ne laisse plus l'exclusivité à une compréhension ou une explication fondées sur une conception spontanée du hasard et du déterminisme […] L'esprit statistique requiert un renoncement à l'usage systématique de l'idée de vérité, pour chercher à maîtriser celle de vraisemblance, de plausibilité ».

L'approche statistique heurte bien des idées acquises. D'ordinaire, nous oublions en général la variabilité ; nous concluons d'emblée à une liaison de causalité ou devant cette impossibilité, nous rejetons tout manque d'explication rationnelle sur la seule responsabilité du hasard. Retrouvons maintenant l'idée d'un changement de paradigme, évoquée plus avant, par le passage de l'usage de la statistique dans notre approche des connaissances et du savoir.

4.2.5. La statistique, un changement de paradigme du savoir

Comme nous venons de le décrire précédemment, l'entrée dans une pensée statistique fait aborder le monde du vivant, de la décision de l'homme (problème de la variabilité), de l'analyse d'une situation pour établir un protocole de collecte de données (problème de la représentativité d'un échantillon), de traitement de ces données, d'interprétation de ces données (problème de la significativité). En se référent aux recherches de Thomas S. Kuhn (KUHN, 1962, p. 22-23), nous devons tenir compte du fait que lorsque les scientifiques ne peuvent plus ignorer plus longtemps les anomalies qui renversent une situation établie, dans une pratique scientifique donnée, alors commencent des investigations extraordinaires qui les conduisent finalement à un nouvel ensemble de convictions, sur de nouvelles bases de la pratique de la science. Pour notre cas, retenons deux ruptures : l'une interrogeant le fondement de notre démarche scientifique utilisée jusqu'ici et l'autre, questionnant notre vision commune de l'organisation de l'univers.

Pour la première entrée, Karl Popper, reprenant les préoccupations de Hume, remet en cause le fonctionnement classique de la science : si le déterminisme s'applique pleinement, les événements s'enchaînent de causes à effets, et le hasard est tenu de côté comme ensemble n'entrant pas dans cette logique. Alors le futur serait semblable au passé, entièrement prédictible. Or les faits montrent qu'il n'en est pas ainsi. Dans ce cas, la référence même à la science, est-elle possible ? Dans l'esprit de Kant et de Bachelard, K. Popper questionne toute idée d'induction qui, logiquement parlant, ne devient une méthode de recherche que si on la résume de la manière suivante par : hypothèse, test, conservation des hypothèses qui “survivent” au passage avec succès à ces tests et communication des résultats qui ne peuvent être que provisoires dans l'attente de nouveaux tests. Rien ne peut donc donner une validité logique totale à l'induction. De même, pour résumer l'évolution de notre rapport à la science, au savoir scientifique, revenons à Kurt Gödel, qui, en soulevant le problème de la complétude en 1929 (HOFSTATDTER, 1997), pose la question fondamentale de savoir comment être sûr que l'ensemble des règles de démonstration admises par la communauté des mathématiciens permet de se prononcer sur le statut de “Vrai” ou de “Faux” de n'importe quel énoncé mathématique ? Nous pouvons déclarer qu'une phrase est démontrable mais d'une manière générale, rien ne prouve que notre démonstration dans l'absolu, fondée sur les axiomes et règles de logiques retenues, permette d'affirmer avec certitude que l'assertion analysée, démontrée est vraie.

Pour la seconde entrée, citons Ilya Prigogine (PRIGOGINE, 1988, 1994, 1996) et l'idée que l'incertitude n'est pas due seulement à notre ignorance. Dans *La fin des certitudes* (Prigogine, 1996, p. 10), il questionne l'idée de Karl Popper selon laquelle *« tout événement est causé par un événement qui le précède, de sorte que l'on pourrait prédire ou expliquer tout événement…* » et « *par ailleurs le sens commun [qui] attribue aux personnes saines et adultes la capacité de choisir librement entre plusieurs voies d'action distinctes* ». Il évoque en cela le “dilemme du déterminisme” qui marque notre rapport au monde et en particulier au temps (p. 10) : « *le futur est-il donné ou bien est-il en perpétuelle construction ? La croyance en notre liberté est-elle une illusion ?* » « *La question du temps est au carrefour du problème de l'existence et de la connaissance*.» D'un côté, le temps ne serait plus une valeur retenue en physique, car relevant d'une vision étriquée à notre dimension humaine et de l'autre pourtant, des découvertes plus récentes montrent que la symétrie du temps, issue d'une perception déterministe, fait que qu'il ne peut y avoir confusion entre passé et futur. L'univers serait animé par des phénomènes dus à l'irréversibilité du temps. Selon l'auteur, il précise (p. 12) que cette dernière :

« ne peut plus être identifiée à une simple apparence qui disparaîtrait si nous accédions à une connaissance parfaite. […] La matière est aveugle à l'équilibre là où la flèche du temps ne se manifeste pas ; mais lorsque celle-ci se manifeste, loin de l'équilibre, la matière commence à voir ! Sans la cohérence des processus irréversibles de non-équilibre, l'apparition de la vie sur terre serait inconcevable. »

L'univers serait donc doté d'un potentiel d'auto-organisation, pouvant s'exprimer différemment avec le temps. Les connaissances actuelles nous révèleraient plutôt un monde instable, fait de fluctuations, de transformations et d'évolutions. Les lois de la nature ne seraient pas totalement aléatoires et imprévisibles ; en fait, il n'y aurait ni déterminisme pur ni hasard pur. Dans cet ordre d'idée, René Thom, en 1983, définissait sa “théorie des catastrophes” dans un entretien au journal Le Monde comme un moyen de rendre compte des discontinuités. Il précisait : “ La théorie des catastrophes consiste à dire qu'un phénomène discontinu peut émerger en quelque sorte spontanément à partir d'un milieu continu.” D'où son travail pour essayer d'établir une méthodologie, un mode de raisonnement, conduisant à prévoir, la chute d'une falaise, le déferlement d'une vague, les émeutes dans une prison ou les catastrophes économiques etc.

Ainsi, nous le constatons, la volonté par exemple de Cournot au XIX siècle,de rechercher toute marque de régularité au travers des événements apparaissant au premier abord, comme représentatifs du hasard pur, cette volonté donc se retrouve désormais expliquée, démontrée, cette fois-ci scientifiquement. Il y a désormais nécessité de questionner le hasard. D'un aspect anticipateur, minoritaire, elle devient passage incontournable à l'ensemble de la communauté des chercheurs pour aller dans le sens d'un approfondissement des phénomènes aléatoires. La science classique nous avait donné l'image d'un univers soumis à des déterminismes implacables que l'on peut définir sous forme de lois. Mais dès à présent, l'ère du déterminisme, de l'hégémonie des lois, semble s'installer à l'intérieur d'un ensemble englobant l'instable, le désordre, l'incertain. Il devient donc une obligation pour tous et, en particulier, pour les chercheurs comme pour les enseignants, d’approcher et de penser le hasard d’une manière rigoureuse, de l’envisager comme un effet du déterminisme et non plus comme sa négation. C’est dans cette optique que l’on doit reconnaître une place majeure à la notion de “complexité” initiée par Edgar Morin. C’est un défi et non une recette à la pensée. La complexité n’est pas l’exhaustivité mais la prise en compte des incertitudes et des contradictions. Elle ne rejette pas les idées claires, les déterminismes, les distinctions, les séparations, mais cherche à les intégrer. Comme le fait remarquer l’auteur dans *l’Introduction à la pensée complexe*, (MORIN, 1990, p. 21) « *La complexité est un mot problème et non un mot solution* ».

Ce changement radical de positionnement dans la manière d’orienter notre approche rationnelle du monde fait que nous pouvons avancer le terme fort de changement de paradigme. Nous ferons la transition avec le monde de l’éducation au travers des propos de Simone Weil (WEIL, p. 181) : « *Les théories sur le progrès, sur le génie qui perce toujours, proviennent de ce qu’il est intolérable de voir ce qu’il y a de plus précieux au monde, livré au hasard. C’est parce que cela est intolérable, que cela doit être contemplé.* » La sphère scolaire, ciment social autour d’une cohérence culturelle, constitue une part majeure de cet aspect sacré. Comme le fait remarquer Bertrand Vergely (VERGELY, 2000, p. 40). Il nous faut avant tout inciter les élèves à « *renoncer à aller chercher derrière un événement les causes de celui-ci, se demander en revanche, quand un événement se produit, si véritablement il est l’effet du hasard, […] entreprendre d’aller au-delà des apparences, en faisant surgir les causes qui gouvernent celles-ci et, derrière elles, l’ordre souvent inaperçu du réel*. » Avancer l’ambition d’enseigner la statistique à l’école élémentaire, c’est afficher la volonté, dès les fondements du savoir scolaire, d’aborder le hasard, la complexité du vivant, comme celle de l’évolution. C’est cristalliser la conjonction de ce changement de paradigme de la construction du savoir et de son contenu scolaire, au risque de heurter violemment nos habitudes et représentations communes. Edgar Morin (MORIN, 1990, p. 9) l’illustre de la manière suivante :

« Nous demandons légitimement à la pensée qu’elle dissipe les brouillards et les obscurités, qu’elle mette de l’ordre et de la clarté dans le réel, qu’elle révèle les lois qui nous gouvernent. Le mot de complexité, lui, ne peut qu’exprimer notre embarras, notre confusion, notre incapacité de définir de façon simple, de nommer de façon claire, de mettre de l’ordre dans nos idées. Aussi la connaissance scientifique fut longtemps et demeure encore souvent conçue comme ayant pour mission de dissiper l’apparente complexité des phénomènes afin de révéler l’ordre simple auquel ils obéissent. Mais s’il apparaît que les modes simplificateurs de connaissance mutilent plus qu’ils n’expriment les réalités ou les phénomènes dont ils rendent compte, s’il devient évident qu’ils produisent plus d’aveuglement que d’élucidation, alors surgit le problème : comment envisager la complexité de façon non-simplifiante ? »

La statistique introduit cet obstacle à l’adresse des parents et des enseignants face à l’élève qui s’approprie ce savoir ; plus qu’une difficulté à accompagner ce dernier, ils perçoivent la rupture épistémologique qu’elle participe à installer.

En parallèle, ce changement de paradigme s'ajuste de manière semblable au travers de l'évolution de l'idée de savoir donnée par l'école. En nous appuyant sur une réflexion autour du thème *“savoirs et connaissances, société du savoir et société de la connaissance ”,* présentée par Christian Philippe, I.P.R. de vie scolaire à Bordeaux, au Regroupement des documentalistes au CDDP de Périgueux, 27/04/2004, voici les pistes de réflexion que cette recherche suggère. Le questionnement porte sur l'apparition de nouveaux objets de réflexion pédagogique (formation tout au long de la vie, validation des acquis de l'expérience, place des savoirs sociaux et associatifs, compétences scolaires et sociales, formation initiale et diplôme etc.), Christian Philippe dresse quelques repères épistémologiques de l'évolution des savoirs :

« Le savoir serait avant toute chose le produit de sa valeur d'usage, proclamée historiquement et géographiquement conditionnée. Sa portée universaliste devrait être minimisée. Triompherait la raison instrumentale. On serait entré dans une société de flux mobile éphémère et non plus de stocks. Les sources de production du savoir se diversifient bien au-delà de la sphère scientifique et s'organisent sur des tensions et des rétroactions sociales et culturelles - Kuhn 1977 (tension essentielle entre conservatisme et innovation), Bourdieu 2001 (théorie du champ). Le savoir, dans sa dimension explicative des actions humaines, et dans les recours qu'il propose à l'action sociale, se construit dans une interaction permanente, qui associe l'acteur social profane et les savoirs savants. La diffusion est ainsi un processus même de production. La part de l'affectif, de l'irrationnel, des enjeux de pouvoir, pèse sur cette rétro- production qui est qualifiée par Giddens de «double herméneutique ». La science produite est un construit social. Sa neutralité axiologique revendiquée pourtant est éphémère, partielle et illusoire. La vulgarisation des savoirs sociologiques est exemplaire de cette réflexivité qui accompagne la production de tout savoir. »

Ce qui traduit l'évolution épistémologique de l'idée de construction du savoir de l'élève au sein de l'école : d'une production / transmission d'un ensemble de connaissances, à l'attente d'une appréhension cognitive correcte de la part des élèves, pour aller ensuite vers une observation des compétences, de l'idée d'évaluation et pour arriver enfin à dépasser une construction protégée du savoir par des spécialistes et l'élargir à un "construit social". Pour résumer les propos de l'auteur, comment se positionner face aux trois conceptions suivantes quant au rôle de l'école dans cette transmission des savoirs : la production et/ou la transmission, les processus cognitifs et/ou les usages sociaux des savoirs. Cette obligation marque l'évolution d'un continuum guidé, assuré de sa direction et de son appréciation, vers une coproduction de savoirs acceptant une marge d'aléatoire pour ces deux critères. L'entière certitude n'est plus de mise face à la recherche permanente de l'esprit critique ; notre savoir est en perpétuelle remise en question pour s'aligner sur ses capacités en actes, à affronter la multiplicité des situations de vie. Il n'est pas un niveau d'appréhension définitivement atteint, mais prise de décision, argumentation, échange, communication, construction permanente de ce qui fait sens pour l'élève, dans son environnement englobant de ce fait la variabilité (par exemple, une des attentes du Socle commun de compétence est l'évaluation de la prise d'initiatives). La statistique présente ici toute sa particularité à actualiser le passage scolaire vers un savoir englobant la prise en compte de l'aléatoire.

5. De la pensée statistique à l'esprit statistique

La section précédente a déjà relaté quelques effets qu'offre l'introduction d'un enseignement de la statistique dans le rapport que chacun entretient à la connaissance et aussi à son propre savoir. Il a également évoqué brièvement l'idée d'un *esprit statistique* par le fait qu'il pousse la pensée jusque dans une forme d'intuition statistique. L'intérêt ici d'une présence du *fait statistique* au sein de cette étude relevant des travaux réalisés en Sciences de l'Éducation, est de percevoir aussi, en quoi son apprentissage peut devenir outil d'aide méthodologique à l'analyse des faits éducatifs. Ce sont deux pôles nouveaux, par lesquels nous pouvons compléter l'approche de Jean-Claude Régnier et que nous aborderons dans la suite de ce propos.

5.1. L'apport de la statistique au sein des Sciences de l'Éducation

Après avoir essayé de parcourir ce que recelait l'idée de *pensée statistique* ; recentrons-nous désormais sur l'opportunité de son introduction à l'intérieur des Sciences de l'Éducation, auxquelles se rattache cette étude. Les terrains d'exploitation de la statistique n'hésitent pas à conduire son utilisateur parmi des situations qui l'exposent personnellement car elles n'occultent pas la place de l'homme au sein du vivant et donc de sa responsabilité et de ses choix. Introduire ce champ d'activités au sein de l'école élémentaire semble déstabiliser cet univers sécurisant et se traduire par une réponse tronquée par l'émotion (voir les réponses aux questionnaires de licence, maîtrise et DEA). Dans les faits, la statistique bouscule plus que la seule entrée dans le savoir, elle façonne aussi le rapport éducatif que l'élève conduira avec celui-ci.

5.1.1. La statistique outil d'investigation privilégié en Sciences de l'Éducation

La statistique, n'apporte pas de réponses brutes, immédiates. Elle est science construite sur une démarche d'investigation. En reprenant une expression de Dan Sperber (SPERBER, 1996, p. 131), elle donne accès à un dépassement de la lecture immédiate des faits courants constatés, en permettant de « donner à tous un plaisir intellectuel particulier, celui de voir le monde sous un éclairage d'abord déconcertant qui force la réflexion et qui, à la fois, relativise et approfondit les connaissances ». La référence au *fait statistique*, en retour, questionne le sujet qui devra alors fixer son observation sur des faits statistiques. Nous devrons les lire suivant des indicateurs qui seront à choisir parmi l'ensemble des éléments identifiables de la situation observée. Ces indicateurs ouvrant la voie vers l'évaluation d'une situation, d'un processus, d'un produit etc., devront être significatifs, c'est-à-dire choisis pour leur pertinence, relevés selon une procédure précise et mesurés en fonction d'une échelle “critériée”. Dans cette logique, les Sciences de l'Éducation, passent de l'analyse des faits de société aux faits scientifiques relevés, par l'intermédiaire de leurs disciplines scientifiques constitutives, qui font appel à la critique de faits scientifiques (historiques, sociologiques, économiques, ethnologiques etc.). Notons au passage l'extrait des propos de P. Erny. (ERNY, 1961, p. 54) que nous pourrions accepter comme charte de bon usage de la statistique : « C'est dans ce sens que nous parlerons d'ethnologie de l'éducation. Son but est d'étudier les faits, tels qu'ils apparaissent pour eux-mêmes, en cherchant à les décrire, à les comprendre, à les comparer, à les expliquer, sans porter sur eux de jugements normatifs, et sans nécessairement penser à l'application ». Le relevé des “faits” statistiques, est plus qu'une lecture spontanée, la plus rationnelle possible de la réalité. Comme le précise René Thom (THOM, 1983), « les faits doivent plutôt être vus en relation avec une problématique ; ce sont des réponses à un certain type de questions ». Il est évident que la recherche des faits statistiques se construit en dialectique avec la prise de conscience de l'événement observé et de la particularité de l'outil statistique. Dans leur contexte, les faits ne sont pas inscrits en caractères gras, directement lisibles ! Il faut les fonder. A la première lecture, le tout n'est qu'une dimension impénétrable au regard. Installer une observation, c'est parcelliser cette perception globale, après avoir choisi les objets d'observation et la manière de les observer ; ce choix dépendant lui-même de l'intention finale à atteindre. Notre tendance à extraire spontanément des réponses aux faits observés, contrarie la démarche inverse qui conduit d'abord à pointer les variables avant d'en observer les faits. Le découpage du réel en faits observables est un aboutissement comme le rappel S. Johsua et J.J. Dupin (JOHSUA &, DUPIN, 1993, p. 47) : « Seuls des esprits préparés, c'est-à-dire plongés dans un contexte théorique particulier, peuvent être à même de « découvrir » un fait inattendu, justement parce qu'eux peuvent distinguer ce qui, dans la théorie admise, est un fait attendu. ». L'apprentissage de la statistique concentre donc les savoirs et savoirs faire, nécessaires au bon usage de l'outil statistique. La statistique recentre aussi le sujet parmi les liens sociologiques, psychologiques, philosophiques etc. qu'il entretient avec le contexte observé. Plus qu'un ajout supplémentaire à l'ensemble des curricula scolaires, c'est l'éducation d'un regard nouveau à porter à notre environnement.

5.1.2. La statistique, lien unificateur des Sciences de l'Éducation

La statistique apporte donc son soutien - et ceci est important si on ramène notre propos à l'âge des élèves retenus par notre recherche - dans le dépassement des explications premières que pourrait représenter une parole originelle, voire sectaire, ou l'aspect animiste du monde. Nous constatons donc, et ceci en prenant appui sur les propos avancés par Michel Develay (DEVELAY, 2001, p. 64), que la statistique est au cœur des Sciences de l'Éducation car elle met un lien entre : « les sciences de l'explication (sciences nomothétiques), les sciences de l'interprétation (sciences herméneutiques) et les sciences d'une action à visée émancipatrice (sciences pragmatico-praxiques) ». Au passage, notre attention est retenue autour de l'appellation "science exacte", qui englobe parfois à tord la véracité du fond (les résultats, les données de départ) avec celle de la forme (la structure du raisonnement), en un mot les statistiques avec la statistique. L'usage de la statistique oblige à consulter la véracité des faits lus ou émis par le filtre de la démarche qui a conduit aux résultats. Elle rappelle l'utilisateur au doute à porter sur les données, à la distinction entre un résultat approximatif (dû par exemple à l'imprécision d'une mesure) et celle d'un choix arbitraire des données. La statistique apparaît comme un tremplin conceptuel, pour côtoyer au quotidien l'incertain, la non évidence de la permanence d'une réponse précise et obligatoire à un problème posé. Elle permet l'appréhension d'un univers qui n'est pas sectorisé entre les sciences dures d'un côté et les sciences "humaines" de l'autre ; la description scientifique apportant une explication, garantie et totale, pour les premières alors que pour les autres, elle ne fournirait qu'approches approximatives etc. Elle rétablit la jonction entre la sphère des objets "inanimés", et l'aspect évolutif du monde du vivant qui englobe l'univers de l'homme, de ses différences d'appréciation des faits et des décisions. Plutôt que de faire obstruction à l'aléatoire, elle le laisse entrer pour plus l'analyser. La statistique installe par ce biais une première étape, utile, pour intérioriser plus tard dans la scolarité, l'émergence de l'"indécidable" qui est également présent au cœur du raisonnement ! La statistique sert donc l'allégorie de la "caverne" de Platon par où la lumière de la vérité connaît bien des difficultés à atteindre le fond sans se laisser tromper par les informations de nos sens ou de nos habitudes, en l'occurrence ici scolaires. Dans un espace en manque d'interface, elle se présente en lien nouveau entre tous les aspects évoqués plus avant. Désormais, face à la gestion souple de l'avenir, elle est garantie nouvelle et incontournable d'une dérive risquée de l'élève en *auto-maths*, selon l'expression de Stella Baruk (BARUK, 1985).

Ainsi, pourquoi installer l'apprentissage et l'enseignement de la statistique, parmi l'ensemble des Sciences de l'Éducation ? Ce peut être par l'aspect pluridisciplinaire qu'elle représente, à rassembler diverses disciplines en un seul point commun : comprendre de manière systémique une situation pour qu’en retour, elle argumente nos pratiques et nos finalités éducatives. Le statisticien doit alors s’obliger, à s’immiscer dans l’organisation du domaine examiné, à en garantir les données par les apports disciplinaires différents qui l’éclairent, et à en apprécier ensuite l’ampleur et la portée du travail final. La statistique, vue sous cet angle-là, permet à chaque discipline de conduire son projet individuel. Ce peut également être selon l’aspect interdisciplinaire par lequel la statistique se place comme un intermédiaire intéressant dans la représentation dialectique des événements au travers de la complémentarité des disciplines mises côte à côte (comme la production industrielle à la jonction de l’économie d’un pays et de sa structure géographique). Ce peut enfin être, et c’est là notre parti pris, par l’aspect transdisciplinaire. La statistique nous paraît représenter une aide méthodologique intéressante, une initiation à un savoir-être, à une posture d’analyse face à la complexité des faits éducatifs à observer. Elle ne se limite pas à l’apparence qui voudrait qu’elle fournisse les clés pour lire, analyser, produire et exploiter des données statistiques. Sa spécificité se situe bien au-delà du choix de l’algorithme adéquat de résolution du problème posé. Le positionnement éducatif du formateur, de l’enseignant, ne se résout pas à retrouver une situation similaire déjà traitée pour en récupérer les solutions. La statistique oblige et permet à sa manière, la formation méthodologique indispensable pour faire face à chaque situation particulière, et ceci en adoptant une démarche raisonnée pour recueillir les données, les traiter, interpréter les résultats. Là réside l’intérêt heuristique singulier de la statistique au profit de toutes les disciplines qui structurent à leur niveau, les Sciences de l’Éducation.

5.1.3. Quelques apports de la statistique en Sciences de l’Éducation

Si l’on reprend (Annexe 4.1), l’inventaire établi par Jean-Claude Régnier (REGNIER, 2000, p. 78), des “objectifs généraux de l’enseignement de la statistique en licence et en maîtrise de Sciences de l’Éducation”, nous percevons que les entrées, directement en lien avec la connaissance d’un savoir statistique, ne représentent qu’une faible part de l’ensemble. La place centrale est réservée à une posture :

- celle de l’adulte chargé d’éducation, inséré dans son environnement qui fait usage des statistiques ambiantes et, en particulier, de leur présence, dans le monde universitaire, au sein des rapports de recherche en Sciences de l’Éducation. La statistique aide à l’effort d’appréciation fine de la portée des informations statistiques véhiculées par les médias.
- celle de l’enseignant, pris par un contrat de déontologie professionnelle d’approfondissement de ses propres références à la statistique (autoformation continuée, apport d’une nouvelle image de l’usage mathématique ou des sciences).

Nous pouvons constater que cet apprentissage statistique représente bien plus que l’apparence d’un savoir supplémentaire ; c’est l’insertion d’une lisibilité transversale des savoirs, des méthodes d’analyse, des postures enseignantes, et, plus largement, de la formation d’un adulte muni de moyens élargis permettant de lire et d’agir sur son environnement ; en un mot, prêt à l’exercice d’une vigilance permanente. Jean-Claude Régnier (RÉGNIER, 2000, p. 3) conduit la réflexion, jusqu’à catégoriser les différentes entrées retenues selon lui, pour justifier la place incontournable de l’enseignement de la statistique en Sciences de l’Éducation. Il retient ainsi cinqvoies différentes. La statistique peut être repérée comme : « Discipline de base, discipline de service, discipline-outil, discipline d’ouverture, discipline-objet de la didactique de la statistique, discipline-objet de la recherche en statistique dans son application à la recherche en Sciences de l'Éducation ». Résumons ce que l'auteur place derrière chaque piste et recherchons ce que cela représente pour nos initiatives à l'échelle de l'école élémentaire. Comme **« discipline de base »**, la statistique a pénétré notre quotidien ; elle s'est introduite lentement mais progressivement dans l'Institution scolaire. Mais le législateur ne la présente pas comme discipline autonome, insérée entre les autres, mais comme un ensemble de connaissances à inviter en chacune d'elles. Pour des raisons culturelles, en France, son essor tient plus de l'action extérieure à l'école, au travers (p. 159) de « l'effort déployé par des statisticiens professionnels ou amateurs, avant tout, convaincus de l'importance que revêt la statistique dans l'intelligibilité du monde au sein duquel nous vivons », que de l'attente de l'Institution. Et :

« paradoxalement, bien que la statistique soit assez spontanément rattachée aux mathématiques, ce ne sont pas les mathématiciens ou les enseignants de mathématiques qui furent les plus actifs et militants. Dans cette communauté, la représentation dominante de la statistique s'apparente à un bricolage éloigné des mathématiques. […] Force est d'ailleurs de constater que la formation des enseignants de mathématiques a longtemps fait l'impasse sur ce domaine ».

Ce constat fut celui que nous avions relevé lors de nos recherches en licence et maîtrise de Sciences de l'Éducation (COUTANSON, 1995, 1999). C'est peut-être ce qui explique en partie pourquoi, à notre connaissance, l'approche dialectique de la statistique (Statistique mathématique / Statistiques appliquées), retenue par Jean-Claude Régnier, trouve de la difficulté à s'installer.

L'école ne donne que rarement des exemples d'usage en actes de la statistique appliquée ! Pourtant, ce sont les travaux que nous avions ouverts, dès 1995 (Annexe 5.1), à l'école de Gumières, avec les élèves du cycle III, pour aborder les problèmes de combinatoire et de statistique, ainsi que le mélange de situations conduisant soit à des résultats sûrs et précis, soit à des réponses relevant de l'indécidable, ou de l'incertain. Plus tard, en 1998 (Annexe 5.2), nous avons travaillé avec les élèves à la construction d'outil de représentation de ces situations incertaines. Après ce travail portant sur l'usage des tableaux et graphiques, nous avions alors soumis les élèves à la construction d'un questionnaire, pour déterminer de manière raisonnée, quelle utilisation recherchions-nous réellement des deux salles de classe, étant donné le profil particulier de notre groupe (classe unique rassemblant des élèves de 3 à 11 ans dans le même lieu). Le choix s'est organisé en fonction de critères précis (moyens de chauffage, luminosité, présence de rideaux aux fenêtres, existence d'un point d'eau, éloignement des toilettes, possibilité d'installation d'un espace sieste pour les plus petits etc.) desquels dépendait la possibilité ou non d'organiser nos activités. Les réponses apportées par les élèves ont permis d'offrir plus que des résultats. Il a fallu convier et aider les élèves à apporter des arguments, les échanger, estimer leur importance respective pour pondérer leur décision. L'ensemble permit alors un choix fondé et partagé des élèves. Plus tard, nous avons même voulu simuler la position stratégique que devait prendre le matin un élève, s'il voulait augmenter sa chance d'être interrogé par l'enseignant, en posant l'hypothèse, qu'au fil des jours allait s'équilibrer les logiques qu'il employait pour désigner l'ordre du passage au tableau pour la présentation matinale de chacun (Annexe 5.3) ! Pour Jean-Claude Régnier, (RÉGNIER, 2000, p. 160), un enseignement de la statistique participe d'une *éducation statistique*, pour son auteur qui met en avant la volonté d'installer une permanence réversible entre les processus de modélisation, et d'interprétation. Cette approche praxéologique aide l'élève à entrer dans le savoir mais aussi l'enseignant à approfondir sa manière de mettre en contact l'élève avec ce savoir.

De ce fait, la statistique se présente comme « **discipline de service**, au service des études et des recherches en Sciences de l'Éducation ». Bien sûr, elle ne se réduit pas à un simple effet "d'offre et de demande". Lors de nos recherches précédentes en licence de Sciences de l'Éducation, (COUTANSON, 1995), nous arrivions à la conclusion que les étudiants observés ne percevaient pas la nécessité d'un cours de statistique et de son évaluation dans le cursus de formation. Plus tard, en maîtrise, (COUTANSON, 1999), nous mettions à jour les représentations paradoxales des enseignants du premier degré à l'égard de la statistique : plutôt positives si elles étaient vues du côté organisationnel et prévisionnel au sens large, plutôt négatives si elle l'étaient du côté professionnel. Enfin, nous avions relevé en DEA (COUTANSON, 2004), la source principale de cette méfiance vis-à-vis de la statistique, par l'incapacité ressentie à gérer cet apprentissage scolaire plus que par principe éthique retenu. Ce qui rejoint les propos de Régnier (REGNIER, 2000, p. 162) « Cependant offrir un enseignement de discipline-outil ne se réduit pas à enseigner des notions-recettes et des algorithmes-recettes à visée utilitariste ».Les enseignants limitent souvent la démarche statistique au choix judicieux et difficile parmi plusieurs algorithmes possibles. Pourtant, le recours en classe, aux outils statistiques, se manifeste en permanence. Présentons par exemple, ce que nous avions mis en place, à l'école de Chazelles sur Lavieu, dans les années 80, en réponse à la demande pédagogique de l'apprendre à apprendre. Il nous fallait comprendre comment, de son côté, le maître prenait en compte personnellement les réponses des élèves afin de modifier la suite de son propos - pendant les débats que nous tenions chaque semaine autour des faits ambiants de société - et la manière de les orienter. Chaque mois, nous établissions la répartition par nature des faits débattus et tirions les pourcentages des thèmes d'orientation du cours des débats. Les résultats étaient implacables : les relances portaient le plus souvent sur les relations entre l'homme et l'évolution des connaissances scientifiques ; quant aux parcours des échanges (du point de départ au point d'arrivée), ils mettaient en avant, le plus souvent, les problèmes éthiques en suspens. Ainsi donc, même si les faits semblaient révélés, il restait vain, sans formation statistique supplémentaire d'en discerner la pertinence ni la manière de pointer le moyen d'y remédier. Quel sens accorder aux résultats mis à jour ? Comment sortir d'une habitude de travail si ce n'est par la possibilité d'un recours aisé à la statistique ; ce qui sous-entend comme le souligne Régnier, "habitude et habileté", accessibles par un apprentissage de la statistique (découverte et enseignement), au cours de la formation professionnelle des enseignants.

Par statistique comme « **discipline d'ouverture** », il nous faut entendre (REGNIER, 2000, p. 163) « le fait de considérer la statistique comme une discipline orientée vers le développement de la culture générale de l'individu sans intervenir explicitement dans la sélection ou dans les parcours de formation universitaire ». C'est ce qu'il faut également rechercher pour les professeurs, qui sont appelés à porter un regard en permanence réactualisé sur les objets travaillés dans leur classe. Le changement d'intitulé institutionnel d'"instituteur" à "professeur des écoles", marque la volonté de passage d'une attente de reproduction du métier à celui d'une conception de la profession. Le contrat didactique appelé explicitement par les Instructions officielles, oblige que le maître soit formé pour pouvoir à son tour permettre la formation des élèves en statistique. L'autoformation (par le Web, en particulier) ne se suffit pas à elle-même ; elle doit passer par une confrontation au regard, au questionnement de l'autre. C'est cet aspect « d'ouverture », lié à l'entrée massive des ordinateurs dans les écoles, qui invite les enseignants à l'usage de la statistique comme « discipline de service » pour favoriser la spécificité du professeur des écoles : faire entrer les élèves dans le savoir par la polyvalence.

Régnier aborde ensuite la statistique (p. 164), « comme **discipline-objet de la didactique** ». Cette entrée importante en Sciences de l’Éducation, oriente de la même manière le contenu des cours que nous délivrons depuis plusieurs années aux étudiants en première année d’IUFM, préparant l’épreuve de mathématiques du concours de Professeur des écoles. La méthodologie d’analyse d’une production d’élève (ou d’une préparation de séance d’enseignement par un professeur des écoles), relève d’une démarche identique : quels éléments ont servi de points d’appuis ? Au départ de l’activité, quelle modélisation du problème a donnée l’élève ? Quel enchaînement d’actions a-t-il engagé pour résoudre ce problème ? A partir de quel moment, l’élève semble à même d’avancer un résultat, une conclusion, et sur quels arguments se fonde-t-il ? Quelle est la part d’interprétation avancée dans ce résultat ? Est-il sûr d’avoir envisager tous les cas de figures possibles ? De quelle manière estime-t-il le risque d’erreur encouru ? Quelle présentation a-t-il choisi pour communiquer ses résultats ? Etc.

Enfin, l’auteur caractérise la statistique (toujours p. 164) « **comme discipline-objet de la recherche en statistique dans son application** à la recherche en Sciences de l’Éducation », c'est-à-dire que « la recherche en Sciences de l’Éducation peut rencontrer des problèmes méthodologiques qui appelleraient eux-mêmes des recherches dans le domaine de la statistique ». Il est évident que cette remarque ne peut être rapportée comme préoccupation des enseignants de l’école primaire. Par contre, nous avons pu noter, lors de la résolution de problèmes avec les élèves du primaire, traitant des répartitions des naissances ou des durée de vie (homme / femme) par exemple, l’impact des discutions méthodologiques qui s’ensuivirent entre élèves et maître (Annexe 5.2). Dans cette perspective, les élèves devront apprendre à éviter toute stigmatisation de l’évolution des phénomènes observés, dans une projection immuable du temps présent et selon leur propre attente. Ils s’obligeront à dépasser ce qui bouscule leur entendement comme le déséquilibre des naissances au profit des garçons. Du côté des enseignants, le simple usage de résultats statistiques peut provoquer très rapidement des erreurs (ex : le traitement qualitatif des données qualitatives) ou l’impossibilité de gérer les quelques *ex æquo*. Comme on le voit, l’usage statistique en classe aboutit souvent à une voie sans issue (à notre niveau), liée à la complexité des situations abordées. L’effet positif de l’introduction de la statistique, sera de questionner les élèves sur la méthode d’analyse utilisée et surtout sur le modèle mathématique implicite, qu’ils ont avancé.

De son côté, Dominique Lahanier-Reuter (LAHANIER-REUTER, 2001, pp. I-X), complète l’approche précédente sur deux points : quelles sont les sphères des savoirs et des pratiques de référence convoquées ? Cette remarque questionne l’école élémentaire, dans la logique des enseignements de statistique descriptive requis au collège, la collecte, le traitement et la diffusion de données, sans entrer dans le soubassement mathématique qui la sous-tend, ni l’approche de la statistique inférentielle qui les utilise. Pour les pratiques sociales de référence, nous essaierons en particulier de questionner les contenus les manuels des élèves de cycle III de l’école élémentaire à leur égard. En effet, comme le souligne cet auteur (p. 3) :

« Au niveau instrumental, les statistiques pratiquées au cours d’une recherche de psychologie expérimentale ne sont pas exactement les mêmes que celles que pratiqueront des didacticiens des mathématiques, des physiciens ou des ingénieurs sur le terrain. La diversité de ces pratiques apparaît sans doute de façon encore plus flagrante lorsque l’on étudie les textes statistiques produits et légitimés dans différents contextes sociaux. Les pratiques d’écriture (comprenant par exemple l’organisation textuelle, les choix des représentations graphiques et

tabulaires) qui aboutissent à la rédaction d'un rapport de contrôle de production par un ingénieur ne sont pas celles d'un journaliste composant un article sur les résultats d'élections, ni celle d'un ethnologue décrivant certaines formes d'habitats ».

L'auteur nous appelle donc à éviter d'engager l'apprentissage de la statistique, dès le premier abord, sur un champ d'application trop restreint. Elle nous invite à maintenir tout au long de l'apprentissage, une vigilance quant à la légitimité, la nécessité et la cohérence de principes de modélisation mathématique, et d'autre part, à questionner en parallèle la démarche installée pour définir si elle fait sens quand on l'applique aux sciences humaines. Enfin, elle poursuit en pointant (p. 3) les « ruptures épistémologiques qui seront à mettre en scène et à gérer tout au long de la formation [en travaillant] sur les conceptions initiales des étudiants. En particulier apparaissent des conceptions constituées en obstacles en ce qui concernent les concepts de hasard, d'équiprobabilité, de mesure etc. ». Ramené à l'école élémentaire, cette préoccupation n'en est que plus prégnante et nécessite en parallèle, de s'arrêter sur l'aspect polysémique des termes utilisés (par exemple : *population*, *individu*, *moyenne*, *effectif*, *échantillon* etc.) ; termes fortement oblitérés par leur marquage scolaire comme nous l'avons pu constater lors d'un sondage restreint entrepris au collège Jean Dasté (Annexe 5.4).

Les apports précédemment signalés, d'aide à l'entrée dans la multiplicité des savoirs et des domaines de référence, sont encore complétés par les points soulevés par Jean-Louis Piednoir.

Cet auteur signe fortement l'aspect obligatoire de l'enseignement de la statistique. Il le présente comme un incontournable des savoirs scolaires si l'école conserve l'ambition démocratique qui est la sienne actuellement. Il l'énonce ainsi (PIEDNOIR et DUTARTE, 2001, pp. 138-139) :

« Former les élèves en statistique, c'est leur donner les moyens de développer leur pensée critique sans laquelle ils seront exclus du débat social et scientifique. Les méthodes de la statistique inductive, c'est-à-dire les sondages, les tests statistiques, la théorie de la décision en milieu aléatoire, l'évaluation des risques se sont largement développées dans la seconde moitié du XX^e siècle. Ils ont aussi bien envahi les domaines techniques pour la qualité, la fiabilité, les études de marchés, la modélisation que la société tout entière, devenant un outil du débat démocratique, en particulier dans les questions liées à l'environnement, à l'économie et au social. Dans ces domaines, les décisions à prendre sont souvent fondées sur des études statistiques ou sur des modèles plus ou moins fiables selon le choix et à la pertinence des paramètres ».

Cet apport statistique, n'est pas simplement réservé aux futurs scientifiques, il répond aussi de la gestion sociétale. L'ambition de l'école primaire se focalise certes sur la découverte de la statistique descriptive ; mais celle-ci ne représente qu'un premier abécédaire, qui traduirait les termes de base par des illustrations faciles à lire, à appréhender. La statistique doit se projeter dans une vision à plus long terme du cursus de formation et permettre l'ouverture possible des faits d'actualité à l'exercice d'une réflexion rationnelle. De plus les exemples exposés par l'auteur (Annexe 5.5), offre un attrait certain aux lycéens ou étudiants : l'influence par exemple des pesticides sur le rapport garçons / filles à la naissance (données fournies par la ville d'Ufa en Russie et mis en liens avec ceux relevés à Seveso, en Italie), le nombre de jours de dépassement de 1999 à 2003, des pics d'ozone sur les régions de « zone rurale Nord et Est de Paris » (source : www.airparif.asso.fr), ou la modélisation des crues des fleuves, comme celles de l'Oise à Auvers-sur-Oise, etc. Ce qui fait conclure Jean-Louis Piednoir par :

« L'étude d'exemples du type de ceux présentés ici est riche d'intérêts. D'abord pour le professeur de mathématiques, car le contenu mathématique peut être nourri et varié, ensuite et surtout pour les élèves, qui se montrent particulièrement motivés par leur étude. Ils se sentent en effet, à juste titre, directement concernés par les problèmes d'environnement et comprennent l'intérêt d'une formation scientifique pour appréhender ces questions. »

Le hasard seul, peut-il expliquer ces constats ? Existe-t-il une œuvre du hasard ? L'école redevient par ce biais en phase avec sa raison d'être : donner les clés de lecture des problématiques ambiantes, en particulier celles relevant de la variabilité des facteurs environnementaux.

Ce dernier apport, nous introduit dans une nouvelle dimension : de la définition de l'idée de statistique, de *fait statistique* et enfin de *pensée statistique*, nous venons d'élargir le champ statistique au développement d'une pensée critique. Cette pensée s'ancre dans le monde éducatif et se traduit par l'influence sur les choix didactique et pédagogique des enseignants qui l'adoptent ; c'est l'entrée dans un *esprit statistique*.

5.2. L'influence de la statistique sur le lien entre l'enseignement du professeur et l'apprentissage de l'élève

5.2.1. La statistique, source de questionnement dans la mise en apprentissage de l'élève

Si dans la logique adoptée pour ce travail de recherche (RAVEL, 2001, p. 73) « les opérations mentales fondatrices de toute action [sont] percevoir, comparer, classer et inférer », la statistique, de par sa nature d'observation active, se présente alors comme un didacticiel cognitif concret, directement opérationnel dans les classes. Plutôt que de laisser le temps installer dans la mémoire de l'élève, une césure entre la logique déductive, d'un côté, structurée par l'enseignement des sciences et des mathématiques, et de l'autre une logique spontanée, inductive, laissée au bon vouloir des élèves, la statistique permet de faire se côtoyer les deux approches et donc de structurer la réflexion spontanée de ces derniers. Elle les invite à "réfléchir" leur savoir, c'est-à-dire à proposer en parallèle, leur propre cognition comme objet de réflexion. Si nous prenons pour définition de la métacognition (RAINAL et RIEUNIER, 1997, p. 226) :

« L'analyse de son propre fonctionnement intellectuel. Analyse (ou auto-analyse) des systèmes de traitement de l'information que tout individu met en œuvre pour apprendre, se souvenir, résoudre des problèmes, ou conduire une activité. […] La métacognition se rapporte entre autre choses, à l'évaluation active, à la régulation et l'organisation de ces processus en fonction des objets cognitifs ou des données sur les, habituellement pour servir un but ou un objectif concret. »

Nous constatons que la démarche statistique obligeant à faire abstraction de notre représentation spontanée des faits sensibles observés, à utiliser une grammaire qu'elle impose (classification lexicale et fonctionnelle des variables observée), nous y conduit inévitablement. Le terme de *régulation* fait le lien avec l'espace du vivant, celui d'*évaluation*, à toutes les précautions attendues de nuances dans l'interprétation, et enfin celui d'*organisation* à la nécessité de sortir des méthodes connues faites d'algorithmes pour oser des stratégies s'aidant d'heuristiques. Tout ceci confirme le parallèle étroit existant entre l'aspect métacognitif de la construction du savoir et la démarche inhérente à la statistique. Cette capacité à organiser, à réguler et contrôler de manière réfléchie les démarches en cours d'apprentissage, est une source permanente de recherche d'autonomie pour l'élève et d'exigence pour le professeur qui veut aller dans ce sens.

La recherche qui nous interroge ici, prend également sa source parmi les multiples interrogations que suscite le débat entre mathématiques spéculatives et mathématiques utiles, enseignées à l'école ? Comme le laisse remarquer Michel Fréchet (FRECHET, 2004, pp 163-164) :

« Platon, Aristote, Descartes, Pascal, Condorcet, D'Alembert, Poincaré et bien d'autres, ont admirablement démontré la nécessité d'enseigner les mathématiques. Mais […] cette nécessité est de moins en moins lisible et évidente, car nous vivons une époque où l'utilité de toute chose doit apparaître rapidement. On veut bien accorder aux mathématiques certains bienfaits comme l'apprentissage du raisonnement, mais on veut surtout qu'elles servent dans "la vie de tous les jours" ».

Par glissement sémantique, Michel Fréchet questionne le vrai fondement de cette demande des élèves, des parents, de la société : ne peut-on pas la résumer selon une opposition entre mathématiques "savante" d'un côté et apprentissage de techniques de l'autre avec leurs applications concrètes. Rapporter à notre objet d'étude, suffit-il que les élèves sachent manipuler les pourcentages, mettre en application les résultats de tableaux statistiques, pour affirmer qu'ils sont pourvus pour affronter leurs responsabilités "citoyennes" ? De nombreuses voix s'élèvent pour affirmer que l'intérêt ne se trouve pas dans l'opposition des deux aspects mais dans leur interaction. Ainsi André Revuz (REVUZ, 1980, p. 142), met en garde contre "l'utilitarisme de l'urgence", par la précaution suivante : « *ne pas massacrer les mathématiques au nom des applications, ne pas négliger ces applications au nom d'une pureté mal comprise* ».Il précise également (p. 91) : « *sans les techniques de mise en œuvre, les idées si belles soient-elles, sont impuissantes ; sans les idées qui les ordonnent et les dirigent, les techniques peuvent rapidement se transformer en un fouillis inextricable* ».Il complète son propos par l'effet positif dans l'apprentissage de l'élève, de la motivation, des idées directrices qui structurent un cours de mathématiques et de l'importance du temps.

Notre recherche s'inscrit dans cette démarche, de faire découvrir la statistique descriptive dès l'école élémentaire, et ceci comme réponse étayée, mathématiquement, au questionnement des élèves de cet âge. Les modifications apportées dans les programmes, par l'introduction de la modélisation au secondaire, vont d'ailleurs dans ce sens. Selon Frédéric Laroche (LAROCHE, 2006, p. 316), elle « *présente un profond intérêt, non seulement pour les élèves mais également pour les enseignants, et le signal envoyé est intéressant. L'intrusion du réel dans nos classes, les questions de fond posées par cette démarche, sont évidemment fondamentales pour la survie de notre enseignement* ». Réfléchir à l'apprentissage de la statistique rencontre le questionnement de R. BKOUCHE, B. CHARLOT et N. ROUCHE (1991), associant à toute nouvelle notion, son rapport au sens et au plaisir. Nous formulons la gageure que repérer les obstacles rencontrés par les élèves en statistique, permettra aux professeurs de pointer plus rapidement leurs efforts sur eux, et d'en illustrer plus facilement sa découverte par des exemples explicites pour les élèves. La statistique, n'est donc pas un simple élément agrégé à l'ensemble des connaissances déjà inscrites au programme de nos écoles. Son enseignement bouscule les habitudes des élèves. Il questionne le maître sur sa fonction d'enseignant, et sur la réponse qu'il en donne par l'intermédiaire de l'élaboration d'un projet didactique personnel et en équipe.

L'apport de la statistique modifie notre rapport à la connaissance. Son appréhension interpelle le concept de "conscientisation", souvent rappelé par Paulo Freire). Dans l'esprit de cet auteur, bien que ce concept soit indubitablement relié au pouvoir en place qui a autorité sur les Institutions, et à la réalité concrète dans laquelle cette action d'enseignement s'inscrit, la *conscientisation* ne peut être réduite à la simple prise de conscience. Elle est transformation en profondeur d'une habitude à organiser notre rapport au monde, comme le précise Paulo Freire (FREIRE, 1971, pp. 35-36) :

« Ainsi, lorsque nous mettons l'accent sur la nécessité d'une conscientisation, nous ne considérons pas celle-ci comme une solution magique, miraculeuse, qui serait capable d'humaniser les hommes tout en laissant intact et vierge le monde où on leur interdit d'exister. »

Pour notre étude, il n'y a certes pas d'interdiction réelle d'exister sans pratique statistique personnelle, mais le niveau de présence de celle-ci, tant du point de vue de l'observation que de l'anticipation, suspend l'autonomie réelle de chacun à sa propre connaissance de la statistique. Il est urgent de passer selon les expressions de Paulo Freire (FREIRE, 1974, p 64) « *d'une pratique bancaire [des savoirs, qui] conduit à une sorte d'anesthésie, inhibant le pouvoir créateur des élèves* » à celle de « *l'éducation conscientisante, … [qui] au contraire, recherche l'émergence des consciences aboutissant à leur insertion critique dans la réalité.* » Une autre direction resserre le parallèle entre la démarche statistique et la pédagogie de Paulo Freire. Celui-ci voulait rompre la césure entre les lectures objective et subjective du monde ; en un mot, dépasser le blocage, trop rigoureux du regard positiviste. Il déclare (FREIRE, 1992, p. 101) :

« Le subjectivisme et l'objectivisme mécaniste sont également antidialectiques et, par conséquent, incapables d'appréhender la tension permanente entre la conscience et le monde. En effet, ce n'est qu'à travers une vision dialectique que nous pouvons comprendre le rôle de la conscience dans l'histoire, sans tomber dans des interprétations qui nient ou qui exacerbent son importance. A cet égard, il faut refuser une perspective de la conscience comme simple réflexe de l'objectivité matérielle, sans pour autant lui conférer, au contraire, un pouvoir sur la réalité concrète. »

La statistique resserre elle aussi, les positions précédentes, souvent inconciliables. Sa présence concerne l'élève mais aussi l'enseignant. Dans une approche bachelardienne des savoirs, l'insertion d'un enseignement de la statistique mobilise les pratiques professionnelles de ce dernier. Il doit comme le premier, changer ses repères. Il n'est pas facile de passer de la conscience d'un besoin de changement au changement lui-même. L'insertion d'un enseignement de la statistique, oblige le professeur à revoir en particulier, le contenu mathématique, scientifique qu'il proposait. Il doit prendre conscience qu'il est susceptible d'être sujet aux mêmes erreurs ou images « préscientifiques » que les élèves. Le maître peut ainsi être lui-même à l'école des élèves. A l'image du rapport des chercheurs entre eux, il est obligé alors d'inclure dans ses pratiques (FILLOUX, 1998, dictionnaire à la page traitant de Gaston Bachelard), « les éléments d'une pédagogie dialoguée » (Le rationalisme appliqué). « La "pédagogie de la raison", dans la mesure où elle se veut pédagogie "dialoguée", permettant l'enseignement d'une rationalité, non pas fermée mais ouverte à la créativité, rejoint ainsi les impératifs de toute pédagogie se voulant attentive à une formation de l'esprit. » L'apprentissage de la statistique entre par définition dans cette optique.

Au travers du concept de *surveillance*, introduit par Bachelard, nous pouvons lire le propre regard que le maître porte sur son autorité mais aussi sur son propre rapport au savoir, son contenu, et sur son enseignement. Le maître s'impose *une surveillance intellectuelle*, qui évite le risque toujours présent d'une *coulée d'instincts.* C'est aller vers un nouvel état d'esprit dans l'enseignement du fait scientifique. De plus, il n'est plus possible de traduire un positionnement de professionnel de la pédagogie sur le seul ressenti d'une efficacité des apports scolaires. Tout projet d'action éducative, doit inclure l'efficience de l'investissement, et donc s'éclairer au contact de données statistiques et de leur traitement. Aborder l'enseignement de la statistique n'est pas simplement inclure un paragraphe de plus dans les programmes, c'est accorder une sensibilité nouvelle, un élargissement de l'approche scientifique "traditionnelle", de leur didactique comme du rapport des enseignants à leur profession. Le futur enseignant doit percevoir la difficulté à décrypter en permanence ce qui relève de la connaissance commune et ce qui relève de la connaissance scientifique.

Il est bien difficile en pédagogie de démontrer la validité des choix qui sont pris ; la multiplicité des apports d'éducation, d'enseignement, des variables à prendre en compte, rend la tâche difficile. Il est en plus délicat, d'"expérimenter" sur le vivant, l'évolutif et d'écarter ce qui est de l'ordre des habitudes, des fausses évidences communément partagées. Le problème pédagogique n'est pas simplement de réparer mécaniquement, de compléter la brèche repérée dans la connaissance de l'élève ; c'est aussi de s'imposer la recherche de ce qui en est à l'origine, un peu à l'image des Grecs (BARREAU, 1990, pp. 20-21) :

« qui se faisaient astronomes par goût pour la science, c'est-à-dire pour le savoir pur et ouvert à la critique, étranger au pouvoir politique […]. Ils ont développé […] l'astronomie mathématique, dont ils savaient bien que c'était d'elle que dépendrait, si elle était possible, une réforme rationnelle du calendrier, mais ils n'ont pas fait de cette dernière leur but principal. […] La connaissance du temps astronomique les préoccupaient d'avantage que l'organisation du calendrier qui, de toute façon a besoin de la première. C'est le même souci qui les a orientés vers la constitution axiomatique des mathématiques qui a abouti aux Éléments d'Euclide. Ils auraient certes pu multiplier les recettes, parfois fort habiles, de levée des impôts, d'échanges de bien ou de partage de terres […]. Mais ils s'appliquèrent plutôt à trouver des preuves, à dériver des théorèmes à partir de principes premiers. Ils découvrirent la beauté mathématique là ou d'autres ne voyaient qu'utilité. »

Le passage des statistiques à la statistique se situe sur ce plan-là ; la prise de distance vis-à-vis de l'opinion spontanée ou courante (réclamée par l'approche scientifique), n'est pas exigée par la connaissance commune plus encline à se mettre en accord avec l'attente collective. La statistique est un vecteur de soutien de l'enseignant, dans cette exigence d'objectivité, envers ses propres démarches professionnelles comme envers les partenaires institutionnels.

5.2.2. La statistique, source de questionnement dans notre rapport éducatif à l'élève

Pour compléter l’effet laissé par la statistique sur la manière avec laquelle l’enseignant comme l’élève rentreront dans le savoir scolaire, nous aborderons cinq aspects éducatifs que nous pensons indubitablement liés avec l’apport statistique. Tout d’abord, parler de statistique, oblige à entendre la variabilité et de ce fait, à prendre en compte tous les liens en jeu structurant la situation observée, dans leurs dimensions évolutives et complexes. Nous ne reviendrons pas en détail sur la réflexion d’Edgar Morin que nous avons abordée à la section 1.1 de cette partie, simplement pour rappeler le parallèle qu’il établit entre l’observation de cette complexité ambiante et la complexité humaine. Accepter de la circonscrire au travers de situations complexes, c’est accepter d’agir de même avec l’autre, avec l’élève qui est face à nous. Par exemple, l’examen que donne Régnier, d'un article d'un quotidien régional (REGNIER, 1997g, pp. 127-133), où l’on perçoit combien l’analyse statistique de la situation agit comme vecteur éducatif à la perception plus fine de celle-ci. Au centre de l’interface, entre l’autre, la société et soi, se trouve certainement l’idée “d’interprétation”, dont la présence est consubstantielle à la démarche statistique. Interpréter, c’est vouloir rendre lisibles ou visibles, les traits principaux d’une situation. Mais de fait, cette transformation passe par l’auteur avant d’être communiquée à l’autre ; elle subit l’exigence de la particularité d’un lieu, d’un instant et l’influence de son assimilation par le traducteur qui l’adapte ensuite à la compréhension de l’autre. Toute volonté d’apprentissage de la statistique, s’accompagne d’un effort de conceptualisation, de pratiques, de choix de traitement de la situation par des outils adaptés d’analyse et de présentation, mais aussi du fait du rapport aux autres, d’un effort d’autonomisation, de formalisation des résultats, et d’implication sociale par l’interprétation personnelle fournie. Si l’on revient à la note de synthèse de J.-C. Régnier (REGNIER, 2000, p. 110), il poursuit en remarquant que cet apprentissage statistique, soulève trois dimensions : « *la validité, la pertinence et la cohérence* » ; autant de valeurs qui questionnent les enseignants de l’école primaire, souvent démunis (comme ils le sont actuellement pour le fait statistique), à la façon de faire entrer ces problématiques, en classe pour que les élèves apprennent déjà et progressivement, à s’y confronter sans attendre le collège.

Ensuite, il nous faut souligner que la statistique porte un intérêt à l’action et non à la fabrication. Avec l’aide de Develay (DEVELAY, 2001, pp. 58-59), nous pouvons avancer que « *les Sciences de l’Éducation ne visent pas à fabriquer un sujet, comme le potier fabrique un objet. Quelles que soient les capacités d’anticipation que les Sciences de l’Éducation développent pour faire exister un individu autonome, celui-ci leur échappera toujours. Ces dernières sont dans l’ordre de la praxis et non de la poïésis.* » Pour préciser sa pensée, M. Develay rappelle l’éclairage d’Aristote concernant la praxis : c’est une action « *qui n’a d’autre fin qu’elle-même, qui perfectionne l’agent et ne tend pas à la réalisation d’une œuvre en dehors de cet agent : sa fin dernière n’est autre que l’usage et l’exercice même*. » Il résume ainsi son propos (p. 59) : « *La praxis est dans l’ordre de l’acte ; la poïésis est dans l’ordre de l’activité.* »L’aspect volontariste, porté par les valeurs retenues comme vecteur d’enseignement, font se rejoindre l’acte d’enseigner et l’approche de la statistique : tous deux se réclament de la prise en charge de l’incertain et non pas de la fabrication prédéterminée, de la praxis et non de la poïésis. Ce que F. Imbert explicite dans son ouvrage, “l’impossible métier de pédagogue”, toujours cité par M. Develay (p. 59), « *Si la fabrication réclame une figure d’auteur, d’agent capable d’assurer la prévisibilité et la réversibilité de ses tâches de production, l’action se propose de faire avec ses acteurs, des agents singuliers, qui s’engagent et qui se rencontrent sur la base de l’imprévisibilité de ce qui peut advenir de leur rencontre et de leur interaction.* » La statistique ne se limite pas à inférer mécaniquement à partir des résultats obtenus, à anticiper mathématiquement l’évolution des événements en cours. Elle se présente comme une exploration de cette imprévisibilité qui ne peut exclure la place privilégiée accordée à l'homme. Tout comme l'acte d'enseigner, elle s'engage par l'expérience à aider l'autre sur le chemin de la compréhension, à espérer au plus profond d'elle-même qu'il prendra le relais de l'effort responsable de clairvoyance etc. Avec la statistique, c'est l'obligation du va-et-vient entre la théorie et la pratique, l'une expliquant l'autre, sans jamais toutefois se subtiliser l'une à l'autre. C'est l'apport d'Edgard Morin, qui fait comprendre la différence entre la dialectique et le dialogique.

En troisième lieu, nous avancerons l'idée que la statistique permet un accès à l'espace de l'incertitude éducative. Elle peut se lire comme un exercice préparatoire à la prise en compte de l'incertitude, inséparable de l'acte éducatif et du regard nouveau que nous portons à l'analyse du monde qui l'entoure. La pratique enseignante, côtoie l'incertitude du quotidien de la classe liée à celle de l'évolution des contenus enseignés comme de la réactivité des élèves à leur rencontre. Écoutons Ilya Prigogine (PRIGOGINE, 1993, pp. 196-202) :

« la prétention à la certitude a été sans doute à la base de la conviction selon laquelle la science exprime la rationalité, au plus haut niveau et qui veut que le progrès dans les sciences sociales et politiques soit lié à l'application des lois scientifiques à la société ; toutefois, l'on observe actuellement un doute grandissant concernant la validité de cette idéologie de la science […] Abandonner l'idéal de la certitude peut sembler, aux yeux de certains, une défaite de la raison humaine ; je ne partage pas ce point de vue. […] Nous basculons d'un passé de certitudes conflictuelles, qu'elles soient en rapport avec la science, l'éthique ou les phénomènes sociaux, dans un présent meublé d'interrogations. Nous avons besoin d'une science dont le progrès marque la solidarité des hommes avec le monde qu'elle décrit. Le futur est incertain ; ceci est vrai pour la nature que l'on décrit ainsi qu'au niveau de notre propre existence, et cette incertitude sommeille au cœur même de la créativité humaine. »

L'incertitude cible la nature, l'homme, son avenir, ses décisions. La statistique nous aide à aborder les dimensions sensibles de l'humanité et de l'éducation et à en prévenir en parallèle les risques d'égarement possibles. La statistique est plus qu'un simple ajout mathématique ou disciplinaire. Son admission questionne d'un regard nouveau les limites éthiques portant sur les comparaisons biométriques par exemple, très vite intolérables. Elle met à jour les principes fondateurs des prises de décisions et protège de tout effet abrupt par exemple, qui peut charger entre autre, de culpabilité le maître en zone d'éducation prioritaire sur la réalité des progrès obtenus par ses élèves par rapport à l'ensemble des élèves d'une ville.

En quatrième lieu, nous soulignerons l'idée que la statistique nous rappelle à une prise en charge responsable de l'avenir. Dès les premières pages de l'écriture de son Grand Récit à l'intérieur de son ouvrage *L'incandescent*, Michel Serres nous arrête d'une belle plume poétique sur l'écoulement du temps et sur nos perceptions bien trop affectives pour pouvoir le retracer avec une certaine objectivité. Face aux décors bucoliques englobant la ferme des ancêtres, il réfléchit (SERRES, 2003, p. 14) :

« Depuis quand la fillette joue-t-elle à la poupée, quand le père a-t-il peint la façade, je m'en souviens aisément. Quand les premiers occupants de ce lieu ont-ils érigés ces pierres ? Il y faut plus d'expertises. Depuis quand le torrent coule-t-il, le glacier descend-il de sa rimaye, la montagne s'élève-t-elle à trois mille mètres, depuis quand le soleil brille-t-il ? Par datations désormais exactes, le savoir répond à ces questions concernant ma perception, ensuite la nourrit et

enfin la renverse : du fond des montagnes et de la hauteur du ciel tombe sur mes épaules une échelle temporelle qui coule, comme une cascade, vers moi, vieillard proche de la mort. ».

Le temps coule bien avant et après notre existence. L'homme doit s'ouvrir aux connaissances nouvelles et aux inventions technologiques pour reconstituer le monde passé et circuler ainsi de la réponse, à l'enrichissement du questionnement pour enfin parfois, reconsidérer plus objectivement sa perception originale. "L'estimation" le "ré-agrège" en combinant ses multiples perceptions. Porter une "estimation" sur le passé, c'est fonder un savoir calculé sur la complétude de l'homme qui mêle les aspects multiples de la connaissance comme de l'opinion et de l'impression, l'expertise comme l'émotion. Estimer, c'est aussi porter en estime et donc s'honorer d'une construction fondée de notre responsabilité humaine. De là, l'homme tombe sous le joug de l'obligation de laisser trace et d'user d'outils adéquats pour archiver toutes ses observations, constats ou prises de décisions.

Enfin, nous remarquerons que la statistique représente un garde-fou envers le fait numérique émergent. Comme le suggère avec force et lucidité Olivier Mongin[7] (MONGIN, 2004), dans l'ouvrage collectif intitulé *Être idéaliste, est-ce dépassé ?*, nous nous devons de noter la confusion actuelle qui se joue entre réel et virtuel. Citons les propos de la page 84 :

« Distinct de celui de l'absorption du réel par le virtuel, le problème majeur est celui de la relation entre le réel, entre le monde proche (l'environnement, la culture de proximité) et le virtuel. Pour saisir toutes les conséquences de cette pression du virtuel sur le réel, il faut superposer au premier couple, celui du réel et du virtuel, un second couple, celui du réel et du possible. »

Ce dernier couple permet de concevoir que le virtuel n'est moins un facteur d'effacement, voire de disparition du réel, qu'un accélérateur des possibles qui opère au détriment du réel, en l'affaiblissant et en le dévalorisant considérablement. Le réel risque de paraître pauvre, petit, sans idéal, à côté du virtuel qui éclate en possibilités, en diversité, en prototypes déjà conçus. Si l'appréhension des possibles repose sur la capacité de chacun à y accéder, avec plus ou moins de chance et de réussite, cette quête des possibles risque d'exclure l'espace des rêves, et de bouleverser notre perception d'un réel désormais dévalué, fragilisé. Cela pour une raison simple (p. 85) : *« à savoir que tout n'est pas possible dans le réel alors que tout peut l'être dans le virtuel.* »Le développement du virtuel ne vise pas a priori le réel, il ne le transforme pas en tant que tel, il ne l'annule pas, mais il le met en difficulté. La lecture des prolongements possibles du réel, est à découvrir, là où en général, il est "normal" que cette opération passe inaperçue sur le plan virtuel, la machine se substituant et devançant la mise en questionnement des possibles par l'utilisateur. Il s'installe alors l'illusion que tout est possible dans le virtuel, et que l'avenir s'y anticipe facilement et de manière sûre. En parallèle, le réel induit une culture de l'indétermination, de la perplexité, des choix à prendre, des limites décisionnelles (p. 86) :

« Alors que le réel induit une culture des limites, la libération des possibles par le virtuel entraîne dans une culture où règne l'absence des limites, générant un idéalisme débridé qui est la contrepartie d'un scepticisme contemporain. C'est donc sur le terrain des possibilités accrues, mais aussi du brouillage du réel et du virtuel, que les nouvelles technologies, indissociables d'écrans multiples, poussent à leur comble la consommation des possibles ».

[7] Philosophe et directeur de la revue *Esprit* en 2006 depuis 1988

Nous sommes ainsi mis face au paradoxe suivant : d'un côté, plus rien ne semble possible dans “notre” univers du réel, de la réalité quotidienne et à venir, et de l'autre, tout semble au contraire possible en pensée voire même comme aventure à vivre dans le virtuel ! Le biais de la technologie numérique semble rendre évident le passage du premier au second ; le virtuel devient un accélérateur et un installateur garanti de possibles tout comme il barre tout espoir d'accéder aux champs du possible dans le réel. De ces constats et remarques, la statistique, initiatrice à la prise de risque, à la confrontation au “hasard”, n'en ressort que plus forte et plus d'actualité. Parmi d'autres outils, elle permet un accès raisonné à la recherche des possibles dans l'analyse des événements qui nous entourent ; et ceci en atténuant l'illusion des réponses magiques, immédiates, fournies par les nouveaux procédés informatiques de communication et de traitement de l'information. Son emploi participe en acte, de la place réelle à accorder aux TIC à l'école : celle d'outil d'aide et non d'intelligences intermédiaires à la résolution des problèmes.

6. Conclusion de la première partie

Cette première partie nous a donc permis d'aborder et de préciser successivement ce que nous entendions par statistique, *fait statistique*, *pensée statistique* et *esprit statistique*. Un double objectif était envisagé : en premier lieu, établir un cadre et montrer la pertinence du *fait statistique*, et ainsi rassurer en particulier les enseignants de l'école primaire quant à la nécessité d'en proposer l'apprentissage aux élèves du cycle III, et en second lieu, ouvrir la réflexion aux aspects indissociables de cet enseignement : une pensée statistique qui modifie et élargit notre rapport au savoir accompagnée d'un esprit statistique qui, plus qu'une somme de compétences et connaissances statistiques, confère à celui qui s'en imprègne, la capacité d'anticiper le monde à venir, les interrogations qui l'accompagnent et d'en prévoir ainsi un mode de résolution statistique. Ce dernier modifie enfin le regard que nous portons sur l'élève et la manière de le faire entrer dans les apprentissages.

Par la suite, dans une deuxième partie, nous analyserons comment les objets de la statistique peuvent devenir ceux d'un apprentissage scolaire, comment le *fait statistique,* présenté précédemment, se traduit dans l'Institution scolaire en *fait statistique scolaire*.

Deuxième partie : Des objets statistiques aux objets d'enseignement de la statistique en milieu scolaire

1. Introduction de la deuxième partie

Par cette deuxième partie, revenons à notre problématique de départ qui était, rappelons-le, de traiter de *l'éducation statistique et de la formation de l'esprit statistique à l'école primaire en France par une étude exploratoire de quelques caractéristiques de situations inductrices d'un enseignement de la statistique au cycle III*. Pour prolonger notre recherche, l'exploration des différents aspects du *fait statistique*, accompagné de la *pensée* et de *l'esprit statistiques*, nous oblige maintenant à reconnaître l'idée d'un objet statistique perçu en tant que *fait statistique scolaire*. Nous approfondirons donc ici, ce dernier en portant notre analyse sur la mise en œuvre effective de son enseignement à l'école élémentaire. Pour cela, il sera nécessaire de centrer auparavant notre étude sur un état des lieux parcourant plusieurs étapes successives.

Dans un premier temps, nous reviendrons sur l'évolution des demandes institutionnelles, au travers des attentes des évaluations PISA, du contenu des programmes de l'école primaire, pour ensuite la confronter à la réalité des pratiques en cours : premières investigations menées concernant les contenus des manuels scolaires (COUTANSON, 1999), portant sur le collège (44 ouvrages), le lycée (75 ouvrages) et l'école élémentaire (9 manuels de CE1 et de CM2) et se référant également aux programmes du collège.

Dans un deuxième temps, nous examinerons les représentations des acteurs : celles des étudiants de Sciences de l'Éducation de Lyon2 qui se destinent en grande partie à des métiers d'enseignement par le biais de deux études : d'une part (COUTANSON, 1995), ceux qui assistaient au cours de licence lors de l'enquête et d'autre part (REGNIER, 2006), ceux qui ont suivi un enseignement à distance, celles des enseignants de l'école primaire au travers de leurs perceptions de la statistique, de la possibilité de l'enseigner à l'école (COUTANSON, 2004) et enfin celles des élèves : sondage et essais déjà conduits en classe portant sur des situations impliquant un *esprit statistique* (COUTANSON, 1996,1998a, 1998b).

Enfin, dans un troisième temps, nous ferons le point des recherches didactiques engagées dans ce sens. Remarquons que l'intérêt de cette deuxième partie dépasse un simple état des lieux des pratiques de la statistique en tant qu'objet actuellement traité à l'école élémentaire. Elle se propose d'établir une première explication en réponse au paradoxe patent entre, d'une part, la nécessité d'un enseignement de la statistique qui entre dans le *fait scolaire*, censé répondre à la présence d'un *fait statistique*, et de l'autre la faiblesse évidente de cet enseignement à l'école primaire. De plus, cette étape s'imposait à nous, comme passage indispensable à l'organisation d'une formation personnelle à la recherche dans ce domaine, et aux illustrations didactiques d'un enseignement de la statistique. Quels sont les éléments essentiels d'une situation proposée aux élèves, que l'on peut ranger sous la dénomination *statistique* ? Quelles seraient les compétences indispensables à attendre des élèves du primaire, sorte de Savoir Minimum Statistique (SMS), compétences qui devraient être installées durant l'apprentissage des élèves à l'école élémentaire ; ceci dans l'idée d'aménager un lien cohérent avec les programmes du collège et pour permettre enfin, de structurer la partie 3 de cette étude, qui étudie les manuels scolaires des élèves du cycle III de l'école élémentaire (COUTANSON, 2004, 2006) ainsi que ceux de la préparation au Concours de Recrutement des Professeurs des Écoles (COUTANSON, 2008).

2. L'enseignement de la statistique, entre demande et réalité

Pour apprécier l'aspect novateur et volontaire de tous ceux qui ont conduit la démarche d'installer jusqu'ici un apprentissage de la statistique, il nous faut rappeler brièvement une anecdote révélatrice d'un état de fait (JOZEAU, 2001, p. 27) : « Jusqu'en 1958, une thèse de mathématiques n'était pas reconnue si elle ne portait que sur des probabilités et a fortiori sur des statistiques ! » Comment cela peut-il s'expliquer sur le plan historique ? Benoît Rittaud (RITTAUD, 2002, p. 9) se questionne à ce propos et apporte une première réponse ; pourquoi avons-nous tous :

« l'habitude d'entendre parler de sondages, d'échantillons représentatifs ou de moyennes, cela ne nous pose pas de problème particulier. Aussi comprend-on difficilement que la théorie des probabilités ait mis si longtemps à apparaître. Alors que les jeux de hasard existent depuis très longtemps ("hasard" et "aléa" sont deux mots issus l'un de l'arabe, l'autre du latin, qui signifient "dé"), alors que les recensements statistiques sont attestés depuis l'époque babylonienne, on ne rencontre pour ainsi dire aucune tentative de rationalisation de phénomènes aléatoires ou statistiques avant le XVIIe siècle. Même les Grecs de l'Antiquité, pourtant fondateurs des mathématiques modernes, ne se sont jamais attaqués à l'étude du hasard comme objet d'investigation scientifique. »

Jean-Claude Duperret (DUPERRET, 2001, p. 7) souligne un autre paradoxe, celui qui existe entre le niveau d'étude scientifique et l'appréhension de la statistique par les étudiants :

« Pourquoi est-il si difficile d'amener des étudiants bien sélectionnés, et bien formés par ailleurs, à se familiariser avec le raisonnement sur l'aléatoire et le risque ? […] Dans ce domaine, les étudiants sont beaucoup moins sensibilisés qu'avec les phénomènes du monde physique, considérés comme certains et comme exactement observés »

Il avance déjà de premières réponses. A la question : « Pourquoi la statistique reste-t-elle souvent la partie pauvre de l'enseignement ? », l'auteur accorde à l'intérieur du même ouvrage, trois raisons principales : le manque de temps, l'impression que ce champ ne forme pas un ensemble de vraies mathématiques et surtout le manque de formation des enseignants.

Comme nous le constatons, l'essor scolaire de la statistique se retrouve le plus souvent lié à celui des mathématiques. Explorons donc l'évolution de la demande institutionnelle attendue d'un enseignement de celles-ci.

2.1. Évolution des objectifs de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire

Notons le retour en force d'une volonté de réinstaller les mathématiques en place centrale de l'enseignement comme pilier d'une formation globale de l'élève. Pour illustrer dans un premier temps, ce phénomène, citons par exemple un extrait du texte de présentation du mémoire de l'A.M.Q. (Association Mathématique du Québec), exposé aux états généraux de l'éducation, le 11 août 1995, à Montréal ; mémoire qui fait suite au document ministériel *Faire avancer l'école.* Il insiste sur deux aspects incontournables de l'enseignement des mathématiques : la place et le rôle des mathématiques dans la connaissance, dans la société et dans le système Scolaire, et son rôle dans la formation de la personne, formation du citoyen, formation de l'esprit. Voici un extrait :

« Un simple regard autour de nous démontre l'omniprésence, ou presque, des mathématiques, liées aux objets, aux techniques, aux savoirs divers. Du rapport d'impôt aux nouvelles transmises par satellites, du disque laser à la carte routière, du thermostat au calcul de rendement des placements financiers ou du coût des hypothèques, maintes fois par jour nous avons affaire aux mathématiques, que nous nous en rendions compte ou pas. Les techniques nous parlent ou se parlent en mathématiques. Il n'y a rien d'étonnant à cela, c'est nous qui les avons faites ainsi. Formation de la personne, formation du citoyen, formation de l'esprit : la tâche est immense et aucun système éducatif ne peut se vanter de la réaliser parfaitement et complètement. Nous croyons que les mathématiques ont un rôle essentiel dans l'éducation et que, sans elles, la personne, le citoyen et la culture sont appauvris et handicapés. »

Derrière cette double responsabilité de formation technique et de l'esprit adressé à l'enseignement des mathématiques, essayons d'en percevoir les nouvelles orientations. Lors du colloque européen organisé par les professeurs et formateurs chargés de la formation des maîtres d'école de l'IREM de Strasbourg (30-31 mai et 1er juin 2005)[8] et intitulé : *Enseigner les mathématiques en France, en Europe et ailleurs*, étaient posées les questions suivantes : Qu'enseigne-t-on aujourd'hui en mathématiques dans les écoles élémentaires d'Europe et que pourrait-on y enseigner ? Parmi les réflexions échangées, voici quelques traits majeurs qui en ressortaient. Dans tous les pays, les domaines abordés sont les nombres, l'espace, la géométrie, la mesure des grandeurs et la résolution de problèmes. Certains pays (Italie, Portugal) prévoient un enseignement de l'algèbre et des fonctions, de la statistique et des probabilités. Dans tous les pays, la volonté apparaît de développer chez les élèves les capacités de raisonnement critique, de faire acquérir les bases de la culture générale, de donner les compétences de savoir-faire dans des situations diverses et surtout de repenser dans cet esprit, les méthodes d'enseignement et la formation des enseignants en mathématiques. Celle-ci ressort comme particulièrement faible pour les enseignants de l'école primaire dont le cursus scolaire scientifique se révèle insuffisant. Continuons encore à parcourir les textes traitant de la recherche en didactique des mathématiques. Citons maintenant un extrait du rapport de la commission permanente de réflexion sur l'enseignement des mathématiques (COPREM), créé par le Ministre de l'enseignement en mai 1983 et présidée par J. Martinet et intitulé : *Réflexions sur les programmes de mathématiques du collège et de l'école élémentaire.* Voici ce qui est écrit :

[8] Actes du XXXIIe Colloque COPIRELEM, IREM de Strasbourg, Mai 2006.

« Au quinzième siècle, savoir faire une division donnait le pouvoir. Dans l’école de Jules Ferry, il y a un siècle, c’était sans doute une promotion de savoir bien calculer (ce qui voulait dire faire des opérations sans faute). Aujourd’hui, ce qu’il faut, c’est savoir organiser des données pour pouvoir les traiter, organiser des calculs et les effectuer le plus rapidement possible à l’aide des machines dont on dispose, avoir les moyens de vérifier les résultats, être capable de vérifier rapidement (ce qui ne signifie pas forcément sans papier ni crayon) l’ordre de grandeur d’un résultat ou d’une approximation. On remarquera que toutes ces connaissances et tous ces “savoir-penser” n’ont que peu à voir avec la bonne exécution à la main des techniques opératoires traditionnelles. Mais en définitive, les machines ne font qu’amplifier une nécessité d’organisation. »

Pour résumer, cette formation mathématique évolue. Elle a l’ambition d’accompagner l’apport de connaissances techniques par une formation de l’esprit, par un “savoir-penser” qui lui-même ne peut plus ignorer la manière nouvelle d’appréhender nombre de situations mathématiques sans le recours à la statistique. Jean-Claude Duperret (DUPERRET, 2001, p. 9) rejoint à sa manière l’idée *de pensée et d’esprit statistiques* ; que l’on peut synthétiser en avançant que l’insistance répétée d’enseigner la statistique traduirait une réponse à une demande :

- de formation du citoyen,
- d’invitation au travail interdisciplinaire,
- de vision globale de la résolution d’un problème,
- de préparation aux concepts probabilistes,
- et d’utilisation de la calculatrice et de l’outil informatique.

Cette exigence de résolution des problèmes par la statistique, entre également dans l’école en s’imposant à la pratique des enseignants. Une nouvelle orientation institutionnelle de l’Éducation nationale les presse à s’approprier une “culture de l’évaluation” pour aller vers plus d’efficacité et d’équité entre les élèves (parcours personnalisé de réussite). Dans ce sens, le recours aux statistiques et aux outils qui l’accompagnent (moyennes, graphiques, courbes etc.), devient incontournable et s’organise au travers de l’aide apportée par l’usage de logiciels : “Casimir” puis “Jade”, base institutionnelle de l’évaluation obligatoire des élèves en CE2 (en référence aux élèves du cycle étudié ici) et en sixième. Là encore, l’outil existe, mais l’aide à l’appropriation professionnelle paraît se limiter bien souvent au fonctionnement du logiciel, à sa présentation, comme à la lecture directe, brute des résultats. Il est nécessaire d’en permettre le recul suffisant pour comprendre la signification des indicateurs et la synthèse de leurs effets cumulés.

Si cette évolution des objectifs d’un enseignement des mathématiques semble si clairement et vivement souhaitée, qu’en est-il alors réellement de l’introduction d’un contenu statistique dans la chronologie des programmes de l’école élémentaire ? Il est surprenant de constater que dès 1973, des auteurs s’intéressaient déjà à ces questions au travers d’un ouvrage intitulé *Combinatoire, statistique et probabilité de 6 à 14 ans* (VARGA T., DUMONT M., 1973). Ils choisirent alors d’interpeller le monde éducatif sur l’utilité d’un enseignement statistique et probabiliste (année même où Guy Brousseau commençait ses propres recherches en la matière et qu’il les suspendit pour se focaliser sur d’autres centres d’intérêt). Plus tard, dans les années 80, Lennart Rade exposait un article consacré à l'enseignement des mathématiques et publié par l’UNESCO (RADE, 1986, pp. 123 et 124). Il rappelait que l’usage de la statistique était déjà reconnu comme indispensable et son apprentissage scolaire fortement réclamé dans l’enseignement secondaire dès

1959 et à l'école primaire dès 1963 ! Ce document soulignait un manque de professeurs capables d'enseigner la statistique car peu avaient été formés à cet enseignement et le matériel fourni, restait pratiquement inexistant. Il réclamait que dans un avenir proche, l'on puisse s'entendre sur une définition commune et sur les fondements de son enseignement. Devait-on concevoir une approche didactique spécifique ou rester dans un environnement interdisciplinaire ? Il s'engageait déjà (p. 127) en mettant en avant cinq arguments en faveur de son introduction à l'école primaire que l'on peut résumer ainsi :

- La statistique fait partie intégrante de notre culture.
- La pensée statistique est une composante essentielle de l'aptitude à manipuler des nombres.
- Le contact avec des données réelles favorise le développement personnel.
- Les notions statistiques interviennent souvent dans la vie active.
- Un contact précoce avec les notions statistiques peut apporter une compréhension élémentaire intuitive à ce sujet.

Une prise de conscience internationale, s'est concrétisée par l'intermédiaire en autres, de l'Association Internationale pour l'Enseignement Statistique (Annexe n°3.3), créée au Caire en 1991, lors de l'Assemblée Générale de la 48ème session de l'Institut International de Statistique (IIS) qui a pour objectif principal de contribuer au développement et à l'amélioration de l'éducation statistique dans le monde entier et en particulier :

- en qualité d'organisation professionnelle, d'assurer l'existence d'un forum de discussion pour tous ceux que l'enseignement de la statistique intéresse,
- en tant que discipline à part entière, de promouvoir la recherche dans l'enseignement statistique,
- et de par son rôle éducatif, de prendre des initiatives en ce qui concerne l'enseignement de la statistique et de proposer des solutions aux problèmes soulevés.

Cette association concerne tout particulièrement les personnes dont les intérêts ou les activités professionnelles comprennent : l'enseignement de la statistique à l'école primaire, au collège ou au lycée. Pour la France, son équivalent la SFDS, propose aussi d'associer ambition statistique et problématique éducative en les évoquant conjointement.

Plus proche de nous, en complément du 8ème rapport de juillet 2000 portant sur la science et la technologie de l'Académie des Sciences, publié aux éditions TEC et DOC (rapport qui répond à une commande du Ministre de l'Éducation nationale de 1998, de procéder à une évaluation prospective de l'activité scientifique et universitaire française), la CREM (Annexe n°3.2), (Commission de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques), a évoqué l'exigence actuelle « d'exploration d'objets pour lesquels des conclusions ne peuvent être dégagées avec certitude », et qui exige le recours à l'usage de la statistique. Elle a donc émis des recommandations très précises concernant l'état des lieux de l'enseignement de la statistique. Les deuxième et neuvième constats de son "rapport d'étape Statistique et probabilités", précisent de manière abrupte :

***« Constat 2** : La recherche statistique est insuffisante en France si on la compare à celle des autres pays de même niveau technologique. Le nombre de chercheurs en statistique en France devrait être multiplié par un facteur minimal de 5 pour aboutir à un niveau relatif d'activité comparable à celui des Etats-Unis […]*

***Constat 9 :** En France, à la différence d'autres pays européens, les citoyens n'ont*

pas une formation suffisante à la prise en compte du mode de pensée statistique. Pour améliorer cette situation, des initiatives récentes ont été prises dans le cadre d'une réforme de l'apprentissage des mathématiques dans l'enseignement primaire et secondaire ».

Pour reprendre les propos de cette commission : « une formation à la statistique est aujourd'hui indispensable […] La question n'est plus “faut-il ou non se fier aux statistiques”, mais “comment faire partager au plus grand nombre la connaissance des fondements de cette discipline, des questions qui la concernent, de la nature des preuves qu'elle apporte ». La réponse passe par l'intégration de l'aléatoire à tous les niveaux de l'enseignement, école élémentaire incluse. Un “consensus statistique” semble s'être établi aux plans international et national. Il pose au premier chef la responsabilité éducative du corps enseignant et confère dans ce mouvement, un investissement et une responsabilité identique et partagée entre les échelons primaire et secondaire.

Pour ce qui concerne la statistique, le rapport de l'académie a été construit autour des questions suivantes :

- Qu'appelle-t-on statistique ?
- Quelles sont la nature et la qualité de la recherche en statistique en France ; quelle est sa place en Europe et dans le monde ?
- Qu'en est-il de la mise en œuvre des méthodes statistiques dans les grands secteurs de l'économie et de la vie sociale, dans la recherche scientifique et technique ?
- Qu'en est-il de la formation initiale de l'enseignement des statistiques, du primaire au supérieur, de la formation continue ?

Il est précisé (pp. 3 et 4) :

« Le présent rapport de la CREM a pour objectif de prolonger celui de l'académie par des pistes de réflexion pouvant influencer l'évolution future de l'enseignement des statistiques et des probabilités. Il ne s'agit pas ici de définir des curriculums, mais d'une part de rendre compte de questions qui animent vivement les débats à propos de ce chapitre de la formation scientifique, et d'autre part d'éclairer en illustrant parfois par des exemples didactiques simples des éléments susceptibles de guider des choix de contenus en différents temps et lieux d'enseignement et de formation. »

La nécessité de reprendre cet extrait, in extenso, s'est imposée pour montrer le consensus s'installant autour de la reconnaissance de ces apports mais en plus, le besoin exigeant d'en faire un objet d'enseignement (centre de notre étude). Les titres des chapitres des recommandations de la CREM, recoupent les préoccupations analysées au fil de notre recherche :

Tableau 5 : Table des matières du rapport KAHANE

Si l'on résume le préambule à cette deuxième partie, nous dirons que notre travail répond à la présence du *fait statistique* par une demande de réinstaller les mathématiques en place majeure de l'enseignement donné dans les écoles, d'insister sur leur intérêt à ouvrir les élèves au raisonnement critique, aux savoir-faire dans des situations diverses et d'introduire en particulier un enseignement / apprentissage de la statistique et des probabilités le plus tôt possible dans le cursus scolaire des élèves (et d'une formation des enseignant allant dans ce sens). Confirmons cette évolution en relisant les objectifs des évaluations PISA[9]. Quelles mathématiques sont analysées donc attendues dans cette logique ? Reprenons par extraits des éléments fournis par le rapport REPERES - IREM. n°65 d'octobre 2006. Qu'apporte l'enseignement des mathématiques aujourd'hui, passé au crible des évaluations nationales et internationales ? De la première étude menée en 1960, aux études TIMSS2 et PISA3, en passant par les études de la DEP4 et d'EVAPM5, Antoine Bodin (2006) recherche quelles mathématiques sont évaluées par PISA ? Il retient trois points : celui de former un futur *citoyen-consommateur-employable* (les mathématiques pratiques), qui devienne *cultivé* (la culture mathématique), et enfin *capable d'entrer à l'intérieur de* (mathématiques spécialisées)(Annexe n°4.2). Il précise (p. 57) : *« Différents aspects des mathématiques peuvent être concernés par l'évaluation. Ces aspects entretiennent entre eux des rapports subtils, mais on ne peut pas les considérer comme hiérarchisés. »* Plus loin, toujours selon les trois points signalés précédemment :

« Le caractère multidimensionnel de l'ensemble des connaissances et compétences relatives à ces trois catégories apparaît clairement. La maîtrise des savoir-faire pratiques n'ouvre pas nécessairement la porte à la culture au sens B ni aux compétences sollicitées en C. Il est toutefois évident, qu'une partie des connaissances et savoir-faire de la première catégorie est indispensable à l'exercice de la troisième, la difficulté est de savoir laquelle et, pour la partie concernée, de savoir jusqu'à quel niveau d'approfondissement. »

Par la suite, il est rappelé que :

« PISA s'éloigne des découpages classiques des contenus, pour faire place à une organisation de type qu'il est convenu, en France, d'appeler "par problématiques". Cependant, l'idée du découpage de PISA est plutôt dérivée des recommandations de la Société Mathématique Américaine - AMS (cf. « On the shoulders of the Giants » qui décrit les grandes idées "overarching ideas" reprises par PISA) : - Quantité ; - Variations et relations ; - Espace et formes ;- Incertitude »

[9] PISA (Program for International Student Assesment) est un programme international qui, tous les trois ans, mesure les compétences des élèves de 15 ans dans un domaine principal : PISA 2000 évaluait principalement la compréhension de l'écrit, PISA 2003 évaluait principalement la culture mathématique des élèves nés en 1987, PISA 2006 sera consacré principalement à la culture scientifique, et PISA 2009 se centre sur l'évaluation des élèves en lecture.

Pour notre étude, nous constatons la place prépondérante accordée à l'incertitude, dans cette répartition en quatre parties, qui place désormais en arrière-plan, le découpage habituel (géométrie, nombres et calcul, résolution de problèmes, etc.). Ce que relève d'ailleurs Antoine Blondin (2006, p. 64) :

« Il est toutefois des retombées positives, telles que l'introduction généralisée de questions liées à l'incertitude (statistiques et probabilités). Des pays qui avaient un enseignement extrêmement formel et procédural ouvrent leurs curriculums à la résolution de problèmes non stéréotypés, plus ouvert sur l'aspect outil des mathématiques.»

Il prodigue ensuite des mises en garde ; deux nous semblent intéressantes pour notre objet de travail. Tout d'abord, il insiste sur la nécessité d'une présence de *"corrélations entre les différents domaines (algèbre, géométrie, etc.)" et "entre ces domaines et la langue d'usage".* Il met ensuite en garde contre :

« L'insistance sur les "mathématiques de la vie", "mathématiques du réel", et sur "l'évaluation authentique", très en vogue aujourd'hui,… [qui] ne facilite pas nécessairement la réussite des élèves. En général, cela rend même les choses plus difficiles, du moins tant que la dévolution n'est pas assurée (c'est-à-dire tant que l'élève, non seulement n'a pas compris la situation qui lui est proposée, mais encore, tant qu'il ne la pas faite sienne). Or cette dévolution est ce que les évaluations savent le moins bien prendre en compte. Cela ne signifie pas pour autant qu'il faille se limiter à des questions mathématiques formelles. D'une part, les habillages des questions peuvent rester minimales et internes aux mathématiques, d'autre part il convient de s'assurer que le caractère concret des situations proposées est ressenti comme tel par les élèves. Le "faux concret" ne rendant pas nécessairement les situations proposées plus proche des intérêts des apprenants ; il peut même renforcer l'impression d'inutilité et d'artificialité. »

Pour finir et vraiment rapporter la statistique comme élément à placer au même titre que les autres domaines mathématiques, nous ferons retour sur les propos de Benoît Rittaud (RITTAUD, 2002, p. 13) :

« Il convient donc de mettre l'accent sur le fait que la théorie des probabilités, bien que délivrant des résultats sous la forme de nombres compris entre 0 et 1, qui quantifient le "nombre de chances" de tel ou tel résultat à une expérience aléatoire, est tout aussi rationnelle et sûre que les autres disciplines mathématiques telles que l'algèbre, l'arithmétique ou la géométrie. Les probabilités ne sont pas des sables mouvants où rien de ce que l'on avancerait ne serait pas vraiment assuré, mais au contraire un domaine parfaitement rationnel. La part d'aléatoire n'est pas le propre de la théorie elle-même, mais des expériences aléatoires qui sont son objet. De la même façon, que rien ne nous oblige à croire à la réalité d'un objet géométrique comme un triangle, nous ne sommes pas contraints de croire à la réalité du fait que la pièce a une chance sur deux de tomber sur pile. Néanmoins, si nous l'acceptons, alors toutes les conséquences qui en découlent, mises au jour par la théorie des probabilités, sont aussi rationnelles et obligées que le théorème de Pythagore ou le concours des bissectrices dans le triangle. »

Face à cette demande commune et pressante de l'apport d'un enseignement de la statistique, confrontons-la maintenant au contact de la réalité de la classe ; étudions en cela son introduction progressive, à l'intérieur des programmes de l'école élémentaire et ceci selon leurs évolutions historiques successives.

2.2. Évolution de la place de la statistique dans les programmes de l'école primaire

Une partie de notre travail en DEA de Sciences de l'Éducation (COUTANSON, 2004), a porté sur cet objet de recherche. Nous n'exposerons ici, que la conclusion de cette étude. Nous avions alors résumé l'évolution récentes des programmes de mathématiques de l'école élémentaire en France par les tableaux suivants, retraçant la suite des programmes de 1985, 1995 et 2002 (ceux de 2008 n'étant pas encore édités) :

Tableau 6 : Évolution historique des programmes de l'école élémentaire

	Les mathématiques se déclinent en :	Situation à traiter et démarche utilisée par l'élève	Entrée en situation de recherche	Présence faite à l'incertitude	Place à une démarche tenant compte de l'incertitude	Vers un usage attesté des outils de la statistique
1985	- Arithmétique - Géométrie - Mesure de quelques grandeurs		Oui Problèmes de la vie courante (confirmation plus appuyée)	Oui référence explicite aux connaissances futures, imprévisibles	Non la démarche se limite à réactualiser en direct, les connaissances	Non, mais premiers tableaux incorporés dans la présentation des I.O. : le cadrage horaire par niveau
1995		- Activités relevant du domaine scientifique et technologique - Activités promouvant une pensée rationnelle - Activités étayant la formation du citoyen	Oui - Démarche expérimentale, logique, procédures mises en œuvre, méthodes de travail. - Une démarche de résolution de problèmes qui occupe une place centrale dans l'appropriation - Une dialectique mathématique outil / objet	Oui (Cf. 1985)	Non (Cf. 1985)	Non, mais apparition d'un travail par objectifs, fait lister les compétences attendues des élèves ; or la liste est un choix de traitement, de présentation. C'est une logique de construction des tableaux statistiques.
2002		Activités relevant : - de la vie de la classe, - de la vie courante, - de jeux, - d'autres domaines de connaissances.	- traiter les informations (diverses représentations) - formaliser et communiquer démarche de résolution et résultat	Oui (si l'on tient compte des domaines d'action attendus)	Oui (si l'on tient compte des domaines d'action attendus)	Oui Appel à l'apprentissage : - des tableaux, graphiques, schémas - des technologies de l'information et de la communication

Et nous obtenions enfin sur une plus grande échelle :

Tableau 7 : Place faite à l'incertitude dans l'évolution des programmes

	Entrée en situation de recherche	Présence faite à l'incertitude	Place à une démarche tenant compte de l'incertitude	Vers un usage attesté des outils de la statistique	Place faite explicitement à l'apprentissage de la statistique
1882	Non	Non	Non	Non	Non
1923	Non	Non	Non	Non	Non
1938	Oui	Non	Non	Non	Non
1985	Oui	Oui	Non	Oui (maître) Non (élève)	Non
1995	Oui	Oui	Oui et Non	Oui (maître) Oui (élève)	Non
2002	Oui	Oui	Oui	Oui	Non

En définitive, les quatre colonnes de gauche montraient un investissement continu et progressif vers la statistique par le biais d'une entrée en situation de recherche, de la présence faite à l'incertitude, de la place accordée à une démarche tenant compte de l'incertitude.

De plus, à la lecture des programmes successifs, nous assistions à une évolution des mathématiques :

- allant d'une discipline à part, autonome, vers un outil-support d'une recherche rationnelle à l'intérieur d'un domaine technologique et scientifique élargi,
- permettant désormais le traitement des problèmes de l'environnement quotidien et "citoyen" de l'élève (aspect inter et transdisciplinaire du passage de l'espace des sciences à celui de l'homme, de son devenir, de ses décisions, de son environnement, de la nature, etc.),
- admettant une utilisation réfléchie et prégnante des "technologies de l'information et de la communication",
- concédant un usage en acte avéré des outils de la statistique : pourcentage, listes, tableaux, graphiques, schémas, diagrammes.

Mais le tableau précédent fit aussi apparaître une réponse négative à toutes les lignes de la dernière colonne ! Ce qui nous laissait exprimer que l'histoire des Instructions Officielles traduisait le paradoxe dans lequel était (et est toujours tenu), l'apprentissage de la statistique au cycle III de l'école primaire : implicitement, cet apprentissage n'a jamais été aussi grandement sollicité, avec la proximité du rapprochement de l'apprentissage et des outils de la statistique. Une posture de l'usager statisticien, à l'école élémentaire n'a jamais été aussi manifeste, sans que toutefois, ne soit explicité clairement la notification d'un apprentissage de la statistique !

C'est ce que nous pouvons constater à la lecture du chapitre des programmes de l'école élémentaire (2002), concernant notre recherche, intitulé : "Organisation et représentation de données" (Programme cycle 3 ; document d'application, pp.16 et 17) :

Tableau 8 : Organisation et représentation des données au cycle III

Organiser des données en choisissant un mode de présentation adapté : - tableaux en deux ou plusieurs colonnes, - tableaux à	Les évaluations à l'entrée en classe de sixième montrent que, dans leur grande majorité, les élèves sont capables de lire les informations fournies par un tableau. Le travail doit donc être davantage centré sur la construction par les élèves de telles organisations : choix des entrées appropriées,

double entrée. *[SVT, histoire-géographie]*	présentation des données. Il s'agit d'un premier pas vers la capacité à recueillir des données et à les présenter sous forme de tableau. *[B2i]*
Lire et compléter une graduation, sur une demi-droite graduée, à l'aide d'entiers naturels, de décimaux ou de quotients (placement exact ou approché). *[SVT, histoire-géographie]*	Ce travail, indispensable à la compréhension des représentations graphiques utilisant des axes gradués, présente un double intérêt. - D'une part, il permet un travail sur la proportionnalité, à partir des relations entre les distances entre deux points et les différences entre les abscisses de ces points. - D'autre part, il permet une meilleure compréhension de l'ordre sur les différents types de nombres envisagés. Il est en outre intimement lié aux questions relatives au placement approché des nombres et permet un travail sur les ordres de grandeur.
Lire et interpréter des informations -à partir d'une représentation graphique (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires ou demi-circulaires, graphiques cartésiens). *[SVT, histoire-géographie]*	Dans ce domaine également, un premier travail a été réalisé à l'école primaire. Les compétences visées vont de la simple lecture d'une information (qui revient, par exemple, sur un graphique, à la lecture des coordonnées) à la capacité à faire une interprétation globale et qualitative de la représentation étudiée (évolution d'une grandeur en fonction d'une autre). Certaines représentations peuvent être obtenues en utilisant un ordinateur. *[B2i]*

Retenons la place privilégiée accordée aux représentations à partir de tableaux ; notons par ailleurs celle qui est laissée à la représentation par une demi-droite graduée. De ce fait, nous devrons inventorier en partie 3, la place tenue par chaque représentation autre que les tableaux et graphiques.

Par la suite, en s'appuyant sur la recherche de Jean-François Bergeaut, intitulée *Quoi de neuf dans les nouveaux programmes de mathématique de l'école élémentaire ?* (BERGEAUT, 2003), nous avions procédé à une analyse littérale de l'ensemble des contenus des programmes, limitée à ceux de 2002 pour rendre la tâche accessible. Voici les remarques que nous avions alors pu tirer de cet examen :

- l'absence pointée, totale, des termes statistique ou statistiques (cycles II et III),
- la mise en avant d'une situation qui a tendance à se radicaliser vers l'usage et la mise à l'écart de certains termes ; les présentations multiples semblent éloigner courbe(s) et schéma(s) (aux cycles II et cycle III),
- la focalisation sur des termes tableau(x) et données,
- ainsi qu'un maintien fort du mot graphique(s) et une légère hausse de diagramme(s) ; d'où une reconnaissance certes mais aussi une ambiguïté sur le dernier terme évoqué.

Il en ressortait une place largement prioritaire laissée aux tableaux au cycle III ; ce qui se retrouvera lors de l'analyse des contenus des manuels de mathématiques du cycle III en partie 3 de ce mémoire. Nous avions ensuite analysé les effets cumulés au cours des cycles, par l'apparition de mots retenus par notre étude ; voici alors les résultats obtenus :

Tableau 9 : Fréquence des termes statistiques dans les programmes des cycles II et III

	Cycle II	Cycle III	Cycles II et III cumulés
7è			*Statistique*
6è	*Diagramme et Statistique*		*Schéma*
5è		*Courbe, Schéma et Statistique*	*Diagramme*
4è	*Tableau et Schéma*	*Diagramme*	*Courbe*
3è	*Courbe*	*Graphique*	*Données*
2è	*Données*	*Données*	*Tableau*
1er	*Graphique*	*Tableau*	*Graphique*

En conclusion, l'apport des programmes, du cycle II et cycle III cumulés, signifiait un objectif qui apparaissait comme prioritaire à atteindre pour marquer la fin de la scolarité primaire :

- celui de la mise en valeur prononcée et nettement ciblée de trois termes : Graphique, Tableau et Données,
- **e**t en parallèle, la mise en retrait de tous les autres, c'est à dire de l'évitement et donc du risque de confusion évidente entre les trois termes : schéma, diagramme et courbe (difficile à appréhender pour le maître et par conséquent pour les élèves) et la mise à l'écart, paradoxale, du terme statistique !

Nous montrions ensuite qu'il y avait peu d'interférence entre l'usage sémantique du mot *graphique* [10] et sa considération en tant qu'objet d'étude. Par contre, pour le mot *tableau*, la focalisation sur l'objet d'apprentissage était très nettement inscrite. La spécificité du cycle III, semblait se traduire enfin par un accroissement parallèle de la priorité accordée à la forme des outils utilisés, tableaux et graphiques, comme à leur contenu par les données qui les constituaient. En conclusion, si l'attente de l'enseignement des mathématiques évolue et appelle à une plus grande place accordée à la statistique, si les programmes de l'école élémentaire lui accordent également un espace grandissant bien que non formulé explicitement, vérifions par contre quelle est la réalité d'apprentissage des élèves et ceci par une analyse brève des manuels du lycée, collège et école.

2.3. Illustration des programmes relatifs à l'enseignement de la statistique, au sein des manuels scolaires

Revenons à une étude conduite précédemment (COUTANSON, 1999). Nous essayions alors d'observer le parcours de formation des élèves et donc des enseignants, au travers de l'enchaînement successif des manuels de mathématiques. Nous avions décidé d'analyser la place tenue par la “présence statistique” (repérage dans l'année scolaire et quantification du nombre de pages qui lui étaient consacrées) à l'intérieur des manuels du cycle III de l'école élémentaire, du collège et du lycée. Voici une partie des conclusions que nous tirions alors de l'examen des 119 ouvrages de mathématiques de collège, disponibles et observés au CDDP[11] de Saint-Étienne (COUTANSON, 1999, p. 74) :

Tableau 10 : Études des manuels du collège et du lycée

[10] Usage comme adjectif, ou constitutif des mots : cartographique, lexicographique, orthographique, etc.

[11] Centre Départemental de Documentation Pédagogique

Niveau de la classe	Nombre de livres observés	Nombre de pages traitant de statistique ou probabilités	Nombre total de pages	%	Spécialité
6è	11	62	2385	2,6	
5è	10	116	2437	4,8	
4è	9	111	1991	5,6	
3è	13	158	2774	5,7	
2de G	23	259	4424	5,9	G : Général
2deT	6	84	524	16,0	T : technologique, tertiaire 1ère année
1ère L	3	115	519	22,2	
1ère S	5	102	1798	5,7	
1ère STT	4	462	876	52,7	STT Sciences et technologie du tertiaire
1ère SMS	2	45	331	13,6	SMS Sciences médico-sociales
1ère STI	2	47	649	7,2	STI Sciences et technologie industrielles
1ère ES	4	56	558	10	ES Économique et social
Te L	2	92	369	24,9	
Te S	8	186	2485	7,5	
Te STT	6	249	1330	18,7	
Te SMS	2	120	383	31,3	
Te STI	2	66	682	10	
Te STL	1	50	222	22,5	STL Sciences et technologie de laboratoire
Te ES	5	234	1449	16,1	

Le constat alors était le suivant :

« La part laissée à la statistique croît doucement de la 6è à la seconde mais reste dans un volume très faible (# 5,7% !). En "seconde", la différence se marque entre les deux parcours (général ou technologique). Remarquons au passage, la pénalisation des futurs professeurs éventuels de mathématiques (7.5 au lieu de 24,9 !). »

Essayons maintenant de voir selon les différents niveaux et branches scolaires, comment était introduit le contenu statistique. Revenons aux manuels et relevons la période où avait lieu l'apprentissage (ibidem p. 75) :

Tableau 11: Période de l'année pour l'enseignement de la statistique

Niveau scolaire	Nombre de manuels traitant explicitement de statistique ou de probabilités	Début de l'année	Milieu de l'année	Fin de l'année	% de manuels où la statistique n'est pas répertoriée
6è	12	0	8,33	16,66	75,01
5è	8	6,25	37,5	56,25	0
4è	5	0	40	60	0
3è	9	0	38,89	49,99	11,12
2de	22	11,36	47,72	40,90	0

Ce qui se représente par la figure suivante en référence au début, au milieu et à la fin d'année scolaire :

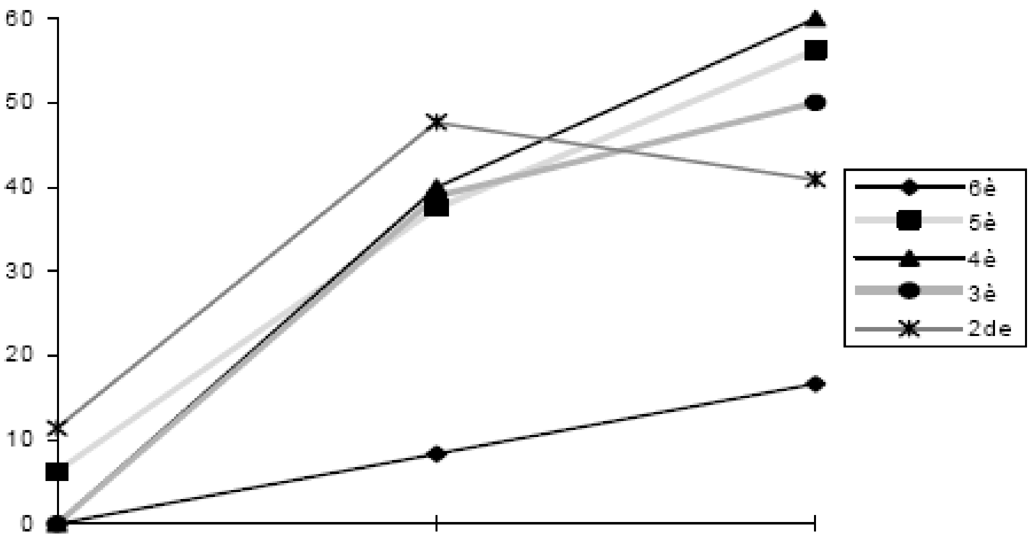


Figure 9 : Période d'enseignement de la statistique (début, milieu ou fin d'année)

Nous évoquions alors :

« Tous les collégiens et les lycéens de seconde sont soumis au fil des ans, à la répétition du même rythme ; la statistique est abordée avec une très grande régularité vers la fin de l'année. Comment alors pour les élèves concernés, ne pas traduire ce phénomène par un choix délibéré des professeurs de transmettre dès la rentrée des classes, ce qui leur paraît essentiel pour eux ou reconnu comme tel par les examinateurs et de laisser pour la fin, la part du programme qui pourrait n'être que partiellement traitée ? » (COUTANSON, 1999)

Nous abordions ensuite les réponses des manuels, par niveau scolaire au lycée, en fonction des différentes branches d'orientation, mais les résultats n'apportaient que peu à l'objet de notre recherche ici, si ce n'est que cette présence était plus soutenue en série L qu'en série S. De plus, les premières et terminales générales pouvaient se rapprocher plutôt des probabilités, quand les séries professionnelles donnaient davantage de place à la statistique. Le profil-type des futurs professeurs de mathématiques en ressortait particulièrement marqué.

La statistique se présentait comme une ouverture de l'apprentissage mathématique et en parallèle comme une rupture de son infaillibilité par le biais d'une présence permanente de petites phrases sibyllines, énigmatiques. En voici quelques-unes repérées lors de cette étude : *« Ce qui est simple est faux ; ce qui est compliqué est inutilisable »* [12] *, « La crainte gouverne le monde et l'espérance la console »* [13] *, « Aléa jacta est »* [14] *, « Ce que nous prenons pour cause n'est bien souvent qu'une simultanéité »* [15] *etc.* L'élève, invité à cette découverte nouvelle du domaine de la statistique, était confronté pleinement à une mise en difficulté épistémologique de sa propre représentation de la science mathématique, et en même temps sollicité à agir par “bon sens” ; notion nouvelle pour lui, déroutante et pourtant rappelée fréquemment en filigrane ! Plus d'effort, de vérification, de réflexion, de choix, etc. lui sont réclamés. Face à lui, l'enseignant paraît déstabilisé par l'objet à enseigner dont il ne perçoit pas toujours la nécessité, et pour lequel il lui semble difficile de pouvoir valider sur le plan mathématique, aux lycéens, dans la mesure de leur capacité de compréhension, toutes les connaissances qu'il doit leur communiquer.

Nous complétions cette étude par une analyse plus fine des manuels de mathématique de CE1 et CM2 de l'école élémentaire qui marquent les niveaux qui soldent les cycles I et II. Comment s'organisait la démarche de recherche de l'élève, face à une situation problème et en quoi elle se rapprochait d'une investigation statistique ? Voilà ce que nous écrivions alors :

« Nous ne garderons que l'analyse des démarches susceptibles de calquer un profil statistique, c'est à dire celles qui explicitent le déroulement de situations problèmes. Voici la grille mise en place pour analyser les différents ouvrages. »

[12] Paul Valéry 1ère S – Éd. TERRACHER HACHETTE 91

[13] Gaston de LEVIS, Terminale S – Éd. TERRACHER HACHETTE 94 p. 985

[14] "Le sort en est jeté" J. César col. Fractale – Éd. Bordas 94 p.46

[15] Math Terminale ES col. Nouveau Transmat – Éd. NATHAN 94

	Déclenchement de la démarche	• prendre l'initiative • Répondre à une demande de construire une démarche statistique à partir des situations vécues ou non	
Vers une démarche statistique	Collecte des données	• Les données sont fournies (documents)	A
		• L'élève doit bâtir une stratégie personnelle pour glaner l'information recherchée et l'appliquer	B
		• l'élève est invité à gérer les résultats (tri, rangement, présentation...)	C
	Traitement	• Il doit extraire des renseignements de ces données à partir du classement, de l'ordre...	D
		• Idem, mais à partir d'un tableau de données	E
		• Idem, mais à partir d'une courbe	F
		• Idem, mais en dégageant une idée de moyennes	G
	Synthèse et communication des résultats	• L'élève s'engage à communiquer, à se porter garant des résultats (idée de preuve)	H

Tableau 12 : Première grille d'analyse des démarches de résolution des situations problème

L'analyse de toutes les situations proposant des “résolutions de problèmes” des 9 manuels de CE1 et des 8 manuels de CM2 (ibidem p.100), restreintes à celles présentant des supports par tableaux à double entrée et par graphiques[16], donnait les résultats suivants. Nous avions alors quantifié les cases où l'on signifiait par oui, le repérage d'au moins une fois l'existence de ce qui était réclamé pour chaque entrée. De ce fait, nous n'avions pas quantifié des présences totales mais simplement le fait d'être évoqué au moins une fois. De plus, la colonne A ne fut pas retenue car difficile à compléter et donc impossible à traiter.

Tableau 13 : Étude des manuels de CE1

16 Nous n'avions pas encore conduit de réflexion sur la caractérisation des situations implicitement statistiques.

Titre des ouvrages de CE_1	Année de parution	B	C	D	E	F	G	H
Math et calcul HACHETTE	1986	N	N	O	O	N	N	N
Objectif Calcul HATHIER	1986	N	O	O	O	N	N	N
Pour comprendre les mathématiques HACHETTE	1995	N	O	O	O	N	N	N
Diagonale NATHAN	1992	N	O	O	O	O	N	N
Math (collection Thévenet) BORDAS	1995	N	O	O	O	N	N	N
J'apprends les maths CE_1 - RETZ	1992	N	O	O	O	N	N	N
About math CE_1 NATHAN	1990	O	O	O	O	N	N	N
Maths CE_1 NATHAN	1990	N	O	O	O	N	N	N
Maths CE_1 ISTRA	1996	N	O	O	O	N	N	N
Effectifs des réponses oui		1	8	9	9	1	0	0
Pourcentages des oui/non		11,1	88,9	100	100	11,1	0	0

Tableau 14 : Étude des manuels de CM2

Titre des ouvrages de CM_2	Année de parution	B	C	D	E	F	G	H
1^{er} en mathématiques HACHETTE	1988	N	N	N	O	N	N	N
A vos maths NATHAN	1994	N	O	O	O	N	N	N
Math livre-outil CM_2 MAGNARD	1988	N	N	N	O	O	N	N
Math CM_2 NATHAN	1989	N	O	N	O	O	N	N
Math et calcul CM_2 HACHETTE	1988	N	N	N	O	N	N	N
Vivre les mathématiques ARMAND COLIN	1991	N	O	O	O	O	O	N
Bon en math NATHAN	1996	N	O	O	O	O	O	O
Math (collection Thévenet) BORDAS	1996	O	O	O	O	O	O	O
Effectifs des réponses oui		1	5	4	8	5	3	2
Pourcentages des oui/non		12,5	62,5	50	100	62,5	37,5	25

Il était surprenant de constater la vétusté des ouvrages utilisés. L'analyse ayant eu lieu durant l'année scolaire 96/97, la moyenne d'âge des manuels s'élevait à près de 5 ans pour les CE1 et le CM2. Peu relèvent des I.O. de 95 : 5 sur 17 !

Confrontons donc en parallèle les résultats d'analyse des ouvrages de CE_1 et de CM_2 :

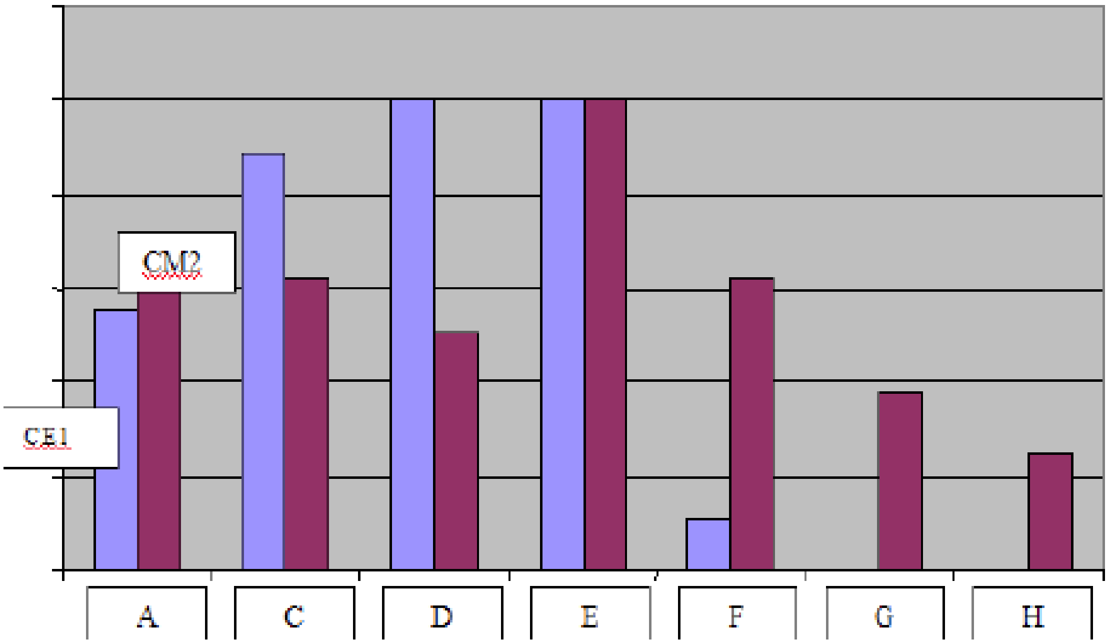


Figure 10 : Étude comparée des manuels de CE1 et de CM2

Nous pouvions relever :

- qu'il n'était pratiquement jamais demandé aux élèves de bâtir par eux-mêmes la collecte de données (B),
- que le tri (C) et l'exploitation des données (D) semblaient moins présents en CM2 qu'en CE1 (!),
- que par contre et de manière beaucoup plus nette, ces données étaient présentées avant tout, à partir de tableaux (E) plutôt que de courbes (F) (mais d'après (D), nous observions déjà que de nombreuses situations-problèmes prenaient pour point de départ des données fournies en "séries" ou sous d'autres représentations que des tableaux ou représentations graphiques),
- que l'extraction d'indices comme la moyenne (G) et la communication de résultats (H), étaient totalement absentes de CE1 et progressaient faiblement en CM2.

Nous terminions alors l'analyse en précisant que :

« Un triple constat se fait jour : jamais n'est abordée une approche de l'incertitude, […] ; peu souvent l'incitation invite à une idée d'interprétation des résultats, de prise de décision relevant de choix orientés vers diverses anticipations possibles, et surtout, tout au long des manuels, à aucun moment, l'élève n'a été invité à devenir curieux au point de prendre lui-même l'initiative d'une approche statistique d'un problème le concernant ! »

Pour faire la transition, après avoir abordé le paradoxe entre la montée de la présence statistique implicite dans les programmes du primaire et sa quasi-absence réelle à l'intérieur des manuels, analysons maintenant comment se réalise à l'issue de la scolarité primaire, le lien nécessaire avec le collège. Examinons désormais, le contenu des programmes scolaires de ce dernier.

2.4. Liens nécessaires entre l'école primaire et les attentes des programmes du collège, relatives à l'enseignement de la statistique

A la lecturedes programmes du collège, en mathématiques, et plus particulièrement au travers du document d'accompagnement (*Programmes des collèges, Mathématiques, Introduction générale pour le collège*, Hors série N°5 du 9 sept. 2004), nous pouvions extraire huit axes essentiels pour notre étude, qui se dégageaient de ce texte de cadrage préconisé pour l'enseignement des mathématiques :

- Premier axe : permettre d'éclairer le quotidien, l'environnement de l'élève ; faire référence à la "vie" de l'élève,
- Deuxième axe : ambitionner une formation intellectuelle de l'élève, une formation du citoyen, Troisième axe : améliorer l'explicitation des démarches utilisées en favorisant une redécouverte des divers domaines mathématiques, leur harmonisation ainsi que l'aspect interdisciplinaire de l'enseignement,
- Quatrième axe : accorder un intérêt particulier aux schémas, tableaux, figures comme outil intermédiaires pour relier :
- d'une part, les observations du réel à des représentations : schémas, tableaux, figures,
- et d'autre part, ces représentations à une activité mathématique et à des concepts,
- Cinquième axe : donner une place majeure à l'activité de manipulation, de construction par l'élève, de réalisation de dessins, de résolution de problèmes, d'organisation et de traitement de données, de calculs... Cela permet aux élèves de mieux prendre en compte le caractère " d'outil " des mathématiques,
- Sixième axe : mettre en avant la continuité des apprentissages entre l'école élémentaire et le collège et en particulier en tenant compte des informations recueillies à l'occasion de diverses évaluations concernant les acquis mathématiques des élèves de l'école élémentaire et de la classe de sixième,
- Septième axe : souligner le sens, l'intérêt, la portée des connaissances en utilisant les moyens modernes de communication (informatique, banques de données, audiovisuel...),
- Huitième axe : développer les capacités de raisonnement (observation, analyse, pensée déductive), tout en ouvrant l'esprit par l'imagination, l'intuition et la diversification des formes de données comme de leur domaines de référence.

En conclusion, nous observions que tous ces axes étaient inhérents à la démarche statistique ; son apprentissage entrait donc en cohérence parfaite avec l'orientation donnée au collège pour l'enseignement des mathématiques. Ces axes aidaient par ailleurs à affiner les points d'observation que nous conduirons ensuite lors de l'examen des manuels de mathématiques du cycle III de l'école élémentaire en partie 3.

Regardons maintenant et plus particulièrement, la partie qui concerne cette étude, intitulée : "Organisation et gestion de données - Fonctions". Qu'en est-il de la continuité école-collège ?

Tableau 15 : L'organisation et la gestion de données au collège

SIXIEME	CINQUIEME
- Exemples conduisant à lire et établir des relevés statistiques sous forme de tableaux ou	- Lecture, interprétation, représentations graphiques de séries statistiques. - Diagrammes à barres, diagrammes

de représentations graphiques, éventuellement en utilisant un ordinateur.	circulaires. - Classes, effectifs. - Fréquences.
QUATRIÈME	TROISIÈME
- Effectifs cumulés, fréquences cumulées. - Moyennes pondérées. - Initiation à l'usage des tableurs-grapheurs. - Valeur approchée de la moyenne d'une série statistique regroupée en classes d'intervalles.	- Caractéristiques de position d'une série statistique. - Approche de caractéristiques de dispersion d'une série statistique. - Initiation à l'utilisation des tableurs-grapheurs en statistique.

Au collège, le terme "statistique" est explicitement utilisé à tous les niveaux et ceci dès la sixième ! "Relevés statistiques", "séries statistiques" induisent déjà la lecture de l'aspect global d'un ensemble de données à étudier de manière diachronique et/ou chronologique. Le contenu se limite à la statistique descriptive dont les indices perçus s'enrichissent jusqu'en troisième. L'idée d'interprétation n'apparaît qu'en cinquième alors qu'elle était signalée au cycle III de l'école élémentaire. En bilan, nous avions fait le constat de la nécessité réclamée comme incontournable d'un enseignement de la statistique, d'une évolution dans ce sens des programmes de mathématiques de l'école primaire, comme de ceux du collège, et en parallèle, d'une absence de son évocation explicite et de la pauvreté de sa présence réelle à l'intérieur des manuels de mathématiques (révélatrice pourtant des pratiques réelles des enseignants, comme le rappelle le rapport de la DEP, n°44, de septembre 94). Et, plus que ce constat, nous retenions quelques éléments essentiels à la nature statistique ; traits indispensables au façonnage de nos recherches ultérieures. La statistique ne peut ignorer :

- le lien indispensable entre les différents domaines mathématiques,
- l'importance de la variété des domaines de référence des situations proposées aux élèves (Martinand, 1987) ; c'est-à-dire les liens que la statistique en tant que discipline scolaire (LAHANIER, 2006) entretient avec le découpage actuel des autres disciplines scolaires retenues,
- le rôle certes central, donné aux supports "tableaux" et "graphiques" avec une priorité nette accordée aux premiers, mais avec l'obligation d'aller observer les autres supports de données,
- le souci d'analyser toutes les phases de la démarche statistique,
- l'absence souvent constatée d'indices classiques (étendue, moyenne, médiane…) de description mathématique des situations,
- ainsi que le regard à porter sur la recherche de données, leur analyse critique, leur sens en utilisant les moyens modernes de communication (informatique, banques de données, audiovisuel).

De ces premiers constats, nous avons retenu l'élargissement de l'idée de mathématiques, à celle de statistique, implicite dans les programmes, toujours "reléguée" en mauvaise position à l'intérieur des manuels solaires de l'école primaire, et pourtant nécessaire à la continuité avec le collège. L'ensemble nous a donc déjà permis de mettre en lumière des orientations et une partie des lacunes observées. Mais, selon l'usage fait des données, ou selon le caractère questionné, ne s'est-il pas installé, parmi nous et en particulier dans l'univers de l'école, une certaine standardisation des approches ? Ainsi, après avoir relevé la nécessité d'inclure l'apprentissage de la statistique dans la logique des programmes de mathématiques actuels et d'assurer la liaison avec les programmes du collège, portons maintenant notre regard sur les représentations que les acteurs de l'enseignement, enseignants et élèves, ont eux-mêmes de la statistique.

3. Les représentations des acteurs

Pour compléter le paragraphe précédent, qui a montré l'admission progressive de l'idée statistique dans les programmes de l'école élémentaire et de la lenteur de son introduction réelle au sein de l'enseignement, regardons désormais dans les faits, quelles sont les réactions de diverses populations d'apprenants et d'enseignants à son égard. Pour cela, reportons-nous brièvement aux travaux que nous avons conduits précédemment.

3.1. Représentations des étudiants

3.1.1. Représentations des étudiants de Sciences de l'Éducation

Tout un chacun aurait pu croire que la mutation profonde que connaissait l'apprentissage de la statistique par l'avènement des calculatrices et des micro-ordinateurs, aurait modifié l'approche des calculs statistiques, longs et fastidieux. Et pourtant, les étudiants de Sciences de l'Éducation, pour la plupart déjà enseignants ou se profilant comme futurs enseignants, pour lesquels l'usage de la statistique nous semblait indispensable à tout travail de recherche, peinaient, butaient, et abordaient cette discipline souvent contraints et à contrecœur, référant en général cet apprentissage à leur propre histoire mathématique (COUTANSON, 1995). Leur représentation de la statistique était liée à leur passé scolaire, à l'organisation des études universitaires et à l'objectif qu'ils s'étaient fixé (ouverture d'esprit et meilleure accessibilité aux concours). Le problème n'était pas nouveau. Déjà Gaston Mialaret (MIALARET, PHAM, 1967, p. 2), remarquait dans ses écrits, que les étudiants émettaient la critique suivante : « Comment embrasser d'un coup toute la trajectoire mathématique : partir d'un point très bas pour arriver à un point très haut ? » La presque totalité des étudiants disait découvrir l'apprentissage de la statistique avec le cours universitaire, le subir plutôt que le prendre en charge, le trouver disproportionnellement compliqué en regard d'éventuels usages ultérieurs. La statistique semblait utile à tous en dehors de l'université, constat professionnel plutôt que personnel, avec la nuance à apporter d'une confiance moindre accordée par les étudiants issus d'une filière mathématique (ancien Bac C). En conclusion, nous évoquions la situation paradoxale suivante : d'un côté, le passage indispensable par une formation à la statistique, qui, selon la formulation de Gérard Fourez (FOUREZ, 1994, p. 6.), pourrait garantir une base solide à l'alphabétisation scientifique et technique, gage parmi d'autres « du maintien d'une démocratie efficace et réelle », et de l'autre, l'attitude plus que mesurée des étudiants à l'égard de cet apprentissage. Par contre, les étudiants reconnaissaient dans leur grande majorité que la statistique pouvait jouer un rôle propédeutique en réponse à l'échec en mathématique, et aider à prendre en charge l'avenir de "notre responsabilité d'être humain".

3.1.2. Représentations des étudiants bénéficiant d'une formation à distance

Les remarques précédentes sont corroborées par les conclusions que tire Jean-Claude Régnier (RÉGNIER, 2006, pp. 15-47) de l'expérience en cours de l' "étude des difficultés d'apprentissage de la statistique dans le cadre d'un enseignement à distance". Voici ce qu'il relate :

« La faiblesse du niveau de compétence en mathématiques et le rapport négatif à leur égard soutiennent chez les étudiants une attitude de méfiance ou même de rejet parfois inconditionnel vis-à-vis de la statistique. Si les mathématiciens rejettent parfois la statistique hors de leur domaine, les étudiants, eux, rejettent

la statistique par leur rapprochement avec les mathématiques. » (RÉGNIER, 2006, p. 30)

Le plus surprenant, concerne les tuteurs qui, de leur côté, entretiennent encore une méfiance statistique ! Voici leurs réponses au questionnaire qui leur était adressé : les réponses devaient illustrer de trois mots, leur évocation personnelle de la statistique.

Tableau 16 : Mots évoquant la statistique par les étudiants bénéficiant d'un enseignement à distance

Tuteurs	Mot 1	Mot 2	Mot 3	* en caractère gras dans le texte.
T1	Quantitatif	Analyse	Présentation	
T2	Calcul	Interprétation	Tromperie*	
T3	Outil	Opacité*	Technique	
T4	Inhibition*	Massivité	Sens	
T5	Calculs	Quantifier	Complexité*	

Mais allons plus avant dans l'analyse de ces réponses, en rappelant l'énoncé des objectifs attendus de l'enseignement à distance de la statistique en Science de l'Éducation, organisé par l'Université Lyon 2, et du tableau des rangs attribués par les tuteurs d'une part, et les étudiants concernés d'autre part (pp. 25 et 38).

Tableau 17 : Comparaison des attentes d'un enseignement de statistique par les tuteurs et les étudiants

	Les objectifs attendus	Rang attribué aux réponses :	
		des tuteurs	Des étudiants
Obj.1	Expliciter les questions d'une problématique dont les réponses relèvent d'une approche statistique.	3	2
Obj. 2	Décrire, traiter, analyser des données d'une manière pertinente dans le cadre d'une étude en particulier dans le domaine éducatif.	1	1
Obj. 3	Faire le lien entre la réflexion analytique sur des questions relevant du champ de l'éducation, leur formalisation et leur traitement quantitatif.	4	3
Obj. 4	Lire avec un regard critique et distancé, les conclusions de diverses études statistiques apparaissant dans des rapports de recherche en science de l'éducation.	2	4
Obj. 5	Poursuivre de façon autonome et personnalisée un apprentissage en statistique afin d'enrichir ses acquis.	9,5	10
Obj. 6	Poser un regard plus positif à l'égard d'un domaine largement exploité dans les media, dans le sens de ne pas considérer les résultats dans l'ordre du tout ou rien mais en les replaçant judicieusement dans leur domaine de validité.	6	6
Obj. 7	Exploiter des notions et des démarches mathématiques à des fins d'outils, et de ce fait de modifier dans un sens positif, le rapport souvent négatif que nombre entretient avec cette science.	9,5	8
Obj. 8	S'exercer à un raisonnement intégrant l'idée de “risque d'erreur” dans l'énoncé de ses conclusions.	8	9
Obj. 9	S'exercer à l'interprétation de phénomènes éducatifs sur la base de données statistiques sur des “faits éducatifs” et sur des relations entre ces “faits”.	5	5
Obj. 10	S'exercer à la communication des résultats des analyses des données en distinguant clairement le modèle utilisé, de la réalité qu'il est supposé représenter, en séparant bien des traitements menés à l'intérieur du modèle, des interprétations reformulées dans le contexte du problème.	7	7

Quel constat pouvons-nous tirer du tableau précédent ?

Tout d'abord, comme le fait remarquer Jean-Claude Régnier, les deux groupes ont une approche “caricaturale” de la statistique, en évoquant en rang n°1, le prototype de l'usage statistique, en l'occurrence l'objectif n°2 : *Décrire, traiter, analyser des données d'une manière pertinente dans le cadre d'une étude en particulier dans le domaine éducatif*. Les attentes de deuxième rang divergent, certainement du fait de la position différente des acteurs :

- pour les tuteurs : Lire avec un regard critique et distancé, les conclusions de diverses études statistiques apparaissant dans des rapports de recherche en Sciences de l'Éducation
- pour les étudiants : Expliciter les questions d'une problématique dont les réponses relèvent d'une approche statistique.

Les premiers ont le souci de l'esprit critique là où les seconds n'en sont qu'à la conceptualisation de la démarche statistique. Il faut noter ensuite, la place tenue par les items n°1, 3, et 4 ; ils concernent, comme le fait remarquer l'auteur, la problématisation, la modélisation, et la réflexion critique.

Arrivent après, l'item n°9, *S'exercer à l'interprétation de phénomènes éducatifs sur la base de données statistiques sur des "faits éducatifs* et sur des relations entre ces faits, et l'item n°6, *Poser un regard plus positif à l'égard d'un domaine largement exploité dans les médias, dans le sens de ne pas considérer les résultats dans l'ordre du tout ou rien mais en les replaçant judicieusement dans leur domaine de validité.* Ces deux objectifs, interpellent directement la modification de la posture devenue "statisticienne" des acteurs.

Viennent enfin les items qui questionnent : l'item n°10 affiche un mauvais résultat alors qu'il fait partie inhérente de la démarche statistique. Pour les items n°8, 7 et 5, l'auteur attribue ces mauvais scores à l'évocation des mathématiques au travers de la reconnaissance du risque d'erreur et de la nécessité de poursuivre cet apprentissage sur le plan personnel. Le cœur du paradoxe se présente avec l'item n°8. L'idée de *S'exercer à un raisonnement intégrant l'idée de"risque d'erreur dans l'énoncé de ses conclusions,* questionne l'auteur en ces termes :

« Quant à la question du raisonnement statistique dont le fondement même est à chercher dans la vraisemblance, la plausibilité, et par conséquent implique le passage de l'idée de la prise de décision avec certitude à celle de la prise de décision avec un risque d'erreur, nos constatons par le rang de l'objectif 8 qu'elle n'est pas prioritaire, tant pour les étudiants que pour les tuteurs. ». (RÉGNIER, 2006, p. 39)

En conclusion, outre l'évidence d'une entrée souvent "obligée" par la pratique universitaire, des étudiants dans l'apprentissage de la statistique, cette étude nous éclaire sur les écueils qu'elle comporte. Son auteur anticipe les difficultés de son enseignement :

« Nous pensons qu'il y a ici une source de difficulté pour l'apprentissage de la statistique. En effet la centration excessive sur "décrire, traiter, analyser les données…" occulte l'objectif terminal d'intégration qu'est la capacité à conduire un raisonnement statistique correct. D'une certaine manière, cet objectif donne un sens aux activités de description, traitement et analyse statistiques. Sa mise de côté renvoie très rapidement à des questions du type pourquoi ou pour quoi fait-on… ? Par exemple, pourquoi calculer une moyenne, une variance, etc. ? Mais elle laisse une place prépondérante à des activités pédagogiques que nous nommerions "applicationnistes" » (RÉGNIER, 2006, p. 39).

Apparaît alors l'évidence d'une mauvaise perception des enjeux de cet enseignement (p. 33) : ce « *n'est pas une fin mais un moyen pour instrumenter les sujets dans les conduites de prise de décision en situation incertaine* ». Pour nous, notre recherche ne pourra être perspicace, que si elle analyse des activités qui donnent un sens aux élèves observés. Jean-Claude Régnier pointe lui aussi, le rôle important tenu par les interférences avec le passé mathématique des acteurs ; les répercutions de celui-ci sur leur perception des situations à examiner, leur fait dissocier totalement les méthodes quantitatives des méthodes qualitatives.

Allons plus avant dans l'analyse des réponses précédentes des étudiants, obtenues par Jean-Claude Régnier, en essayant de regrouper ces dernières :

- selon trois axes, qui se réfèrent : [1] à l'apprentissage explicite de la construction d'une situation statistique (A) [2] à l'apprentissage explicite du traitement d'une situation statistique (B) [3] à une posture d'utilisateur de la statistique après apprentissage et en dehors de celui-ci (utilisation après coup comme outil de résolution de problèmes et de formation personnelle) (C)
- et selon l'ordre des rangs précédemment retenus par les tuteurs et les étudiants

Tableau 18 : Les attentes selon la prise en compte, le traitement ou l'usage de situations statistiques

Code	Enoncés…	A	B	C
Obj.1	Expliciter les questions d'une problématique dont les réponses relèvent d'une approche statistique.	2 (3)		
Obj. 2	Décrire, traiter, analyser des données d'une manière pertinente dans le cadre d'une étude en particulier dans le domaine éducatif.		1 (1)	
Obj. 3	Faire le lien entre la réflexion analytique sur des questions relevant du champ de l'éducation, leur formalisation et leur traitement quantitatif.	3 (4)		
Obj. 4	Lire avec un regard critique et distancé, les conclusions de diverses études statistiques apparaissant dans des rapports de recherche en science de l'éducation.			4 (2)
Obj. 5	Poursuivre de façon autonome et personnalisée un apprentissage en statistique afin d'enrichir ses acquis.			10 (9,5)
Obj. 6	Poser un regard plus positif à l'égard d'un domaine largement exploité dans les media, dans le sens de ne pas considérer les résultats dans l'ordre du tout ou rien mais en les replaçant judicieusement dans leur domaine de validité.			6 (6)
Obj. 7	Exploiter des notions et des démarches mathématiques à des fins d'outils, et de ce fait de modifier dans un sens positif, le rapport souvent négatif que nombre entretient avec cette science.			8 (9,5)
Obj. 8	S'exercer à un raisonnement intégrant l'idée de "risque d'erreur" dans l'énoncé de ses conclusions.		9 (8)	
Obj. 9	S'exercer à l'interprétation de phénomènes éducatifs sur la base de données statistiques sur des "faits éducatifs" et sur des relations entre ces "faits".		5 (5)	
Obj. 10	S'exercer à la communication des résultats des analyses des données en distinguant clairement le modèle utilisé, de la réalité qu'il est supposé représenter, en séparant bien des traitements menés à l'intérieur du modèle, des interprétations reformulées dans le contexte du problème.		7 (7)	

Chaîne d'apprentissage des étudiants : B, A, A, C, B, C, B, C, B, C. (rangs) et chaîne d'apprentissage des tuteurs: B, C, A, A, B, C, B, B, C, C. (rangs entre parenthèses).

Si l'on pondère les réponses (rang 1 : 10 points, rang 2 : 9 points, etc.), nous obtenons :

Tableau 19 : Comparaison des attentes entre tuteurs et étudiants

Les rangs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Résultats pondérés
Pour les étudiants	B	A	A	C	B	C	B	C	B	C	A =17 ; B = 22 ; C = 16
Pour les tuteurs	B	C	A	A	B	C	B	B	C	C	A = 15 ; B = 23 ; C = 17

Il est surprenant de constater que même si les tuteurs accordent légèrement plus de poids à la partie C, par rapport aux étudiants (ce qui était prévisible comme finalité pédagogique des “experts statisticiens”), nous pouvons dire que les résultats relatent des approches sensiblement identiques ! Les positions des tuteurs questionnent davantage que celles des formés ; ils donnent une réponse scolaire à l'apprentissage de la statistique. Il ressort donc de cette brève approche, qu'il faudra avant tout, sortir l'apprentissage de la statistique de son rapprochement trop prononcé d'avec une résolution mathématique ; aspect que nous rencontrerons plus loin au travers d'autres analyses. Nous devrons aussi insister sur l'importance à porter à ce qui se passe en amont de la démarche statistique (objectifs n°1 et n°3) : comment étayer statistiquement une situation à analyser ? Notre étude ne devra donc pas se limiter à la lecture et à l'exploitation de tableaux statistiques, mais aussi à son élaboration. Les aspects “communication” (obj. 10) et “risque d'erreur” (obj. 8), ne devront pas être oubliés ainsi que le regard que la statistique permet d'ouvrir sur les problématiques ambiantes. Après cette visite des représentations que les étudiants en Sciences de l'Éducation portent sur la statistique, arrêtons-nous maintenant sur celles que les professeurs des écoles ont à son égard.

3.2. Représentations de la statistique par les enseignants de l'école primaire

3.2.1. Les enseignants du primaire dans leur rapport personnel à la statistique

Revenons donc sur une étude conduite en 1999, dans le cadre de la constitution d'un mémoire de maîtrise de Sciences de l'Éducation (COUTANSON, 1999). Ce questionnaire (Annexe n°1.2) fut reçu de manière très distante par les instituteurs de l'époque. Voici ce que nous écrivions alors :

« Des difficultés incontournables : Malgré toutes ces précautions, des soixante-cinq écoles contactées, bien peu de réponses arrivèrent en retour ! Après multiplication des contacts directs, ou téléphoniques, et une relance par courrier à l'initiative de l'Inspecteur Départemental de l'Education, M. Bonhomme, un deuxième essai fut lancé sur la circonscription de Laval en Mayenne où nous disposions aussi d'un contact positif auprès de l'Inspecteur Départemental de circonscription. L'effet produit fut le même et n'était donc pas lié à un facteur de trop grande proximité avec les maîtres questionnés. Il fut donc décidé de bâtir le travail de recherche sur les seules réponses reçues (27) ; les très fortes difficultés rencontrées pour recueillir des réponses prouvaient déjà la profondeur de l'abîme où plongeaient les maîtres au simple fait d'évoquer l'idée statistique à l'école primaire, quelles qu'en fussent les finalités (représentations, usage ou enseignement). » (COUTANSON, 1999 .p.28).

Malgré tout, contrairement à l'hypothèse que nous émettions avant cette étude, nous constations à l'issue de ce travail, que les enseignants de l'école primaire avaient une approche plutôt favorable de la statistique. Essayons de résumer les conclusions. Les maîtres dans leur ensemble ordonnaient l'estime qu'eux-mêmes portaient à la statistique, selon l'axe croissant suivant (COUTANSON, 1999, section 2.2.) :

Tableau 20 : Rôles attribués à la statistique par les professeurs des écoles

Rôle premier	Rôle deuxième	Rôle troisième
Hors champ professionnel		Champ professionnel
L'aide à la communication, aux échanges	L'aide à la description, à la validation	L'aide professionnelle

L'aspect favorable envers la statistique subissait deux restrictions : le risque éthique d'immixtion dans la sphère privée et celui d'ingérence dans leur conduite professionnelle. Le vecteur informatif prenait le pas sur l'aspect civique. Les maîtres parlaient de la statistique comme placés à l'extérieur d'un ensemble où ils seraient plus spectateurs, lecteurs de données qu'acteurs ; ce que confirmait l'analyse qualitative des réponses (p. 54) par la fréquence d'apparition des verbes exprimés par les réponses des 27 enseignants du primaire :

Tableau 21 : Analyse des termes évoquant la statistique par les professeurs des écoles

La statistique perçue au travers des verbes qui traduisent la définition que les Professeurs des écoles lui accordent :		Non-réponse
une action	un état	
Regarder (0,25) ; Vérifier (0,5) ; Évaluer (0,5) ; Établir (0,33) ; Calculer (0,33) ; Ordonner (0,58) ; Étudier (0,83) ; Modéliser (0,25) ; Valider (0,33) ; Analyser (0,25) ; Dissocier (0,33) ; Lire (1) ; Comparer (0,83) ; Comparer (0,83) ; Recueillir (0,25).;	Être (8,5). Avoir (5,94)	
5,56	14,44	6

Ces réponses étaient complétées par leur déclinaison des priorités accordées au choix des supports de représentation pour des données statistiques :

Tableau 22 : Rangement des supports statistiques par les professeurs des écoles

N°1	N°2	N°3	N°4	N°5	N°6
Les textes	Les illustrations	Les dessins symbolisés…	Les tableaux	Les écritures mathématiques (moyenne, %...)	Les graphiques et courbes

Les professeurs d'école montraient par contre que leur représentation de ces apports de données statistiques, ne se limitaient pas aux tableaux et graphiques comme nous aurions pu l'attendre et qu'ils ne les plaçaient qu'en $5^{ème}$ et $6^{ème}$ rang ; ce qui servira d'ouverture à notre propre perception de l'outil statistique lors des prochaines recherches. Pour continuer plus loin notre analyse, rappelons aussi la répartition des secteurs d'activité pour lesquels, d'après "les maîtres d'école", la statistique apporterait une aide. Toujours selon l'enquête citée, voici résumés et ramenés à une échelle de rang, les résultats obtenus (p. 52) :

Tableau 23 : Rangement des usages de la statistique selon les secteurs d'activité

N° Secteur	N°1	N°2	N°3	N°4 ex æquo		
Secteur	Recherche et sciences	Médical	Politique	Production industrielle et agricole	Bilans économiques et de gestion	Information événementielle
Poids	8	6	4	2	2	2

D'après les résultats ci-dessus, les maîtres portaient un regard très déséquilibré entre les différents secteurs d'activité concernés par l'usage de la statistique. Ce qui pointait de nouveaux critères dans nos enquêtes ultérieures :

- veiller au respect de la diversité des secteurs d'activité,
- ne pas se limiter aux données scientifiques et économiques et mettre également en avant la variabilité concernant l'homme, ses décisions, ses choix, les effets de ses choix, etc.

De plus, les réponses aux questions ouvertes permettaient (p. 50) de dresser le tableau suivant :

Tableau 24 : Les aspects scientifique, humain ou pratique de la statistique par les professeurs des écoles

La statistique est perçue par les professeurs des écoles en référence :		
à l'objet statistique	à la “destinée” personnelle et sociale de l'homme	à l'aide pratique apportée au quotidien
41	89	59
Non réponse : 4 (14,8%)		

Ce tableau montre nettement la place prioritaire accordée à la statistique en lien avec “la vie personnelle et sociale” ; d'où l'obligation et l'opportunité dans cette étude, de traiter cet objet en première partie afin de montrer la nécessité d'aborder le fait statistique” et la garantie éthique comme éléments incontournables en regard du point de vue exprimé par les professeurs des écoles. Plus loin (p. 67), nous pouvions aussi relater le tableau suivant :

Tableau 25 : Espaces de rencontre de la statistique par les professeurs des écoles

Selon vous, où rencontrez-vous la statistique ?				
par la presse écrite	12,9	lors de recherches en didactique	2,3	
par la presse orale	3,5	pour les enquêtes de rentrée	0,5	
pour les élections	1	dans les revues syndicales	0,3	
avec la publicité	1			
par les enquêtes et sondages	1,5			
tout le temps	0,5	tout le temps	0,5	
de partout	0,5	de partout	0,5	
Domaine du temps non scolaire	20,9	Domaine du temps scolaire	4,1	Non-réponse 2

La statistique est mise en lien spontanément avec le quotidien plus qu'avec le côté scolaire ; ce qui nous fera confirmer lors de la conclusion de ce mémoire (COUTANSON 1999 p. 117) que :

- **Hypothèse 1 :** L'enseignement de la statistique à l'école primaire doit surmonter le handicap des représentations et d'un usage personnel plutôt négatif que les maîtres d'école en font au quotidien, indépendamment de leur formation ou de leur fonction”, ne fut pas validée.
- **Hypothèse 2 :** L'enseignement de la statistique n'est pas une priorité pour les maîtres car les formes d'initiation qu'ils ont eux-mêmes rencontrées ne peuvent que s'inscrire en négatif dans l'approche et l'apprentissage auprès des élèves qui leur sont confiés”, fut validée.
- **Hypothèse 3 :** L'usage statistique et son introduction à l'école semblent freinés par les difficultés des maîtres à bâtir des situations didactiques intégrant les notions et outils statistiques de base”, fut validée.

Ce qui orienta alors nos recherches suivantes, sur l’aspect scolaire de la formation à la statistique. Pour entériner ce “malaise statistique scolaire” discerné, nous avions analysé dans ce mémoire (p. 68), le parcours personnel de rencontre des enseignants questionnés avec l’enseignement de la statistique :

Tableau 26 : Les premiers contact, usage et enseignement de la statistique pour les prof. des écoles

Précisez les circonstances dans lesquelles : vous avez l'impression d'avoir entendu parler de la statistique pour la première fois	pour les élections 1 par la presse écrite 3 en terminale D 3,5 pour le baccalauréat 3 au lycée 5,5 comme étudiant 2 en mathématiques 1 sur les bulletins scolaires 1	Bilan : origine scolaire : 16 origine non scolaire : 4 non-réponses : 7 (25,9 %)
Précisez celles où : vous avez l'impression d’avoir utilisé la statistique pour la première fois	sondage scolaire local 1 terminale D 3 calcul des moyennes 1 lecture de revues 2 comme étudiant, recherche 4 en histoire géographie 2	Bilan : utilisation scolaire : 11 utilisation non scolaire : 2 non-réponses : 14 (51,8%)
Précisez celles où : vous avez l'impression d’avoir communiqué la statistique pour la première fois	non enseignée 4 EPS (résultats, classement) 1 histoire géographie 3,5 mathématiques 1 télématique 0,5 élections (les résultats) 2 étude sur l'alimentation 1	Bilan : Par l’enseignement : 9 Hors enseignement : 4 Non-réponses : 14 (51,8%)

Nous écrivions en conclusion :

« A la lecture du taux de non-réponse, les maîtres donnent une impression diffuse du premier contact avec la statistique, mais tout devient encore plus flou pour le premier usage ou le premier essai d'enseignement. Et si le premier domaine s'ancrait fortement dans le scolaire, les deux autres s'en écartaient. Pourquoi ? Y a-t-il vraiment eu une première approche scolaire comme eux pensent l'avoir conservé en mémoire ? De plus, l'effritement régulier de la place statistique laissée au domaine scolaire (16/27, 11/27, 9/27) nous interroge : d'où vient ce phénomène de perte de transmission du savoir [statistique] ? A-t-il eu pour origine une approche qui a causé problème sur le plan pédagogique ou traduit-il une incapacité pour les maîtres à englober les situations statistiques dans leur enseignement ? » (COUTANSON, 1999 .p.68).

Deux autres vecteurs avaient aussi été étudiés au travers de cette enquête : comment les professeurs des écoles rapprochaient-ils la recherche statistique de l'axe du temps d'une part, et comment la percevaient-ils selon une perspective d'analyse statique ou dynamique des situations à approfondir. Pour la première (p. 53), les études allaient en priorité et dans l'ordre : au présent, au futur et au passé. Les professeurs des écoles cantonnaient la statistique *« dans sa fonction descriptive et [l'amputaient] de son rôle transmissif de mémoire et anticipatif de l'avenir. »* ; pour la seconde, l'aspect statique était trois fois plus présent que l'aspect dynamique. Enfin, la fin du chapitre concernant la question de la statistique et les professeurs des écoles, montrait le peu de considération pratique qu'ils lui assignaient. Pour eux, elle représentait un tout, qui engage l'adhésion ou non de la personne sans jamais se risquer à rentrer dans l'aspect pratique de la description.

En conclusion, si nous reprenons chronologiquement l'ensemble des propos précédents concernant les représentations des étudiants ainsi que celles des professeurs de l'école primaire, nous devrons porter un intérêt dans nos recherches ultérieures :

- à ne pas réduire le traitement statistique à un “prototype d'usage de l'outil statistique”,
- à penser à la conceptualisation de la démarche statistique pour en observer la problématisation, la modélisation, la réflexion critique et la communication des résultats,
- à se questionner sur le contenu à poser derrière le “risque d'erreur”, dans le cadre de l'école élémentaire, au cycle III,
- à maintenir un état d'acteurs plutôt que de spectateurs statistiques,
- à veiller à aborder des situations mettant en jeu des domaines de référence variés dont ceux soumis à la variabilité (du vivant, de l'homme, de ses décisions etc.),
- à mettre la statistique au service de l'axe du temps (en plus du présent, observation du passé et anticipation du futur) ; en conduire des analyses statique et dynamique.

Après avoir jusqu'ici, parcouru la représentation que les professeurs des écoles entretiennent de la statistique, abordons maintenant celle qu'ils avancent dans leur rapport à l'enseignement de la statistique à l'école élémentaire.

2.2.2 Les enseignants du primaire dans leur rapport à l'enseignement de la statistique à l'école élémentaire

Si l'on se réfère toujours au mémoire de maîtrise que nous avions conduit en 1999, nous avions lancé une première recherche auprès des enseignants de l'école élémentaire, pour recenser déjà leurs représentations d'un enseignement de la statistique adressé à des élèves du cycle III de l'école élémentaire. Par ce texte intitulé “et si la statistique entrait en classe ?”, nous observions (p. 88), « *que dans l'esprit des maîtres, la statistique serait plus une initiative orientée vers l'élève que vers l'enseignant* ».

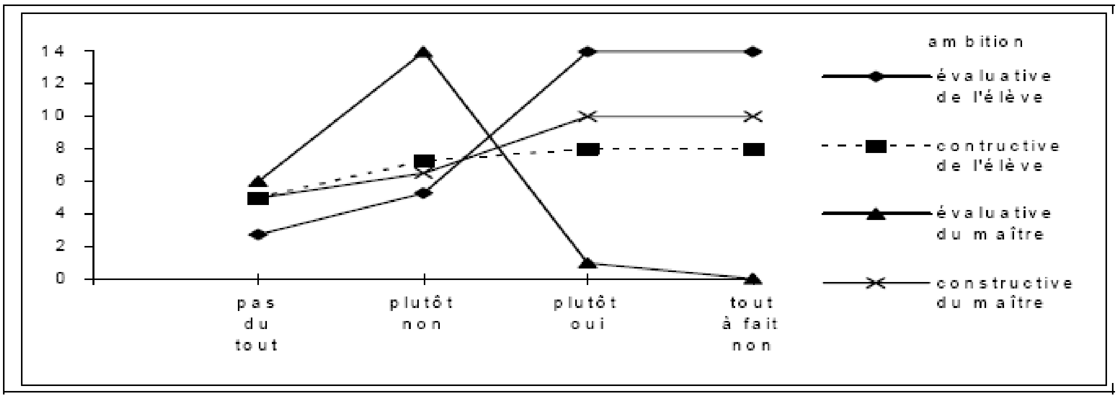


Figure 11 : L a statistique et l'évaluation/ construction du maître/élève par les prof. des écoles

Et plus loin, nous relevions (p. 88), que « la statistique adressée à l'élève aurait une ambition plus évaluatrice que constructive, quand celle concernant le maître, s'orienterait dans l'autre sens. Est-ce une volonté de la part de l'enseignant ou ce dernier a-t-il une crainte d'être évalué ? » Pour compléter cette étude, nous recherchions alors ce qu'enseigner la statistique permettrait de développer chez les élèves, dans et hors du champ des mathématiques. Voici leurs réponses, réparties en deux catégories :

Tableau n° 27: La statistique et l'apport dans/hors mathématique selon les prof. des écoles

Un enrichissement du champ mathématique		Un enrichissement hors du champ exclusivement mathématique	
A	une approche des données qualitatives	**E**	une lecture critique de l'information
B	une approche des données quantitatives	**F**	un esprit d'estimation, de comparaison
C	une méthode de recherche	**D**	une meilleure communication
J	une nouvelle perception de la mesure	**G**	une capacité à faire des bilans
		H	un état d'esprit à l'anticipation
		K	une aptitude à bâtir des projets

Les réponses des professeurs des écoles se rangeaient selon la figure suivante :

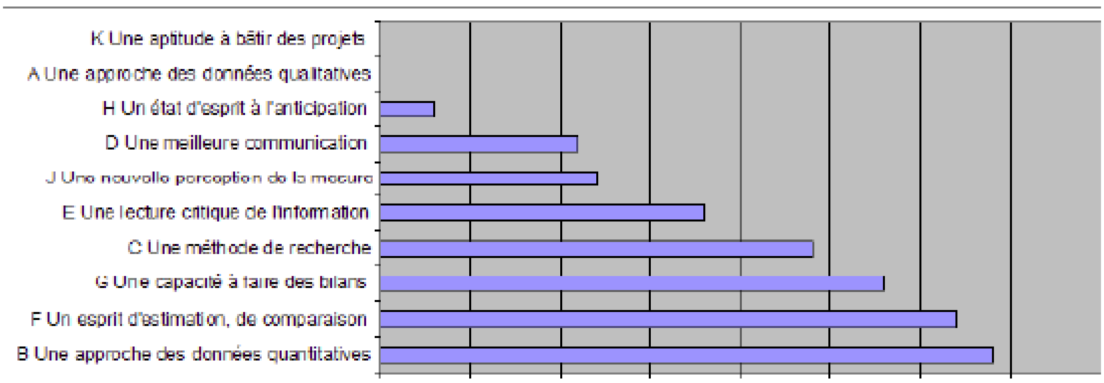


Figure 12 : La statistique et l'apport dans/hors mathématique selon les professeurs des écoles (rangement par ordre croissant du nombre de citations)

Nous remarquions que les deux aspects “dans” et “hors” champ mathématique, semblaient équilibrés. Il ressortait par contre une tendance “scolaire” de cette approche, l'apport quantitatif éclipsant les autres entrées du champ mathématique listé plus avant. Pour compléter ce qui précède, nous relevions que la majorité d'entre eux estimaient que cet apprentissage à l'école nécessiterait un acquis mathématique préalable. Ils accompagnaient cet avis des arguments suivants (p. 92) :

			Par rapport aux réponses exprimées
Oui sans précision		3	25%
Oui mais je ne sais pas		1	
Apport de connaissances mathématiques	Étude de tableaux graphiques	2,5	56,25%
	Comparer des nombres, des quantités	2,2	
	Ordonner des nombres, faire des séries	0,2	
	Dominer davantage les opérations	1,1	
	Connaître les %, les fractions	2,2	
	Connaître les moyennes	0,8	
Apport de postures mathématiques	Avoir au préalable l'envie d'apprendre, la curiosité de savoir	1	18,75%
	Dépasser le nombre pour saisir l'aspect cardinal	1	
	Agir selon une attitude scientifique	1	
	Total	16	100%
	Non-réponse	11	

Tableau 28 : Les apports scolaires préalables à un apprentissage de la stat. selon les prof. des écoles

Outre la part importante de non-réponses, ces acquis préalables prenaient une forte coloration d'apport de connaissances mathématiques (représentation scolaire), très éloignée de toute notion de pensée statistique, voire d'esprit statistique. De plus, les connaissances mathématiques laissaient une place importante à l'étude des tableaux et graphiques. Par la question : *l'étude de la statistique à l'école primaire vous paraît superflue car*, nous pouvions essayer d'expliciter les réticences perçues de la part des enseignants de l'école élémentaire à l'encontre de la statistique. Voici, regroupées en classes, les réponses apportées (p. 95) :

La statistique vue sur le plan des acteurs (maître/élèves)	Du côté du maître	Il y a risque de voir la statistique enseignée par des personnes insuffisamment formées.	A
	Du côté des élèves	A l'école primaire, l'enfant ne peut pas appréhender l'idée d'anticipation, de prévision.	B
La statistique vue sur le plan de l'école	Pour l'image de l'école	Introduire la statistique à l'école, c'est la soumettre à la polémique et à la politique.	C
	A l'intérieur des programmes	Toutes les notions accessibles à l'école primaire sont déjà là à travers d'autres matières.	D
		Les enfants vont dilapider leur temps scolaire en une succession de comptages.	E
La statistique vue sur le plan du savoir disciplinaire	A la représentation que l'on peut avoir des mathématiques…	Des estimations trop répétées diminueraient l'image de rigueur des mathématiques.	F
		Ce travail n'apporterait pas de stratégies de résolution, nouvelles et originales.	G
		Il y a risque de surenchère, d'ajout de termes et de symboles supplémentaires.	H
	Autres	Dont : "On ne sort pas des maths !"	I

Tableau 29 : Les risques d'un apport statistique à l'école primaire, vus par les professeurs des écoles

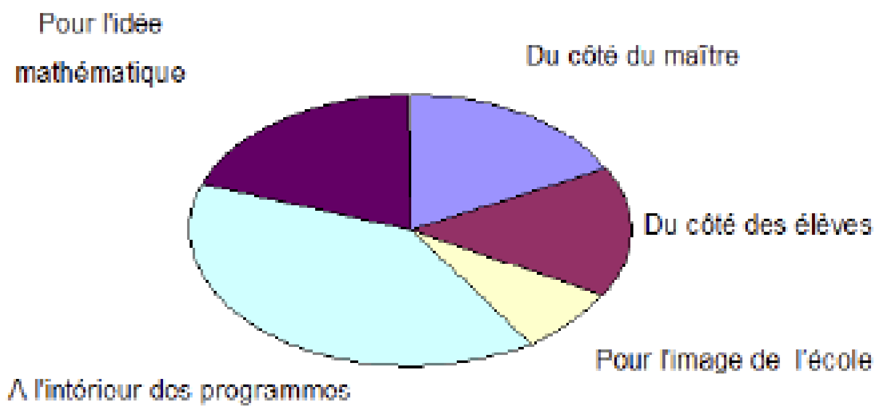


Figure 13 : Les risques d'un apport statistique à l'école primaire, vus par les professeurs des écoles

La prégnance du *fait professionnel scolaire* qui rassemble : programmes, image de l'école et position des maîtres, tient une place majeure avant même les difficultés envisagées d'apprentissage par les élèves. La réponse privilégiée est le risque de "redite", d'ajout encore et toujours d'objectifs nouveaux aux programmes scolaires et d'éparpillement du temps scolaire de l'élève. Les maîtres ne reflètent souvent qu'un souvenir ou qu'une actualité caricaturale de la statistique en la réduisant à des indices (moyenne, écart type, fréquences, etc.) ou à des notions (population, variable, effectif, diagramme, histogramme, etc.). Présenté ainsi, l'ensemble statistique tendrait plus à saturer les pratiques scolaires en place plutôt qu'à les enrichir. Mais une des principales lignes à tirer de cette première étude, était une profonde méconnaissance par les enseignants, de ce que la statistique pourrait apporter aux élèves de l'école primaire plutôt qu'un refus définitif, argumenté.

Enfin, nous nous posions la question de savoir quel était l'usage réel qui était fait de la statistique, en classe ; les réponses des enseignants furent les suivantes (p. 96) :

Tableau 30 : Les usages de la statistique en classe, vus par les professeurs des écoles

	Nombre de réponses
Ce n'est plus qu'une simple idée, c'est une pratique.	6
C'est encore une idée, j'ai l'intention d'aborder la statistique.	1
Je n'ai pas encore eu l'idée mais je vais y réfléchir.	9
Je n'ai pas encore eu l'idée, je ne pense pas aborder la statistique dans l'immédiat.	9
Non-réponse	2

Le constat de mise en acte réel représentait une part bien maigre. Nous voulions compléter cet aspect par savoir si, pour l'organisation de leur travail, ils faisaient appel à la statistique. Et dans ce sens, nous avions observé si le projet d'école de leur établissement (qui rassemble les idées de remédiation aux faiblesses analysées, par une anticipation, une communication, des actions, des engagements, etc.), faisait référence pour l'évaluation de l'état des lieux, à la statistique. Ce qui a donné le tableau suivant (p. 97) :

Non	⇒ 22
Je ne sais pas	⇒ 1
Oui	⇒ 2
Sans réponse	⇒ 2

Dans ce cas, il y a très peu de sans réponse (2) et de personnes indécises ; ce qui traduit le peu de difficulté à répondre. La proposition des "non" face aux "oui" est sans appel.

Tableau 31: Le recours à la statistique dans les projets d'école primaire

Lors du questionnement des professeurs des écoles (COUTANSON, 2004), nous leur demandions ce que favoriserait l'apprentissage de la statistique par les élèves du cycle III, à l'intérieur des domaines mathématiques de l'école primaire ; voici les réponses obtenues :

Tableau 32 : Les apports de la statistique à l'école primaire, vus par les professeurs des écoles

Une aide à la connaissance :	Tout à fait en désaccord	Assez en désaccord	Assez d'accord	Tout à fait d'accord	Non réponse	Résultats pondérés*	Rang d'appré-ciation
des nombres, des activités numériques	1	1	25	3	3	+ 28	N°1
des mesures	2	10	14	2	5	+ 4	N°3
de la géométrie	6	16	6	1	4	- 14	N°4
de la résolution de situations problèmes	1	3	28	0	1	+ 23	N°2

* Si l'on pondère les résultats (+ 2 points pour "Tout à fait d'accord", + 1 point pour " Assez d'accord", -1 point pour " Assez en désaccord" et -2 points pour " Tout à fait en désaccord").

Nous constations "l'évidence" pour les professeurs, de l'effet d'un enseignement statistique sur celui des mathématiques pour le domaine des nombres, des activités numériques et de la résolution de situations problèmes. Ce qui relève certainement de l'usage technique et opératoire effectué sur les tableaux et graphiques. Les répercutions sur les mesures sont faibles alors que la précocité de présentation des marges d'erreur semblerait ici essentielle. Les répercutions, par contre, sur la géométrie sont même négatives. Ce qui a tendance à montrer qu'un savoir ne "s'improvise" pas et qu'avant de tendre une passerelle entre le savoir personnel du maître et sa "transmission" à l'élève, il y a un pas immense, difficile à établir sans requérir une aide pédagogique et didactique spécifique à apporter à l'enseignant.

Nous les questionnions dans la foulée, pour savoir si l'apprentissage de la statistique favoriserait celui des autres disciplines de l'école primaire ; voilà d'autres réponses obtenues :

Tableau 33 : Les apports de la statistique aux autres discipline à l'école, vus par les prof. des écoles

Une aide à l'apprentissage :	Tout à fait en désaccord	Assez en désaccord	Assez d'accord	Tout à fait d'accord	Non réponse	Résultats pondérés*	Rang d'appré-ciation
arts plastiques et musique	12	14	2	0	5	- 36	N°6
éducation civique	1	4	19	8	1	29	N°3
EPS	5	9	13	2	4	- 4	N°4
français	6	8	14	0	5	- 6	N°5
histoire et géographie	1	1	17	11	3	36	N°2
sciences et technologie	1	1	16	13	2	39	N°1

* Si l'on pondère les résultats (+ 2 points pour “Tout à fait d'accord”, + 1 point pour “ Assez d'accord”, -1 point pour “ Assez en désaccord” et -2 points pour “ Tout à fait en désaccord”).

Si l'on résume le tableau précédent, les professeurs envisageraient un lien statistique :

- très fort en direction des sciences et technologie et de l'histoire / géographie,
- fort en direction de l'éducation civique,
- négatif en direction de l'EPS et du français,
- très négatif en direction des arts plastiques et musique.

Ces résultats, parfois contradictoires avec les précédents, apportaient déjà plusieurs éléments de réponses à l'indécision des enseignants : la méconnaissance de la statistique, la difficulté à l'intégrer au sein des apprentissages des élèves en cours, la difficulté aussi à prendre suffisamment de distance vis-à-vis de l'opinion commune nécessaire à l'exercice du métier et surtout l'incapacité à percevoir les éléments principaux de cet enseignement et les difficultés d'ordre didactiques que pouvait faire surgir son introduction à l'école primaire. C'est pour cette raison qu'ultérieurement, nous avons lancé un examen plus approfondi du contenu de la présence statistique à l'intérieur des manuels scolaires en cours. Après cette approche des représentations de la statistique par les maîtres d'école, examinons celles que les élèves lui portent.

3.3. Les représentations des élèves

Cette section reviendra sur trois analyses conduites précédemment : pour les deux premières, dans le cadre de l'université Lyon 2, sous la direction du Professeur Jean-Claude Régnier, avec d'autres étudiants, au collège Jean Dasté (élèves d'une classe de $4^{ème}$) en décembre 1996 à Saint-Etienne (Annexe 5.4), et pour la troisième, à l'école de Gumières (classe unique dans la Loire en 1998) (Annexe 5.2).

3.3.1. Expérimentation au collège Jean Dasté et dans la classe unique de Gumières

Au collège Jean Dasté, nous soumettions les élèves à trois termes : *sondage*, *échantillon* et *statistique*. Nous relevions que le mot *statistique* suscitait une évocation nettement moins fréquente que les deux autres et que l'étude en fonction de l'âge des élèves donnait les figures suivantes :

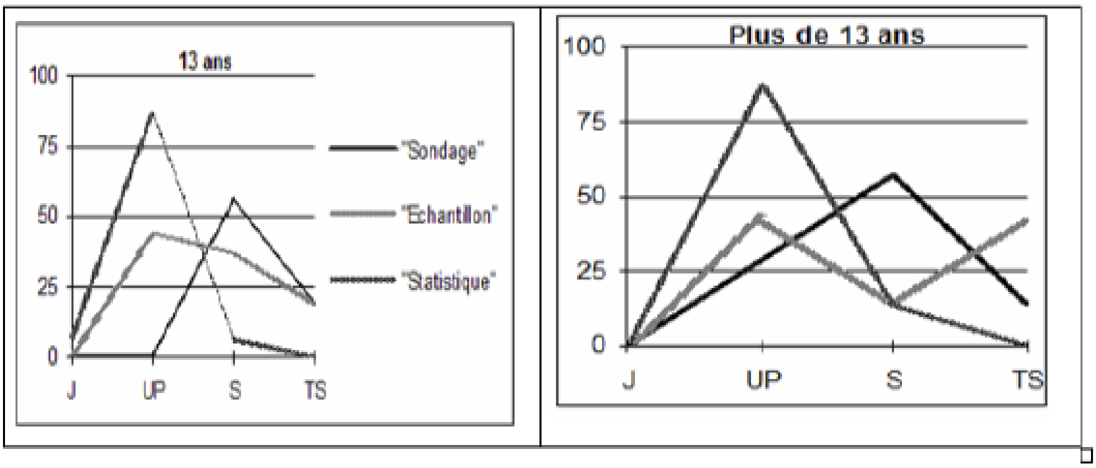


Figure 14 : Les termes sondage, échantillon et statistique selon les collégiens

Apparaissait une stabilité des réponses des élèves (en fonction de l'âge et du sexe), qui laissait écrire alors : « La meilleure considération apportée au mot "échantillon" traduit certainement la sensibilité grandissante envers "l'échantillon publicitaire"! » Soumis à différents items de prise de connaissance de ces termes, voici les réponses apportées par les élèves :

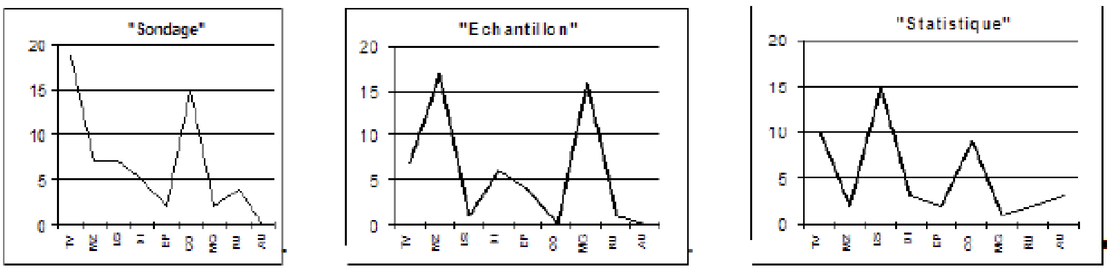


Figure 15 : Les apports de sondage, échantillon et statistique selon les collégiens

Ce qui nous permettait de conclure :

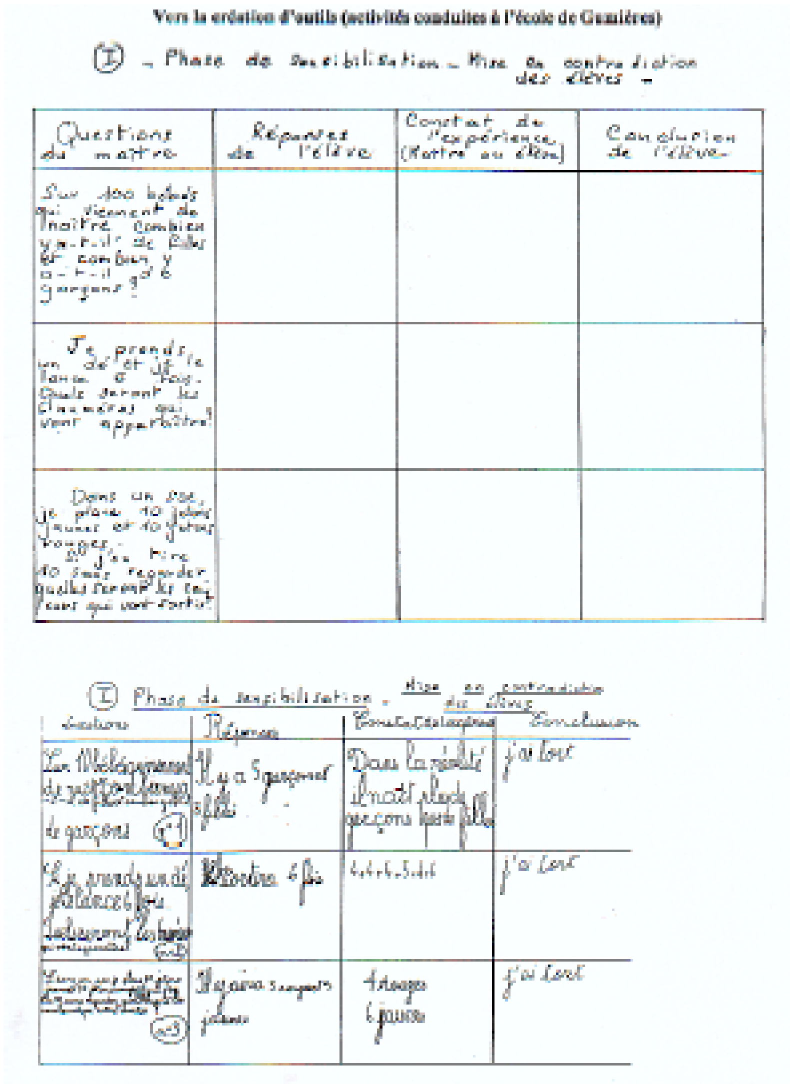
« Le mot échantillon a pour support, pour résonance spontanée les magazines et les magasins. Il évoque donc pour les élèves une image profondément et essentiellement médiatique. Statistique fait référence à livre scolaire et collège ; cette représentation demeure donc très scolaire. Quant à Sondage, il fait allusion à la télévision et dans une moindre mesure à collège. C'est donc un appel partagé aux domaines scolaire et médiatique. Comme on peut le constater, l'enseignement de la statistique ne pourra ignorer le support médiatique. Il devra également relier les espaces définis par les trois termes évoqués et harmoniser la confrontation des univers scolaires et extrascolaires. »

Continuons dans cette approche, avec l'expérimentation conduite dans la classe unique de Gumières. A l'intérieur de cette classe unique, où nous étions l'enseignant, nous voulions tout d'abord percevoir quelles réponses donneraient des élèves de cycle III mis en situation d'incertitude (Annexe 5.2). Aux trois situations proposées :

- "- Sur 10 bébés qui viennent de naître, combien y a-t-il de filles et combien y a-t-il de garçons ?

- - Je prends un dé à jouer et je le lance 6 fois. Quels seront les six numéros qui vont apparaître ?
- - Dans un sac, je place 10 jetons jaunes et 10 jetons rouges. Si j'en tire dix, sans regarder, quelles seront les couleurs qui vont sortir ?"

Voici un exemple représentatif des réponses apportées par les élèves (Figure ci-dessous et Annexe 5.2) :



Vers la création d'outils (activités conduites à l'école de Gemières)

I – Phase de sensibilisation – Mise en contradiction des élèves –

Questions du maître	Réponses de l'élève	Constat de l'expérience (Maître ou élève)	Conclusion de l'élève
Sur 100 bébés qui viennent de naître combien y a-t-il de filles et combien y a-t-il de garçons ?			
Je prends un dé et je le lance 6 fois. Quels seront les numéros qui vont apparaître ?			
Dans un sac, je place 10 jetons jaunes et 10 jetons rouges. Si j'en tire 10 sans regarder quelles seront les couleurs qui vont sortir ?			

I Phase de sensibilisation – Mise en contradiction des élèves

Questions	Réponses	Constat de l'expérience	Conclusion
[illegible]	Il y a 5 garçons et 5 filles	Dans la réalité il naît plus de garçons que de filles	j'ai tort
Je prends un dé [illegible]	[illegible] 6 fois	4.4.4.6.5.4.6	j'ai tort
[illegible]	Il y aura 5 rouges et 5 jaunes	4 rouges 6 jaunes	j'ai tort

Figure 16 : Vers la création d'outils d'analyse statistique par les élèves.

Ils étaient tous convaincus qu'un équilibre des réponses interviendrait dans tous les cas ! Ils sous-entendaient que le hasard installerait à notre insu une logique plus lointaine de régularité. Après même plusieurs essais, contredits par l'expérience, ils reformulaient le plus souvent une anticipation identique d'équilibre des résultats ! Ensuite, lorsque nous leur avons demandé d'utiliser un arbre de choix comme outil de simulation, l'utilisation en fut brouillée par le rapprochement avec les arbres généalogiques, les erreurs de construction et aussi par des choix qui donnaient priorité aux solutions régulières ou symétriques. Par exemple, une famille de 4 enfants se construisait selon eux, par ordre de préférence :

- soit 4 filles ou 4 garçons
- soit 2 filles + 2 garçons
- et après questionnement du maître : soit 3 filles + 1 garçon ou 1 fille + 3 garçons

Par contre la découverte d'une solution entraînait spontanément son symétrique.

Dans une phase suivante, nous voulions faire avec eux l'inventaire des supports graphiques de présentation de données au travers de revues mises à leur disposition. Très rapidement, ils listèrent et nommèrent à leur manière, différents modèles. Voici un exemple de réponses (Figure ci-dessous et Annexe 5.2) montrant que les élèves du cycle III établissaient une différence entre :

- d'une part, celles qui donnaient des résultats précis (idée de validité, de fiabilité dans le temps) et celles qui encadraient des résultats attendus entre des valeurs extrêmes ou par l'intermédiaire de % (le plus souvent, les premiers exprimés par des nombres et les seconds par des surfaces géométriques etc.)[17].
- et d'autre part, celles que les élèves comprenaient et adoptaient par rapport à celles qu'ils rejetaient.

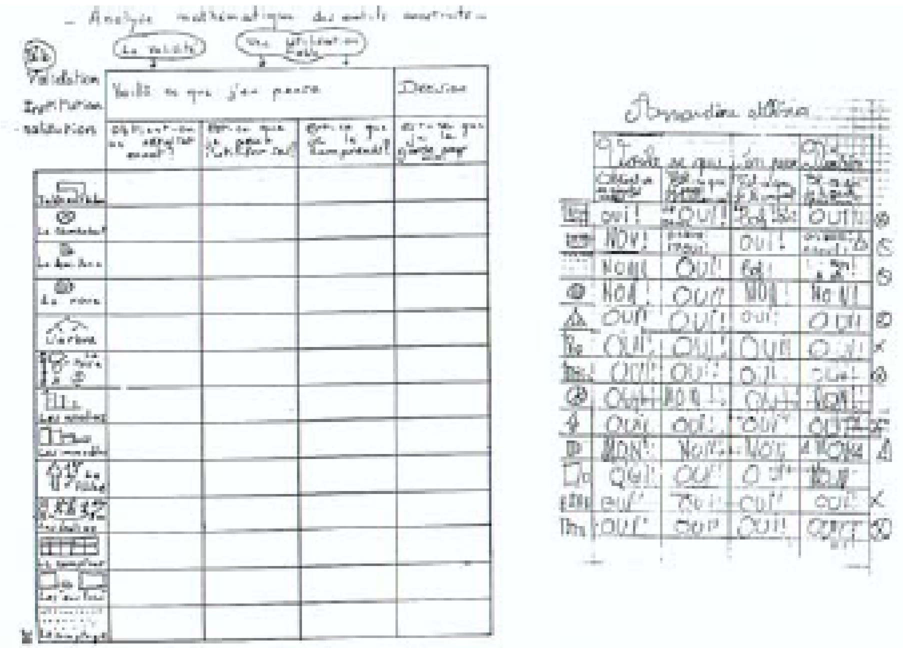


Figure 17 : Analyse par les élèves de leurs outils d'analyse statistique

Les élèves semblaient pouvoir les utiliser seuls, mais, soumis à l'exigence de leur compréhension, ils maintenaient avant tout, ceux qui étaient construits à partir de données numériques[18] . Les solutions gardées définitivement, mettaient en avant le tableau-bilan (habitude des exercices portant sur les factures), les arbres, les graphiques en bandes… et laissaient de côté les graphiques circulaires, demi-circulaires et rectangulaires. Nous percevions déjà là, une priorité scolaire qui marquait les réponses des élèves comme plus loin celles du maître ; priorité que nous retrouverons lors de la recherche de la partie

[18] Avec toutefois l'ambiguïté des représentations iconiques dont ils ne pouvaient souvent pas apprécier les dimensions géométriques.

3 portant sur les choix des registres sémiotiques utilisés à l'intérieur des manuels de mathématiques du cycle III.

La phase n°4, de réinvestissement, devait faire prendre conscience aux élèves de deux éléments essentiels :

- la distinction entre les situations pour lesquelles nous pouvions envisager une réponse précise, mathématique, et celles pour lesquelles la réponse ne serait donnée qu'avec une certaine incertitude statistique,
- ainsi que la distinction entre une résolution appuyée sur une expérimentation (l'exemple du jet de dés), de celle basée sur une simulation modélisée (le profil d'une famille) comme le montre la réponse d'un élève de CE2.

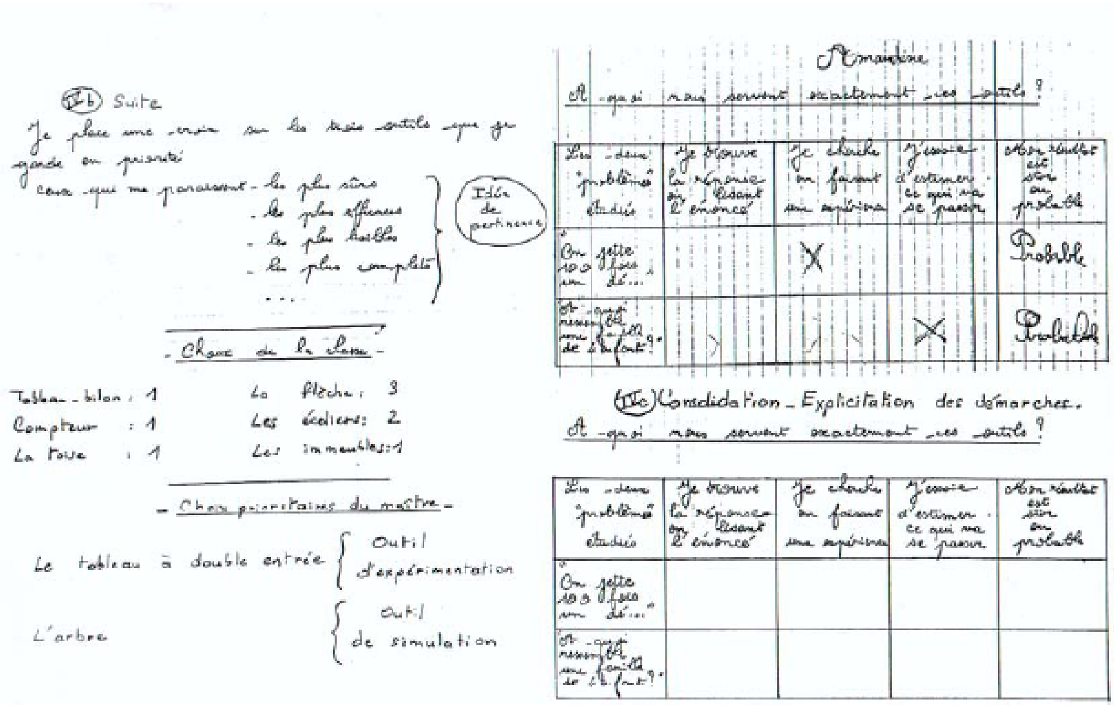


Figure 18 : Expertise par les élèves de leurs outils d'analyse statistique

La phase suivante de complexification, montrait l'intérêt et l'efficacité qu'avait apportés ce travail. Nous ne relaterons ici qu'un seul exemple, celui qui demandait aux élèves d'anticiper leurs chances d'être interrogés par le maître en fonction de leur place respective dans la classe, face à lui, lors d'un regroupement (Annexe 5.3).

En conclusion, du côté des élèves, un travail devra être poursuivi pour redéfinir les notions statistiques utilisées, faire dépasser les faux à priori de régularité, équilibre, symétrie, qui imprègnent déjà les élèves de cet âge, élargir la gamme des représentations possibles et savoir choisir la plus adaptée, et enfin se positionner face à une situation statistique dont les données préexistent ou doivent être recueillies par l'élève au moyen d'une expérimentation ou d'une simulation. Passons maintenant à la deuxième phase de l'expérimentation au collège Jean Dasté.

3.3.2. Retour sur l'expérimentation au collège Jean Dasté

Voici l'objectif que nous nous étions fixé alors, concernant la prise de décision des élèves en situation incertaine :

« Pour cette deuxième phase de la séance, l'objectif fixé était d'analyser les procédures mises en place par les collégiens pour fonder une prise de décision dans le domaine statistique. Sur quelles informations s'appuyaient-ils ? Quelle dimension donnaient-ils à la taille d'échantillon de référence ? Quels processus cognitifs ont-ils utilisés pour traiter le problème ? Pouvait-on parler d'un apport bénéfique du groupe dans la recherche ?... En un mot, comment se caractérisent le "seuil" de conviction et le cheminement qui y conduit ? »

Lors de cette étude, chaque groupe était accompagné par un étudiant, et nous-mêmes étions chargé d'observer l'ensemble, pour en rédiger le compte rendu et les commentaires. Trois étapes se sont succédées : la première individuelle, l'autre "intra groupale" et la dernière "inter groupale" (Annexe 5.4). Résumons ici, les conclusions que nous tirions alors de chaque expérience :

« Étude de l'étape n°1 : En conclusion, on est plus dans une démarche d'affirmation que de recherche, de représentation spontanée plutôt que de construction réfléchie. » « Étude de l'étape n°2 et de l'étape n°3 : Pour ces deux étapes, les élèves ont engagé des démarches variées : tirages supplémentaires par le groupe ou ajout de tirages personnels, étude comparative de fréquences, calcul de moyennes. L'étape n°2, de conception plus dissymétrique, plus complexe, apporte une plus grande richesse en stratégies variées que l'étape n°3. La décision se fonde sur des effets de proximité, d'intuition, plus que sur le résultat de calculs comme la moyenne. Notons aussi le poids surestimé du dernier résultat évoqué, par rapport aux précédents. »

Et, plus largement nous soulignions à l'issu de ces expérimentations, le travail de réflexion engagé par les élèves :

« Sans cesse, les enfants sont poussés par l'envie de voir, de palper, de soupeser... Spontanément, beaucoup organiseraient un comptage général des billes du sac ; ce qui va à l'encontre de l'idée d'échantillonnage. Dans chaque groupe, des résultats faux mais répétés et proches ont plus de poids dans la décision prise que ceux qui sont justes mais isolés. Le poids des estimations est proportionnel à la taille des échantillons tirés. Tous les élèves sont convaincus qu'un grand nombre de tirages favorise le rapprochement de la réalité. Par contre, outre le risque d'effritement du crédit-billes, s'ajoute celui de s'écarter à nouveau de l'idée que l'on s'en est déjà fait ! Ce qui obligerait à renouveler les démarches. Dans l'étape n°2, beaucoup d'enfants ont du mal à mettre en doute le caractère officiel des données du fabricant. Dans cette idée, la pochette raturée a été refusée car il paraissait impossible de modifier un caractère officiel ! Une belle réflexion mathématique a été engagée par le groupe n°2 sur la constitution d'une moyenne. Quel poids donner à un élément supplémentaire à introduire dans une moyenne déjà établie ? Faut-il bâtir un calcul sur la première moyenne ou revenir aux données initiales ? De plus, une moyenne de 2 moyennes apporte-t-elle plus de clarté que les deux moyennes données ? Les élèves se sont aussi interrogés sur les pourcentages : était-ce important de laisser figurer des décimales ? Comment arrondir les résultats ? Comment faire si le résultat se présente sous la forme 0,5 ? Pour certains, l'idée de pourcentage ne peut être émise que sur un échantillon de taille "100" ! »

Nous percevons donc, au travers de cette étude, la difficulté des élèves à sortir d'une démarche mathématique de certitude, sans se fier alors à leur totale intuition première, aux effets des plus grandes quantités, à l'impact de la dernière quantité évoquée, répétée etc., sans chercher non plus à tenir compte de la totalité de la population parente. Et surtout, très souvent, nous avons observé une incapacité à transposer des démarches déjà acquises ailleurs vers ce type nouveau de situation incertaine.

3.3.3. Bilan et perspectives issues des représentations des professeurs et des élèves

Si, vu du côté des maîtres, comme nous l'avons écrit précédemment, les deux aspects : discipline scolaire (outil mathématique) et relation personnelle à la statistique, ainsi que les trois dimensions : individuelle, professionnelle et sociale, sont mêlés, il paraissait impossible de "rassurer" les enseignants et donc de rationaliser leurs questionnements ultérieurs, sans la constitution de la partie 1 de cette étude, pour montrer la nécessité faite aux enseignants d'apporter un enseignement aux élèves en réponse à la présence d'un *fait statistique*. Pour compléter les conclusions de la section 3.1, nous avons observé ici, la place centrale tenue dans la démarche statistique par l'idée de *variabilité*, la variabilité du vivant, de l'homme, de ses décisions, de ses choix, les effets de ses choix, etc. ; une variabilité fondée sur des situations mettant en jeu des domaines de référence variés. Il sera par ailleurs utile de distinguer les deux types d'étude possible : les descriptions statistiques portant sur un objet, instant et lieu précis (aspect statique, diachronique) et les observations d'évolutions (aspect dynamique, chronologique). Il sera essentiel de ne pas réduire le traitement statistique à un prototype d'usage de l'outil statistique mais de penser à la conceptualisation de la démarche statistique pour en suivre la problématisation, la modélisation, la réflexion critique et la communication des résultats. L'idée importante de risque d'erreur, dans le cadre de l'école élémentaire, au cycle III, ne peut certes que difficilement être quantifié. Par contre, les élèves peuvent être sensibilisés à cette notion par le biais d'essais d'inférence des résultats obtenus, d'anticipation de l'évolution dans le temps ou de l'élargissement à une population entière. Pour maintenir un état d'acteurs plutôt que de spectateurs statistiques, il sera intéressant ultérieurement d'observer les démarches de recherche des élèves mis face à la globalité de la recherche statistique, c'est-à-dire du questionnement initial, à l'enquête et au traitement et communication des données. Nous devrons aussi analyser les tâches demandées aux élèves mis face à des situations statistiques ; ces tâches réclamées, vont-elles dans le même sens que les préoccupations que se posent les enseignants face à l'introduction de l'apprentissage de la statistique au cycle III de l'école élémentaire ? De plus, il deviendra obligatoire de se questionner sur ce qu'est selon nous, une *situation statistique* ! Rappelons enfin une recherche non effectuée jusqu'ici, mais qui nous paraît, elle aussi incontournable, celle de mettre en valeurs les critères retenus par les élèves pour prendre des décisions face aux situations et en particulier comprendre davantage comment ils font la distinction entre situations pour lesquelles nous pouvons envisager une réponse précise, mathématique de celles pour lesquelles la réponse ne sera donnée qu'avec une certaine incertitude, statistique (comme avancé précédemment). Et mis en situation d'incertitude, comment prennent-ils alors des décisions ? Font-ils une distinction entre une résolution appuyée sur une expérimentation (l'exemple du jet de dés), de celle basée sur une simulation modélisée (l'exemple du profil d'une famille).

Du côté des élèves, le fait qu'ils anticipent des résultats équilibrés, naturellement, allant spontanément vers des régularités, des symétries ; le fait qu'ils éprouvent de la difficulté à sortir d'une démarche mathématique de certitude, pour se fier alors à leur intuition première, aux effets des plus grandes quantités, à l'impact de la dernière quantité évoquée, etc., tout demande à être analysé plus en profondeur ! Leur appréciation de la diversité des supports graphiques, convoque l'étude de la présence et de la nature de ces derniers à l'intérieur des "situations statistiques" proposées par les manuels scolaires. Quelles attentes, priorités et restrictions sont installées ?

Ainsi, après l'analyse d'une réalité scolaire lue au travers des manuels, des programmes, des représentations des professeurs et des élèves, des activités lancées par nous-mêmes en classe, ouvrons-nous maintenant aux problématiques liées à la didactique de la statistique par le biais des travaux de recherche et d'expérimentation lancés par d'autres auteurs.

4. Vers la constitution d'un Savoir Minimum Statistique (ou SMS)

Pourquoi ambitionner l'idée de la constitution d'un *Savoir Minimum de Statistique* ? Pour trois raisons essentielles : le recentrage sur les particularités de cet apprentissage en le démarquant de celui des mathématiques, le repérage potentiel des compétences à attendre des élèves et à communiquer à tout enseignant sensibilisé à la question de l'enseignement de la statistique à l'école primaire, et enfin l'apport indispensable d'éléments en vue de l'élaboration de grilles d'analyse des manuels scolaires, attendues pour les études engagées à l'intérieur de la partie 3 de cette étude.

Jean-Claude Duperret (DUPERRET, 2001, p. 10), dans son ouvrage intitulé *"Des statistiques à la pensée statistique"*, expose, selon lui, les trois niveaux successifs de connaissance de la statistique, par lesquels doivent passer les élèves au collège :

- la découverte de la statistique descriptive comme transformation de manière synthétique des informations chiffrées qui participe à la "formation citoyenne" et qui doit "concilier le mieux possible deux pôles antagonistes : la "fidélité" et la "clarté",
- la comparaison de séries statistiques pour comprendre d'avantage la nature et la fonction des caractéristiques de position et de dispersion,
- l'accès à la statistique inférentielle qui rencontre les problèmes de modélisation et de fluctuation d'échantillonnage.

Ce que résume l'auteur : « les trois étapes que j'ai décrites ci-dessus concourent à la formation de la "pensée statistique" : gérer un grand nombre d'informations et les synthétiser, comparer des ensembles d'informations, modéliser mathématiquement ces informations pour en tirer des conclusions "vraisemblables" et "probables" comme outils d'aide à la décision. »

Nous nous placerons donc dans cette logique pour préparer le passage de l'école élémentaire au collège, en prenant pour objectif de confronter les élèves à la statistique descriptive. Nous réfléchirons à l'élaboration d'un SMS en deux étapes : la première nous permettra de pointer quelques objets statistiques fondateurs, travaillés sur le plan didactique par les chercheurs pour en faire émerger les difficultés déjà recensées, la seconde nous guidera dans l'obligation de se situer dans une logique d'apprentissage scolaire de la statistique. Nous formulons l'hypothèse ici, que cette dernière s'articule autour de trois entrées majeures : l'inscription dans la logique du cursus des apprentissages de l'élève à l'intérieur des programmes de l'école élémentaire, la distinction d'avec une forme d'automatisation scolaire des procédures mathématiques engagées par eux jusqu'ici, et enfin, l'effet de la pratique régulière, en classe, de tableaux dits “à double entrée”, qui accompagnent de leurs présence les élèves depuis l'école maternelle.

4.1. Questionnement de la didactique de la statistique par les chercheurs

4.1.1. Apprécier la statistique en tant que discipline scolaire

C'est à cette question que Dominique Lahanier-Reuter (LAHANIER-REUTER, 2006), par une communication intitulée *La statistique : une discipline scolaire ?,* s'est attelée en posant deux questions essentielles : quelle peut être « *l'autonomie de la statistique vis-à-vis des maths »* et quelle en est « *l'acceptation par les jeunes comme discipline scolaire ? »* Elle rappelle que :

« les modifications de la structure des enseignements bouleversent les relations entre les différents contenus d'enseignement, leur importance tout aussi relative et en conséquence les représentations des élèves et des enseignants. La perception de l'autonomie d'un champ de questions, de problèmes, de pratiques (qu'elles soient d'évaluation ou d'autre nature) est à relier avec le niveau de conscience disciplinaire dont témoignent les élèves et participe, selon les thèses de M. Brossard, à la clarté cognitive qu'il tient pour facteur décisif de la réussite de ces mêmes élèves. »

En s'appuyant sur les principes avancés par Chervel pour décrire une structure d'enseignement, elle pose trois axes de réflexion :

« Tout d'abord le statut que l'école confère à un ensemble d'objets d'étude pèse sur les formes de l'enseignement et peut-être sur celles de l'apprentissage. Ensuite, le statut conféré par le système éducatif peut se trouver plus ou moins congruent à celui que les acteurs de ce système lui accordent. […] Enfin, la dernière des raisons que nous avançons est celle de la définition des didactiques par leur relation à telle ou telle discipline (voir, par exemple, Ropé 1989 et 1990 ou Martinand 1987). Si nous souhaitons parler de la didactique de la statistique, force nous est d'interroger cette relation au travers de la notion de discipline scolaire dont les découpages et les formes varient, de celle de discipline savante (de référence) et enfin des relations entre ces deux ordres disciplinaires (Reuter et Lahanier-Reuter, 2006). »

Elle rappelle que cette enquête par questionnaire, adressée à des élèves de première et terminale des lycées, répondait à une attente institutionnelle de formation des élèves à une “éducation à la citoyenneté” pour laquelle la statistique semblait *« beaucoup plus marqués par des perspectives de conscientisation citoyenne et de distanciation réfléchie de l'information que ne le sont les autres enseignements mathématiques* ». Elle ajoute que cet enseignement permet des connexions avec les injonctions en cours : l'usage des nouvelles technologies, la capacité d'organiser le « recueil des données par les élèves eux-mêmes » et la réponse à une interrogation transdisciplinaire. Elle conclut : *« Ainsi, dans toutes les prescriptions et recommandations que nous avons listées, la statistique, à l'école, apparaît comme une discipline scolaire. »* Elle constate par contre un net décalage entre la demande institutionnelle et la réalité des classes qui montre que : *« les élèves interrogés d'une part* *conçoivent la statistique bien davantage comme un « chapitre » du cours de mathématique, dont l'autonomie est attribuée uniquement à l'effet de découpage et de programmation du cours de l'enseignant et d'autre part comme un « chapitre » fréquemment oublié, rejeté en fin d'année, dont ils ne perçoivent pas l'importance. »* C'est ce que nous avions constaté lors de l'analyse de la structure des manuels scolaires (section 1.3 de la partie 2). La statistique doit donc être appréhendée comme source disciplinaire autonome mais même dans cette logique, son apprentissage ne peut être envisagé sans un retour sur les représentations communes du *hasard* et de l'idée de *variabilité*.

4.1.2. Appréhender la notion de hasard et mettre au centre la variabilité

Contrairement à une opinion fortement répandue, notre conception du hasard est erronée. C'est une notion à construire pour ne pas arrêter notre jugement à la première impression ! Quand on capture des animaux "au hasard" en chassant, ce seront les plus faibles que l'on attrapera. Si l'on questionne les habitudes alimentaires pendant la journée, on privilégie de la sorte tous ceux qui ne sont pas ou plus en situation d'activité professionnelle ! etc. Notre spontanéité ne nous conduit pas immédiatement, à porter un regard objectif aux populations observées ! Dans ce sens, une expérience nous est donnée par Nicole Vogel de l'IREM de Strasbourg. Dans le bulletin n°54, d'octobre 2004, des publications des revues pédagogiques de la Mission laïque française, Activités mathématiques et scientifiques (pp. 59-63), elle nous montre combien notre perception du hasard est faussée ; elle présente une expérience s'appuyant sur *« Comment peut-on imiter le hasard ? Comment une suite de vrais lancers de pile ou face, se distingue-t-elle d'une suite "choisie au hasard"»?* Pour cela, elle demande à une classe de terminale ES, de lancer cent fois une pièce de monnaie et de noter la suite des résultats des cent lancers en indiquant P pour pile et F pour face. Le bilan de l'expérience montre que dans la réalité, les séries de lettres semblables qui se suivent, peuvent atteindre des chaînes de 11 lettres identiques alors que les élèves voulant imiter le hasard n'osent pas dépasser des chaînes égales au plus à 6 lettres identiques successives ! Ce qui fait dire à Nicole Vogel que :

« on peut même adopter le critère suivant pour distinguer une suite expérimentale d'une suite inventée : s'il n'y a pas de séquence de longueur au moins 6, on se trompe peu en décidant que la suite est inventée (surtout si elle n'a pas non plus de séquence de longueur 5) et s'il y a une séquence de longueur 6 ou plus, on peut penser que la suite est expérimentale. Les imitateurs ont une mauvaise intuition du hasard ! »

En effet, elle donne les précisions suivantes : « *La probabilité de trouver une séquence de longueur au moins 6 dans une suite de 100 lancers est environ égale à 81 % […] et que la probabilité de trouver une séquence de longueur au moins 5 dans une suite de 100 lancers est environ égale à 97 %* ». Le calcul fournit les résultats suivants pour une suite de 100 lancers :

Tableau 34 : Longueur des chaînes d'apparitions identiques dans le jeu de pile ou face

Longueur de la plus longue séquence : au moins	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probabilité arrondie au centième	1,00	0,97	0,81	0,54	0,31	0,17	0,09	0,04	0,02

Et elle conclut par : « *On voit donc que certains événements de très forte probabilité sont peu intuitifs… On se rend ainsi compte qu'il n'est pas du tout évident de choisir «au hasard*» ! (p. 60).

Le terme même d'*aléatoire* n'est que récemment devenu commun car dans l'ouvrage de Varga (VARGA, 1973), l'auteur est obligé, encore à cette époque, d'en donner une définition ! De plus, il paraît difficile de faire entrer les étudiants en contact avec l'aléatoire ; Jean-Pierre Raoult, (RAOULT, 2004), à l'Université d'été d'ANIMATHS de Saint-Flour, le 26 août 2004, relatait une problématique de la table ronde organisée par la SFDS et animée par Gilbert SAPORTA (p.7) : *« Il y a comme un cercle vicieux : on veut faire comprendre les variables aléatoires via la simulation,[et] pour comprendre la simulation, il faut savoir ce qu'est une variable aléatoire (et aussi des variables aléatoires indépendantes). »* Ce qui fait dire à Jean-Pierre Raoult : *« Quoi regarder ? Comment regarder ? »,* si l'on sait en plus que *« les générateurs de nombres au hasard dans les ordinateurs sont en fait déterministes. »*

L'idée de hasard est à relier à celle de variabilité. Cette insistance fait consensus. Pour Daniel Schwartz (Schwartz, 1994), *« la variabilité est la raison d'être de la statistique » ;* pour Jean-Pierre Kahane, (Kahane, 2000), *« Le mot variabilité peut être considéré comme le premier mot de la statistique »*. Pour Claudine Vergne (VERGNE, 2004, p. 3) :

« prendre conscience de la variabilité d'un phénomène, ce n'est pas seulement constater que les résultats sont sujets à variation, c'est concevoir que, à notre échelle d'observation, les résultats sont nécessairement variables et imprévisibles, c'est accepter de prendre en compte les fluctuations, c'est faire le deuil de la certitude et s'engager dans le monde de l'incertain. On peut alors, […], accéder à une maîtrise relative de l'incertitude pour estimer, prévoir et prendre des décisions avec risque consenti ».

De plus, pour Claudine Vergne, faire aborder la variabilité aux élèves, se construit (p. 4) : *« Une condition essentielle de variabilité d'un thème d'étude est celle de l'existence, relativement à ce thème, d'un corpus suffisant de situations problèmes permettant à l'enseignant de construire des organisations mathématique et didactique ».* D'où l'importance de l'existence de banques de données ainsi que de leur exploitation par de fréquentes lectures. Nous constatons donc que pour tous ces auteurs, ayant recherché les éléments de base, distinctifs d'une pensée statistique, l'accord se réalise autour de la notion essentielle de “variabilité”. Celle-ci a pour corollaire d'autres obligations comme le souligne le document d'accompagnement du programme de mathématiques de la classe de seconde de Juin 2000 (hors-série n° 6 du 12 août 1999) : *« l'esprit statistique naît lorsque l'on prend conscience de la fluctuation d'échantillonnages ».* Mais la confrontation usuelle à celle-ci, conduit-elle *« naturellement à accepter l'idée d'une loi théorique fixe liée à cette expérience ? »*. Analyser une situation statistique, ce n'est pas s'arrêter aux données perçues (les statistiques) mais se hisser au-dessus pour comprendre les lois qui semblent gérer ces manifestations apparentes (la statistique). Cette préoccupation, cœur de la recherche de Jean-Claude Régnier, prend aussi tout son sens par la distinction à faire entre les notions de corrélation et de causalité (GAUVRIT, 2007). D'autres questions didactiques sont ensuite posées par les chercheurs comme Omar Rouan (ROUAN, RÉGNIER, 2004) qui met en avant la nécessité de connaître l'histoire de la statistique, de ses applications actuelles, de répertorier les types de problèmes ouverts à la statistique, de varier les champs d'application, d'établir des heuristiques en statistique, de réfléchir à une gradation de la difficulté des élèves en fonction des questions abordées ; il cite par exemple les questions faciles (types de caractères, construction d'un tableau à partir de données brutes, la moyenne de ces données) et les questions plus difficiles (le pointage de la population de référence, la construction de l'histogramme, le calcul de la médiane pour des données présentées en intervalles). Il préconise de rechercher une moins grande présence de formalisme (voir expérience italienne en annexe n°5.7, qui conforte au passage nos remarques concernant la réponse des étudiants à la statistique en fonction de leur parcours scolaire, ainsi que le rapport des enseignants envers elle et la nécessité d'une formation et d'une imprégnation lente à et par la statistique), et de mettre en avant un rapprochement entre enseignants, élèves et chercheurs. Il reste également la prise de conscience de la double dualité entre : les approches “fréquentiste” et “bayésienne” d'une part, et les références aux probabilités ou à la statistique d'autre part. Pour cette dernière, Jean-Claude Girard au colloque EMF de Tozeur (Tunisie), avance (GIRARD, 2003) : *« la présentation de la théorie des probabilités se fait par l'intermédiaire d'une modélisation des situations aléatoires. La méthode utilisée fait une large place à la simulation. La liaison entre l'enseignement de la statistique et celui des probabilités reste à établir ; cette mise en place nécessitera du temps ».* Comment l'élève peut-il faire le lien entre le modèle théorique choisi pour représenter le déroulement de la réalité et la réalité elle-même ? Réfléchissons donc à l'idée de modélisation.

4.1.3. Sensibiliser à la modélisation

En préambule à toute approche statistique d'une situation, il faut s'assurer que les élèves ont compris que derrière tout cela, il y a des faits observables et que l'intérêt réside dans l'étude des liens qui se tissent entre eux. Le choix du modèle mathématique est indispensable à sa compréhension et à l'intérêt de la statistique d'aller vers une extension de la connaissance visible et majeure (projection dans le futur, élargissement et transposition des résultats relevés sur un échantillon, etc.). Même s'il paraît utopique de parler d'initiation à la modélisation pour les élèves de l'école élémentaire, rappelons ici, que cette préoccupation a été la nôtre depuis de nombreuses années. A l'école élémentaire, les élèves ont de la difficulté à appréhender l'effet réel, la puissance des opérations mathématiques utilisées. En particulier, ils placent par exemple sur le même niveau d'efficacité l'addition et la multiplication, comme deux dispositifs rangés côte à côte dans une boîte à outils. Nous avions pris comme situation mathématique, la problématique du choix de l'appareil qui permettrait d'ôter 27 grains de poussière disposés sur le sol (le nombre restait bas pour des préoccupations graphiques). Face à ce problème, saturé d'incertitude, nous formulions l'hypothèse mathématique qu'à chaque passage, le balai permettrait d'enlever 2 grains (appel à la soustraction) alors que l'aspirateur, plus moderne et efficace, supprimerait la moitié de l'effectif des grains présents (appel à la division).

Le résultat fut assez éclairant : la réponse des élèves calquait leur caractère : les téméraires empruntaient spontanément l'aspirateur, les timorés le balai, les indécis le restaient ! Bien qu'étant en situation mathématique, seule leur appréciation sensible de la réalité agissait. Après une mise en graphique, l'aspirateur diminuait rapidement l'effectif des grains mais ne permettait jamais d'atteindre 0 car les grains n'étaient pas supposés sécables ! Le balai agissait lentement sur l'amas de poussière mais le réduisait en définitive à néant ! Le résultat de l'expérience fut de montrer la puissance forte, bien sûr, de la multiplication par rapport à l'addition. Mais aussi la seule réponse rationnelle à notre problème : l'utilisation d'un graphique portant le tracé de la courbe des grains laissés par l'aspirateur et la droite des grains délaissés par le balai. Ce dernier indiquait le moment précis où il fallait lâcher l'aspirateur pour se saisir du balai. Imaginer que l'on soit obligé de recourir à l'usage de deux outils, sans que l'un dévalorise l'autre comme le serait la multiplication à l'encontre de l'addition, et en plus, décider précisément le moment opportun du passage du premier au deuxième, et bien seule une modélisation de la situation et sa représentation graphique, le permettait !

De manière plus large, Monique Ernoult et Claude Talamoni (ERNOULT, TALAMONI, 2005), professeurs de mathématiques, nous interpellent sur la place essentielle de la modélisation dans l'enseignement des mathématiques et par là, de ce détour indispensable à toute approche statistique. Ces deux auteurs ont proposé à leurs élèves une situation leur illustrant la nécessité de réfléchir sur les choix observés. Ils relatent (p. 47) l'expérience produite par Thomas Robert Malthus (1766-1834) pasteur anglican et économiste :

« En cette toute fin du XVIIIe siècle, des réformateurs accusent le gouvernement anglais de W. Pitt d'être responsable de l'extrême pauvreté d'un très grand nombre de familles anglaises. Malthus se demande si des lois naturelles et inéluctables n'en seraient pas la cause. Il nous expose son analyse dans l'ouvrage intitulé Essai sur le principe de population ».

Il se pose alors deux questions :

- Quel serait l'accroissement naturel de la population si elle était abandonnée à elle-même sans aucune gêne ?
- Quelle pourrait être l'augmentation du produit de la terre ? »

A ces deux questions, il propose le modèle suivant :

Évolution de la population : Pour lui, l'hypothèse basse est le doublement de la population tous les 25 ans, ce qui correspond à 2,8 % par an. On a donc une suite géométrique de raison 2. Si P_0 est la population initiale, au bout de n périodes de 25 ans, la population est égale à 2nxP_0. Évolution des ressources naturelles : En revanche, il considère que si la capacité de production peut doubler dans les premiers 25 ans, elle augmente ensuite, pendant chaque période de 25 ans, au maximum de la production initiale. On a donc une suite arithmétique dont la raison est le premier terme. Si S_0 est la production initiale, au bout de n périodes de 25 ans, elle sera égale à S_0+nS_0 ».

Sa conclusion semble évidente : Si l'évolution actuelle de la population perdure, dans l'avenir, le pays ne pourra assurer sa subsistance car la vitesse de croissance d'une suite géométrique est bien supérieure à celle d'une suite arithmétique. C'est ainsi que Malthus préconise pour les familles pauvres, dans leur propre intérêt de limiter volontairement le nombre de naissances. Sont ainsi posées les bases de la célèbre doctrine économique du malthusianisme. Pourquoi donc initier les élèves à la modélisation mathématique ? Voici les arguments avancés par Monique Ernoult et Claude Talamoni. Il faut :

« Les sensibiliser à l'intérêt de la modélisation : 1- pour la connaissance, l'appréhension et la compréhension des phénomènes naturels qu'ils observent autour d'eux ou que l'expérimentation dans les autres domaines scientifiques leur permet d'aborder. 2- pour faire ressortir l'importance de passer de la langue parlée à une formulation plus scientifique puis au langage mathématique symbolique. 3- Susciter l'intérêt, […] vers des études et carrières scientifiques»

Ces propos portent notre intérêt à plusieurs niveaux :

- tout d'abord, ne pas croire que l'on peut agir spontanément sur notre environnement en l'analysant par la simple lecture de données statistiques,
- ensuite, qu'à la réalité observée, on peut appliquer un modèle qui semble la décrire au plus près, et que ce modèle en plus, n'en reste pas à sa simple évocation, qu'il

peut s'écrire mathématiquement, se valider par une démarche d'expérimentation et offrir un support à la présentation des résultats

- enfin, que ce modèle choisi puisse ensuite être modifié, que l'on puisse le faire évoluer pour affiner notre lecture de la situation et rapprocher encore modèle et réalité.

L'enjeu revient à montrer que le modèle produit, devient plus riche que la réalité. Il rend la réalité observable. Comme le font remarquer les auteurs (p. 59), l'aide supplémentaire apportée par *« l'aspect dynamique des logiciels permet de remarquer qu'une toute petite variation des conditions initiales , c'est-à-dire ici du terme initial, du premier terme de la suite, entraîne très rapidement de grandes variations dans le comportement des termes de la suite. Cette dépendance des conditions initiales est caractéristique du chaos, au sens mathématique. »* Précaution d'emploi indispensable à tout acteur utilisant de manière responsable, l'outil statistique ! Remarque : Le document d'accompagnement du programme de mathématiques de 2^nde^en Juin 2000 (*BO hors-série n° 6 du 12 août 1999), insiste sur le lien indispensable entre* modélisation et simulation.

Observons qu'au travers des deux expériences, celle de Malthus et celle auprès de nos élèves de l'école de Gumières (42), il ressort que, dans les deux cas, les élèves peuvent comprendre le phénomène décrit par le biais de la modélisation mais que celle-ci ne s'arrête pas au simple choix d'une opération mathématique parmi d'autres. À l'école élémentaire, la représentation de ces dernières ne doit pas se limiter à calquer la réalité (ex : 3 camions disposés côte à côte pour une charge totale de 20 + 20 + 20 = 60 tonnes, ou de deux camions bien rangés pour 2 x 20 = 40 tonnes). Il faut nécessairement passer par une représentation qui permette de se détacher de la réalité pour pouvoir comparer des séries, combiner des opérations… L'utilisation par exemples de graphiques en est un procédé. L'introduction d'un apprentissage de la statistique à l'école élémentaire, questionne donc le rapport habituel à ces opérations tel qu'il est perçu au niveau de l'école primaire.

4.1.4. Préciser l'idée d'interprétation

Pour revenir à notre objet de recherche, qui se centre au sein de l'école élémentaire, nous sommes encore loin de proposer des situations permettant aux élèves de dépasser la simple utilisation mécanique d'opérations mathématiques pour leur faire concevoir l'effet réel de leur usage. Ainsi, pour résoudre des problèmes de nature probabiliste, encore plus que pour des problèmes de nature déterministe, il faut qu'au préalable les élèves aient compris la nature et la nécessité d'un passage par une modélisation. Il est illusoire de vouloir faire entrer les élèves dans le domaine du hasard, en estimant que rapidement, ils s'exonéreront de tout recours à une volonté magique, providentielle etc. si l'on ne s'est pas assuré auparavant de leur aptitude à conceptualiser les modèles utilisés par eux jusque là, en mathématiques, voire même simplement en illustrant régulièrement leurs effets.

Pour cela, nous nous appuierons sur l'étude conduite en Italie par une équipe de chercheurs du groupe de Perugia, les professeurs Lina Brunelli, Gianfranco Galmacci, Maria A. Pannone ainsi que l'auteur du texte Linda Gattuso, avec la collaboration des étudiants, Michela Gnaldi et Luca Scrucca. Linda Gattuso en fait une présentation intitulée *Les statistiques, un élément essentiel de la littéracie. Une expérimentation d'enseignement des statistiques dans les écoles italiennes*, aux journées de la statistique de Lyon (2003). Voilà ce qu'elle précise (p. 2) pour ne pas confondre interprétation et subjectivité ! :

« Il est indispensable que les élèves soient en mesure d'apprécier le rôle du raisonnement statistique, qui permet de lire et interpréter des phénomènes

réels sans vouloir apporter des réponses exactes mais en donnant toutefois la possibilité d'avoir une vision de la réalité qui ne soit pas que subjective ».

Pouvoir s'ancrer avec la réalité, c'est la remarque unanime que tous les enseignants renvoient des séances d'apprentissage de la statistique avec les élèves ; ce fut le cas par exemple lors des expériences que nous avons conduites et déjà présentées ici, (Annexes n °5.2 et 5.3), mais c'est aussi celles relatées par exemple par le collectif rassemblé en 1998 autour de Jean-Claude Régnier (1998), celles de Jacqueline Weber-Bouchant (WEBER-BOUCHANT, 2004) ou de Christelle Castebert et Isabelle Damien dans leur mémoire intitulé : *Entre hasard et déterminisme, un jeu de dé pour approcher l'aléatoire en cycle III*, sous la responsabilité de Gérard Gerdil-Margueron, à l'IUFM de l'Académie de Grenoble en 2006. Sans oublier celles impulsées par Claudine Schwartz autour du projet Stastistix, mis en place avec l'IREM de Grenoble, qui consiste en un site consacré aux statistiques sous leurs diverses composantes. Il est dédié aux professeurs mais est construit suivant les directives de la CREM. Il devrait impliquer l'INSEE, l'INED, etc. Il est conçu pour proposer des cours, des réflexions sur la pensée statistique, des simulations, des analyses de données réelles etc. C'est une possibilité majeure offerte par la statistique, que de permettre d'aborder avec les élèves, le traitement de situations relevant de la complexité de leur environnement. En miroir, ce passage par cette confrontation, qui permet de les initier à la statistique, semble incontournable comme le souligne Linda Gattuso, par sa communication citée ci-avant. Elle relate un effet secondaire intéressant de l'apprentissage de la statistique, par le fait qu'il met en réussite scolaire, une autre catégorie d'élèves que celle perçue habituellement, de part l'originalité des démarches mises en acte par rapport aux mathématiques mais aussi de part le caractère des objets traités.

4.1.5. Entrer dans les graphiques statistiques

L'école a désormais la lourde responsabilité d'introduire dans ses attributions, l'apprentissage de la lecture statistique des représentations du monde. Comme le met en avant Jean-Claude Duperret (DUPERRET, 2001, p. 11) :

« Nous vivons dans un monde d'images, et celles usuellement utilisées pour "montrer" un phénomène statistique sont les graphiques. C'est certainement ici que l'enseignement des statistiques a la plus grande vocation de formation du citoyen : choisir le graphique le mieux adapté à la situation, le construire en respectant les règles mathématiques ; comprendre, analyser, critiquer un graphique ; comparer différents graphiques... »

Mais dans la réalité des séances en classe, les outils statistiques sont souvent exposés aux élèves comme une évidence effective, sans évoquer la nécessité réelle d'une appropriation préalable. Pourtant, il n'y a ni modèle unique ni évidence de lecture ! Les principaux graphiques abordables au cycle III de l'école élémentaire peuvent se scinder en deux groupes (pp. 11 et 12) :

"Les graphiques « de fonction » [où] on présente les couples (modalité ; effectif) selon le couple de directions (horizontal ; vertical). Ce sont les diagrammes en bâtons et en barres, les histogrammes, les polygones d'effectif. Suivant le type de caractère, l'axe présentera une structure d'ordre ou non. Dans ce type de graphique, on veut faire apparaître que l'effectif est fonction de la modalité. "Les graphiques « de partition » [où on] s'adresse essentiellement à des caractères qualitatifs ou quantitatifs considérés comme qualitatifs. Ce sont des diagrammes en bande, circulaires, semi-circulaires, elliptiques. Dans ce type de graphique, on

veut faire apparaître que les diverses modalités déterminent une partition de la population.”

Quelles sont les qualités à attendre d’un graphique ? La suite de cet article, en liste quatre :

- **La lisibilité** : un graphique doit être plus rapidement lisible qu’une liste de données chiffrées. Il ne crée pas d’informations supplémentaires, mais révèle l’essentiel à rechercher sous l’abondance des données.
- **La validité** : elle est assurée par des règles mathématiques : proportionnalité aux longueurs, aux aires, aux volumes etc.
- **La fidélité** : un graphique doit respecter les données et rendre fidèlement la réalité. L’impression visuelle suggérée ne doit pas conduire à déformer cette réalité comme, par exemple, la fausse perspective, ou un axe vertical qui ne démarre pas à zéro...
- **L’autosuffisance** : il doit pouvoir être compris, indépendamment de la série de données qu’il représente.

Toutes les difficultés de lecture, afférentes à l’obligation de saisir en continu deux données respectives, à appréhender des échelles de présentation, à percevoir l’idée de classe, d’étendue, de limites, de moyenne, de mode, de variable continue ou discrète, de linéarité, de courbe en palier etc., toutes ces difficultés ne le sont en fait que par l’oubli trop souvent révélé, d’une absence totale de leur apprentissage systématique comme objectifs et compétences reconnus et engagés. Les instructions réclament de la part de l’élève, la capacité d’usage des représentations graphiques de la statistique et paradoxalement, elles n’en déclinent pas les compétences sous-jacentes nécessaires à son utilisation. Nous pouvons constater en parcourant le contenu des manuels scolaires, qu’ils prêtent à l’élève les qualités d’utilisateur habitué de ces outils statistiques sans laisser place à un chapitre spécifique d’apprentissage organisé en listant les compétences indispensables (COUTANSON, 1999).

Pour ne pas surcharger le texte, la lecture de l’article de Bernard Parzysz, intitulé *Heurs et malheurs du su et du perçu en statistique* (PARZYSZ, 1999), apporte une réflexion importante en ce domaine et complète notre interrogation sur le fondement du choix du type de représentation graphique retenu dans les situations travaillées. Doit-on opter pour les graphiques *de fonction* ou les *graphiques de partition* ? Dans chaque catégorie, comment arrêter son choix sur un modèle de graphique sans induire de fausses représentations, voire d’erreurs mathématiques ? Peut-on ainsi glisser indûment par exemple, d’un diagramme circulaire à un diagramme semi-circulaire ? La mise en couleur, en perspective, en relief etc. de la présentation, apporte-t-elle davantage de lisibilité sans nuire à la fidélité ? De la même manière, le choix des icônes, leur dimension etc. ne risquent-ils pas d’altérer la validité recherchée du graphique ? N’y a-t-il pas pour chaque cas, relevant de disciplines particulières, des habitudes professionnelles attendues par des lecteurs habituels ? L’anticipation météorologique par exemple, peut-elle du jour au lendemain, changer radicalement sa forme de présentation au sein des journaux quotidiens ?

L’élève doit donc s’inscrire dans une démarche constructive des éléments lui permettant d’appréhender et de communiquer ces représentations statistiques graphiques, en toute connaissance, tout en s’inscrivant également dans une culture ambiante des habitudes statistiques en cours. Deux particularités à souligner, qui ont trait à l’apprentissage des tableaux et graphiques : l’idée d’histogramme et le calcul de la moyenne. Un cas particulier : l’histogramme. Très souvent, il y a abus de langage en désignant des diagrammes en barres sous la dénomination d’histogrammes (REGNIER, 2001, p. 21). Là, où l’on fait par extension rapide, une lecture de fréquence au lieu d’une lecture d’effectifs, il faut comprendre que :

la donnée "abscisse" correspond à l'unité de la variable utilisée, la donnée "ordonnée" correspond à l'unité de fréquence, probabilité ou effectif, la donnée "surface" correspond à l'unité de densité de fréquence ou de probabilité.

A ce problème didactique, Jean-Claude Girard (GIRARD, 2001, p. 43) propose une évolution graduelle de l'approche de l'histogramme par les élèves ; progression que l'on peut résumer de la manière suivante en abordant successivement :

Tableau 35 : Proposition d'apprentissage progressif des tableaux statistiques

		Compétences recherchées
1	Les tableaux de données	Lire et compléter une représentation à deux dimensions
2	Les graphiques avec des étoiles (placement d'autant d'étoiles que d'occurrences d'une même valeur)	Idem avec recours à des unités, à des valeurs arrondies
3	Les graphiques avec des points appelés "Dot-Plot"	Introduction de la difficulté des échelles.
4	Les graphiques avec recours aux valeurs décimales et inscription de celles-ci à la place des étoiles comme dans la ligne n°1 (appelés "Stem and Leaf" ou "tiges et feuilles" comme pour les horaires de passage de bus)	Difficulté à regrouper les valeurs dans des intervalles ouverts.
5	Les histogrammes (par rotation des axes, travail sur les bornes...)	Introduction de la proportionnalité

Dans ce même article, Jean-Claude GIRARD fournit la synthèse suivante :

Tableau 36 : Compétences requises pour l'utilisation des différentes formes de tableaux statistiques

	Permet de retrouver les valeurs exactes	Nécessite la maîtrise des graduations (1 ou 2 dim.)	Nécessite l'usage de la proportionnalité	Nécessite le codage effectif-longueur	Nécessite le codage effectif-surface
Tiges et feuilles	Oui				
Points	Oui	1			
Etoiles		1	Eventuellement		
Diagrammes en barres		2	Oui	Oui	
Histogrammes		2	Oui	Oui	Oui

La difficulté majeure du maniement des histogrammes, est de comprendre que l'on traduit de cette manière, des lectures et des opérations sur des densités d'effectifs !

Un autre problème lié à l'usage / observation des graphiques statistiques est : la moyenne. Nous la rencontrons fréquemment du fait de son apparente simplicité. Dans le calcul de celle-ci, interviennent toutes les valeurs accordées à la variable, y compris celles qui peuvent paraître les plus aberrantes, et sans tenir compte en plus, de l'allure générale du graphique proposé. La moyenne est en quelque sorte une opération mathématique qui peut travailler en aveugle. Elle consiste (GIRARD, 2001, p. 63) à « remplacer la série x_1, x_2, x_3, x_4, …, x_n par une série constante a, a, a, a, …, a qui soit la plus proche possible de la série de départ ». Or, pour illustrer concrètement la signification de ce calcul, il faut aider l'élève à en décliner tous les aspects :

- Le simple équilibre des modalités : appréciation en une dimension d'une série de quantités (ex : l'équilibre de l'eau répartie dans plusieurs tubes)
- L'interprétation géométrique : appréciation en deux dimensions ; ce sera le point permettant de minimiser les distances à toutes les valeurs prises par la variable
- L'interprétation barycentrique : appréciation en trois dimensions ; ce sera le repère théorique permettant un équilibre parfait de tout objet observé, quelle que soit la position dans laquelle l'observateur le placera.

La moyenne doit-elle également, représenter la stabilité mathématique observée ou l'équilibre du choix recherché par le concepteur ou l'observateur du phénomène ? Dans ce cas, la moyenne pour devenir pertinente, doit se traduire par une pondération volontaire de certaines modalités recherchées. L'usage des graphiques dépasse de ce fait le simple algorithme mathématique. La moyenne communément admise, se trouve très vite limitée dans son interprétation si elle n'est pas suivie par d'autres indices : le(s) mode(s), la médiane et les espaces interquartiles. Ces derniers, illustrés par l'emploi de *boîtes à moustaches* sous-entendent et éclairent en même temps le maniement des pourcentages ; sa présentation fournirait une entrée intéressante à l'intérieur des programmes du cycle III de l'école élémentaire.

4.1.6. Entrer dans les tableaux statistiques

Pour cette préoccupation didactique, nous nous appuierons sur un travail, réalisé par une équipe de chercheurs rassemblés autour de Raymond Duval (DUVAL R., 2002). Voilà de quelle manière, ils introduisent leur étude (p. 5) :

« La présentation des informations sous forme de tableaux est devenue une pratique si banale et si largement répandue qu'on ne la remarque même plus. Partout présente, non seulement dans les ouvrages ou les articles de documentation mais aussi sur tous les panneaux d'affichage dans les lieux publics, elle s'est imposée comme l'un des modes majeurs de la communication écrite. La simplicité, du moins apparente de son organisation et la rapidité de consultation conviennent parfaitement aux besoins d'efficacité et d'économie dans un contexte où chaque individu doit intégrer et prendre en compte une grande quantité d'informations diverses et nouvelles. Rien d'étonnant alors à ce qu'on retrouve cette forme de présentation dans tous les documents didactiques et que même les très officielles enquêtes d'évaluation nationale, aussi bien en français qu'en mathématiques, aient accordé une place à l'acquisition de cette pratique dès l'entrée en CE2. Les tableaux sont d'ailleurs considérés dans les pratiques pédagogiques comme l'un des "supports" à mobiliser pour aider les élèves à entrer dans le processus de construction de leurs connaissances. »

Mais est-ce aussi simple, aussi évident, aussi spontané de lire un tableau ? Si nous nous penchons de plus près sur cet objet, selon la multitude de formes de présentations, de fonctions, de domaines traités, nous devons faire le constat suivant. Les tableaux ont envahi tous les secteurs d'enseignement, quels que soient les niveaux d'enseignement ou les disciplines abordées. Ils sont construits sur une diversité multiple. Tout d'abord (p. 5) :

« dans la disposition formelle de leur « micro-espaces » : certains n'ont pas de marges et présentent l'apparente simplicité d'un échiquier tandis que d'autres accumulent des marges et des subdivisions de marges et présentent un enchevêtrement de colonnes et de lignes aussi compliqué que le plan d'une vieille maison avec ses corridors et ses escaliers. Ensuite dans ce que l'on peut mettre dans les cases : une seule marque relevant d'un codage binaire ou alors des nombres, des dessins, des termes voire même parfois des morceaux de texte de la taille d'un petit paragraphe. Enfin dans leur utilisation et leur fonctionnement : est-ce qu'un horaire de transport s'utilise de la même manière qu'un tableau de proportionnalité en mathématiques ou qu'un tableau de classification dans les sciences de la terre ou qu'un tableau en statistique ? Les uns se "consultent", d'autres se "lisent", d'autres encore appellent des traitements plus explicites. »

L'élève est donc invité à passer sans cesse de la lecture d'une forme de tableau à une autre, au quotidien des jours de classe, comme tout au long de sa scolarité. Il y a pourtant un risque pour lui, de focaliser son regard sur une forme unique, dans chaque discipline, présentée par le professeur concerné, et ceci par habitude et efficacité pédagogique. De plus, les tâches réclamées sont souvent répétitives et uniques en rapport aux situations rencontrées. Enfin, très souvent, sont engagées des activités de lecture / compréhension (parfois interprétation) en obturant de fait tout l'aspect construction pourtant indispensable dans leur cheminement professionnel futur. Se révèle ainsi, la nécessité de définir l'objet *tableau* et d'en caractériser les formes différentes. Quelle définition donner ? L'équipe de Raymond Duval avance simplement (p. 9) : c'est *"une distribution de données selon un croisement de lignes et de colonnes, [que] le tableau sépare visuellement"*. Le tableau offre une particularité (p. 9) :

« Chaque case présente une unité d'information indépendante des autres cases. [...] par ses contraintes internes de discrétisation, [il] supprime ce qui fait l'une des difficultés majeures de la compréhension du discours : discerner des unités de sens dans un texte où plusieurs niveaux d'expression, ou de sens, se trouvent fusionnés, chaque niveau avec ses propres règles de segmentation. »

Quelles sont alors les compétences indispensables à l'utilisation de tableaux statistiques ? Cette apparence dépourvue d'ambiguïté, de la lecture par tableau, semble se différencier totalement de la lecture de textes. La nouveauté se situe dans la quasi immédiateté du pointage de la réponse attendue. Il suffit de croiser la colonne et la ligne ; c'est ce que cette équipe de chercheur nomme la *fonction d'adressage*. Et autant il peut paraître facile, après entraînement, de faire fonctionner cette ponction directe d'information, autant il semble difficile de l'élargir, à « *une appréhension synoptique de l'ensemble d'un corpus de données* » comme le suggère Raymond Duval. Il est difficile de regrouper des données en vue d'une configuration ultérieure sous-jacente. Les quantités constitutives des cases (à l'exception du cas où l'on emploie des croix et des vides...), ne permettent pas cette anticipation globale des phénomènes observés ou, au pire des cas, font courir le risque d'une anticipation abusive ! Les compétences constitutives des tableaux et graphiques, bien que présentées conjointement dans les manuels scolaires, se fondent d'une part sur les opérations d'interpolation et d'extrapolation pour les graphiques et d'autre part sur celle de possibilité de permutation de lignes, de colonnes, pour les tableaux. La fonction d'adressage reste le support commun aux deux apprentissages.

Pour pouvoir dépasser la simple lecture et accéder à l'interprétation des données, il convient d'appréhender globalement le tableau et en particulier l'organisation des marges de celui-ci. Elles s'agencent selon une énumération établie dans un ordre décidé. Les listes sont ordonnées suivant une logique qui représente en elle-même la première étape de la démarche de constitution des tableaux mais aussi deviennent objectifs à part entière de l'enseignement scolaire. Elles sont transversales et saillantes, parmi toutes les autres disciplines, par l'organisation qu'elles imposent aux éléments observés et la hiérarchisation qui en découle : alphabétique, numérique, historique, géographique, économique etc. Cette dernière peut aussi être fondée sur des décisions prévisionnelles, sur un ordre des trajets, une priorité d'achat, une efficacité, une faisabilité, etc. Raymond Duval nous rappelle au passage, l'aspect fondateur de la mise en liste pour l'apparition de l'écriture dans une culture (GOODY, 1979, p. 149). Mettre “en tableau” des données statistiques, déclenche une réorganisation mentale dépassant la simple énumération orale. Préparer le support organise déjà la trame de recherche et de communication ultérieure du problème.

Prenons le temps ici, d'exposer l'exploration que l'équipe rassemblée autour de R. Duval donne d'un tableau à double entrée. En effet, elle traduit l'aveuglement ambiant de la considération simple qui lui est communément apportée à tort ! Le tableau représente, avec les diagrammes et graphiques, les formes archétypales de la présence statistique, mais en vérité, nous sommes bien loin d'en mesurer toutes les dimensions. Le tableau statistique se montre comme une étape intermédiaire vers l'appréhension par l'élève de formes plus élaborées et présentées pourtant, de manière plus abrupte, comme les tables d'addition ou de multiplication. En effet ces dernières mettent en jeu une relation d'ordre entre les deux marges :

Avec une relation d'ordre			
Un exemple : la grille de la table de multiplication			
x	1	2	3
1	1	2	3
2	2	4	6

Sans relation d'ordre		
Un exemple : une grille d'évaluation de résultats		
Avant / Après	Réussite	Échec
Réussite		
Échec		

Tableau 37 : Différenciation des tableaux selon la présence d'une relation d'ordre

Volontairement, pour le deuxième cas, nous avons pris un exemple complexe qui ne fait pas intervenir d'opération numérique :

Il ne faut pas oublier la difficulté crée par la présence de double liste.

		Après	
		Réussite	Echec
Avant	Réussite		
	Echec		

Tableau 38 : Les tableaux et les double liste

Déjà, il faut repérer que ce double niveau des marges du tableau sera un obstacle éventuel pour l'élève. Dans la plupart des cas, une liste est imposée par la logique d'ordonnancement retenue (alphabétique, numérique, économique, etc.), alors que l'autre présente les éléments analysés en fonction de l'ordre d'interception. La première est dépendante du choix de l'analyseur, la seconde indépendante. Ce sont les valeurs de la variable indépendante qui sont croisées. Le lien indispensable entre *tableau* et *arbre* correspondant, améliore la compréhension :

Évaluation			
Avant		Après	
Réussite	Échec	Réussite	Échec

		Après	
		Réussite	Échec
Avant	Réussite		
	Échec		

Tableau 39 : La lecture d'un tableau à l'aide d'un arbre de décision

Certains tableaux sont présentés sous forme textuelle :

Très souvent la forme tableau "classique", se trouve ramenée à une page textuelle, avec des parties parfois surlignées.

Type de dysfonctionnement	
1/ La voiture ne démarre pas	- Problème de démarreur - Problème
2/ La voiture démarre mais n'accélère pas	- ...
3/ La voiture démarre et le moteur s'arrête	- ...

Tableau 40 : Exemple de tableau ramené à une page textuelle selon Raymond Duval

Remarque : la case externe "Type de dysfonctionnement" devient partie intégrante de la liste (ici verticale). Cette forme va à l'encontre d'une lecture globale en deux dimensions des tableaux.

La forme précédente entraîne une autre source de difficultés en laissant des cases vides : quand, pourquoi, comment peut-on ou doit-on laisser ces cases vides ? Cette question appelle distinction et définition. Tout d'abord, il importe de distinguer les tableaux qui mettent en jeu une partition ensembliste en sous-classes (ex : les classifications) et ceux qui font intervenir une relation d'ordre. S'il y a classification, toutes les cases sont à compléter et de ce fait le tableau devient aide et incitation à trouver les éléments constitutifs (ex : la classification des éléments de Mendeleïev ou des tableaux de compétences-élèves recherchées). S'il n'y a pas d'effet de classification mais de relation d'ordre entre deux listes structurantes, alors dans ce cas, certaines cases peuvent éventuellement demeurer vides. Pour comprendre comment se joue cette relation d'ordre, il faut distinguer son aspect extrinsèque ou intrinsèque aux éléments de la liste qu'elle ordonne. Dans le premier cas, par exemple, l'énumération des termes se fait selon l'ordre alphabétique. Elle est intrinsèque lorsqu'elle traduit une caractéristique des éléments énumérés comme, par exemple, la succession des positions ou des arrêts sur un trajet (ex : les horaires de transport) (p. 18). Pour un horaire de train, chaque case serait complétée si à chaque heure circulait un train ; ce qui est possible mais non certain. Il est naturellement plus aisée de lire ou bâtir une recherche à partir d'une dimension intrinsèque, donnée par l'organisation préalable du phénomène observé (ex : les décisions de circulation des trains) que de compléter de façon active toutes les cases d'un tableau organisé selon une dimension extrinsèque. Pour l'élève, il est essentiel de comprendre que la question n'est pas de constater la présence ou l'absence de donnée à l'intérieur d'une case mais de savoir s'il est possible ou non de compléter cette case. Et d'après Raymond Duval (p. 19), *« c'est cette impossibilité qui donne à la représentation par tableau sa puissance heuristique. »*

Pour l'enseignant se dessinent de premiers éléments didactiques : pour lire et construire des tableaux statistiques, il faut donc, parmi les remarques que nous formulions en 2004, noter :

- la structure essentielle du tableau qui n'est pas représentée par la case mais par la liste et sa logique afférente,
- la distinction entre la présentation d'une partition des différents cas de figures attendus et celle d'une interaction entre deux listes structurantes
- la nature des logiques (intrinsèque ou extrinsèque) qui structurent l'ordonnancement des valeurs des listes à l'intérieur du tableau
- la conviction que toutes les lignes, colonnes, cases, représentent des unités disjointes (aucune ne peut contenir des textes à décrypter, à contenu sémantique multiple...).

La question essentielle pour l'enseignant sera que l'élève comprenne que certains tableaux se limitent à une juxtaposition de listes alors que d'autres engagent un croisement de ces listes. Les premiers sont des banques de données, qui préexistaient avant la constitution du tableau ; de ce fait, ils sont extérieurs à l'initiative de l'élève et l'aident à une lecture plus condensée des situations proposées. Les seconds demandent à être complétés ; les résultats ne préexistaient pas avant la constitution du tableau. Ils sont déclencheurs, aide à la recherche. Dans tous les cas, compléter un tableau n'est qu'une étape subsidiaire à la vérification de son opérationnalité. Cette démarche est essentielle et trop fréquemment ignorée des élèves pour lesquels les opérations arithmétiques classiques sont souvent utilisées suivant un automatisme évident. Compte tenu des recommandations issues des bilans des évaluations nationales de CE2 et Sixième, elle prend ainsi toute sa place au sein de l'actualité des initiatives pédagogiques.

En réponse à une opinion communément acquise auprès des parents comme des enseignants, il n'y a pas de grille basique du *tableau à double entrée*, avec une compétence unique de lecture. Raymond Duval explique qu'il est nécessaire de percevoir les entrées multiples pour pouvoir les utiliser activement ; ce qu'il résume comme suit (p. 21) :

Le tableau utilisé est construit par :				
Juxtaposition de listes		Par croisement de marges		
Une liste servant de marge	Deux listes servant de marges (pas de cases externe)	Case externe partagée : possibilité de cases vides		Case externe : une relation
		Oui	Non	
Voici des illustrations correspondantes :				
Ex : dictionnaire, listings...	Ex : tableaux récapitulatifs...	Ex : tableaux horaires, emplois du temps...	Ex : tableaux de classification. ..	Ex : tableaux fonctionnels (tables d'opérations, graphe d'une relation...)
Type I	Type II	Type III	Type IV	Type V

Tableau 41 : Classification des tableaux à double entrée par Raymond Duval

Pour l'enseignant, cette catégorisation des différents tableaux statistiques l'oblige à opérer une différenciation des habiletés de l'élève. Voici l'analyse qu'en donne Raymond Duval :

Deux zones de balayage seront repérées :	la zone des marges et la zone intérieure du tableau.
Trois types de balayage seront entrepris :	une lecture horizontale complétée éventuellement par une lecture verticale pour explorer les marges une lecture diagonale qui s'ajoute, le cas échéant, pour parcourir l'intérieur du tableau

Tableau 42 : Lecture des tableaux à double entrée selon leurs caractéristiques (d'après R. Duval)

L'enjeu pour l'enseignant sera d'exclure le risque d'automatisme de l'élève pour que ce dernier adapte son type de lecture à la catégorie repérée de tableaux. Le niveau d'appréhension réclamé pourra ainsi croiser les difficultés :

Tableau 43 : L'exploitation des tableaux selon les types de pointage et de lecture

		Quel niveau de pointage est recherché ?	
		Un pointage ponctuel, case par case, des résultats placés à l'intérieur du tableau.	Un pointage plus complexe, tenant compte des résultats dans leur globalité ; ce qui peut permettre une interprétation de l'ensemble des données de plusieurs ou de toutes les cases.
Quel niveau de lecture des marges est attendu ?	Lecture directe (prise de notes)	A	B
	Lecture + organisation logique des listes structurant les marges	C	D

Les conclusions apportées par l'équipe de chercheurs entourant Raymond Duval, montrent à quel point notre approche actuelle des tableaux est faussée dans ce que nous englobons sous l'intitulé : "tableau à double entrée". D'après eux, il y a des écueils où risquent de s'installer : 1- une confusion entre les différentes formes de tableaux ; 2- un resserrement autour des exemples de type III ; 3- l'idée trop vite acquise par les enseignants de croire que les élèves de l'élémentaire voire de la maternelle peuvent aborder tous les tableaux. Or, pour ceux du type IV, par exemple, en s'appuyant sur les travaux de Piaget, les auteurs avancent (p. 21) : « *la construction ou l'élaboration est relativement tardive dans le développement de l'intelligence de l'enfant : elle est liée à l'émergence des structures opératoires formelles, c'est à dire à l'émergence de démarches combinatoires.* » La structure *tableau à double entrée* représente à elle seule, dans le sens de Gérard Vergnaud, un *champ conceptuel* à explorer, du côté des enseignants et du côté des élèves.

Il importera donc pour le maître, de varier les tâches réclamées à l'élève et surtout de croiser les attentes, les types de tableaux présentés et les contextes installés. Selon ces chercheurs (p. 31), les tableaux « *s'articulent nécessairement de manière explicite ou implicite, à des représentations dans un autre registre. En réalité, c'est cette articulation qui commande la manière de lire un tableau.* » Ces remarques seront la base de notre deuxième recherche portant sur la place des registres sémiotiques dans l'analyse des manuels de mathématiques des élèves du cycle III de l'école élémentaire que nous aborderons dans la partie 3 de cette étude.

En conclusion, parler de statistique à l'école élémentaire, sous-entend au préalable de questionner les limites du rapprochement des élèves avec l'idée de hasard, alors qu'ils ne sont pas encore suffisamment dotés en outils mathématiques au risque de les voir renouer avec l'aspect magique. Il exige également de repenser l'usage fait dans le cursus scolaire de l'élève, des opérations mathématiques (modélisation), de l'interprétation des résultats, de la découverte des graphiques et tableaux statistiques. Enfin l'analyse des manuels de la partie 3 de ce mémoire, devra aussi approfondir la pratique réservée aux différents registres sémiotiques pour décrire les situations statistiques, le passage de l'un à l'autre, et leur combinaison avec les tâches demandées aux élèves dans le traitement de ces situations. Mais pour aller dans le sens de l'ébauche d'un SMS, pour préparer les études de la troisième partie, nous devons encore approfondir ce que représente la spécificité de la résolution d'une situation statistique.

4.2. Comment analyser la résolution d'une situation statistique

4.2.1. Comment représenter graphiquement cette résolution

De toutes les études précédentes, nous observons la nécessité d'aborder maintenant la spécificité de la résolution d'une situation statistique pour éviter l'écueil de l'évidence. Comment représenter graphiquement les liens entre ses diverses phases ?

- Première approche : une représentation concentrique

Chaque phase nous paraissant indispensable, nous pouvons recourir à une représentation en cercles emboîtés.

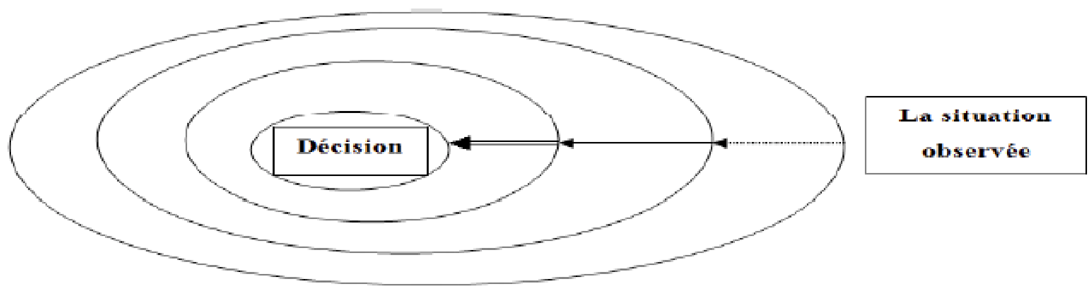


Figure 19 : Représentation concentrique de la résolution d'une situation statistique

Légende :

la phase I : élaboration de la base de données

la phase II : traitement de cette base de données par les outils mathématiques et statistiques

la phase III : interprétation des résultats et prise de décision par les acteurs

Pour plus de précisions, nous rappelons que cette représentation met en lien la situation de départ à la prise de décision, mais elle reflète l'état d'esprit spontané des acteurs qui se caractérise en l'occurrence par :

- l'aspect unidirectionnel des flèches de liaison,
- l'oubli de caractérisation des limites d'action (de la phase I comme de la phase II) ; quand peut-on dire que la phase I est atteinte pour permettre le démarrage de la phase II ; il en est de même pour le passage de la phase (II) à la phase (III),
- la mise en avant d'une approche linéaire qui oblitère tout prise de décision fondée sur des va-et-vient,
- l'évocation d'une approche qui rend incontournable le passage par la phase II, de traitement statistique recourant aux outils mathématiques.

Il nous faut donc concevoir une autre représentation du traitement statistique.

- Deuxième approche : une représentation en boucle

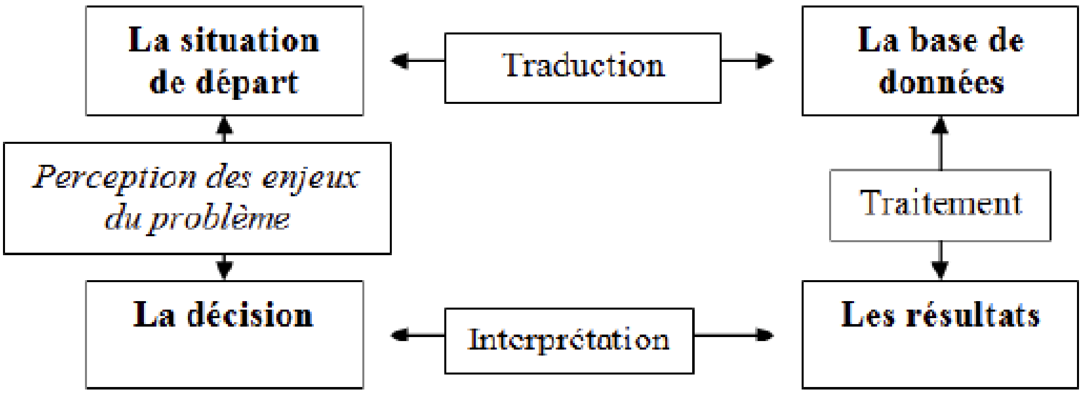


Figure 20 : Représentation en boucle de la résolution d'une situation statistique

Pour plus de précisions, nous rappelons encore que

La traduction de la situation initiale en base de données, n'est possible que si elle a questionné l'objet de la décision à prendre, qu'il soit explicite ou implicite aux yeux de l'acteur (*Perception des enjeux du problème*). Mais il devrait en être de même pour le traitement et l'interprétation. De plus, il apparaît que le traitement peut aboutir aux résultats selon trois parcours :

- soit la lecture statistique directe (les limites, les cases vides, etc.),
- soit le traitement par des outils mathématiques ou statistiques (recherche de moyenne, médiane, …),
- soit la transformation de la base de données sous une autre représentation (autres formes de tableaux, graphiques, diagrammes, pictogrammes, etc.).

Nous opterons donc pour une représentation radiale, plaçant au centre l'objet de la décision à traiter.

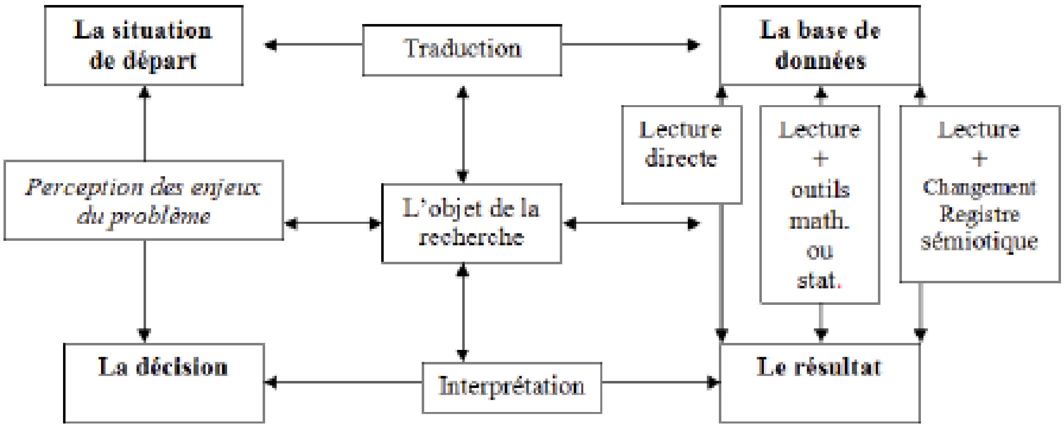


Figure 21: Représentation radiale de la résolution d'une situation statistique

Pour plus de précisions, nous ajoutons ce commentaire :

- Le traitement emploie trois chemins possibles dont un qui sert à mettre à jour l'inadéquation de la base de données avec l'obtention des résultats (ce qui conduit à des allers-retours entre le choix des différents registres sémiotiques).
- Le traitement se construit également sur les trois chemins qui interagissent entre eux pour accéder aux résultats.

En conclusion, nous pouvons dire que notre passage de la première approche à la dernière, est révélateur de la représentation spontanée que nous portons, nous-mêmes à la démarche de résolution statistique : le passage évident, quasi-incontournable par un traitement à l'aide d'outils mathématiques et/ou statistiques et la non-perception de la globalité de la résolution d'une situation statistique. Ce schéma montre que cette dernière ne réside pas en priorité dans l'application d'un algorithme mathématique, mais plutôt dans une posture de résolution évolutive de chaque problème, en interférence permanente entre : la situation de départ, la constitution d'une base de données, l'obtention de résultats, la prise de décision argumentée et donc par la perception des enjeux du problème, la traduction, le traitement et l'interprétation des données. Pour nos recherches plus approfondies lors de l'analyse de manuels de mathématiques présentée en partie 3, face à une situation statistique, nous devrons donc mettre en examen :

- sa traduction : extraire, nommer, qualifier et quantifier les variables en jeu dans une situation donnée,
- son traitement : observer les activités (ou simplement tâches) mathématiques (opérations arithmétiques) ou statistiques, réclamées ou attendues des élèves,
- son interprétation : mettre en lumière si les élèves sont appelés à établir des corrélations entre variables, des tendances, à inférer les résultats obtenus,
- la perception des enjeux du problème : rechercher si les élèves sont invités à développer une stratégie de traitement (choix du registre de représentation des données, des critères de description), interaction entre registres de représentation.

Pour aller plus en détail, quelles évolutions significatives semblent marquer le passage d'une confrontation à une situation mathématique de celle d'une confrontation à une situation statistique ?

4.2.2. Comment mettre en parallèle résolutions statistique et mathématique

Essayons-nous à décrire ces dernières, selon les trois étapes repérées précédemment : la *traduction* en base de données, le *traitement* des données et l'*interprétation* des résultats. Quels sont les éléments permettant de schématiser la démarche de recherche en présence de données statistiques ? Il nous faudra distinguer :

a/ Les bases de données successives, de plus en plus élaborées, soldant la fin de chaque étape de la démarche de résolution de la situation problème à traiter et initiant la suivante :	Dévolution d'une situation initiale Première base de données Bases élaborées successives de données statistiques Données communiquées de la situation finale
b/ Les questions successives de la démarche de résolution du problème statistique :	Où est le problème ? Quels éléments semblent afférents à l'observation de ce problème ? Quelles variables semblent pertinentes pour la résolution de ce problème et comment les analyser ? Quels outils semblent pertinents pour une analyse de ces données et comment les utiliser ? Comment interpréter les données ?
c/ Des prises de décision :	Spécification du problème Cartographie de la variabilité de la situation Catalogue des variables ciblées et protocole de recueil de données Choix des outils statistiques retenus Lecture / interprétation des résultats Confrontation et argumentation des points de vue

Tableau 44 : Éléments retenus pour décrire la résolution d'une situation statistique

Voici, pour les élèves, ce qui est attendu des démarches de résolution.

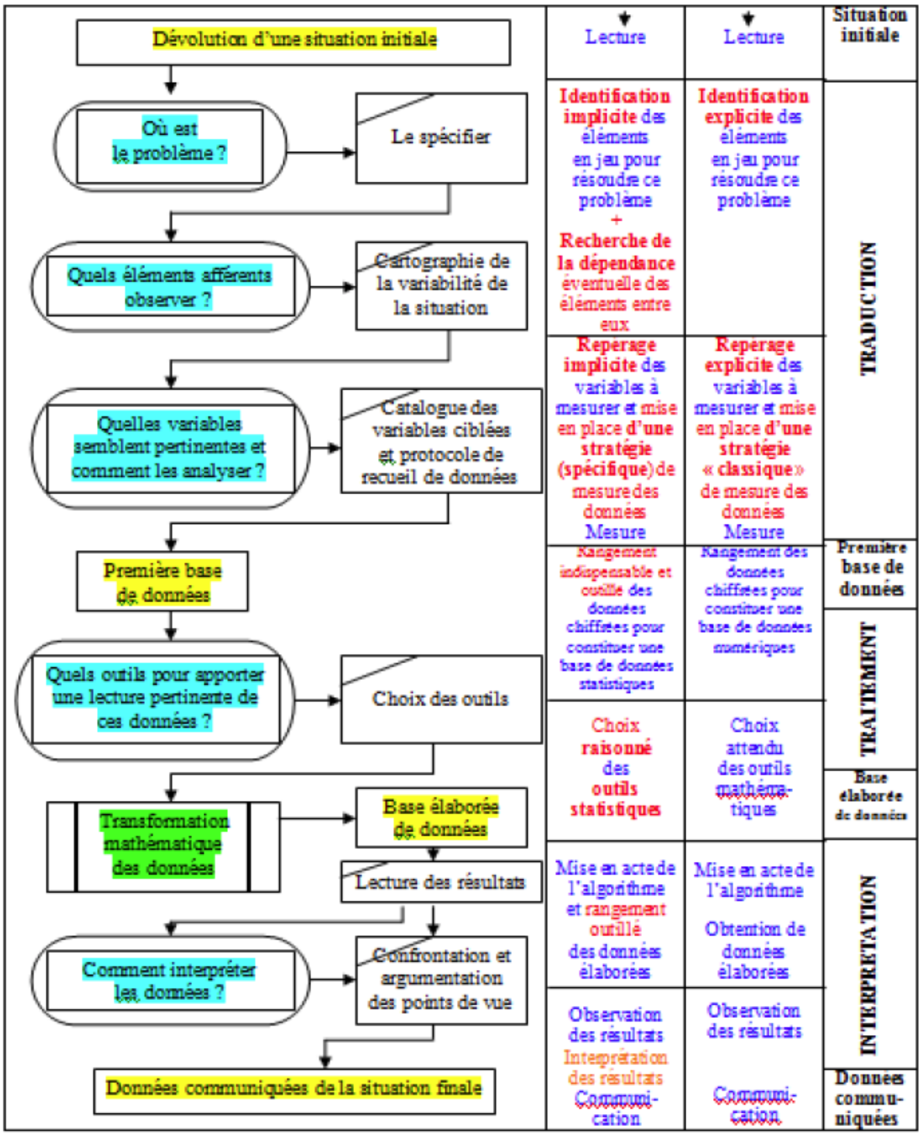


Tableau 45 : Mise en parallèle des résolutions de situations statistique et mathématique

Quelles spécificités pouvons-nous alors observer tout au long de la démarche statistique ?

Des aspects qui reprennent la démarche mathématique mais d'une façon plus complexe : plus d'éléments à prendre en compte et une plus grande complexité de choix et d'usage des outils : - qui associent plusieurs opérations dans leur algorithme, - qui font un usage courant de notions nécessitant une approche longue (pourcentages, partages, etc.) - et qui obligent une lecture combinant simultanément plusieurs variables, etc.)	La prise en charge de la dévolution du problème L'analyse des éléments en présence Les mesures éventuelles des éléments en présence Le rangement des éléments chiffrés pour constituer une base de données exploitable Le choix des outils La mise en actes des algorithmes mathématiques dictés par les outils retenus Le rangement des données élaborées La lecture des résultats La communication de l'analyse
Des aspects qui questionnent nos habitudes mathématiques et obligent à élargir la démarche de recherche de l'élève :	La lecture de l'environnement par les élèves pour en dégager les situations présentant une opportunité statistique qui pose problème L'identification des éléments en jeu pour résoudre le problème ciblé
Des aspects qui semblent marquer la spécificité d'une démarche de recherche statistique :	La caractérisation mathématique des éléments en jeu pour pouvoir établir des mesures La recherche de la dépendance éventuelle des variables en jeu des éléments entre eux La mise en place obligée, parfois, d'une stratégie spécifique de collecte de données (enquête, questionnaire…) Le choix d'un registre de représentation pour ranger les données La découverte de nouveaux outils dits *statistiques* L'interprétation des résultats (et inférence)

Tableau 46 : La résolution d'une situation statistique ; quelles spécificités ?

En conclusion :

Comme nous pouvons le percevoir, la spécificité de la résolution d'une situation statistique par rapport à son homologue mathématique, se centre sur l'implication de l'acteur dans ses choix et donc dans la prise de risque fréquente qui l'accompagne dans le repérage des variables en jeu, leur spécification, le protocole de recueil de données mis en place, la mesure des phénomènes observés, le rangement de ces données, la communication des résultats, leur interprétation, voire leur élargissement à la population entière ou l'anticipation de leur évolution dans le temps etc.

Si, comme précisé précédemment, nous confinons notre étude au sein de la statistique descriptive, en excluant au niveau de l'école primaire toute perception du degré d'erreur dans les observations, nos analyses de la partie 3 devront ainsi porter sur les points suivants :

Tableau 47 : Critères d'étude à utiliser pour l'analyse des manuels de la partie 3

Les compétences des élèves :	Appliquées :
pour identifier	- aux situations problèmes - aux variables en jeu
pour vérifier l'indépendance	- aux variables
pour mesurer	- aux unités de mesure - à une méthode de mesure
pour ranger des données	- au choix d'un modèle de rangement qui permettra compréhension, lisibilité, efficacité et habileté à exploiter ce dernier
pour traiter les données	- au choix de traitements et de l'ordre de leur combinaison à mettre en œuvre - à la connaissance des outils et démarches spécifiquement statistiques
pour interpréter	- aux résultats pour extraire des conclusions tout en percevant la marge d'erreur en jeu

4.3. La statistique et l'école élémentaire

En nous référant comme noté plus avant aux travaux de Dominique Lahanier-Reuter pour aborder l'enseignement de la statistique en tant que discipline scolaire autonome, et en prenant appui sur les études précédemment relatées, cette section 3 de ce mémoire laisse déjà entrevoir la complication prévue d'installer cet enseignement à l'intérieur des programmes scolaires et les difficultés déjà constatées et attendues de son apprentissage réel par les élèves. D'un autre côté, nous avons également perçu les aspects complémentaires des deux entrées précédentes, indispensables à l'installation de tout dispositif d'enseignement de la statistique, et à l'établissement d'une base aux travaux ultérieurs que nous conduirons dans ce domaine. Rappelons qu'il n'est pas lieu ici de centrer notre recherche pour aboutir à un document élaboré, sorte de *Socle de Connaissances Statistiques* (ou SMS, *Savoir Minimum Statistique*). Par contre, il paraît indispensable de formaliser les remarques précédentes avant d'entrer plus avant dans l'approfondissement d'une partie de l'éventail des recherches possibles : celle qui consistera à analyser dans la partie 3 de cette étude, les manuels de mathématiques du Cycle III de l'école élémentaire ainsi que les ouvrages de préparation à l'épreuve du Concours de Recrutement des Professeurs des Écoles.

Le plan de ce chapitre, nous oblige à revenir sur la nécessité d'insérer l'enseignement de la statistique :

- parmi les savoirs scolaires déjà rencontrés par les élèves du cycle III, ce que nous approfondirons en relisant plus en détail les programmes de mathématiques des cycles II et III de l'école primaire,
- ainsi qu'au sein des habitudes scolaires qui font usage des outils de la statistique au quotidien de la classe, et donc auxquelles le regard des élèves est soumis au fil des années.

4.3.1. Le SMS dans une logique d'apprentissage de la statistique

Que peut donc signifier pour les élèves, l'idée de statistique ? Cette étude doit s'intégrer dans le cursus de leur formation scolaire, pour permettre de « *comprendre les filiations et les ruptures entre connaissances, chez les enfants et les adolescents, en entendant par "connaissance"aussi bien les savoir-faire que les savoirs exprimés.* »(VERGNAUD, 1996, p. 197). De ce fait, analyser comment peut s'insérer un apprentissage de la statistique descriptive au cycle III de l'école primaire, revient à observer les effets de cet apprentissage, étudiés dans une progression conjointe du développement cognitif des élèves et de leur cheminement en tant que somme constituée d'un bagage scolaire correspondant à ce niveau. Dans cette logique d'organisation, nous nous appuierons pour notre recherche sur les travaux de Gérard Vergnaud et plus précisément sur la théorie des “champs conceptuels” qu'il a élaborée.

Parler d'un apprentissage de la statistique à l'école élémentaire, c'est introduire un (des) concept(s) nouveaux, souvent en rupture forte avec les contenus et habitudes précédemment mis en place par les élèves. Le choc évoqué plus haut, manifesté par les étudiants de Licence de Sciences de l'Éducation face au contenu des cours et surtout à l'approche de l'épreuve d'évaluation de l'épreuve de statistique, celui des enseignants pris par le paradoxe d'accepter la réalité actuelle et fonctionnelle de la statistique mais d'être incapables de l'enseigner - incapacité à en maîtriser suffisamment les bases mais aussi crainte à l'idée que cette introduction entre en opposition logique avec les programmes scolaires en place -, ce choc donc, est prévisible au niveau des élèves du cycle III. Si nous nous référons à la théorie des champs conceptuels de G. Vergnaud, la thèse sous-jacente à celle-ci, s'appuie sur (VERGNAUD, 1996, p. 227) :

« l'idée d'histoire comme une idée essentielle […]. Il ne s'agit pas de l'histoire des mathématiques mais de l'histoire de l'apprentissage des mathématiques. Cette histoire est individuelle. Pourtant on peut repérer des régularités impressionnantes d'un enfant à l'autre, dans la manière dont ils abordent et traitent une même situation, dans les conceptions primitives qu'ils se forment des objets, de leurs propriétés et de leurs relations, et dans les étapes par lesquelles ils passent. Ces étapes ne sont pas totalement ordonnées ; elles n'obéissent pas à un calendrier étroit ; les régularités portent sur des distributions de procédures et ne sont pas univoquement déterminées. Mais l'ensemble forme cependant un tout cohérent pour un champ conceptuel donné ; on peut notamment repérer les principales filiations et les principales ruptures, ce qui constitue la justification principale de la théorie des champs conceptuels. »

Ainsi, outre un travail plus approfondi qui nous conduirait à lier l'apprentissage statistique aux travaux effectués par les recherches en psychologie cognitive pour expliquer ce qui est alors en jeu dans le développement cognitif des élèves du cycle 3 - et ceci en tenant compte de tous les événements rencontrés par l'enfant depuis sa naissance - , nous nous limiterons ici, à l'observation de la marque scolaire comme composante essentielle d'un savoir personnel de la statistique par les élèves. Interrogeons donc l'architecture de la construction de ce savoir mathématique telle qu'elle a dû être abordée par un élève du cycle III concerné par notre enquête. Pour lui, l'outil statistique fait référence en grande partie, à des notions non rencontrées jusqu'ici (population, éléments, variables, modalités, effectifs etc.). Pour ce qui est de l'art de raisonner, démontrer n'est bien sûr pas à l'ordre du jour de l'école élémentaire ; l'activité de l'élève, revient à essayer d'inclure la situation présente dans un ensemble de situations similaires, et, par le jeu d'un enchaînement personnel déjà expérimenté d'actions mathématiques et d'algorithmes de résolution d'opérations, d'atteindre le résultat. Dans notre cas, pour l'apprentissage de la statistique, aucun appui tel qu'il est présenté ci-dessus, n'est possible. Pour l'élève, ces situations entrent dans un champ nouveau, selon la définition de Vergnaud. Il ne pourra faire référence à des situations statistiques préexistantes, déjà rencontrées et traitées par lui-même. Il aura donc tendance à prendre appui sur des situations autres, mais déjà résolues au plan scolaire et qui lui sembleront similaires. Nous pouvons supposer que la présence de tableaux pèsera dans son choix et que leur usage préexistant au cycle III (déjà depuis le cycle I), en tant qu'outil mathématique, avec le risque de l'usage abusif d'opérations à partir des données numériques, apparaîtra dans les procédures des élèves.

Là, où les résultats obtenus devraient être marqués par l'incertitude, par l'encadrement de l'éventail du champ des réponses possibles, des limites infranchissables par la présence d'un risque encouru etc., l'élève, par habitude, sera en attente d'un résultat, précis, quantifiable et vérifiable (soit directement pour les petites quantités, soit aisé à représenter ou calculer pour les plus grandes quantités). Or, en présence d'un tableau statistique, l'intérêt réside à pouvoir comparer les données, les lignes, les colonnes les unes par rapport aux autres, à comparer les individus d'une population entre eux, les modalités d'une variable entre elles, à vérifier l'indépendance des variables entre elles, etc. A l'école élémentaire, peu de situations (voire même aucune), ne sont engagées dans l'idée de faire extraire par les élèves, des *tendances*. C'est certainement l'introduction de la proportionnalité qui propose pour la première fois la double expérience scolaire : celle de la confrontation raisonnée à un modèle mathématique (est-ce un cas de proportionnalité ou non ?) et celle de l'incitation à prospecter ce que ce modèle peut nous laisser entrevoir d'une projection dans le futur de cette situation (par exemple : les intérêts sur un capital, l'augmentation régulière d'une production etc.). Jusqu'ici, dans l'esprit des élèves, l'emploi des opérations arithmétiques s'apparentait plus à un automatisme répondant par mimétisme à l'emploi de l'opération liée à l'apprentissage scolaire en cours dans la classe, et toute idée d'anticipation se résumait souvent à extraire d'une suite de nombres donnés, sa logique de constitution, pour en prévoir alors les éléments suivants (et ainsi, le successeur du successeur sera précisément trouvé).

Ainsi, dans le cas de la statistique, toute habitude d'obtention d'un résultat précis, acquis de façon raisonnée, sans ambiguïté ni obligation d'analyse ou commentaire, devra faire place au *prévisible*, à la réponse non automatique, encadrée, acceptant l'idée d'une marge d'erreur et l'obligation d'interprétation. Cet aspect est accentué par les domaines nouveaux que la statistique permet d'aborder : de la quantification réalisée comme action évidente (mesure de longueurs, d'aires, de durée, de cardinal d'un ensemble, etc.), elle confronte alors les élèves à la sphère des mesures de satisfaction, de décisions, de constats climatologiques, de différences de réussite à des épreuves, etc. La variabilité n'est plus contournée ; tout devient nouveau, et questionne la façon de quantifier (quelles unités de satisfaction choisir, quel rapport établir entre elles, comment faire référence à une norme, comment quantifier et dans quelle condition, etc.). La rencontre avec l'univers statistique, paraît donc présenter l'aspect d'une découverte par l'élève du cycle III de l'école élémentaire, plus que celui d'une action s'inscrivant à l'intérieur d'un apprentissage déjà en cours.

Récapitulons les écueils relevés précédemment, qui, appliqués à l'élève, risquent de s'élever au rang d'obstacles épistémologiques. Voici les principaux :

- la confrontation à l'incertitude (de la manière de porter une observation sur la situation, de l'analyser, de choisir un traitement parmi d'autres, d'en interpréter les résultats jusqu'à communiquer un résultat encadré par un risque d'erreur),
- l'acceptation de la prise en compte de la prévision du futur,
- la rencontre de domaines de références nouveaux relevant de la variabilité,
- l'abandon d'un “réflexe arithmétique” face aux situations problèmes proposées par l'enseignant.

Examinons maintenant, comment peut s'intégrer l'apport statistique à l'intérieur des contenus des programmes de l'école primaire.

4.3.2. Le SMS dans la logique du cursus des apprentissages scolaires

Tenter l'élaboration d'un "Savoir Minimum de Statistique", c'est essayer dans un premier temps, et avant toute expérimentation avec des élèves, de faire le point sur leur "acquis mathématique" déjà en place ; c'est-à-dire prendre en compte les avancées de leur savoir situé dans leur cursus scolaire déjà effectué. Cet aspect pragmatique de la recherche nous oblige à anticiper les ruptures et obstacles divers susceptibles de poindre. En effet, les études concernant un apprentissage plus précoce de la statistique dès l'école primaire n'ayant encore que très peu été abordées par les chercheurs dans ce domaine, les travaux susceptibles d'asseoir notre étude font actuellement défaut. Il faut par ailleurs noter que, en parcourant à nouveau et simultanément les programmes scolaires des cycles II et III de l'école élémentaire, mais cette fois-ci avec la double expertise d'enseignant à ces niveaux scolaires et de chercheur ayant déjà travaillé sur les apprentissages statistiques, il paraît intéressant de combiner les deux approches pour se mettre soi-même en apprentissage et repérer de la sorte, par anticipation les premiers blocages et incompréhensions des élèves, à prévoir. Une étude cohérente intéresse non seulement les contenus du savoir scolaire mais aussi la logique de l'appropriation de ces contenus. Pour notre cas, les élèves du cycle III, à l'école, actuellement, reçoivent un enseignement prescrit par les instructions officielles de 2002, reformulées et allégées par celles de 2007 puis 2008. Pour que notre démarche de recherche soit méthodique, il nous faudra anticiper ce que peut signifier pour eux, au stade scolaire concerné, l'idée de résolution de situations problème statistiques, par le biais de l'analyse des représentations *classiques* des situations statistiques que sont les tableaux, graphiques et diagrammes. Pour eux, les diagrammes et graphiques apparaissent comme éléments nouveaux alors que les tableaux ont été rencontrés depuis l'école maternelle. Ce sont donc ces derniers qui retiendront notre attention. Nous étudierons les effets de l'insertion d'un apprentissage de la statistique par l'analyse du chapitre des programmes qui l'englobe (*Exploitation des données*) ainsi que l'évolution des savoirs pour les domaines : *du champ numérique*, *des opérations* et *de la proportionnalité* qui, dans les situations proposées, sont très proches de notre objet. Nous observerons enfin la place que tiennent les tableaux statistiques dans les classes et quelle traduction peuvent en faire les élèves.

L'étude des programmes au travers du domaine *Exploitation de données numériques* peut s'effectuer en deux temps : pour les programmes du cycle II et plus loin du cycle III.

Premier temps : Étude des programmes du cycle II

Voici donc le contenu et le résumé du chapitre traitant de *l'exploitation des données numériques* :

Tableau 48 : Chapitre *Exploitation de données numériques* des les programmes du cycle II

"PROGRAMME du cycle II (dit des Apprentissages fondamentaux) : Chapitre " Exploitation de données numériques"	
CONNAISSANCES	CAPACITÉS
1.1 Problèmes résolus en utilisant une procédure experte Les connaissances	- utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités ou pour réaliser une quantité égale à une quantité donnée ; - utiliser les nombres pour exprimer la position d'un objet dans une liste ou pour comparer des positions ; - déterminer, par addition ou soustraction, le résultat d'une augmentation, d'une diminution ou de la réunion de deux quantités ;

utiles pour ce chapitre sont notamment celles concernant <u>les nombres</u> et <u>les opérations</u>, décrites ci-dessous.	- déterminer, par addition ou soustraction, la position atteinte sur une ligne graduée à la suite d'un déplacement en avant ou en arrière ; - déterminer, par multiplication, le résultat de la réunion de plusieurs quantités ou valeurs identiques.
1.2 Problèmes résolus en utilisant une procédure personnelle	- dans des situations où une quantité (ou une valeur) subit une augmentation ou une diminution, déterminer la quantité (ou la valeur) initiale, ou trouver la valeur de l'augmentation ou de la diminution ; - déterminer une position initiale sur une ligne graduée, avant la réalisation d'un déplacement (en avant ou en arrière) pour atteindre une position donnée ou déterminer la valeur du déplacement ; - dans des situations où deux quantités (ou valeurs) sont réunies, déterminer l'une des quantités (ou l'une des valeurs) ; - dans des situations où deux quantités (ou deux valeurs) sont comparées, déterminer l'une des quantités (ou l'une des valeurs) ou le résultat de la comparaison ; *- dans des situations de partage ou de distribution équitables, déterminer le nombre total d'objets, le montant de chaque part ou le nombre de parts ;* - dans des situations où des objets sont organisés en rangées régulières, déterminer le nombre total d'objets, *le nombre d'objets par rangées ou le nombre de rangées ;* - dans des situations où plusieurs quantités (ou valeurs) identiques sont réunies, déterminer la quantité (ou la valeur) totale, *l'une des quantités (ou des valeurs) ou le nombre de quantités (ou de valeurs).*

Analyse de ce qui précède :

Cette entrée dans les programmes mathématiques se fonde sur des connaissances :

- d'objets mathématiques (connaissance des nombres et des opérations),
- de procédés opératoires (addition / soustraction, multiplication / division).

Les comparaisons se font :

- avant tout sur des quantités et éventuellement sur des *valeurs*
- sur des quantités parfaitement visibles, reproductibles, en un mot *prévisibles* et se limitant à la comparaison de deux quantités ou valeurs.

De cette analyse, il ressort que dans la logique de construction de compétence, l'usage de tableaux *à double entrée*, de listes, de leur construction / utilisation sont rappelés mais dans les faits, le recours aux listes est là pour faire état du cardinal d'un ensemble d'éléments et donc de l'entrée comparative qui lie ces derniers (le sexe des élèves, la séparation des animaux domestiques ou sauvages etc.), mais jamais sur l'organisation des éléments de cette liste et des logiques d'ordonnancement qui en résultent.

De plus, rappelons-le, toutes les actions de comparaison, comme il est évoqué en introduction, doivent initier les élèves à « prévoir quel sera le résultat d'actions sur des quantités, des positions ou des grandeurs (augmentation, diminution, réunion, partage, déplacement...) ». Un résultat d'actions toujours prévu, habitue les élèves, à percevoir un environnement *prévisible* dans l'univers mathématique. Les exemples présentés sont immuables dans le temps (l'âge des élèves, leur mois de naissance…) ou très peu propices à évoluer (par exemple : les effectifs des classes ou les répartitions filles / garçons). Il en résulte cette habitude de lier le mot « situation problème » avec recherche :

- se traduisant facilement en actions mathématiques,
- conduisant à un résultat prévisible,
- donnant un résultat indépendant du vecteur temps, et aisément transposable en d'autres lieux (un exemple : les situations mettant en jeu les profils et effectifs des classes, comme des élèves, donnent à ces derniers la représentation d'une permanence des structures et des publics scolaires, quelle que soit l'école observée ; ce qui se révèle par leur étonnement lors des rassemblements d'école pour des activités exceptionnelles ou thématiques !)

Dans la logique de notre analyse concernant l'usage des *tableaux à double entrée*, en ce qui concerne le chapitre *Connaissance des nombres entiers naturels*, il faut noter les points forts suivants :

- l'habitude de grouper les quantités en classes régulières qui privilégient la dizaine, la centaine, etc. et qui s'appuient en priorité sur un bornage entre deux dizaines, centaines pleines, consécutives, etc.
- la comparaison des nombres selon des rapports privilégiés (le double, la moitié, etc.)

et en qui concerne le chapitre *Calcul,* il retient notre attention par l'insistance à rappeler l'exigence du travail sur les tables d'addition et de multiplication. On peut lire *connaître ou reconstruire très rapidement les résultats des tables d'addition de 1 à 9*, *connaître et savoir utiliser les tables de multiplication par deux et cinq*).

En résumé, nous pouvons déjà percevoir comme obstacles prévisibles le fait :

- qu'une traduction des tableaux à double entrée met en avant les aspects opérationnels (tables d'opérations, opérations) et les nombres au travers de leurs relations numériques plutôt que par la considération des grandeurs prises pour elles-mêmes ou dans une comparaison entre elles de leur mesure,
- que les grandeurs observées sont facilement quantifiables (voire toujours quantifiées), dans le meilleur des cas comparées deux à deux pour donner un résultat prévisible, lu isolément des autres données du tableau,
- que, le plus souvent, les variables se restreignent à une construction selon deux modalités opposées ; de ce fait l'ordre et la logique d'organisation en listes, ne sont pas évoqués,
- que le temps, le lieu, etc. n'ont pas de prise sur la situation ; recherche dépersonnalisée également car il n'est pas relaté d'interprétation des résultats,
- que le regroupement des données s'organise surtout selon les repères de la numération décimale.

Autrement dit, nous en concluons que cette approche scolaire restreint la perception que l'on doit avoir :

- des notions de variabilité, de variables (nature et fonction),
- de traitement des données (ordonnancement des modalités des variables, classement, regroupement…),
- d'exploitation d'un tableau par des lectures multidirectionnelles, d'interprétation / communication

Cet état des lieux relatifs à la maîtrise attendue des tableaux à double entrée à l'issue du cycle II montre le décalage avec ce que nous projetterions d'installer pour l'insertion d'une approche statistique. Pour une meilleure connaissance du développement de la formation en statistique, il nous faudra conduire des observations sur les connaissances des élèves à l'issue de l'école élémentaire. Ce que nous engagerons dans des travaux ultérieurs. Mais pour comprendre comment opère la progression scolaire, nous allons étudier les programmes du cycle III.

Deuxième temps : Étude des programmes de cycle III

Si l'on restreint une nouvelle fois notre analyse aux chapitres concernant *l'exploitation des données numériques*, voici le contenu, donné pour le cycle III de l'école élémentaire et les conclusions que nous pouvons en tirer pour notre étude.

Tableau 49 : Chapitre *Exploitation des données numériques* des programmes du cycle III

Exploitation de données numériques	
CONNAISSANCES	CAPACITÉS
1.1 Problèmes relevant des quatre opérations	- résoudre des problèmes en utilisant les connaissances sur les nombres naturels et décimaux et sur les opérations étudiées
1.2 Proportionnalité	- résoudre, dans des cas simples, des problèmes relevant de la proportionnalité (pourcentages, échelles, conversions...), en utilisant les propriétés de linéarité, ou par l'application d'un coefficient donné dans l'énoncé ou calculé ;
1.3 Organisation et représentation de données numériques	-organiser des séries de données (listes, tableaux...) ; - lire, interpréter et construire quelques représentations : diagrammes, graphiques.

Certes, comme il l'est rappelé en introduction, « ce domaine recouvre l'ensemble des problèmes à l'intérieur desquels les nombres et le calcul interviennent comme outils pour traiter une situation, c'est-à-dire pour organiser, prévoir, choisir, décider » mais dans les faits, (ce sera un des objectifs attendus lors de l'étude des manuels dans la partie 3 de cette étude), les élèves ne sont-ils pas surtout amenés à lire des données, à les utiliser pour effectuer ensuite des calculs mais rarement à se poser des questions à leur sujet ni à les comparer dans leur globalité ? Il en serait de même pour la construction de tableaux et graphiques, pour la collecte ou l'organisation de données. Enfin, l'interprétation et la prise de décision fondée qui lui succéderont, sont-elles ensuite abordées ? Sur le plan général, le cycle III se caractérise par l'entrée en masse de la proportionnalité. Bien que celle-ci apparaisse comme le premier cas scolaire où l'élève est placé face à un choix de modèles mathématique (comme relaté plus avant), il n'en demeure pas moins que ce dernier reste dans des représentations totalement prédictibles (cas de proportionnalité) ou situations laissées de côté comme impénétrables (car de non proportionnalité). De plus, la proportionnalité étudiée à l'école, a tendance à resserrer ces exemples d'utilisation autour des surfaces, des prix, des intérêts sur capital, des pourcentages d'ingrédients comme pour les recettes de cuisine, des rapports temps / longueur / vitesse, au risque de formater les représentations des élèves à cette restriction devenue habituelle.

Nous remarquons qu'il faut noter au passage, l'introduction simultanée parmi les recommandations institutionnelles de *l'utilisation de données* d'une part et de leur inscription à l'intérieur de *diagrammes* et de *graphiques* d'autre part. Cet usage d'outils nouveaux de représentation des situations, permet-il une avancée pour les élèves dans la conceptualisation de ce qu'est un modèle mathématique ? Il faudrait réellement mesurer la portée de cette introduction et mesurer les effets du passage possible entre les différentes représentations des situations (tableaux, textes, graphiques, iconiques, etc.) (DUVAL, 2005). Chacun peut constater par ailleurs, le risque d'amalgame grandissant dans l'usage de tableaux ; à la confusion avec les tables d'opération ou de traitement des situations de combinaison de données, s'ajoute l'écueil de l'arrivée nouvelle des traitements de la proportionnalité et des tableaux de conversion de mesure.

En définitive, le passage des élèves au travers du cycle III, les outille d'un ensemble de connaissances plus étoffées des nombres et de leurs rapports, mais les grandes lignes signalées à l'issue du cycle II n'ont pas profondément changé. Ce qui trace déjà les limites et dysfonctionnements à attendre de l'usage des tableaux lors de l'apprentissage de la statistique descriptive par les élèves de ce niveau scolaire ; c'est-à-dire, répétons-le, des difficultés à :

- conceptualiser les notions de variabilité et de variables (nature et fonction),
- mettre en actes de manière réfléchie : le traitement des données (ordonnancement des modalités des variables, classement, regroupement…), et l'exploitation des diverses représentations et des tableaux par des lectures multidirectionnelles, d'interprétation / communication.

4.3.3. Le SMS dans la logique d'une automatisation scolaire

Revenons à notre question de départ : Le contenu des apprentissages scolaires à l'école primaire ainsi que la logique de leur organisation, prépare-t-elle à aborder la variabilité ? Quels obstacles didactiques sont-ils à prévoir ? Certes, le renouveau de l'apprentissage des sciences incite à initier les élèves à l'étude expérimentale de quelques phénomènes de notre environnement. Mais dans la réalité, le comportement de ceux-ci reste fermement induit par leurs premiers pas dans l'univers des mathématiques. Analysons pour cela, les programmes au travers du domaine *du champ numérique*, *des opérations et de la proportionnalité*.

Le champ numérique

Les élèves ne dépassent pas, à l'issue du cycle II, l'ensemble des entiers naturels (N). L'élargissement aux décimaux ne se déroule qu'au cycle III, et encore sans effleurer les nombres négatifs. Or, par expérience, les enseignants du primaire savent combien il est difficile de franchir cette étape ; jusqu'ici, de la maternelle (classes de PS1, PS2, MS, GS) et ensuite élémentaire (CP, CE1, voire CE2), la *frise numérique* a toujours été présentée comme une suite de petits éléments successifs, collés les uns aux autres, sans espaces intermédiaires, au point qu'il est très difficile pour les élèves de concevoir ensuite un nombre entre 2 et 3 par exemple, et ensuite d'en admettre un, entre 2,1 et 2,2, quand la première étape est réussie ! Leur approche du comptage comme de la mesure n'est pas préparée à faire la distinction entre une échelle de valeurs continues et une autre de valeurs discrètes.

De plus, à la lecture des manuels scolaires, il ressort que les quantités comptées, mesurées, représentent toujours des valeurs quantitatives. En dehors des données de quantité, de score, les élèves ne sont que très peu mis en présence d'exemples de données de rangs et quasiment jamais en contact avec des valeurs qualitatives qu'il faudrait essayer d'amender, comparer, hiérarchiser etc. L'univers qualitatif, par son absence scolaire, ne permet pas l'approche nuancée des données, qui distinguerait : simples données "étiquettes", données qualitatives "désignatives" (ex : les différentes modalités des couleurs utilisées) et données qualitatives ordonnées.

Avec ce premier constat, il est à prévoir que l'approche prioritaire, à définir les variables en jeu dans la description statistique d'une situation, aura de la difficulté à s'installer. Cette définition des variables, endosse le paradoxe suivant :

- de représenter un élément constitutif de l'analyse statistique (un invariant de l'analyse)
- et à l'école, d'être absente car non explicitement évoquée.

Ce qui apparaît comme un handicap pour l'élève, au sein du cursus scolaire primaire actuel, pour aborder comme préconisé par les Instructions officielles, l'analyse des données, au cycle III.

Les opérations arithmétiques rencontrées.

Au début du cycle III, les élèves ont fait l'apprentissage de l'addition, de son corollaire la soustraction et de la multiplication.

Revenons à l'addition et à sa définition dans la théorie des ensembles :

Soient A et B deux ensembles disjoints, la somme des cardinaux des ensembles A et B est définie de la manière suivante : card (A) + card (B) = card (A∪B). L'addition est une loi de composition interne dans N. A tout couple (a,b) de N x N, est associé un et un seul entier a+b

a+b définissant ainsi le card (A∪B)

$$\begin{array}{ccc} N \times N & \longrightarrow & N \\ (a\,,\,b) & & (a+b) \end{array}$$

Rappelons que l'addition est : commutative, associative, avec un élément neutre "0". Elle rassemble toutes les qualités de régularités opératoires possibles ; qualités qui peuvent désormais paraître communes à toutes les opérations aux yeux des élèves. Et ceci, sur un ensemble N dans lequel la relation "≤" est une relation d'ordre total. Les caractéristiques de l'addition habituent les élèves :

- à la régularité des traitements opératoires sans heurts, pièges ni limites !
- à l'évidence de la disjonction des ensembles de départ (s'il y en a plusieurs), de leur définition et de leur combinaison, sans prendre de précaution ni garantie ; ces ensembles seraient ainsi définis une bonne fois pour toute, connus de tous, et la combinaison de leurs éléments rassemblerait des données de même nature pour aboutir encore à des éléments de même nature.

Le champ conceptuel de l'addition, en suivant les études de G. Vergnaud (VERGNAUD, 1996, p. 220), montre que trois schèmes de bases et leurs combinaisons éventuelles, structurent l'usage de l'addition par les élèves : l'addition y apparaît comme transformation d'un état, comparaison entre états ou réunion de deux états. Pour le premier cas, à l'intérieur d'un jeu, si l'on passe par une case qui vous fait empocher 2 points par exemple, cette quantité restera immuable, quels que soient le joueur, les partenaires, le lieu, le moment… Pour le second cas, si la différence d'âge entre un enfant et son père est de 25 ans, cette différence restera également immuable, quelque soit le couple choisi, les circonstances, la durée de projection dans le futur, etc. Pour le troisième cas, si l'on calcule la masse totale des candidats à la prise d'un ascenseur, la décision se fondera uniquement sur la somme de leurs poids respectifs qui devra restée en deçà du seuil de sécurité. Dans la plupart des cas, rien n'oblige à s'arrêter sur l'évolution passée et à venir : que ce soit pour le capital points (ex n°1), l'âge des participants (ex n°2) ou leur masse (ex n°3). De même en général, le type de problème conduit à la mise en œuvre de l'algorithme d'une opération arithmétique, indépendamment du type de données de départ. L'opération choisie est là comme évidente et son algorithme s'applique comme un automatisme naturel. Le résultat n'appelle pas d'interprétation.

De ce fait, les élèves devront ici s'affranchir d'exigences nouvelles, rencontrées en présence de *situation statistique* ; ils devront ainsi être capables en particulier :

- de définir l'ensemble de départ analysé, avec la non garantie d'être en possession de tous les éléments de cet ensemble,
- de devoir traiter tous les éléments de cet ensemble de départ (et donc éventuellement, de pouvoir élargir des résultats acquis sur un sous-ensemble, à l'ensemble des éléments de cet ensemble de départ),
- de distinguer une situation faisant appel à une partition d'une situation se référant à une fonction,
- de préciser les variables en jeu,
- dans le cas d'une partition, de choisir une répartition judicieuse des éléments de l'ensemble de départ,
- dans le cas d'une fonction, de faire interagir des variables de natures différentes et d'en décrypter les liens éventuels,
- et d'adopter enfin un traitement construit et adapté aux données en jeu.

De ce fait également, seront déjà à pointer comme des invariants de cet apprentissage de résolution de situations statistiques :

- les précautions essentielles d'identification et de comparaison des populations observées,
- les traitements statistiques de base,
- l'indépendance des événements et dans cette suite de la distinction entre causalité et corrélation.

Passons maintenant à la multiplication et à sa définition :

Dans le cadre de la théorie des ensembles, on définit le produit de deux entiers naturels de la manière suivante : card (A) x card (B) = card (A x B) ; A x B étant le produit cartésien de l'ensemble A par l'ensemble B. C'est l'ensemble de tous les couples dont le premier élément est un élément de A, et le deuxième élément un élément de B.

Or, le premier contact scolaire de la multiplication par les élèves, passe par l'approche suivante : « Pour tout entier n et pour tout entier a : a + a + a + a + a +…. + a = n x a » c'est à dire la somme de n termes égaux à a.

Cette dernière approche éclipse la première, qui fait appel à l'aspect géométrique de la représentation et c'est justement cette dernière qui structure la conception des tableaux et graphiques statistiques.

Remarque : La rencontre des tableaux à double entrée se déroule dès l'école maternelle pour organiser le repérage des éléments de combinaison de couleurs ou formes d'habits par exemple (pulls et pantalons). Les tableaux sont en général à compléter, peu souvent à construire, donnant la possibilité de cases vides ou non. Ce n'est pas une préparation directe à l'analyse statistique d'une situation mais plutôt à celle d'outil mathématique permettant l'obtention mécanique de l'ensemble des combinaisons des éléments proposées par la situation, en l'occurrence ici, l'ensemble des couples (pull, pantalon). Il en résulte que le regard à porter sur le croisement de données ne peut se résoudre à la répétition scolaire de pointages successifs, sans lien entre eux. Des lectures multiples sont indispensables pour appréhender les caractéristiques du contenu d'un tableau de données par exemple.

Institutionnalisation de la proportionnalité :

Voici une définition proposée pour la *proportionnalité* (DESCAVES, 2007, p. 184) :

« Une situation de proportionnalité est une situation qui met en relation deux grandeurs mesurables et qui est modélisable par une fonction linéaire. Les possibilités de résolution des problèmes de proportionnalité s'en trouvent étendues à l'utilisation : des propriétés des proportions extraites des suites des nombres, du coefficient de la fonction linéaire (appelé également coefficient de proportionnalité), des propriétés de linéarité de la fonction ou de celles de la représentation graphique. La résolution des problèmes de proportionnalité peut s'effectuer dans différents cadres (notamment différents registres d'écriture) : cadre des écritures fractionnaires (quotient), cadre des fonctions linéaires, cadre géométrique, cadre des représentations graphiques.»

Avant sa découverte de la proportionnalité, jamais l'élève n'a réellement été obligé d'analyser la situation proposée par l'enseignant, pour savoir si la réponse relevait parfaitement d'un modèle mathématique abordé jusqu'ici en classe. Si un outil était nécessaire, son choix était évident, sans erreur possible et son utilisation était parfaitement adaptée à la situation étudiée. Avec l'arrivée de la proportionnalité, tout change : il faut argumenter l'adhésion d'une situation à un modèle, en l'occurrence ici, le modèle proportionnel. Si l'on revient à la statistique, les situations et les éléments qu'elle renferme ne relèveront pas automatiquement d'une régularité des données présentées, ni de leur évolution dans le temps.

Il faudra donc non seulement admettre :

- qu'une situation s'analyse selon sa structure et que son évolution se perçoit en prenant appui sur un modèle mathématique auquel on devra faire référence,
- mais encore, que ce modèle non seulement sera plus complexe que les “simples structures” additives, multiplicatives ou relevant de la proportionnalité, mais en plus, qu'il se rapprochera au plus près de la réalité sans jamais toutefois se superposer exactement avec elle.

Ainsi l'élève devra accompagner les invariants de la démarche statistique, relatés plus haut, d'un état d'esprit indispensable à l'entrée dans cette démarche, et de ce fait accepter :

- que même sans logique apparente (en référence avec son savoir actuel), il peut essayer d'approfondir le hasard selon des bases rationnelles, sans pour cela succomber au pur aspect divinatoire,
- que les régularités attendues sont peut-être présentes mais sous une forme plus complexe, plus subtile que pour la proportionnalité et parfois accessible qu'avec un nombre de données important ; ce qui nécessite plus d'attention et de perspicacité,
- que l'usage d'un modèle mathématique ne peut se faire qu'après étude, argumentation et choix,
- que les réponses à fournir nécessiteront une interprétation,

- qu'elles devront s'exposer par une présentation argumentée et ceci demandera donc le choix et l'élaboration d'un outil de présentation,
- et qu'une fois les réponses proposées, celles-ci n'auront qu'un caractère certes argumenté mais de valeur approximative.

En résumé des analyses conduites précédemment il ressort que savoir si le contenu des apprentissages scolaires à l'école primaire ainsi que la logique de leur organisation, prépare à aborder la variabilité, révèle l'ambiguïté paradoxale d'un cursus d'apprentissage. D'un côté, ce dernier remplit sa responsabilité d'installer les éléments mathématiques de base, nécessaires aux étapes suivantes mais de l'autre, il prédispose à une forme de simplicité des situations rencontrées, mathématisées, à une régularité des faits observés, à une garantie de parfaite adéquation avec les outils en possession des élèves (relevant du champ de l'addition, de la multiplication et maintenant de la proportionnalité).

Quels obstacles didactiques sont alors à prévoir ?

Si nous résumons cette réflexion, nous pouvons déjà anticiper les difficultés :

Tableau 50 : Bilan de l'approche de la variabilité dans les programmes de l'école primaire

Difficultés à sortir des évidences pour percevoir et organiser :	- des lectures multiples (changement de cadres de référence), - l'approfondissement du *hasard* selon des bases rationnelles, sans succomber au pur aspect divinatoire, - les régularités attendues en fonction de la situation à traiter et qui sont peut-être absentes, - l'usage d'un modèle mathématique qui ne peut se faire qu'après étude, argumentation et choix, - la construction d'un outil de présentation des réponses, qui auront de toute manière qu'un caractère d'approximation, - une observation de ou des ensembles de départ… - l'idée d'indépendance des états, des événements et dans cette suite de la distinction entre causalité et corrélation, Etc.
Difficultés à découvrir de nouveaux concepts de description des situations :	- la nature et la forme des variables - l'étendue de variation d'une variable, - les notions d'effectif, de population, d'échantillon, de pourcentage, de proportionnalité, de représentativité - la moyenne, la médiane, - la nature et l'utilisation de diverses représentations graphiques Etc.

Après avoir parcouru brièvement l'étude des programmes des cycles II et III, continuons notre recherche des contenus scolaires en place, en fonction des habitudes scolaires qui font usage des outils de la statistique au quotidien de la classe. Pour cela, la marque essentielle revient à la présence des tableaux à double entrée à l'intérieur des clases. Quelle empreinte peuvent-ils laisser sur les élèves par leur usage au quotidien ?

4.3.4. Le SMS dans la logique de l'usage dans la classe, des tableaux dits “à double entrée”

Si l'on place l'élève dans un cursus de formation, comment peut-on anticiper sa manière d'aborder les tableaux statistiques ? Dans ce souci, observons la présence des tableaux *à double entrée* dans les classes. Quels rôles tiennent-ils ? Posons l'hypothèse que cette présence / usage façonnera l'histoire de la pratique scolaire des élèves. Les entrées repérées sont les suivantes :

- les tableaux perçus comme un outil d'organisation du travail de la classe,
- les tableaux utilisés pour la gestion des savoirs, hors discipline mathématique,
- les tableaux utilisés en mathématiques : comme outils mathématiques et comme objet d'étude.

Ce travail fait la synthèse de pratiques de classes, en tant qu'enseignant et formateur. Il n'est pas là pour quantifier mais repérer, lister, les utilisations diverses que ces tableaux tiennent dans les classes. Il aidera avant tout à repérer les tendances, les habitudes d'usage scolaire et peut-être à pointer les manques éventuels.

Tableaux affichés sur les panneaux dans les salles de classe.

Tableau 51: Le tableau à double entrée comme outil d'organisation du travail de la classe

Jusqu'ici, l'élève a abordé les tableaux *à double entrée* pour :		
	Objets concernés	Exemples d'utilisation
Dresser un état	Les listes d'activités	- Dresser la liste des élèves de la classe, et des activités engagées par chacun
Contractualiser un engagement	Les grilles d'évolution	- Se repérer selon un emploi du temps - Établir un plan de travail
Comparer	Des progressions	- Apprécier l'avancée du travail des élèves - Les résultats sportifs des équipes
Classer	Les programmes	- Circonscrire les apprentissages selon les disciplines scolaires
Équilibrer	Le travail collectif	- Répartir le travail sur l'année - Distribuer les tâches entre les groupes
	Le travail individuel	- Permettre à chaque élève d'équilibrer sa charge de travail contractualisée
Organiser	Une rotation des tâches	- Permutation des élèves sur les ateliers

Conclusions concernant des caractéristiques statistiques saillantes :

- Nous ne pouvons pas parler réellement d'échantillons représentatifs d'une population, car dans chaque cas, la visée est de rassembler tous les sous-ensembles de la population totale, pour en avoir une vision globale (ex : toutes les équipes réunies doivent reformer l'effectif de la classe, toutes les activités engagées doivent reconstituer l'ensemble des ateliers contractualisés avec les élèves…).
- Les activités d'ordonnancement sont réduites à la logique implicite d'un ordre extérieur aux variables elles-mêmes (ordre alphabétique, succession des mois de l'année, etc.) ; et donc absence d'une recherche propre d'organisation des modalités de chaque variable. L'idée de classement se fonde sur une délimitation évidente pour l'élève (ex : les disciplines scolaires, la répartition filles/garçons, etc.).
- Les activités d'équilibration et de comparaison, se font au coup par coup (entre les résultats de deux élèves, ou deux résultats successifs) mais jamais dans l'appréciation de la tendance globale d'une variable.
- Idée de variable : si l'on suit les exemples cités plus haut, les élèves ont l'impression de se saisir et de croiser des listes (élèves de la classe, tranches d'heures successives du temps scolaire, succession des jours de travail sur une semaine, suite des périodes scolaires, récapitulatif des responsabilités de travail dans un petit groupe, suite des ateliers disponibles pour une période…) ; mais perçoivent-ils que

ces suites de mots sont en fait les modalités successives d'une même variable et que l'important est de pouvoir identifier celle-ci, sa nature et la possibilité et / ou la manière de la définir et quantifier ? Si la lecture ou le remplissage des tableaux se fait de façon ponctuelle (fonction d'adressage de Duval) (par exemple en notant au coup par coup les résultats des utilisateurs), outre l'effet de densité de remplissage, l'utilisateur ne prendra que difficilement conscience de la globalité des modalités des variables en jeu, et de toutes les indications qu'elles peuvent nous communiquer. Une lecture ou un remplissage linéaire, ligne après ligne ou colonne après colonne ne pourra le permettre qu'à la condition qu'un accompagnement du maître, aide à la recherche des critères qui la structure.

- Remplissage des tableaux : il présente les deux types : d'un côté, ceux pour lesquels toutes les cases sont à compléter (ex : le travail à réaliser et effectivement engagé par chaque élève) et de l'autre, ceux pour lesquels certaines cases peuvent demeurer vides (ex : l'absence aléatoire d'un élève due à une maladie, ou d'une activité non obligatoire etc.). La pratique conjointe des deux types, nécessite là aussi, la verbalisation du maître pour permettre une observation différenciée des élèves.
- Indépendance de deux variables : jamais n'est évoqué, après remplissage du tableau, le fait de savoir si les deux entrées sont indépendantes l'une de l'autre. Par exemple, n'est-on pas en présence d'un lien éventuel entre résultat des équipes de sport (base de l'étude) et formation préalable des équipes, sans précaution particulière (ex : les liens d'affinité entre élèves de gabarit similaire). Le repérage permanent des effets des variables parasites est fortement minimisé voire quasiment absent. Cet effort constant à rechercher, à neutraliser, à minimiser, à contrôler les effets, doit imprégner désormais les élèves. Dans ce cas aussi, le discours commenté du maître semble indispensable lors de lectures collectives des tableaux en classe.
- Utilisation de différents types de données :
- variables qualitatives : avec des données nominales (étiquettes : les noms des élèves, les dates de naissance, les groupes etc.) ou avec des données ordinales (les lettres de degré de réussite : A/B/C/D/E, des pictogrammes en forme de figurines en maternelles, qui par leur aspect disent si l'activité a été insuffisante, correcte ou très réussie, appréciations du maître : assez bien, bien, très bien etc.),
- variables quantitatives : avec des données d'ordre (les résultats des équipes classés par ordre) ou avec des données de mesure (les notes proposées par le maître).
- Différents types de variables utilisés mais pas de travail de comparaison de leur nature, ni du mode de quantification.
- L'évocation du concept de moyenne (équilibration du travail sur l'année avec en sous-entendu, recherche d'un travail moyen à fournir chaque semaine, d'une moyenne à respecter à chaque période, etc. ou par chaque partenaire), se fait en dehors de la présence du tableau ; il résulte en général d'un travail préalable de négociation. Le tableau servira simplement à laisser trace de cet engagement.
- Ce sera la même chose pour le repérage des limites d'une variable (ex : les cadres établis par contrat avec les élèves fixant les limites à minima et à maxima par exemple de la variable *nombres d'exercices de mathématiques à faire* sur la période fixée).
- Et remarque générale, là aussi, dans la pratique, la présence d'un tableau à double entrée sert à son exploitation et non à sa construction.

Pour continuer, passons à l'analyse des tableaux à double entrée, utilisés à l'intérieur des disciplines hors champ mathématique.

Le tableau utilisé comme outil disciplinaire hors champ mathématique

Tableau 52 : tableau utilisé comme outil disciplinaire hors champ mathématique

Jusqu'ici, l'élève a abordé les tableaux à double entrée pour :		
	Objets concernés	Exemples d'utilisation
dresser un état	Les listes	- Liste des élèves d'une équipe (EPS), - Liste du matériel dans chaque discipline, etc.
comparer	Des tableaux	- Les données naturelles, économiques, démographiques, etc. de différents pays (géographie)
classer	Les grilles	- Répartition en biologie des êtres vivants entre : les herbivores, carnivores, etc.
	Droites horizontales (frise historique)	- Les événements en fonction de périodes historique de l'histoire de France ou européenne (histoire)
lire pour répondre à une question	A partir d'un tableau documentaire	- Toutes les disciplines, à doses différentes, ont recours à l'usage de tableaux (grammaire, énoncé de problèmes, résultats d'expériences, données historiques, etc.)
présenter	Support de communication	- Présentation d'un dossier (diverses disciplines de recherche, etc.)
se repérer	Plans divers, échelle, orientation	- Se situer sur un plan de ville, etc., - Se positionner par rapport à un objet, à un autre partenaire, etc., - Notions de plan, d'éloignement, de périmètre, d'aire, etc.
se déplacer	idem	- Se déplacer, - Évaluer des distances, - Notions d'angle, de distance, d'orientation…

Conclusions concernant les compétences statistiques notables :

- A la différence des tableaux précédents, plutôt portés sur l'évolution d'actions en cours, ici, nous avons davantage des tableaux qui relatent des états, avec le risque d'une stigmatisation des représentations des élèves entre les attentes disciplinaires et le type de tableau utilisé.
- Les populations étudiées : dans cet usage, les élèves sont amenés à se décentrer pour traiter de populations élargissant le champ d'observation, hors cadre scolaire strictement fonctionnel, sur l'axe du temps (les données historiques), dans l'espace (données géographiques), d'aspect transdisciplinaire, etc. Cette ouverture exclut par contre une réflexion avec les élèves sur les limites à donner.
- Les classements, ordonnancement sont toujours soumis à une logique implicite extérieure aux variables. Notons qu'il n'y a pas de réflexion préalable sur l'opportunité d'un regroupement particulier en classe ni sur l'organisation ensuite de la présentation.
- Le Croisement et le remplissage des tableaux appellent les mêmes remarques que précédemment avec cependant la présence de textes à l'intérieur des cases.
- Un usage supplémentaire des tableaux peut porter à confusion : leur usage comme repérage dans l'espace (cartes géographiques, grilles de mots croisés, plans de course d'orientation…), risque de causer un trouble : dans ce cas, le tableau n'apporte plus une aide à l'étude de son contenu, mais simplement à la localisation dans l'espace.
- Une remarque encore : l'absence d'usage des tableaux comme outil permettant d'équilibrer (des charges par exemple en science) ou de trouver une moyenne.

Voyons maintenant, quel usage est fait des tableaux, dans les classes, comme support mathématique (outil puis objet).

Le tableau utilisé comme outil mathématique

Tableau 53: Le tableau utilisé comme outil mathématique

Jusqu'ici, l'élève a abordé les tableaux à double entrée pour :		
	Comme aide opératoire :	Exemples d'utilisation
opérationnaliser un outil mathématique	au fonctionnement d'une relation	- les relations de proportionnalité
	au fonctionnement d'une permutation	- les diverses combinaisons d'habits d'une marionnette
	au fonctionnement des « tables »	- les constructions, usage et mémorisation des tables (d'addition ou de multiplication)
	au fonctionnement des conversions	- la conversion des unités de longueur, de masse, de contenance, d'aire…
Présenter des résultats	en tant que support de communication	- les récapitulatifs de résultats des situations problèmes
		- les bilans financiers (factures)
organiser, présenter des données	à la gestion de renseignements à partir d'une banque de données	- la traduction des données en fonction des questions posées
marquer la possibilité d'une absence ou d'une présence	à l'analyse de la nature d'une variable et de ses modalités	- La voile du bateau peut-elle être verte ? - La jupe rouge fait-elle partie des habits de la poupée montrée ?
répondre à une question à partir d'un tableau	à la prise de décision par repérage de la case concernée	- par simple adressage
	à l'extraction d'un ensemble de données	- par la lecture d'une ligne ou d'une colonne
comparer	à la comparaison de données,	- par la lecture du tableau

Conclusions concernant les compétences statistiques particulières :

- Il y a peu de situations réclamant une lecture globale d'un tableau.
- Les compétences réclamées concernant l'usage des tableaux, sont souvent moins développées en mathématiques qu'à l'intérieur des autres disciplines.
- La place importante tenue par le tableau comme outil d'opérationnalisation des fonctions, relations, tables, etc. et de traduction des situations de proportionnalité, risque d'occulter toute autre fonction.
- Gérer des données se limite le plus souvent à pointer et lire la réponse à la question posée.
- Comparer revient également souvent à trouver la donnée la plus importante ou la plus petite oubliant ainsi de porter un regard sur le profil de toutes les réponses.
- Une question reste en suspens : la gestion des données ou leur comparaison ne conduisent jamais au choix du transfert des données dans une autre forme de présentation.

Le tableau utilisé comme objet mathématique étudié à l'école

Tableau 54 : Le tableau utilisé comme objet mathématique étudié à l'école

Jusqu'ici, l'élève a abordé les tableaux *à double entrée* pour :		
	Objet concerné	Objectif
repérer	Les grilles, colonnes, lignes	- l'apprentissage de la présentation du support *grille*
	Les marges, les entrées	- l'approche par automatisme de la fonction d'adressage
découvrir	Le contenu des cases	- Les cases vides / remplies
réfléchir	à la nature des marges	?
	à la nature de la case externe	?
ordonner	des variables	?
	des modalités de variables	?
réfléchir	à la fonction d'un tableau et donc à la nature de son choix	?
	au choix de transfert des données sous une autre présentation plus explicite	?
choisir	une lecture appropriée d'un tableau	?

Conclusions concernant les compétences statistiques caractéristiques de cette partie :

- Les élèves abordent les tableaux comme une simple grille, faite de croisement de lignes et de colonnes. La forme, par l'habitude réflexe de pointer le résultat attendu au croisement de deux *routes*, prend de loin le pas sur le fond.
- Les cases livrent leur contenu (données chiffrées ou vides), sans analyse de leur nature ni de leur origine.
- Nous n'observons aucun recours à la nature ni au choix de la construction d'un tableau ou d'une autre forme de présentation comme objet d'étude de la situation observée.
- Compétences absentes : les réflexions précédentes sur les marges, la forme générale orientée par une finalité d'action, les marges, le choix entre plusieurs types de lecture, les variables, les données, les populations …, aucune avancée significative n'est apportée ici, alors qu'en mathématique l'usage des tableaux est inscrit comme compétence élève attendue !

4.4. Premier récapitulatif d'un SMS

En conclusion de la section 3 de la partie 2 de ce mémoire, nous pouvons avancer que la distinction entre la résolution de situations-problème d'essence statistique parmi l'ensemble des situations-problèmes d'essence mathématique, n'a rien d'évident, ni pour les élèves, ni pour les enseignants. Parmi les difficultés envisageables, il en ressort deux, majeures, celle de faire affronter et comprendre l'idée de variabilité ainsi que celle de conduire en parallèle la résolution de situation statistique et de recherche de modélisation comme entrée sécurisée dans l'univers de l'incertain sans que les élèves ne se retournent vers des aspects divinatoires, virtuels etc.

Comme conclusion de la deuxième partie de cette recherche, nous avons pu constater que les apprentissages scolaires qui englobent aux cycles II et III, le contenu statistique (chapitre de *l'exploitation des données numériques)*, ainsi que ceux qui lui sont afférents (*champ numériques* et *opérations arithmétiques*), sont loin de préparer à la spécificité de la démarche statistique qui implique l'acteur dans ses choix et donc dans la prise de risque fréquente qui l'accompagne. Que ce soit pour le repérage des variables en jeu, pour leur spécification, pour le protocole de mise en place du recueil de données, de mesure des phénomènes observés, pour le rangement des données ou des résultats à communiquer, d'interprétation de ces résultats, voir de leur élargissement à la population entière ou de l'anticipation de leur évolution dans le temps, tout pousse à montrer que la statistique ne s'insère pas en tant qu'illustration supplémentaire des exemples mathématiques : ce sont plutôt les situations mathématiques qui représentent une partie de l'ensemble des situations statistiques existantes dans le cas où l'on peut réduire complètement la marge d'incertitude. Tout est question de degré d'incertitude et de prise de risque. La décision d'inclure à l'école primaire un enseignement de la statistique, obligera à questionner à nouveau une multitude d'objets mathématiques laissés jusqu'ici à leur évidence, comme pat exemple, la représentation de la chaîne numérique ou l'évidence de l'usage des tableaux à double entrée.

Si, dans un premier temps, nous nous sommes imposé un approfondissement du *fait statistique*, et nous sommes astreint à essayer de le traduire sur le plan scolaire par une *pensée statistique* et un *esprit statistique*, le deuxième temps, nous a imposé d'établir un état des lieux de cette approche de la statistique à l'école primaire (en questionnant l'évolution des programmes de l'école primaire, les représentations de la statistique par les étudiants qui se destinaient à l'enseignement, les professeurs des écoles, les élèves, les premières études de manuels scolaires du primaire, collège et lycée, l'observation de la logique du cursus d'apprentissage scolaire des cycles II et III du primaire, la relecture des obstacles déjà rencontrés par les élèves et recensés par des études antérieures). Toutes ces analyses nous ont permis de pointer de premiers critères à observer dans notre études des situations statistiques dites *fondamentales* dans l'esprit de Brousseau (travail qui s'est imposé pour redéfinir l'idée de "*situation implicitement statistique*s" dans la deuxième étude de la partie 3).

Dans le troisième temps qui va suivre, à partir de grilles élaborées d'après les critères mis en avant précédemment, nous avons abordé le cœur proprement dit du travail relaté ici, c'est-à-dire trois examens, conduits de manière plus approfondie : les deux premiers ont exploré les manuels scolaires de mathématiques du cycle III de l'école primaire, et le troisième, les manuels de préparation au Concours de Recrutement des Professeurs des écoles. L'objectif était cette fois-ci de relever des invariants à l'intérieur des situations statistiques présentées aux élèves ainsi qu'aux futurs professeurs des écoles. Cibler les limites de cet apport statistique par les manuels, revient donc à poser une première marche de cette étude exploratoire, dont l'ambition restera une première proposition de construction d'un SMS (Savoir Minimum Statistique), évoqué au fil de cet écrit.

Troisième partie : Recherches successives entreprises à propos de l'enseignement / apprentissage de la statistique

1. Cadres conceptuels

Pour prolonger notre réflexion et après avoir dans une première partie, reconnu et défini *fait, pensée et esprit statistique,* et dans une deuxième, dressé un état des lieux du *fait statistique scolaire* et l'ébauche d'une première proposition de *SMS,* il est désormais nécessaire d'expliciter les cadres conceptuels qui nous ont permis de conduire ces premières analyses et qui, plus après, structureront les recherches relatées dans cette troisième partie du mémoire. Nous reviendrons tout d'abord, sur l'insertion de cette recherche au sein de la didactique des mathématiques (section 1.1). Ensuite, nous aborderons l'utilité de celle-ci, considérée dans le sens de l'évolution et du progrès, en prenant appui sur les points de vue avancés par Edgar Morin (section 1.2). Plus loin, nous poserons quatre autres cadres conceptuels successifs :

- - un cadre proposé par Guy Brousseau pour aborder les situations d'enseignement (section 1.3),
- - un cadre construit par Gérard Vergnaud pour approcher les apprentissages de l'élève (section 1.4),
- - un cadre introduit par Yves Chevellard pour institutionnaliser tout objet d'enseignement (section 1.5),
- - et enfin un cadre rassemblé par Raymond Duval pour nous préoccuper des registres sémiotiques mis en oeuvre par les élèves et les candidats du Concours de Recrutement des Professeurs des Écoles, dans la réalisation des activités en présence des situations statistiques rencontrées à l'intérieur des manuels scolaires (section 1.6).

1.1. Un cadre conceptuel imposé par le rattachement à la didactique des mathématiques

Notre étude entre dans la logique de la didactique des mathématiques et, à ce titre, elle se doit de se positionner selon une conception épistémologique de leur enseignement. Si l'on se réfère à la présentation de J.T. Desanti (DESANTI, 1968), reprise par B. Charlot (CHARLOT, 1991, pp. 136-137), nous ne ferons référence ni aux *mathématiques du ciel*, ni aux *mathématiques de la terre*, mais bien plutôt aux *mathématiques comme instruments*. « L'activité mathématique […], est indissolublement création d'activités opératoires et création corrélative d'un champ d'opérations. » Plus loin (p. 147), cet auteur ajoute qu'elle s'appuie sur « deux acceptions du mot sens, à savoir sens étroit et sens contextuel [qui] sont opposées l'une à l'autre ; la première assigne à chaque unité du discours un unique référent, elle évoque la précision, la rigueur ; la seconde multiplie les référents, elle correspond à la richesse, à l'imagination, à la capacité de suggestion. » Cette double source apporte à la statistique, par analogie à nos propos précédents, la complémentarité de l'*esprit statistique* à la *pensée statistique* ; le tout n'étant qu'une réponse parmi d'autres, à l'exigence à laquelle nous souscrivons, d'un enseignement mathématique formulé ainsi par Bernard Charlot (p. 154) :

« De quel droit amputerait-on, par défaut d'enseignement, la pensée de quelqu'un de sa face mathématique ? Ne pas éduquer mathématiquement un enfant, c'est mutiler, défigurer sa pensée. Il faut enseigner les mathématiques à tous. Avec une restriction majeure : tout citoyen a le droit d'être préservé des mathématiques réduites au sens étroit. Tout citoyen a droit au sens, dans l'acceptation la plus pleine du mot. »

Cette étude résulte donc d'une double nécessité : celle d'introduire à l'école, les savoirs qui structurent les mathématiques ainsi que celle de transmettre l'évolution de leurs champs de connaissances. Et pour revenir à la didactique des mathématiques, notre objet de recherche interfère avec la multiplicité des dimensions que lui reconnaissait déjà Guy Brousseau en 1986, reprises ici en 1991 (BROUSSEAU, 1991b) :

«…d'une part les opérations essentielles de la diffusion des connaissances (théorie des situations didactiques), les conditions de leur existence et de leur diffusion (l'écologie des savoirs) et les transformations que cette diffusion produit, aussi bien sur ces connaissances (transposition didactique), que sur les utilisateurs (apprentissage, rapport au savoir). D'autre part, les institutions et les activités ayant pour objet de faciliter ces opérations. »

Cette étude s'accorde à la position de Jean Brun (BRUN, 1981, p. 15) qui avance : « *Le renouveau du terme didactique contient une volonté de redonner de l'importance à l'analyse des contenus d'enseignement. » Le constat* d'un enseignement défaillant de la statistique doit s'accompagner d'un effort de réponse et de remédiation au problème repéré en produisant, à notre mesure, un élément supplémentaire porté à l'amélioration de son apprentissage par les élèves. La didactique sert à théoriser les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage, mais dans un second temps, elle ne peut faire l'impasse d'y adjoindre une ingénierie didactique pour agir sur ce système d'enseignement. Si nous nous référons à Jean Portugais (PORTUGAIS, 1995, p. 43), « L'ingénierie se définit comme un processus de recherche s'intéressant à la préparation, à la réalisation et à l'analyse de situations didactiques. » Si dans la partie 3 de cette recherche, nous limitons volontairement, pour des raisons de faisabilité, le champ d'observation des situations didactiques à l'analyse des contenus de manuels, la définition précédente précisera les tâches incontournables qui devront donner une suite à cette étude. Pour rester ici, dans la logique de la didactique des mathématiques, et en prenant référence aux propos de Gérard Vergnaud : « C'est à travers des situations et des problèmes à résoudre qu'un concept acquiert du sens pour l'enfant » (VERGNAUD, 1996, p. 198), nous sommes de fait soumis à deux hypothèses qui la structurent :

- - l'hypothèse constructiviste qui sous-entend que les élèves construisent par eux-mêmes leurs connaissances, et le sens qu'ils accordent à leurs apprentissages,
- - l'hypothèse épistémologique qui met en avant le rôle prépondérant de la confrontation à des problèmes et des situations, comme éléments majeurs de l'entrée des élèves dans leurs apprentissages.

Remarque : une troisième hypothèse se devrait d'être rappelée : celle de la nécessité d'un recours à une perspective interactionniste dans la formation des connaissances. Nous ferons référence à elle, dans la suite donnée à ce mémoire, pour étudier les réponses en construction des élèves à toute mise en place d'un SMS.

1.2. Un cadre conceptuel proposé par Edgar MORIN pour analyser les connaissances à enseigner aux élèves

Cette étude s'est structurée par la prise de conscience de deux éléments : la reconnaissance de la place importante tenue par la "complexité" (MORIN, 1990) et la redécouverte de celle de l'instable, du désordre, de l'incertain. Ces positions, déjà abordées au fil des pages de cette étude et du travail réalisé sur le plan conceptuel en DEA (COUTANSON, 2004), méritent ici d'être rapprochées de l'objet statistique. La complexité tisse un réseau d'outils conceptuels, fondés non plus sur une logique linéaire des savoirs mais plutôt selon celle d'une approche en réseau telle la structure d'un système vivant, à la fois plus instable et imprévisible mais aussi plus ouverte et créatrice. Le mode de pensée qui nous a été inculqué, obéit essentiellement d'après Edgar Morin, à des principes de disjonction, de réduction et d'abstraction. Il isole les objets de connaissance les uns des autres, et il rend donc difficile l'appréhension des solidarités, interactions et implications mutuelles qui lient ces objets. Il privilégie la compréhension des unités de bases ou des parties constituant des systèmes, sans nous inciter à opérer une navette cognitive des parties au tout et du tout aux parties. Nous disjoignons et ventilons en différentes disciplines les fragments des ensembles organisés dont notre mode de pensée a brisé l'unité. L'hyper-spécialisation qui morcelle le tissu complexe des phénomènes donne finalement à voir comme seul réel sa segmentation arbitraire. Par ailleurs, l'abstraction incontrôlée tend à considérer les formules et les équations comme seules réalités. On en arrive à une intelligence voilée qui :

- isole les objets les uns des autres,
- les soustrait à leur environnement,
- désintègre les ensembles, systèmes et totalités.

Nous devenons ainsi de plus en plus aveugles aux phénomènes concrets, aux réalités globales et aux problèmes fondamentaux. Le regard que nous portons autour de nous, a restreint notre vigilance à la seule volonté d'éradiquer toute incohérence logique, oubliant du même coup de s'intéresser à l'aspect complexe du monde. Comme nous l'écrivions en (COUTANSON, 2004) :

« Alors que les sciences humaines et les théories sociales continuent d'exorciser la complexité, celle-ci a fait irruption à l'endroit même où l'esprit scientifique croyait l'avoir expulsée. Les sciences physiques avaient cru dans leurs premiers développements révéler l'Ordre impeccable du monde, son déterminisme absolu et perpétuel, son obéissance à une Loi suprême et la simplicité de ses constituants physiques élémentaires (molécules, puis atome, puis particules). Leurs nouveaux développements débouchent sur la complexité du réel. Dès le XIX siècle, la thermodynamique a découvert un principe universel d'agitation, de dégradation et de désordre, et au XX siècle, celui-ci s'est répandu dans tout le cosmos, jusqu'à l'origine des temps ; à la place supposée de la simplicité physique et logique, la micro-physique a découvert l'extrême complexité de la particule ; enfin le cosmos est apparu, non plus comme une machine parfaite,

mais comme un processus en voie de désintégration et d'organisation à la fois. L'organisation complexe naît à la frontière du désordre et de la turbulence. On parle désormais de chaos organisateur. »

Un monde simple est mort. Un monde complexe émerge. La complexité est une question, non une réponse. La complexité est un défi à la pensée et non une recette de pensée. La complexité n'est pas l'exhaustivité, mais la reconnaissance des incertitudes et des contradictions. La pensée complexe vise, non pas à annuler par les idées claires et distinctes, les déterminismes, les distinctions, les séparations, mais à les intégrer.

D'un autre côté, le désordre, le chaos, l'incertitude, l'indéterminisme, nous rappellent que la science classique nous avait donné l'image d'un univers soumis à des déterminismes implacables que l'on peut définir sous forme de lois. Mais désormais l'ère du déterminisme, des lois semble laisser place à celle de l'instable, du désordre, de l'incertain. La sphère de l'éducation a toujours avancé une vigilance extrême et paradoxale à l'encontre de l'idée de *hasard*. Entrouvrir la porte à son existence, c'est accepter que certains événements naissent du hasard et conduisent de ce fait l'élève, à :

« renoncer à aller chercher derrière un événement les causes de celui-ci, [et à] se demander, en revanche, quand un événement se produit, si véritablement il est l'effet du hasard ; c'est entreprendre d'aller au-delà des apparences, en faisant surgir les causes qui gouvernent celles-ci et, derrière elles, l'ordre souvent inaperçu du réel. » (VERGELY, 2000, p. 40).

Pour l'enseignant, il est devenu une nécessité de trouver un équilibre entre ancrer le regard de l'élève selon un aspect scientifique, fondé sur des théories en place, des liens qui relient les événements, et l'écartent de la tentation de s'orienter vers une éventuelle explication magique ou surnaturelle et à l'inverse, l'intéresser au hasard, pour lui restituer sa contribution participative à l'organisation sociale et à la possibilité d'agir sur son environnement. Alors entre degré de liberté et risque d'égarement, quels paraissent être les supports à fournir aux enseignants et aux élèves pour comprendre que :

« la pathologie de la raison est la rationalisation qui enferme le réel dans un système d'idées cohérent mais partiel et unilatéral, et qui ne sait ni qu'une partie du réel est irrationalisable, ni que la rationalité a pour mission de dialoguer avec l'irrationalisable » (MORIN, 1990, p. 23).

L'enjeu n'est plus de bouter l'incertain à la porte de l'école, mais d'apprendre à l'élève à l'analyser, pour trouver en lui la part irréductible de hasard impénétrable, et pour l'aider à percer le mystère de la part restante qui laisse échapper un dernier élément de régularité insoupçonnée. L'ouvrage d'Edgar MORIN, intitulé *Les 7 savoirs nécessaires à l'éducation du futur* (Morin, 2000), montre à quel point le souci éducatif représente pour lui, le pivot de cette préparation à ce monde dont il décrit l'évolution majeure. Le cinquième chapitre se centre sur comment affronter les incertitudes.

La statistique représente une des réponses aux excès de disjonction, de réduction et d'abstraction en s'exerçant à repérer les aspects constitutifs de la situation analysée, à étudier les liens de dépendance qui les réunissent, à peser la représentativité d'un échantillon au sein de la population parente, à tenter d'extraire une loi de représentation de cette situation, etc. La statistique, outil d'analyse rationnelle de l'incertain, ouvre des sphères nouvelles : celles du vivant, de l'environnement, des décisions, etc. Elle rappelle à l'observation des situations, dans leur complexité et globalité ; elle apprend à interpréter, à nuancer le monde qui nous entoure. En un mot, elle participe de la mise en pratique du discours d'Edgar Morin.

1.3. Un cadre conceptuel proposé par Guy Brousseau pour aborder l'enseignement de la statistique

Comment modéliser les situations d'enseignement ? Il est important dès à présent, de repréciser la référence retenue derrière les termes *situation*, *situation-problème*… Guy Brousseau explique le travail de l'élève en ces termes (BROUSSEAU, 1996, pp. 48 – 49) :

« Savoir des mathématiques, ce n'est pas simplement apprendre des définitions et des théorèmes, pour reconnaître l'occasion de les utiliser et de les appliquer ; nous savons bien que faire des mathématiques implique que l'on s'occupe des problèmes. […] Une bonne production par l'élève exigerait qu'il agisse, qu'il formule, qu'il trouve, qu'il construise des modèles , des langages, des concepts, des théories, qu'il les échange avec d'autres, qu'il reconnaisse celles qui sont conformes à la culture, qu'il lui emprunte celles qui lui sont utiles, etc. Pour rendre possible une telle activité, le professeur doit donc imaginer et proposer aux élèves des situations qu'ils puissent vivre et dans lesquelles les connaissances vont apparaître comme la solution optimale et découvrable aux problèmes posés. »

Les *« problèmes ne sont donc que des éléments d'une organisation didactique plus large – la situation – qui comprend, entre autre : des questions, des méthodes, des heuristiques, des informations. »* (PORTUGAIS, 1995, p. 35). Pour faire référence au concept de *situation didactique,* nous nous permettrons dans un premier temps de faire un retour sur l'analyse que Jean Brun accorde à l'œuvre de Guy BROUSSEAU (BRUN, 1996, pp. 11 et 12). La guidance par le professeur, garantit la désignation des objets étudiés et l'ordonnancement de l'apprentissage des savoirs mais cette genèse fictive oublie du même coup, l'histoire des savoirs et le tâtonnement qui a accompagné sa constitution. Elle traduit aussi la différence entre ce qui serait à attendre d'un enseignement de la statistique (le savoir savant) et ce qu'il en résulte en acte dans la classe (le savoir scolaire). Cette *transposition didactique* au sens de Yves Chevallard (CHEVALLARD, 1985) traduit la somme des transformations imposées par les programmes scolaires et interprétées ensuite par l'action du maître. L'étude conduite ici, s'est penchée de fait sur les deux, par l'analyse des contenus des manuels scolaires utilisés et écrits par les professeurs. La recherche en didactique ne peut occulter le regard posé sur les *situations didactiques* pour lesquelles, Guy BROUSSEAU (1986), nous invite à nous arrêter pour observer deux risques particulier, qui prennent tout leur sens dans le cas de la statistique : celui du *glissement cognitif* et celui de l'usage abusif de *l'analogie*. Dans les deux cas, l'enseignement de la statistique se présente comme un apport didactique à la didactique des mathématiques. Le premier, le *glissement cognitif*, constitue l'écueil par lequel l'élève se trouve engagé par un glissement de situation, à limiter son approche à une simple validation, de façon naïve, d'un moyen heuristique, proposé par le maître. Il y a déplacement d'un moyen d'enseignement qui devient alors objet au centre d'un enseignement. Une partie de notre recherche est en phase avec cette remarque qui fait que du côté des concepteurs de manuels comme de nous-même, observateur, la confusion fut grande entre recherche d'une présence statistique et celle de compétences attendues des élèves, à analyser, lire et opérer uniquement à partir de tableaux, graphiques, diagrammes ! La seconde, l'usage abusif de *l'analogie*, suggère à l'élève de percevoir les indices du maître plutôt que d'investir le problème. Là aussi, nous constaterons dans la partie 3, qu'un lien très fort s'établit entre support et tâche demandée à l'élève au risque important d'imposer ce lien spontané avant toute demande d'effort de compréhension et de choix réfléchi par l'élève, d'un enchaînement d'actions, propre à la résolution de la situation concernée.

L'apprentissage de la statistique, requestionne l'enseignant à propos des distinctions portant sur les notions de *situations didactiques, situations non didactiques et situations a-didactiques.* Dans notre réflexion, il relance deux remarques à leur égard : que veut dire donner sens à une situation proposée aux élèves et quelle peut être l'intention pédagogique attendue en retour ? Très souvent la statistique est perçue comme moyen d'octroyer du sens aux élèves en donnant la possibilité de les immerger dans un cadre de problèmes qui leur est familier. Or, comme le rappelle Gérard Vergnaud (VERGNAUD, 1996, p. 287) :

« Ce sont les situations qui donnent du sens aux concepts mathématiques, mais le sens n'est pas dans les situations elles-mêmes. Il n'est pas non plus dans les mots et les symboles mathématiques. Pourtant on dit qu'une représentation symbolique, qu'un mot ou qu'un énoncé mathématique, ont du sens ou plusieurs sens, ou pas de sens pour tels ou tels individus ; on dit aussi qu'une situation a du sens ou n'en a pas. Alors qu'est-ce que le sens ? Le sens est une relation du sujet aux situations et aux signifiants. Plus précisément, ce sont les schèmes évoqués chez le sujet individuel par une situation ou un signifiant qui constituent le sens de cette situation ou de ce signifiant pour cet individu. »

Le cadre familier n'est pas une garantie pour l'élève de tisser des liens entre données de départ, finalité recherchée, enjeu personnel, évocation d'enchaînement d'actions de traitement de ces données, supports de présentation employés, etc. Pour ce qui est de l'intention pédagogique, il ressort de l'analyse des manuels, une confusion quasi-permanente entre tâches et activités à l'encontre de l'élève mais aussi du maître. Les apports n'expriment pas de logique apparente à l'intérieur des situations proposées aux élèves comme dans leur planification au fil des pages. Ils traduisent davantage une volonté de faire acquérir des habitudes d'utilisation de registres de représentation au sens de Duval (DUVAL, 1995), que de réelles intentions pédagogiques en vue d'un enseignement de base, structuré, de la statistique. Nous pouvons également relaté les conclusions apportées par Guy Brousseau, revenant sur des travaux conduits entre 1971 et 1973 puis suspendus (travaux qui ont d'ailleurs inspirés l'étude présentée ici au collège Jean Dasté, cf. annexe n °5.4), lors de l'école d'été de didactique des mathématiques (BROUSSEAU, 2003) :

« Une situation est fondamentale du premier type si elle vise à fournir un modèle qui, par le jeu de ses variables et de leurs limitations, peut convenir à n'importe quelle situation où cette notion intervient. […] Une situation est fondamentale du deuxième type si elle vise à servir de référence, à représenter symboliquement au besoin, ce qui est essentiel dans les objets et dans leurs relations, de façon à pouvoir y rattacher des situations effectives par "le sens", par des "représentations" ou par des transformations diverses. […] Une situation est fondamentale du troisième type si elle peut engendrer un processus qui aboutit à la connaissance de la notion par le jeu des questions qu'elle conduit à se poser, et des réponses qu'elle appelle. »

De ces trois niveaux d'attente, que nous résumerons de manière trop brève par la prise en compte d'un modèle que l'on peut reproduire, de repères, d'expériences, permettant de conforter un modèle et la troisième, d'ambitionner la recherche de la connaissance de la notion envisagée. Selon nous, toute situation statistique observée relève du niveau de la troisième catégorie. Ce qui les place dans un degré de difficulté particulier pour les élèves et les enseignants de l'école primaire.

1.4. Un cadre conceptuel proposé par Gérard Vergnaud pour aborder l'apprentissage de la statistique

Notre analyse se fonde sur la suite donnée aux travaux de Piaget[19] et de Vygotski[20], portant sur *l'assimilation / accommodation* comme mode *d'adaptation*, s'insérant de la sorte dans une perspective constructiviste des apprentissages de l'élève. Pour la conceptualisation des savoirs par ces derniers, nous nous appuierons sur les travaux de Gérard Vergnaud et en particulier sur la théorie des champs conceptuels. Il l'expose ainsi (VERGNAUD, 1994, p.71) :

« L'étalement sur une longue période de temps des processus de conceptualisation dans un domaine donné a conduit les chercheurs à se donner des objets d'étude d'une taille suffisante pour qu'il soit possible d'analyser les filiations et les ruptures entre les compétences progressivement développées par les élèves, ainsi qu'entre les conceptions associées à ces compétences, que ces conceptions soient explicites ou seulement implicites. Il faut ainsi étudier un ensemble diversifié de situations, de schèmes et de représentations symboliques langagières et non langagières pour saisir les méandres des processus de conceptualisation. […] On appelle champ conceptuel un ensemble de situations dont le traitement implique des schèmes, concepts et théorèmes, en étroite connexion, ainsi que les représentations langagières et symboliques susceptibles d'être utilisées pour les représenter. »

Cette théorie se fonde sur le postulat suivant que, c'est au travers de situations et de problèmes à résoudre, qu'un concept acquiert du sens pour l'enfant. Son apprentissage prend appui sur cette dernière notion qui selon Gérard Vergnaud est la résultante d'un triplet d'éléments (VERGNAUD, 1996, p. 212) :

« a) l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept (la référence), b) l'ensemble des invariants sur lesquels repose l'opérationnalité des schèmes (le signifié), c) l'ensemble des formes langagières et non langagières qui permettent de représenter symboliquement le concept, ses propriétés, les procédures de traitement (le signifiant). »

Nous retiendrons également la restriction ici, de l'espace large et complet accordé au terme *situation* par Brousseau, selon les deux points relevés par Gérard Vergnaud (ibid. p. 218) :

« Les processus cognitifs et les réponses du sujet sont fonction des situations auxquelles ils sont confrontés. […] nous en retiendrons deux idées principales : 1) celle de variété : il existe une grande variété de situations dans un champ conceptuel donné, et les variables de situation sont un moyen de générer de manière systématique l'ensemble des classes possibles, 2) celle d'histoire : les connaissances des élèves sont façonnées par les situations qu'ils ont rencontrées et maîtrisées progressivement, notamment par les premières situations susceptibles de donner du sens aux concepts et procédures que l'on veut leur enseigner. »

Le point n°1 constitue la base de l'analyse des manuels scolaires ; le point n°2, donne tout son intérêt à évaluer, dès l'école élémentaire, où en sont les élèves dans l'appréhension du

[19] (1896-1980)

[20] (1896-1934)

concept de statistique. La théorie des champs conceptuels prend également appui sur le concept de schème défini ainsi par l'auteur (VERGNAUD, 1994, p. 180) :

« C'est une totalité dynamique fonctionnelle, c'est-à-dire quelque chose qui fonctionne comme une unité ; en second lieu […] c'est une organisation invariante de la conduite pour une classe de situations données (l'algorithme est un cas particulier du schème) ; et en troisième lieu […], un schème est composé de quatre catégories d'éléments : des buts et intentions et anticipations, des règles d'action, des invariants opératoires et des possibilités d'inférences en situation. »

Étudier le champ conceptuel qui englobe l'apprentissage de la statistique revient en partie, à approcher de manière pragmatique toutes les situations qui s'y réfèrent (en l'occurrence pour nous celles rassemblées à l'intérieur des manuels scolaires) et de réfléchir à l'ensemble des objets présents : domaines de référence étudiés, tâches réclamées aux élèves, formes symboliques utilisées, variables en jeu… pour en dégager des invariants d'analyse et d'actions indiquées aux élèves, sur ces problèmes qui leur sont présentés. Quel sens est envoyé à l'élève ? En un mot, quels repères, supports pour expliciter les étapes, actions, enchaînements d'actions, buts, inférences etc. lui sont proposés comme histoire personnelle d'appropriation de cet apprentissage statistique ? C'est cette approche multiple des différents éléments qui structura les trois dernières études des manuels scolaires. De cet abord, comme nous le signalions lors de notre intervention aux journées de la statistique de la SFDS à Clamart en 2006 (COUTANSON, 2006):

« Il ressort que nous n'avons pu identifier des éléments tangibles correspondants à l'objectif de faire construire ou de communiquer des éléments de savoir statistique précis. Cependant nous avons relevé que des outils de la statistique sous la forme de notions-en-acte pour reprendre la perspective de la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1991) étaient intégrés à des activités numériques et situations problèmes, activités de mesures et enfin à des situations relevant du cadre de la géométrie. Toutefois il n'y a pas explicitement une organisation des situations proposées qui induise, sans une part active explicite de l'enseignant conscient des savoirs statistiques en jeu, un sens à leur dimension statistique et qui engagerait les élèves dans un apprentissage de notions et de techniques pertinentes pour le développement de la pensée statistique. »

De même que l'aspect non explicite de cet enseignement était repéré dans la logique des situations offertes par les manuels, nous avons dû nous-mêmes reconnaître nos propres limites dans nos représentations symboliques de la statistique en ouvrant les supports de données à d'autres registres de représentation que les classiques tableaux, graphiques, diagrammes.

1.5. Un cadre conceptuel proposé par Yves CHEVALLARD pour institutionnaliser l'enseignement de la statistique

Dans la première partie de cette étude, il nous a fallu faire le lien entre fait statistique avéré sur le plan sociétal et obligation de le prendre en charge sur le plan scolaire en tant que fait statistique scolaire incontournable. C'est par l'intermédiaire de Yves Chevallard (CHEVALLARD, 1992, p. 73), qu'il nous faut tenir compte de : « *L'illusion représentationaliste* *[qui], pour le dire rapidement, nous pousse à regarder les théories ou modèles d'un système donné comme des représentations, ou des images, du système que l'on prétend par là théoriser ou modéliser. La métaphore culturelle de l'image constitue un véritable obstacle épistémologique* ». Mais il précise immédiatement (p. 74) : « *de tels critères de jugement - complétude et fidélité au réel étudié - sont en droit totalement illégitimes* » et (p. 75), « *Contrairement à ce que beaucoup pensent, j'affirme ici que toute activité scientifique (y compris en mathématiques) se constitue (en son langage) et se décrit (dans son métalangage) par l'usage de métaphores.* » C'est ainsi que Yves Chevallard définit une anthropologie de la connaissance ou anthropologie cognitive qu'il appelle didactique de la connaissance ou encore didactique cognitive. Il rappelle que « *Toute institution est à un certain degré, institution didactique. Ou, pour le dire autrement : toute éducation institutionnelle comporte une part plus ou moins grande d'instruction institutionnelle* ». A la suite, Yves Chevallard insiste sur le fait que « *si vous voulez "faire" de la didactique cognitive, vous serez régulièrement amenés à sortir de votre domaine pour aborder les problèmes d'anthropologie cognitive […]* ». Il affirme également qu'il nous faudra aussi s'intéresser *« à la réciproque de cette dernière assertion : car on ne peut pas davantage travailler en anthropologie cognitive sans affronter presque constamment des problèmes de didactique cognitive.* » Si l'on prend référence sur ses travaux, la place que tient (et devrait tenir) actuellement la statistique au cycle III de l'école primaire, est le lien continué entre une Institution (l'école primaire), un objet de connaissance (qui devient objet d'enseignement), et le moment considéré. Comme nous avons pu le rappeler dans la première partie de cette étude, donner légitimité à un contenu et à une forme d'enseignement de la statistique, oblige donc à approfondir les liens qui existent entre objets d'enseignement, personnes, institutions (famille, société, école, noosphère), et les rapports qui les unissent et leur permettent d'évoluer ensemble et de perdurer. Ce travail d'explicitation d'un contenu statistique pour l'école primaire, devra nécessairement explorer ces liens pour formuler ce que nous avons appelé l'ébauche d'un Savoir Minimum Statistique. Autre ouverture à cette étude que nous aimerions continuer en se mettant à l'écoute des attentes des enseignants du secondaire et des projections de ceux du primaire.

1.6. Un cadre conceptuel proposé par Raymond Duvalpour analyser l'état et l'effet des différents registres de représentation dans l'enseignement / apprentissage de la statistique

Ce cadre d'analyse a été présenté plus particulièrement, au travers de l'exemple des tableaux à double entrée, dans la partie 2, de cette étude, pour apporter une validation à notre questionnement ; en quoi les supports de présentation des données, rassemblées ou à rassembler, interagissent-ils et comment, à l'intérieur des *situations statistiques* ? Nous assistons à un consensus apparent autour :

- de l'idée d'un rapprochement quasi-immédiat entre l'idée statistique et la présence indispensable de tableaux et graphiques,
- de la cohérence de vue entre l'extérieur de l'école et ses pratiques internes,
- de la non reconnaissance d'un enseignement spécifique à apporter aux élèves pour dépasser l'usage de ces supports et les considérer comme objets d'étude à part entière. Un passage incontournable s'impose donc pour les incorporer en tant que variable d'analyse dans notre recherche. En référence aux études sur les effets des *registres sémiotiques* sur l'entrée des élèves dans la connaissance (DUVAL, 1995, 1999), où l'auteur précise la nécessité de recourir au moins à la confrontation des

représentations fournies par deux registres différents, nous essaierons de retracer les *parcours sémiotiques* demandés aux élèves, marqués par la succession des croisements tâches / registres sémiotiques rencontrée face aux situations statistiques proposées par les manuels scolaires.

Revenons ici, sur le concept de *registres sémiotiques* (Duval, 1993*)* : un registre sémiotique répond aux trois caractéristiques suivantes :

- **de communication** (idée d'ordre non équivoque, évident, sans besoin d'explicitation de clés de lecture, pour présenter l'information)
- **de traitement** (rendu possible sur les données contenues grâce à l'outil même d'exposition utilisé)
- **de conversion** (possibilité de traduire les données exposées dans un autre registre, avec la possibilité de les prendre une par une, et de les convertir de la même manière dans un autre registre).

C'est le cas pour : les listes, le langage naturel, les tableaux, les diagrammes, les graphiques, les cartes, les illustrations. Et d'après les actes du XXXII^{ème}colloque COPIRELEM de l'IREM de Strasbourg en 2006 (pp. 67-89), il faut s'interroger sur les processus cognitifs sous-jacents aux démarches mathématiques. Une activité mathématique est un acte de fusion selon 2 types de transformation :

- La première concerne tout changement de registre de représentation.
- L'autre consiste à utiliser les possibilités de transformation propre à chaque registre.

La première est la plus difficile pour l'élève et la plus délicate ; ce qui montre la difficulté qui existe dans l'articulation des registres sémiotiques lors de la résolution de situations *implicitement statistiques.* Et, selon les Annales de didactique et de sciences cognitives (Volume 16, 1996, IREM de Strasbourg pp. 348-382),nous pouvons poursuivre notre réflexion par : Comment apprend-on à passer d'un registre à l'autre ? Comment apprend-on à différencier un objet de la représentation que l'on en propose ?

Pour l'instant, après ces premières précisions apportées à propos des cadres théoriques qui ont fondé les bases de cette recherche, revisitons désormais les méthodologies suivies lors de toutes les analyses évoquées au travers des parties précédentes.

2. Retour sur les méthodologies des études déjà relatées dans les parties précédentes

Une précision : La prise d'appui sur les cadres conceptuels précédents, nous a aidé dans l'étude des manuels scolaires pour constituer les données indispensables à l'analyse de notre objet de recherche portant sur l'introduction d'un apprentissage de la statistique au cycle III de l'école primaire. Nous sommes par contre conscient que les situations statistiques explorées, au sens de Brousseau (BROUSSEAU, 1986), exigeraient d'être observées aussi en tenant compte des stratégies de traitement engagées par les élèves face à elles, ainsi que les intentions et remédiations apportées en parallèle par le maître. Le temps d'expérimentation et la force des multiples difficultés et réticence rencontrées, ne l'ayant pas permis jusqu'ici, nous projetons de s'en saisir ultérieurement pour valider, invalider, modérer et compléter les résultats obtenus à l'issue de cette étude.

2.1. Retour sur l'étude des manuels de mathématiques du collège et du lycée

L'enjeu de cette étude (COUTANSON, 1999) était d'essayer de retracer le parcours statistique des enseignants des écoles (annexe n°3.1). Pour analyser leur formation statistique et éviter tout effet direct positif ou négatif par des contacts individuels, l'étude osait analyser ce parcours, en se limitant à celui qui les avait conduits de la sixième à la terminale (la partie supérieure universitaire semblait trop multiple pour engager une analyse systématique)[21]. Pour cela, en complément des données fournies par le questionnaire déjà cité, tous les manuels mis à la disposition des professeurs de mathématiques du secondaire et réactualisés en permanence ont été consultés au Centre Départemental de Documentation Pédagogique de Saint Étienne (Loire). Lors de cette recherche, les 119 ouvrages analysés, étaient répartis de la manière suivante :

Tableau 55 : Les ouvrages de mathématiques de collège et de lycée analysés en 1999

Niveau de classe observé (collège)	Nombre d'ouvrages analysés		Niveau de classe observé (lycée)	Nombre d'ouvrages analysés
$6^{è}$	12		2^{de}	23
$5^{è}$	10		$1^{ère}$	20
$4^{è}$	9		Terminale	32
$3^{è}$	13			

Chaque ouvrage fut classé d'après sa date de parution, l'évocation ou non des idées de statistique, de probabilités ou de gestion des données, ainsi que d'une présentation de ces thèmes en début, en milieu, ou fin des programmes. D'un autre côté, les définitions, les instructions, les finalités de la statistique, son histoire, les programmes, les exercices proposés, mais aussi les mises en garde dans l'usage statistique furent relevés. Enfin, des objets statistiques précis retenaient notre attention : l'histogramme, les représentations graphiques, le phénomène d'équiprobabilité, l'usage de la moyenne, etc.

2.2. Retour sur l'étude des manuels du primaire

Ici encore (COUTANSON, 1999), la démarche retenue chemina selon la même logique que précédemment. Du constat avancé qu'il était bien difficile de savoir ce qui se passait réellement dans une classe et que les propos de chaque maître pouvaient tout aussi bien amplifier ou minimiser la réalité, la recherche s'appuya sur l'étude des manuels scolaires de CE_1 qui correspond à la fin de cycle II et celle de CM_2 qui termine le cycle III. De ce travail, nous écartions toutes les présences et évolutions d'indicateurs spécifiques que nous avions alors repérés (notion de proportionnalité, d'échelle, de rapport à la vitesse, de pourcentage, de fraction, de règle de trois, d'encadrement, de fonction numérique, etc.). Ceux-ci nous semblaient intéressants pour étudier la réalité, les idées d'estimation, de choix, d'anticipation de phénomènes, mais trop lourds à relater à l'intérieur de l'étude de cette année-là. Nous

[21] Un éclairage en a été tout de même fourni à l'intérieur du mémoire de maîtrise de sciences de l'Éducation

nous fixions comme objectif d’observer les situations problèmes, susceptibles de réclamer un profil de résolution statistique de la part des élèves. Rappelons les ouvrages étudiés :

Tableau 56 : Liste des manuels de CE1 étudiés

Titre des ouvrages de CE1	Année de parution
Math et calcul, Édit.HACHETTE	1986
Objectif Calcul, Édit. HATHIER	1986
Pour comprendre les mathématique, Édit. HACHETTE	1995
Diagonale, Édit. NATHAN	1992
Math (collection Thévenet, Édit. BORDAS	1995
J'apprends les maths CE1, Édit. RETZ	1992
Atout math CE1, Édit. NATHAN	1990
Maths CE1, Édit. NATHAN	1990
Maths CE1, Édit. ISTRA	1996

Tableau 57 : Liste des manuels de CE1 étudiés

Titre des ouvrages de CM_2	Année de parution
1 er en mathématiques, Édit. HACHETTE	1988
A vos maths, Édit. NATHAN	1994
Math livre-outil CM $_{2,}$ Édit. MAGNARD	1988
Math CM $_{2,}$ Édit. NATHAN	1989
Math et calcul CM $_{2,}$ Édit. HACHETTE	1988
Vivre les mathématiques, Édit. ARMAND COLIN	1991
Bon en math, Édit. NATHAN	1996
Math (collection Thévenet, Édit. BORDAS	1996

Il était surprenant de constater la vétusté des ouvrages rencontrés ; l'analyse ayant eu lieu durant l'année scolaire 96/97, la moyenne d'âge des manuels s'élevait à près de 5 ans pour les CE1 et le CM2. Peu s’établissaient sur les programmes de 1995 : seulement 5 sur 17 ! Cette étude fut également complétée par la référence au contenu des programmes et à celui, plus pratique, des évaluations obligatoires à l’époque à l'entrée en CE_2 et surtout en $6^{è}$.

2.3. Retour sur l’étude des représentations des étudiants en Sciences de l’éducation à l’Université Lyon 2

Cette étude fut conduite par nos soins lors de la constitution du mémoire de licence de Sciences de l’éducation (COUTANSON, 1995). Elle fut bâtie sur les réponses apportées à un questionnaire d’enquête qui figure en annexe de ce document (annexe n°3.2), par les étudiants en licence de Sciences de l’éducation.

2.4. Retour sur l’étude des représentations de la statistique par les professeurs des écoles

Comme il a été précisé plus avant, la problématique de cette recherche (COUTANSON, 1999), tentait d'analyser les représentations et usages didactiques et pédagogiques de la statistique par les enseignants du premier degré, excluant par là toute autre source (parents d'élèves, média, etc.) pouvant agir sur la place qui lui était attribuée au sein de l'école primaire. Comment alors se saisir des points de vue des enseignants concernés ? Souvent, à la simple évocation du terme *statistique*, les voix des enseignants se taisaient. Le malaise constaté s'installait presque toujours ! Instituteur moi-même, lors de cette enquête, il me fallait de surcroît contacter des collègues, donc prendre toutes les mesures permettant de laisser le maximum de discrétion de réponse à ceux qui le souhaitaient. Le choix du support d'enquête pour étayer la recherche se fixa sur le type questionnaire (cf. annexe 2.3). Cette méthode présentait l'intérêt de pouvoir concerner et traiter un grand nombre de réponses. Elle paraissait donc particulièrement appropriée à la mise en évidence de la spécificité des représentations des agents d'un secteur d'activité. Le dépouillement du questionnaire et son exploitation se prêtaient eux-mêmes à des traitements statistiques comme autant de moyens d'objectiver un domaine pour lequel s'exposait pleinement le risque de se laisser aveugler, voire submerger par nos propres représentations d'enseignant au détriment des collègues interrogés.

Mais, bâtir un questionnaire prédisposait très vite à la difficulté de s'affronter à une certaine lourdeur car deux directions en apparence, paradoxales, se heurtaient : pouvoir s'adapter à la diversité des individus tout en allant suffisamment loin pour ne pas rester à la superficialité des réponses de chacun. Un deuxième effet compliquait également l'ensemble : l'efficacité et la rigueur du traitement faisait qu'il devait se construire sur des questions fermées tout en laissant une place aux questions ouvertes, plus riches et plus libres vis-à-vis des propres représentations du rédacteur du questionnaire. Le contenu de ce questionnaire donnait suite à celui qui avait été constitué en licence sur les représentations de la statistique par les étudiants en Sciences de l'Éducation. Il fut complété par l'apport des rencontres avec le groupe IREM[22] de Saint Étienne traitant à ce moment-là de l'apprentissage de la statistique.

Et en dernier ressort, que ce fût dans les procédures de recueil des données ou dans l'explication de questions (termes utilisés, présentation, items choisis, etc.), il fallut expérimenter plusieurs versions successives du questionnaire. Une grande place fut laissée à la représentation de la statistique, tout en combinant les propos généraux et théoriques avec les réactions spontanées au quotidien. Y avait-il un lien entre représentation de la statistique, son usage habituel et l'expérience de celle-ci sur le plan professionnel ? De même, dans la façon dont statistique et milieu éducatif se côtoyaient, l'idée était de mêler en permanence la place et l'aide qu'elle apportait à la formation et au quotidien des maîtres comme à l'éducation et à son usage par les élèves. Nombre de questions laissaient la porte ouverte à une gradation dans la conviction que l'éducation à la statistique fût utile et donc, pour éviter trop de condescendance à son égard, certaines incitaient à en répertorier aussi les aspects négatifs.

Quant à la population étudiée, pour garder la plus grande objectivité possible, le choix s'est porté sur toute la circonscription de l'Éducation nationale dont nous relevions, en respectant l'arbitraire de ses dimensions et de son caractère. En lançant le questionnaire sur celle de Montbrison dans la Loire, nous cumulions l'effet attendu au départ comme incitatif auprès de nombreux enseignants qui étaient des collègues de travail ainsi qu'une bonne représentativité des réponses issues pour moitié des mondes rural et urbain concernés par le découpage administratif local.

[22] IREM Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

Mais des difficultés massives, incontournables, furent au rendez-vous. Malgré toutes ces précautions, des soixante-cinq écoles contactées, bien peu de réponses arrivèrent en retour ! Après multiplication des contacts directs, ou téléphoniques, et une relance générale par courrier à l'initiative de l'Inspecteur Départemental de l'Éducation, M. Bonhomme, très peu de situations se sont débloquées. Un deuxième essai fut donc lancé sur la circonscription de Laval en Mayenne où nous disposions aussi d'un contact positif auprès de l'Inspecteur Départemental de cette circonscription. L'effet produit fut le même et n'était donc pas lié à un facteur de trop grande proximité avec les maîtres questionnés. Il fut donc décidé de bâtir le travail de recherche sur les seules réponses reçues (27) ; les très fortes difficultés rencontrées pour recueillir des réponses prouvaient déjà la profondeur de l'abîme où plongeaient les maîtres au simple fait d'évoquer l'idée statistique à l'école primaire, quelles qu'en fussent les finalités (représentations, usage ou enseignement).

Analysons l’échantillon des réponses obtenues

La population restreinte qui a accordé une réponse, apportait déjà de par son profil, des indications à notre recherche. La voici au travers des tableaux récapitulatifs suivants :

Tableau 58 : Population PE sondée, d'après l'ancienneté des maîtres

Nombre d'années d'enseignement	de 0 à 4	de 5 à 9	de 10 à 14	de 15 à 19	de 20 à 24	de 25 à 29	de 30 à 34	de 35 à 39	Total
(variable V21 A)	5	3	4	1	4	4	6	/	27
	8		5		8		6		27

Nombre d'élèves / Niveau d'enseignement (variable V 24 E) → / Profil de la classe ↓	De 1 à 4 élèves	de 5 à 8 élèves	de 9 à 12 élèves	de 13 à 16 élèves	de 17 à 20 élèves	de 21 à 24 élèves	de 25 à 28 élèves	de 29 à 32 élèves	de 33 à 36 élèves	Totaux	par cycle
CP			X		XX	XX				5	cycle 2
CE_1										0	5
CE_2			X	XX		XX	X			6	cycle 3
CM_1							X			1	14
CM_2				X	XX	XXX	X			7	
SE								X		1	1
multi-cours			X	X	XXX	X				7	7
Total	0	0	3	4	7	8	3	1	0	27	

Tableau 59 : Population PE sondée, d'après la répartition pédagogique de leurs classes

Tableau 60 : D'après la zone d'enseignement

Zone de l'école	Rurale	Urbaine	Périurbaine
	22	4	1

Les trois tableaux précédents ne transcrivaient peut-être pas la réalité de la moyenne nationale, ni donc l'impact réel sur l'actualité pédagogique. Ils reflétaient néanmoins un équilibre sur le plan des représentations d'après l'ancienneté des maîtres (liée à l'expérience et en partie à l'âge des maîtres). La zone d'enseignement faisait davantage ressortir les “maîtres ruraux” ; ce qui ne paraissait pas a priori surprenant car de par leur isolement, par habitude, ils étaient à l’époque en avance pour les habitudes de communication et d’usage des nouvelles technologies, télécopie, logiciels de traitement de texte, tableur etc. De plus, il se dégageait une surreprésentation des maîtres du cycle III, ce qui ne pouvait qu'accentuer la prise de conscience des enseignants "sondés" envers le phénomène statistique.

Tableau 61: D'après le type d'école

Nombre de classes	1 classe	2 classes	3 classes	4 classes	5 classes	6 classes	7 classes	8 classes	9 classes	10 classes	s
(variable V 25 N)	4	5	3	6	1	3	1	0	0	2	25

Les conditions d'enseignement quant à elles, malgré l'obligation des cours multiples, laissaient plus de champ à des initiatives pédagogiques car les effectifs des classes et des écoles rurales sont en général plus légers. Ce que confirmait le tableau n°60. La mise en réseau et l'efficacité pédagogique en demeuraient d'autant plus facilitées.

Tableau 62 : D'après le niveau d'étude atteint par les maîtres

Niveau actuel d'étude	Bac.	Bac. +1	Bac. +2	Bac. +3	Bac. +4	Bac. +5	Bac +6	Totaux
(variable V14)	11	2	3	8	2	1	0	27
Fréquence	40,7	59,8						100

Plus de la moitié des enseignants, avait déjà été sensibilisée à la nécessité de l'usage statistique par la démarche universitaire (tableau n°61). En conclusion, cet échantillon, même restreint, présentait une représentativité plutôt favorable envers un usage de la statistique. Étudions donc maintenant les méthodologies de recherche mises en place pour les autres parties du dossier.

2.5. Retour sur l'étude des représentations de la statistique par les élèves du collège Jean Dasté

Une séance de travail animée par un groupe de cinq étudiants de Sciences de l'Éducation de l'Université LYON II, sous la direction de J.C. Régnier, s'est déroulée le 12 décembre 1996 dans la classe de 4è de René Thomas professeur de mathématiques au collège Jean Dasté à Saint Etienne. L'objet de la recherche s'établissait en deux temps : essayer de cerner les représentations de la statistique auprès des élèves de cette classe de 4è et expérimenter dans ce domaine comment ces derniers organisaient leur prise de décision. Ce second temps se déroulait selon le schéma suivant :

Tableau 63 : Enchaînement des activités au collège Jean Dasté

Étape	Idée générale	Type d'action	Organisation matérielle	Consigne
N°1	Estimation d'une proportion	Individuelle	U_1 : 30% de billes bleues U_2 : 70% " U_3 : 30% " U_4 : 70% "	Chaque élève effectue un ou plusieurs tirages avec ou sans remise à son entière initiative (aucune explication ou directive ne sera donnée). Chaque tirage s'accompagne d'une amputation du "crédit-bille". Chaque élève fournit discrètement son estimation à l'observateur du groupe.
N°2a	Constitution d'une estimation commune par confrontation d'estimations individuelles	Collective intragroupale	Mêmes dispositions que pour le n°1	Chaque groupe met en commun les résultats individuels, les confronte et doit, après négociation, faire une proportion admise par tous les membres du groupe Il reste la possibilité de tirages supplémentaires; dans ce cas, c'est le groupe entier qui vide son "crédit-bille" reconstitué.
N°2b	Comparaison d'une proportion estimée à celle fournie par la fiche technique du constructeur	Collective intragroupale	Mêmes dispositions que pour le n°1	Confrontation de l'estimation collective de proportion avec la proportion officielle fournie par le constructeur. Question posée : "Êtes-vous d'accord avec ce qu'affirme ce denier ?"
N°3	Test d'égalité de 2 proportions	Collective intergroupale puis intragroupale	U_1 : 50% de billes bleues U_2 : 45% " U_3 : 30% U_4 : 70% et l'urne de référence : U_5 : 50% de billes bleues	Les groupes sont avertis que l'un d'entre eux possède une urne identique à U_5. Chaque groupe évalue collectivement la composition de son urne. Puis par une démarche intergroupale, les élèves devront définir la composition de l'urne U_5, discuter la validité des proportions avancées par les quatre groupes et enfin après discussion chaque groupe devra choisir l'urne qui lui paraît identique à U_5.

Pour ce second temps, l'objectif fixé était d'analyser les procédures mises en place par les collégiens pour fonder une prise de décision en situation incertaine. Sur quelles informations s'appuyaient-ils ? Quelle importance donnaient-ils à la taille de l'échantillon de référence ? Quelles stratégies utilisaient-ils pour traiter le problème ? Pouvait-on parler d'un apport bénéfique du groupe dans la recherche ? En un mot, comment se caractérisait le seuil de conviction dans la "décision statistique" et le cheminement qui y conduisait. Les premiers constats obtenus se trouvent dans le détail, à l'intérieur de l'Annexe 5.4.

3. Études des manuels scolaires

3.1. Première étude des manuels scolaires de mathématiques des élèves du cycle III de l'école élémentaire

Cette première étude, incluse dans notre mémoire de DEA de sciences de l'éducation (COUTANSON, 2004), a servi de base à notre communication intitulée *Introduire un enseignement de la statistique au cycle III de l'école élémentaire en France pour contribuer à la formation citoyenne*, aux journées organisées par la SFDS à Clamart en 2006. Nous avions apporté notre contribution à cette question en abordant cette thématique sous trois angles : le rapport personnel et professionnel que les Professeurs des Écoles entretiennent avec la statistique, la place de l'enseignement de la statistique à l'intérieur des I.O. et la présence d'un enseignement de la statistique dans les manuels scolaires du cycle III de l'école élémentaire. Nous ne reviendrons pas sur les deux premières entrées déjà traitées ici ; nous nous concentrerons donc sur la dernière.

3.1.1. Mise en place de l'étude

Les difficultés récurrentes rencontrées jusqu'alors pour questionner les représentations et les pratiques des enseignants du premier degré dans leur rapport à l'enseignement de la statistique, nous ont conduit à revenir à une analyse des manuels scolaires pour traiter des contenus d'enseignement effectivement transmis aux élèves. En effet, le document intitulé *Études exploratoires des pratiques d'enseignement en classe de CE2* (Dossier DEP, n°44, septembre 94) portant sur les pratiques d'enseignement en classe de CE2 menée par la Direction de l'Évaluation et de la Prospective (94/95), montrait à l'époque que le manuel restait le seul outil utilisé par une très grande majorité des enseignants pour préparer leurs séquences de mathématiques. De même, lors de nos visites dans les écoles pour accompagner les stagiaires de l'IUFM, nous percevions également que la presque totalité des titulaires des classes visitées, suivaient un manuel de mathématique pour organiser le contenu et la planification de leur enseignement sur l'année scolaire.

Jusqu'ici, nous avions relevé deux remarques principales. La première remarque, il ressort que le contenu des manuels n'évoquait jamais l'ambition de faire construire ou de communiquer des éléments de savoir statistique précis, de notions, de définitions, voire d'algorithmes applicables à l'intérieur de situations repérées. La deuxième remarque concerne la présence statistique que se caractérisait et se limitait aux aspects suivant :

- La découverte de situations statistiques était restreinte à une présentation sous la forme de tableaux ou de graphiques de données,
- Cette découverte se faisant soit par la lecture de ces supports, soit par la construction de ceux-ci,
- Et, éventuellement, l'exercice allait plus loin en réclamant à l'élève l'effort de changer le mode de présentation, de questionner ces données, voire d'interpréter.

Mais en général, cette dernière partie restait bien maigre et se limitait souvent à présenter des données, comme terrain d'application des algorithmes classiques des opérations arithmétiques abordées à l'école élémentaire ! Pour le mémoire de DEA de Sciences de l'Éducation, nous avions donc entrepris l'analyse des manuels de CM1 en la structurant en fonction des points suivants :

- les références des manuels,
- le repérage du "poids" accordé à la statistique à l'intérieur,
- le lien avec les domaines mathématiques,
- les compétences-élèves recherchées,

- le type de situations étudiées (les champs d'investigation),
- les types de tableaux et graphiques examinés.

Ces points d'observation se déclinèrent selon 14 variables retenues que nous caractérisions ainsi :

Tableau 64 : Variables d'analyse de la première étude des manuels scolaires

V1	Année de parution des manuels
V2	Niveau scolaire (constant comme le préciseront les explications plus loin)
V3	Existence d'un chapitre du manuel, explicitement désigné, réservé aux apprentissages statistiques
V4	Pages désignées, explicitement réservées aux apprentissages statistiques et rapport de celles-ci au nombre total de pages du manuel
V5	L'objet de l'exercice, est-il porté à l'analyse d'un état statistique (AE) ou sur l'outil statistique (AO) ?
V6	L'étude statistique, se fonde-t-elle sur un état statique (AES) ou sur une évolution dynamique de cet état (AED) ?
V7	L'analyse s'établit-elle sur la comparaison d'éléments entre eux (EE) ou des éléments par rapport à un tout (ET) ?
V8	Dans le cas d'une analyse dynamique, la comparaison évolutive, s'installe-t-elle selon les couples : passé / présent (PaP), présent / futur (PF) ou passé / futur (PaF) ?
V9	Voir le descriptif suivant…
V10	Voir le descriptif suivant…
V11	Quels sont les thèmes, supports des données proposées : (I) : le monde de "l'inerte", (C) : la référence aux choix et décisions humains, (H) : l'espace caractérisant l'homme, au travers de la démographie et (V) : la sphère du vivant.
V12	Caractérisation des tableaux par le nombre de variables ; ex : V1 x V2 représente : 1Var. x 2Var.
V13	Caractérisation des tableaux par le nombre d'entrées : ex : 5 x 7 représente : 5 entrées x 7 entrées
V14	Caractérisation des graphiques selon le type : (bât) bâton, (B) bande, (H) histogramme, (C) circulaire, (DC) demi-circulaire, (CI) courbe interrompue, (CC) courbe continue, (S) par secteurs, (P) polaire

Des précisions quant aux variables V9 et V10 :

Tableau 65 : La variable V9

V9	Quelles sont la ou les tâches réclamée(s) à l'élève ?	
	Trouver une question :	A partir d'un tableau (QT), à partir d'un graphique (QG)
	Lire :	Un tableau (LT), lire un graphique (LG), lire une représentation iconique (LI)
	Répondre à une question :	D'après un tableau (RéT), d'après un graphique (RéG)
	Construire :	Une représentation iconique depuis un tableau (TI), un tableau depuis un graphique (GT), un graphique depuis un tableau (TG), un tableau depuis un tableau (TT), un graphique depuis un graphique (GG)
	Ranger des données :	Dans un tableau (Rat), selon un graphique (RaG)
	Repérer des variables :	Dans un tableau (ReT), dans un graphique (ReG)
	Repérer les modalités d'une variable :	Dans un tableau (RMT), dans un graphique (RMG)
	Interpréter :	Un tableau (InT), un graphique (InG)
	Construire sans représentation donnée :	Un tableau (CT), un graphique (CG)
	Anticiper l'évolution d'une situation :	A partir d'un tableau (AT), à partir d'un graphique (AG)

Tableau 66 : La variable V10

V10	Que doit réaliser l'élève comme étape intermédiaire non précisée ?	
	Ca+/-T, Ca+/-G	Calculer par la dualité addition / soustraction pour traiter des données rassemblées dans un tableau ou un graphique
	LT, LG	Relire un tableau, un graphique pour pouvoir répondre à une question
	+T	Relire les données d'un tableau pour le compléter
	InG, InT	Interpréter un graphique, un tableau
	RD	Rechercher des données pour établir une situation statistique
	QT	Relire autrement un tableau pour le questionner et formuler une question par écrit comme demandé

Comme précisions complémentaires pour mener à bien cette recherche, nous notions tout d'abord, que les manuels retenus furent entièrement étudiés, pour relever toutes les sollicitations de l'élève traitant de l'analyse de situations statistiques. Chaque question repérée, était considérée comme nouvelle sollicitation. Au total, 134 sollicitations seront recensées et analysées. Par la suite, pour le premier des deux aspects essentiels repérés plus haut (tableau et graphique), il fallut très nettement faire la distinction entre d'un côté, l'usage-support attendu pour consigner des règles, des états récapitulatifs (ex : la tables de multiplication…), des états de proportionnalité, d'outils mettant en jeu des *opérateurs*, et de l'autre, les situations spécifiquement statistiques. Indiquons immédiatement que derrière cette dénomination de *situations spécifiquement statistiques*, nous n'entendions que les situations où tout n'était pas définitivement précisé, où était laissée une part d'incertitude dans les résultats ou dans l'évolution de ceux-ci. Ensuite, au plus près, nous nous sommes engagés à essayer de percevoir une distinction entre variables, ou modalités différentes d'une même variable. Remarque : la difficulté pour le maître, d'appréhension de la nuance dans les faits, laisse à croire qu'il en sera de même pour l'élève ! Pour la variable V7, comparer chaque élément au tout, demeure certainement une forme plus évoluée que d'en rester à une comparaison mutuelle des éléments, dans une approche systémique d'une situation d'incertitude.

Quelle fut alors la méthodologie de recherche déployée ? La pertinence de cette recherche aurait dû englober tous les manuels (de toutes les disciplines) utilisés par les élèves et ceci durant les trois années de scolarisation (CE2, CM1 et CM2) constituant le cycle III de l'école élémentaire. Devant l'ampleur nécessitée par ce travail pour mettre en place une telle observation, nous avons décidé de réduire cette dernière aux manuels de mathématiques et au CM1 en particulier car ce niveau de classe est certainement le plus représentatif de la phase des acquisitions de ce cycle. Le CM1 permet d'aborder des apprentissages nouveaux : décimaux, proportionnalité… alors que la classe de CE2 assure le rôle de passage intercycle et celle de CM2 l'affirmation des connaissances dans la liaison avec le collège. Le champ d'observation a porté sur l'ensemble des manuels en dépôt à l'IUFM de Saint-Étienne au moment de cette étude. Les six manuels concernés correspondent à ceux qui étaient le plus empruntés alors. Les voici par ordre d'ancienneté :

5b	1987	*Math et Calcul*, Edit. HACHETTE
1b	1993	*Collection Diagonale*, Édit. NATHAN
2b	1995	*Le nouvel objectif calcul*, Édit. HATIER
4b	1996	*Math Outil*, Édit. MAGNARD
3b	1997	*Optimath*, Édit. HACHETTE
6b	2001	*A nous les maths*, Édit. SEDRAP

Tableau 67 : Liste des manuels de CM1 étudiés

L'analyse s'est alors fondée sur la lecture de l'ensemble des situations problèmes proposées aux élèves à l'intérieur des ouvrages, sur la conservation de toutes celles qui se référaient à une situation statistique, fondée sur une marge d'incertitude, et mettant en jeu l'utilisation de tableaux et / ou graphiques de présentation, et sur l'hypothèse que l'enseignant ferait parcourir l'ensemble des situations de l'ouvrage, utilisé en entier.

Revenons sur les compétences-élèves retenues en un tableau plus concis que précédemment :

Tableau 68 : Les compétences élèves observées

Trouver une question (Q.)	(QT), (QG), (QI)
Lire (L.)	(LT), (LG), (LI)
Répondre à une question (Ré.)	(RéT), (RéG), (RéI)
Transformer une présentation (T.)	(TG), (TI), (TT), (GT), (GI), (GG), (IG), (IT), (I I)
Ranger des données (Ra.)	(Rat), (RaG), (RaI)
Repérer des variables (Re.)	(ReT), (ReG), (ReI)
Repérer les modalités d'une variable (RM.)	(RMT), (RMG, (RMI)
Interpréter (In.)	(InT), (InG), (InI)
Construire sans présentation initiale donnée (C.)	(CT), (CG), (CI)
Anticiper l'évolution d'une situation (A.)	(AT), (AG), (AI)

3.1.2. Les résultats de cette première étude

Premières remarques à la lecture globale de l'ensemble des sollicitations statistiques. Tout d'abord, deux observations très générales nous ont fait avancer que :

- - Les tableaux et graphiques n'étaient jamais présentés dans un chapitre spécifique *statistique* ; ils s'incluaient dans la présentation des autres domaines mathématiques (activités *numériques, opérations, etc.*),
- - Les formes graphiques proposées ainsi que les indices retenus, n'entraient pas dans une description statistique habituelle ; aucune forme ni d'indice conventionnels caractérisant une analyse statistique. Il y avait différentes formes de présentation, droite ou courbe (mais pas d'aspect courbe en cloche), des recherches de moyenne mais pas d'amplitude, de classe, de mode.

Par contre, nous assistions alors à une évolution de la présence statistique à l'intérieur des manuels scolaires :

- - par une approche plus précoce dans l'année,
- - par une présence qui s'étalait de plus en plus sur l'ensemble de l'année entière,
- - enfin, pour les deux ouvrages analysés, les plus récents, par un renversement de tendance (la présence maximale s'installait en début d'année scolaire).

Comment se répartissaient les sollicitations statistiques, en fonction des domaines mathématiques et selon l'axe du temps ?

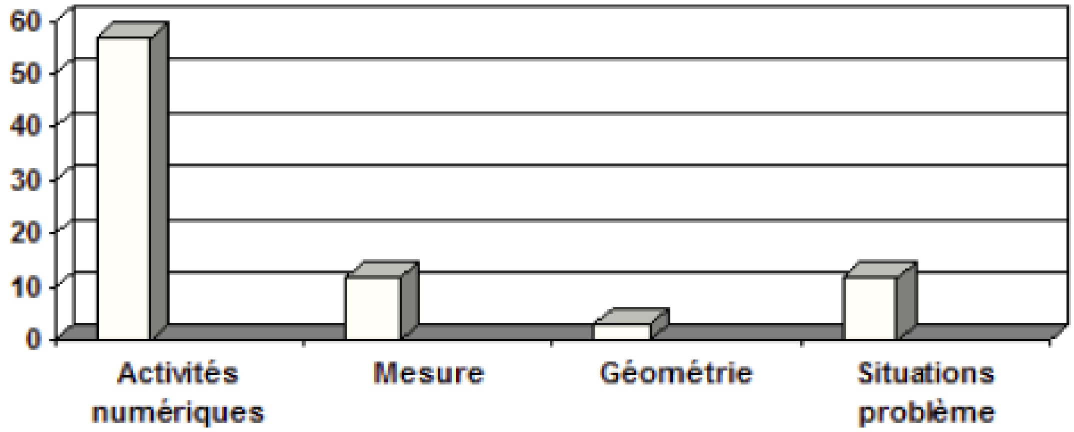


Figure 22 : Les sollicitations statistiques et les domaines mathématiques

Nous remarquions alors une répartition très inégale de la “présence” statistique au travers des différents domaines mathématiques avec une suprématie nette accordée aux liens avec les activités numériques. Comment se répartissaient les sollicitations en les plaçant sur l'axe du temps ?

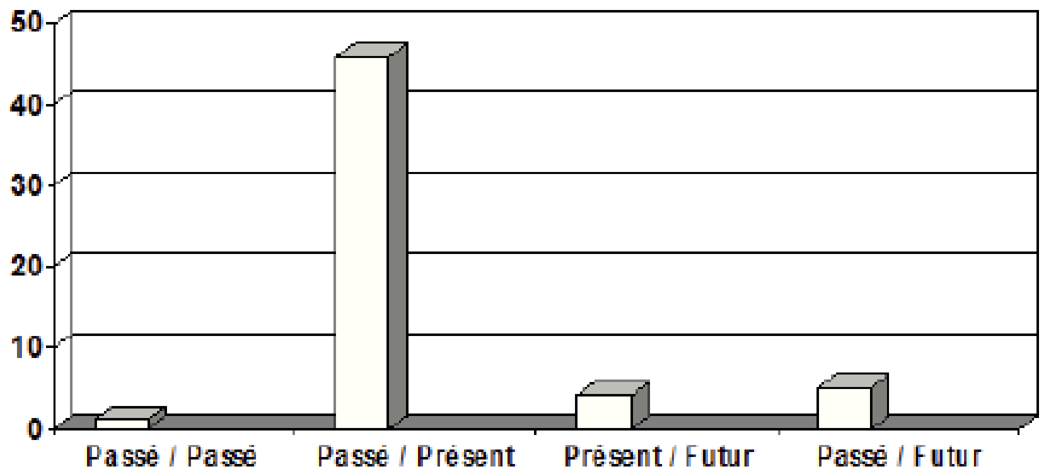


Figure 23 : Les sollicitations statistiques et l'axe du temps

Ce diagramme exposait chaque action orientée de la situation de départ à celle de la nouvelle situation attendue. Nous observions un ciblage presque unique sur les situations basée sur l'axe Passé / Présent.

Quel était ensuite le profil des tableaux de données statistiques dans les manuels scolaires?

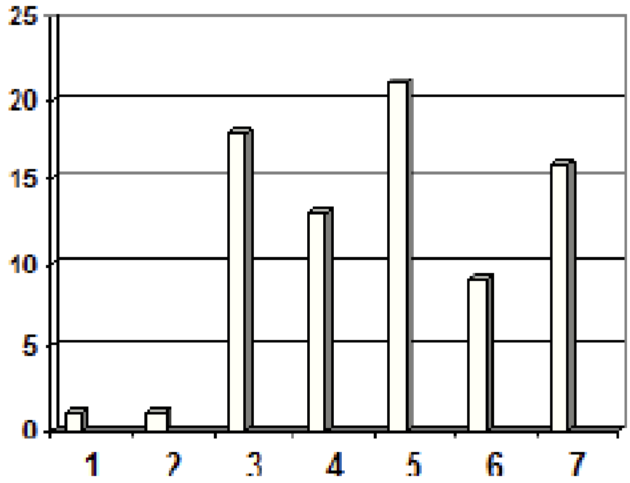


Figure 24 : Le nombre de colonnes des tableaux

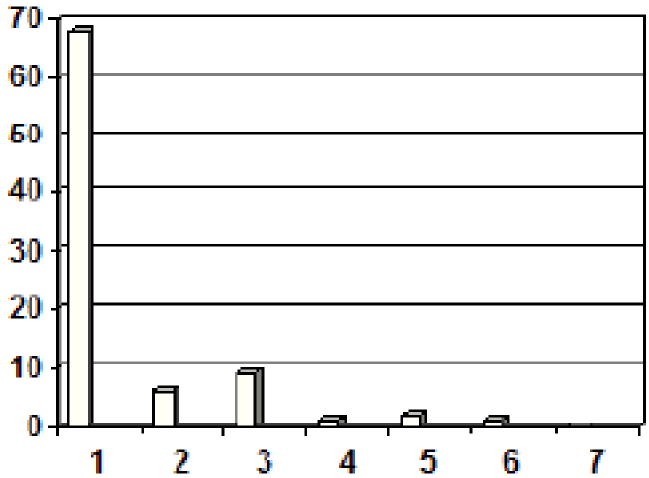


Figure 25 Le nombre de lignes des tableaux

La variété des profils de tableaux de données statistiques, se retrouvait très vite limitée :

- - à une quasi-centration sur des tableaux d'une seule ligne
- - à une forte place accordée au nombre de colonnes, compris entre 3 et 7 (en fonction des limites données au champ d'investigation lancé pour cette étude),
- - et surtout vers un nombre important de cas de figures non suggérés aux élèves.
- Quelles étaient aussi les compétences élèves recherchées à partir d'un tableau de données statistiques à l'intérieur des manuels de cycle III ?

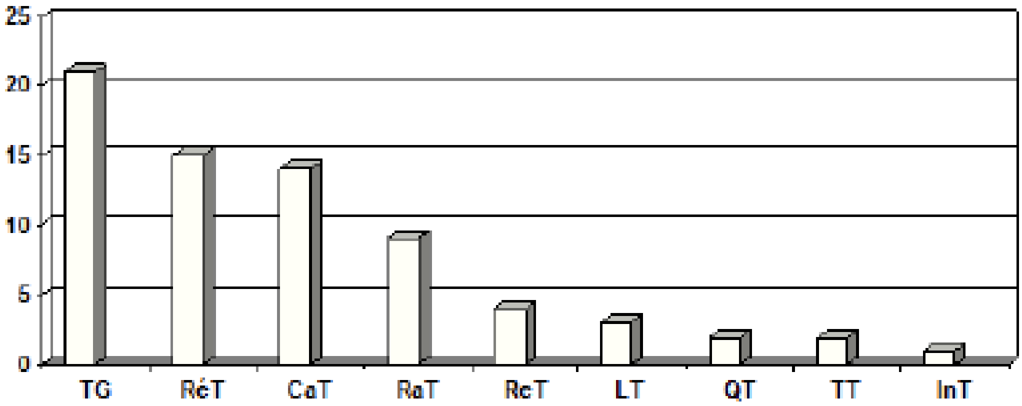


Figure 26 : Les compétences mises en jeu par les élèves à partir des tableaux statistiques

- Constat n°1 : l'ordre d'importance laissait apparaître de fortes différences entre les compétences élèves, attendues par les concepteurs des manuels ; les voilà présentées par ordre décroissant :

TG : Donner une présentation Graphique à partir d'un Tableau,

RéT : Répondre à une question à partir d'un tableau,

CaT : Faire un calcul à partir d'un tableau,

RaT : Ranger des données à partir d'un tableau,

ReT : Repérer des variables à partir d'un tableau,

LT : Lire à partir d'un tableau,

QT : Poser une question à partir d'un tableau,

TT : Donner une nouvelle présentation tableau à partir d'un premier tableau.

- Constat n°2 : Nette priorité accordée aux activités mathématiques de l'élève à partir des tableaux, au détriment des autres formes de représentations statistiques.
- Constat n°3 : Installation d'habitudes, de liens entre tâches-élèves réclamées et types de graphiques utilisés.
- Constat n°4 : Influence marquée pour les démarches mathématiques avec comme aspects importants : transformer, répondre, calculer, etc., et aspect mineur accordé à la prise de distance statistique.
- Qu'en était-il du profil des graphiques rencontrés ?

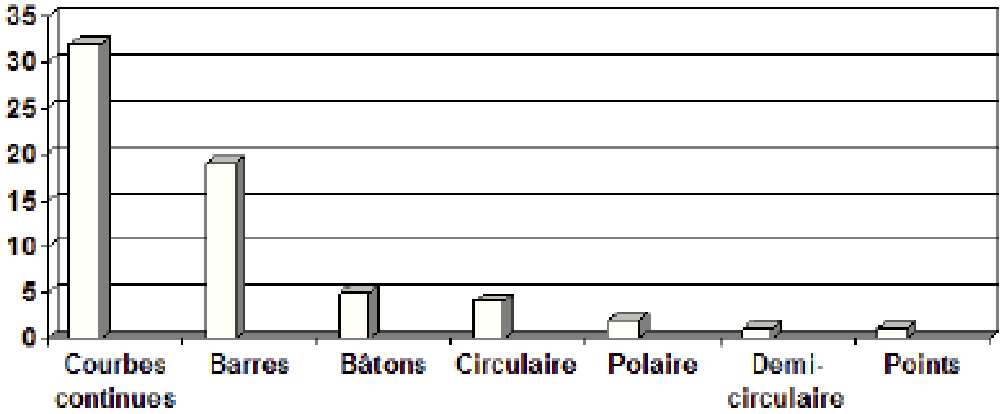


Figure 27 : Les présentations des graphiques statistiques présentés aux élèves

De la lecture de la figure précédente, nous relevions :

- un très fort déséquilibre quant au choix du type de représentation graphique,
- une prédominance écrasante pour la présentation *en courbes* et *en barres*,
- une faible utilisation des formes *bâton* et *circu*laire,
- une quasi-mise à l'écart des autres formes (*demi-circulaire*, *polaire*, *par points, etc.*),
- une quasi-ignorance de l'habitude de créer des va-et-vient entre forme *tableau* / *graphiqu*e et présentation littérale.

Remarque supplémentaire : une seule sollicitation portée aux courbes *en escaliers* et une seule une présentation *couchée*.

- Quelles étaient les compétences élèves recherchées à partir d'un graphique statistique ?

Mis à part les faibles apports de InG (7 occurrences), de ReG (2) et de RMG (1), les activités élèves, donnaient priorité aux aspects mathématiques sur les aspects statistiques. Nous pouvions dire qu'il y avait installation d'habitudes pour les élèves entre activité réclamée et le type de graphique utilisé (ex : passer d'un tableau à un graphique donne priorité à l'aspect courbe continue). Quelles étaient, en tenant compte cette fois-ci de l'ensemble des résultats précédents, les compétences élèves recherchées à partir d'un graphique ou d'un tableau ?

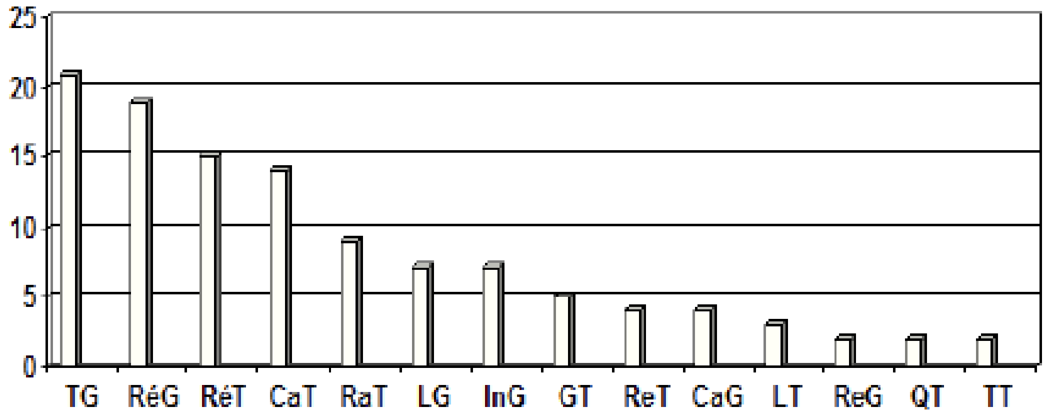


Figure 28 : Croisement des compétences mises en jeu à partir des tableaux et graphiques

En résumé, en regroupant tableaux et graphiques, deux tendances semblaient se dégager :

- - une priorité donnée aux activités portant sur les tableaux plutôt que sur les graphiques,
- - une priorité donnée aux aspects mathématiques avant les aspects statistiques.
- S'il y avait des questions intermédiaires non explicitées, quelles étaient alors les activités des élèves réclamées ?

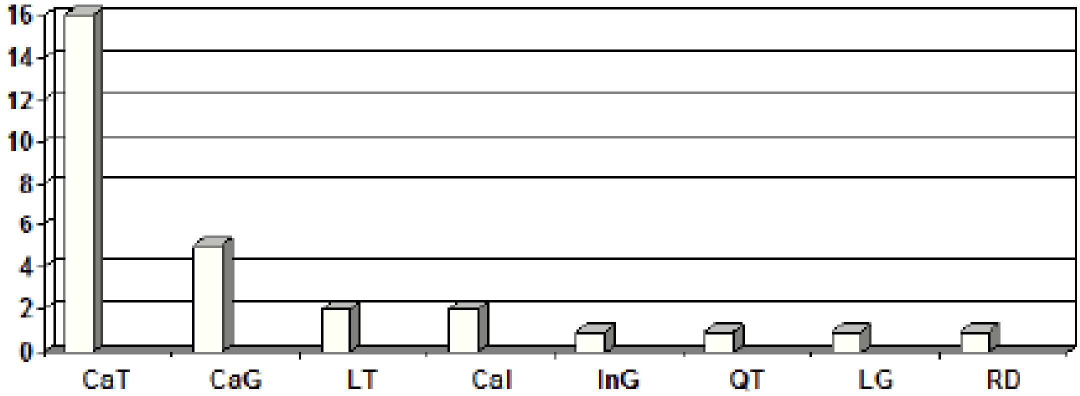


Figure 29 : Compétences contenues dans les questions intermédiaires

Dans ce cas, cette sollicitation portait essentiellement sur des calculs à faire ; de plus, ces calculs privilégiaient les tableaux au détriment des graphiques.

- S'il y avait ensuite des questions intermédiaires nettement explicitées, que se passait-il ?

La marque mathématique de l'activité se trouvait doublement exprimée au désavantage des aspects plus *statistiques*. Si les questions intermédiaires étaient explicitées, trois effets se constataient :

- un enfermement à l'intérieur du même type de représentation : tableau (58,8 %), graphique (24,1 %) ou iconique (6,8 %),
- un autre enfermement à l'intérieur d'une activité quasi-unique : la lecture,
- un ordre d'intérêt maintenu, entre les présentations : tableau (65,5 %), graphique (24,1 %) iconique (6,8 %).
- Et quelles étaient enfin les notions statistiques relevées dans ces manuels ?

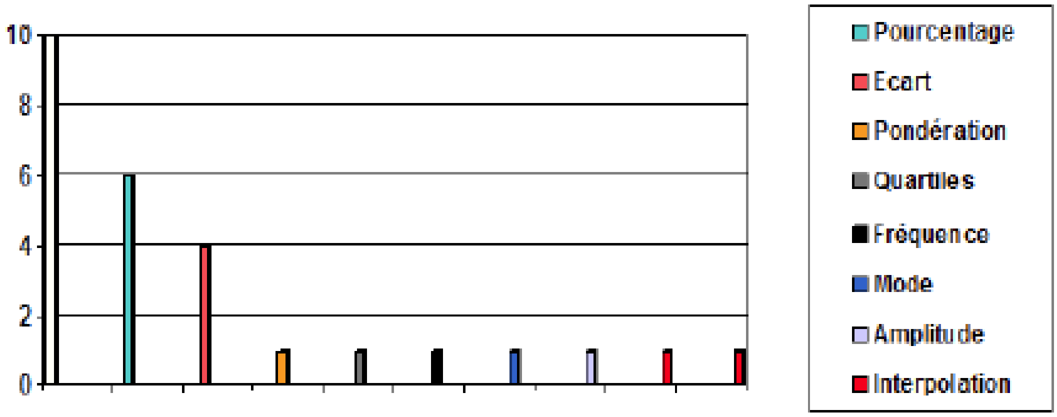


Figure 30: Notions statistiques relevées à l'intérieur des manuels

Le constat va en premier à la très faible part accordée à l'évocation de ces notions statistiques (de 10 occurrences sur 134 sollicitations statistiques (pour la moyenne) à 1 (!) occurrence sur 134 (pour les 7 dernières notions mathématiques). Là aussi, la priorité est donnée à un usage mathématique de celles-ci (lecture, calcul de moyenne et pourcentage), à une quasi-inexistence d'interprétation de l'incertitude, d'anticipation (mode, amplitude, interpolation, espace interquartiles, etc.).

En conclusion de cette première étude des manuels scolaires de CM1, nous pouvions alors conclure, qu'il n'y avait pas d'entrée statistique spécifique, ni réellement de sens à des situations statistiques données. Les postures attendues des élèves et donc celles auxquelles ils feront référence plus tard, semblaient inadaptées à l'approche statistique. Dans la plupart des situations, la présence statistique se caractérisait et se limitait à l'exploitation arithmétique des tableaux et graphiques et dans chaque cas, il s'en suivait une standardisation des formes. De toutes les situations, il ne ressortait pas ou très peu de démarche de construction de situations statistiques (enquête, recherche de données, etc.). Une part très faible était également laissée à l'interprétation de l'incertitude, à l'anticipation de l'issue des situations. En présence d'un questionnement ou d'une lecture de graphique, apparaissait la recherche d'effet de linéarité ou non ; donc relevant davantage de la proportionnalité que de l'analyse statistique. Les études ne faisaient que rarement appel à l'évocation des repères statistiques conventionnels (moyenne, mode, médiane, etc.). De plus la prise de décision ne s'appuyait que peu ou jamais, sur une habitude de créer des va-et-vient entre les formes *tableau*, *graphique* et *présentation littérale*, et ne questionnait jamais le choix des formes les plus judicieuses. Dans l'ensemble nous avions donc plutôt affaire à une mise en *habitudes techniques mathématiques* (opérations arithmétiques), des élèves à partir d'activités organisées autour des tableaux et graphiques plutôt qu'à une analyse en profondeur des logiques de construction statistique en jeu. L'ensemble s'accompagnait de peu de sens donné à un outil statistique permettant de traiter les situations faites en partie d'incertitude, pour en dégager compréhension et prise de décision.

3.2. Deuxième étude des manuels scolaires de mathématiques des élèves du cycle III de l'école élémentaire

3.2.1. Mise en place de l'étude

Cette deuxième recherche a étayé notre contribution aux journées de la SFDS de Lyon en 2008. Elle prenait appui pour des raisons identiques à celles évoquées lors de la première étude, sur une analyse des manuels scolaires. Organisée dans la suite de la première étude et convaincu de la nécessité de placer les élèves dans une perspective de continuité d'apprentissage entre l'école élémentaire et le collège, il nous paraissait indispensable de questionner la nature de la rencontre de ces élèves avec l'idée de variabilité. La raison première de cette deuxième recherche était de requestionner nos résultats déjà obtenus pour analyser de nouveau le contenu des manuels car entre temps, les programmes de 1995 avaient fait place à ceux de 2002, et ce changement se répercutait dans le choix des manuels. Le document d'accompagnement des programmes du cycle III (CNDP, 2002, p. 7), allait d'ailleurs dans le sens de notre recherche, en orientant nettement l'attente du Ministère de l'Éducation nationale vers une mise en apprentissage constructif des élèves, en les confrontant à des situations problèmes :

« … 1) qui mettent en valeur les compétences méthodologiques des élèves (prise de données, traitement de ces données, mise en forme, vérification des résultats, 2) qui s'organisent au travers de la capacité à résoudre les problèmes proposés, 3) et qui répondent à l'idée que la somme des maîtrises de chaque compétence permettra la maîtrise de la tâche complexe que représente la résolution de problèmes. »

Comme hypothèse de travail, nous avancions l'idée que les constats faits lors de la première étude, devaient perdurer avec les nouveaux programmes. Nous les reposions donc synthétiquement par le tableau de présentation que voici :

Tableau 69 : Premiers constats issus de la première recherche en vue de la seconde

Analyse des tableaux et graphiques	
Premiers constats	Autres constats
- Il ne figure pas d'entrée statistique spécifique. - Il n'y a pas réellement sens à des situations statistiques données. - Les postures attendues des élèves, semblent inadaptées à l'approche Statistique. - La présence statistique se caractérise et se limite à la lecture / remplissage de tableaux et graphiques. - Une part très faible est laissée à l'interprétation de l'incertitude et à l'anticipation.	- Une priorité indéniable se dessine au profit des tableaux et au détriment des graphiques. - Il s'installe une arithmétisation des situations statistiques, une standardisation des tableaux (1 ligne, de 3 à 7 colonnes), un éventail limité des formes graphiques mises en jeu (quasi-exclusivité des courbes continues et des barres). - Une analyse des situations relève plus souvent du ressort de la proportionnalité que de celui de l'analyse statistique. - Il ne ressort qu'une très faible évocation des repères statistiques conventionnels (moyenne, mode, médiane, etc.). - Il n'existe que peu ou pas d'habitude de créer des va-et-vient entre les formes tableau, graphique et présentation littérale.

Mais pourquoi engager une deuxième étude des manuels scolaires ? Certes, nous voulions aborder le parallèle entre les manuels répondant aux programmes de 1995 et ceux de 2002, mais en plus, nous faisions le constat que le champ d'observation de la première étude ne pouvait pas être totalement représentatif de la question posée. En effet, après lecture de toutes les situations-problèmes proposées aux élèves et l'extraction parmi celles-ci de toutes les sollicitations statistiques, de toutes pages des manuels, nous avions jusque-là limité cette population à tous les exemples mettant en acte l'usage de tableaux ou représentations graphiques. La lecture et prise en compte des travaux de recherche de Raymond Duval (DUVAL, 1993, 1995, 2002), portant sur l'importance et le rôle des registres sémiotiques dans la conceptualisation des objets étudiés et par la suite, la prise en compte des travaux entrepris par son équipe, en particulier ceux de Dominique Lahanier-Reuter (LAHANIER-REUTER, 2002), nous ont obligé à élargir notre vision trop restrictive des supports des situations statistiques. Cette remarque dépassait la simple modification du contenu statistique ; le fond s'accompagnant de la forme. Notre vision personnelle d'une situation statistique fut requestionnée pour en définir ce que nous avions alors nommé les situations *implicitement statistiques*. Le caractère statistique n'était plus dicté par la forme apparente (tableau, diagramme, graphique…) à laquelle l'aspect scolaire nous habituait, mais par la démarche de résolution qu'elle réclamait à l'élève. La difficulté résidait dans le constat fait lors de la première étude : il était paradoxal de repérer la présence de cette démarche si par trait habituel, les manuels avaient tendance à *mathématiser* (dans le sens d'appliquer des opérations arithmétiques), le rapport des élèves à ces situations *implicitement statistiques* ! Ce positionnement permettrait une description plus précise et complète des rapports entretenus par les élèves avec les variables rencontrées, avec l'idée de variabilité et l'usage de *parcours sémiotiques* qui en résultaient (c'est-à-dire de cheminement d'un registre à l'autre dans la résolution des tâches à l'intérieur d'une même situation *implicitement statistique*). Cette fois-ci, pour analyser les situations proposées par les manuels, nous retenions également les situations qui faisaient appel aux listes, textes en langue naturelle, cartes, illustrations ou droites graduées, avec commentaires chiffrés.

De la même manière, les ouvrages de D. Schwartz (SCHWARTZ, 1994), nous obligeaient également à ouvrir et préciser notre définition apportée à l'idée de variabilité ; c'est ce que nous inscrivions alors. La variabilité se rencontre :

- quand la connaissance de la valeur prise par une variable pour décrire un individu, ne permet aucune anticipation certaine de la connaissance de la valeur prise par cette même variable pour décrire un autre individu,
- quand la connaissance de la valeur prise par une variable pour décrire un individu à un temps t1, ne permet aucune anticipation certaine de la connaissance de la valeur prise par cette même variable pour décrire le même individu mais à un temps t2,
- quand la connaissance de la valeur de référence prise par une variable sur un échantillon extrait d'une population, ne permet aucune anticipation certaine de la valeur de référence prise par cette même variable sur un autre échantillon extrait de la même population.

L'enjeu de notre recherche était donc de partir de manière systématique, de toutes les situations présentes à l'intérieur des manuels, pour en identifier celles que nous avions qualifiées d*'implicitement statistiques*, c'est-à-dire qui, dans les faits et de manière implicite, de par leur nature et le traitement qui peut leur être appliqué, présentaient une incertitude décisionnelle. Ne plus s'attacher à la forme imposait de préciser davantage le fond. A l'autre extrémité de la chaîne de traitement des données, nous avions aussi voulu affiner l'idée d'une *efficience statistique*. La recherche précédente avait montré les limites à l'interprétation. Par cette deuxième recherche, nous essayions de compléter la première par l'observation non seulement de l'incitation à interpréter les résultats, mais aussi par l'observation de l'élargissement de ceux-ci. Ainsi, comment la présence d'une *efficience statistique* pouvait-elle se traduire ? Voilà ce que nous gardions : une situation reconnue comme *implicitement statistique* apportait une *efficience statistique* si elle engageait :

- soit une incitation à interpréter,
- soit une sollicitation à élargir les résultats à la population entière ou à les projeter dans le futur,

· soit par les deux entrées précédentes réunies.

Nous présentions alors **les variables étudiées** qui permettraient de vérifier et compléter la première étude. Les voici rassemblées à l'intérieur du tableau suivant :

Tableau 70 : Les variables retenues pour la deuxième étude

V1	Existence d'un chapitre spécifique du manuel,
V2	Référence au programme scolaire (Numération / Géométrie / Calcul et Opérations / résolution de Problèmes / Mesures)
V3	Type d'étude : chronologique ou diachronique
V4	Suffisance ou non des données fournies à l'élève.
V5	Référence du champ disciplinaire servant de base à la situation (géographie, histoire, biologie…)
V6	Nombre d'individus étudiés dans la situation proposée
V7	Nombre de variables en jeu
V8	Parcours sémiotique demandé à l'élève
V9	Activités successives réclamées aux élèves
V10	Caractéristiques des registres sémiotiques : types de tableaux, diagrammes, graphiques, illustrations… utilisés
V11	Caractéristiques des variables en jeu
V12	Présence ou non d'une analyse agissant par croisement de variables
V13	Présence ou non d'une “efficience statistique”

Voici ensuite la liste par catégorie, **des domaines scientifiques de référence**, pour les situations proposées, telles qu'elles apparaissent dans les manuels :

Tableau 71 : Classement des domaines de référence pour la deuxième étude

G	La géographie
D	La démographie
H	L'histoire
S	Le secteur social
BA	La biologie animale
BH	La biologie humaine
BV	La biologie autre que BA ou BH
AM	Les arts (titres des chansons…) ou des Informations (médias…)
E	L'économie
AC	Les achats (factures, prix, bénéfice/dépense…)
T	La technologie
F	Formes géométriques

Dans un second temps, nous avons rassemblé les entrées englobant les domaines traitant de la biologie. Et en définitive, voici les différentes activités demandées aux élèves :

Tableau 72 : Activités des élèves retenues pour la deuxième étude

À partir d'un tableau, d'un diagramme, d'un graphique, d'une illustration, d'une carte, d'une liste, d'un registre laissé au choix de l'élève, être capable :			
A	**Anticiper l'évolution d'une situation**	**In**	**Interpréter**
Ar	**Arrondir des données**	**L**	**Lire**
Ca	**Calculer**	**Ra**	**Ranger, classer des données**
Co	**Comparer des données**	**Rm**	**Repérer les modalités d'une variable**
Cp	**Compléter des données**	**Re**	**Repérer des variables**
C	**Construire sans représentation initiale**	**Ré**	**Répondre à une question**
Dé	**Décomposer des nombres**	**-**	**Transformer une représentation en une autre**
Ec	**Écrire en lettres**	**Q**	**Questionner**

Il était nécessaire de préciser la gradation des compétences-élèves demandées entre :

- *Lire*, entendu dans le sens de lire les données et éventuellement les recopier (l'élève n'est pas sensé comprendre la logique de leur présentation),
- *Répondre*, entendu dans le sens où l'élève est sensé comprendre la logique de présentation des données pour restituer l'information demandée,
- *Questionner*, dans le sens où l'élève est sensé lire, comprendre la logique de présentation des données pour non seulement répondre, mais aussi chercher à questionner ces données.

Voici maintenant les caractéristiques des variables étudiées :

			Selon une échelle :
Variables Qualitatives	nominale	QIN	nominale
	ordinale	QIO	ordinale
Variables Quantitatives précisant :	La mesure qui donne lieu à une note	Qta	
			d'intervalle
	La mesure d'une température	QtT°	
	le cardinal d'une population	QtC	d'ordre
	la mesure d'une masse	QtM	
	la mesure d'un volume	QtV	
	la mesure d'une durée	QtT	
	la mesure d'une longueur	QtL	
	la mesure d'un prix	QtPr	
	La mesure d'une aire	QtA	
	La mesure par un rapport de mesure (ex : km/h…)	QtR	
Variables dont la nature est non fixée		QNF	Non fixée

Tableau 73 : Classement des variables lors de la deuxième étude

Le champ d'expérimentation s'établissait selon la même logique que la première expérimentation, c'est-à-dire par l'analyse portant sur les ouvrages de mathématiques du cycle III, limités à ceux de CM1, déposés à l'IUFM de Saint-Étienne et retenus parmi tous les ouvrages mis à la disposition des enseignants au moment de l'étude. La liste de ces ouvrages est contenue à l'intérieur du tableau suivant :

Tableau 74 : Liste des ouvrages analysés pour la deuxième étude

1	Sep. 2004	*Maths Collection Thévenet*	Édit. Bordas
2	Fév. 2006	*Euro Maths*	Édit. Hatier
3	Fév. 2006	*A portée des maths*	Édit. Hachette Éducation
4	Avril 2005	*J'apprends les maths*	Édit. Retz
5	Avril 2006	*Nouveau math outil*	Édit. Magnard
6	Mars 2003	*Mathématiques Collection Diagonale*	Édit. Nathan
7	Fév. 2005	*Pour comprendre les mathématiques*	Édit. Hachette Éducation

Nous pouvons rappeler que tous ces manuels suivent les programmes de 2002.

Comme pour la première étude, la méthodologie de recherche s'est fondée sur le repérage de toutes les situations *implicitement statistiques*, c'est-à-dire qui, implicitement, de par leur nature et le traitement qui peut leur être appliqué, offrent une ouverture statistique possible. Elle englobait l'étude de toutes les sollicitations (questions, activités, tâches) demandées aux élèves à l'intérieur de ces situations (parties *découverte* et *situations-problèmes*) en posant l'hypothèse toujours, que les enseignants concernés suivraient l'entièreté du contenu des manuels tout au long de l'année scolaire aussi bien pour ce qui relève des aspects découvertes des notions que de celles de leur réemploi. Précisons que dans l'exigence d'aller au plus prêt de l'idée d'une situation implicitement statistique, nous avions écarté toutes celles pour lesquelles les élèves pouvaient entrevoir une issue (exemple, les situations de proportionnalité, suites mathématiques, etc.). De plus, le choix fut également limité aux situations rassemblant un minimum de 5 données distinctes pour laisser la possibilité de saisir une tendance pour une variable basique à deux modalités minimales.

3.2.2. Les résultats de cette deuxième étude

Dans la continuité de la première étude, les situations dites *implicitement statistiques*, étaient incluses (V1) dans l'ensemble des domaines mathématiques et réparties sur toute l'année scolaire. Nous notions tout de même l'amorce en réponse aux programmes, de la présence d'un chapitre *traitement de données* qui concernait directement l'apprentissage de la statistique.

Nous avons ensuite observé (V2), la manière avec laquelle se rangeaient les situations *implicitement statistiques* à l'intérieur des chapitres des manuels (selon les domaines mathématiques tels qu'ils apparaissaient sous la forme de chapitres à l'intérieur des manuels : Pb : problème, N : numération, nombre et calcul, C : calcul, G : géométrie, RDN : rangement de données numériques, M : mesures).

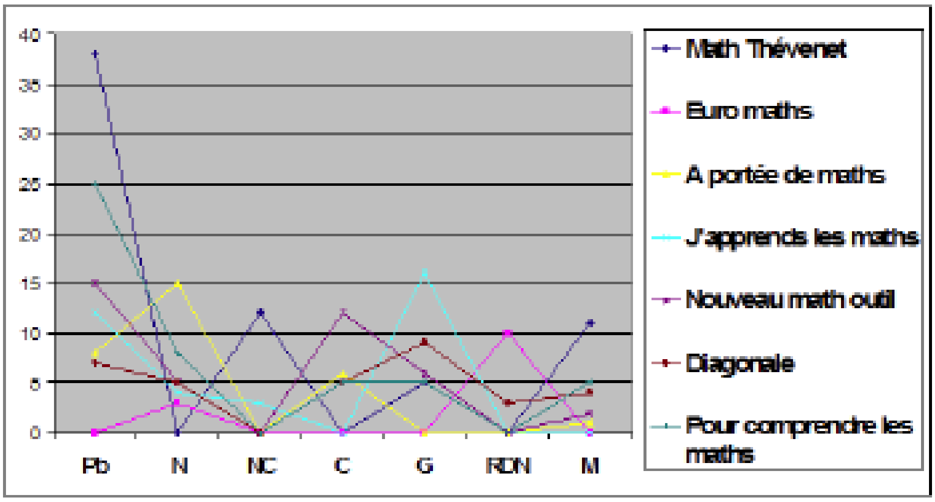


Figure 31 : La présence statistique et les domaines mathématiques dans les manuels

Nous avions constaté :

- une certaine homogénéité entre les manuels analysés,
- l'apparition d'un chapitre proche de la démarche statistique (RDN) (*rangement de données numériques*, pour 2 manuels seulement),
- et une excroissance pour le chapitre (Pb) ; l'apprentissage de la résolution de situation implicitement statistique se posait par priorité par l'action de l'élève face à des situations problèmes plutôt qu'à partir d'exercices de découverte guidés par l'enseignant.

Si nous faisions retour sur un des résultats de la première étude :

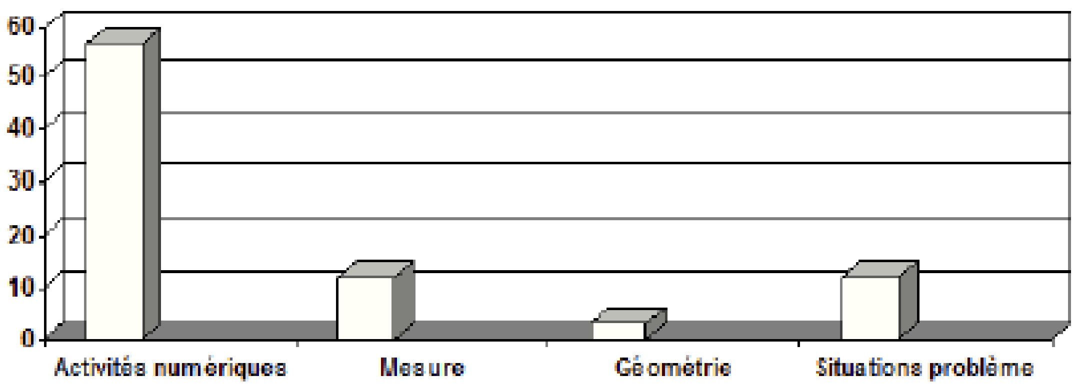


Figure 32 : Retour sur la présence statistique et les domaines mathématiques de l'étude 1

… pour les mettre en comparaison avec celui de la deuxième étude :

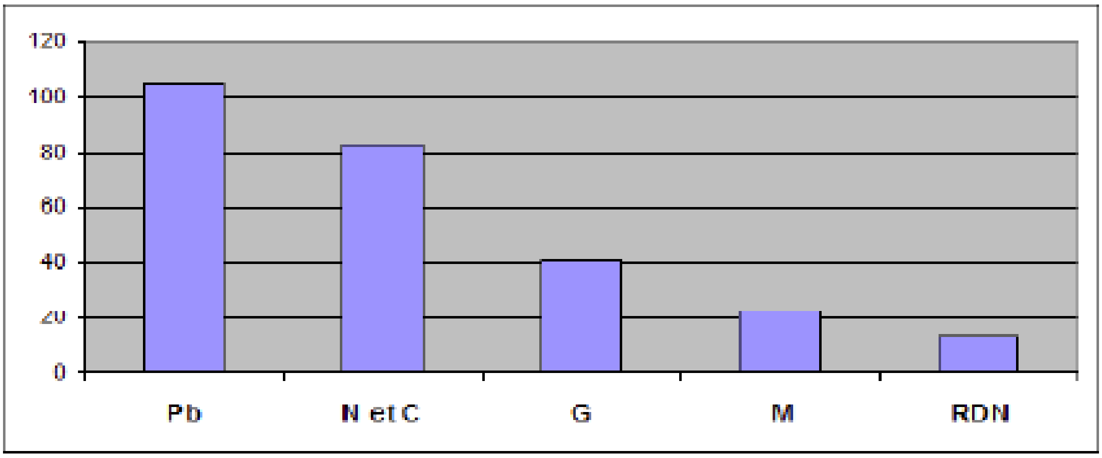


Figure 33 : La présence statistique et les domaines mathématiques de l'étude 2

… nous percevions alors que le parallèle entre les deux, montrait un glissement de cette présence statistique des chapitres *activités numériques* vers les chapitres *problème*. D'où peut-être l'effet sur un passage dans l'apprentissage de la statistique, de l'application vers la mise en situation induite par l'évolution des programmes de 2002.

Nous analysions ensuite le type de situations proposées aux élèves : étaient-elles chronologiques ou diachroniques (V3) ?

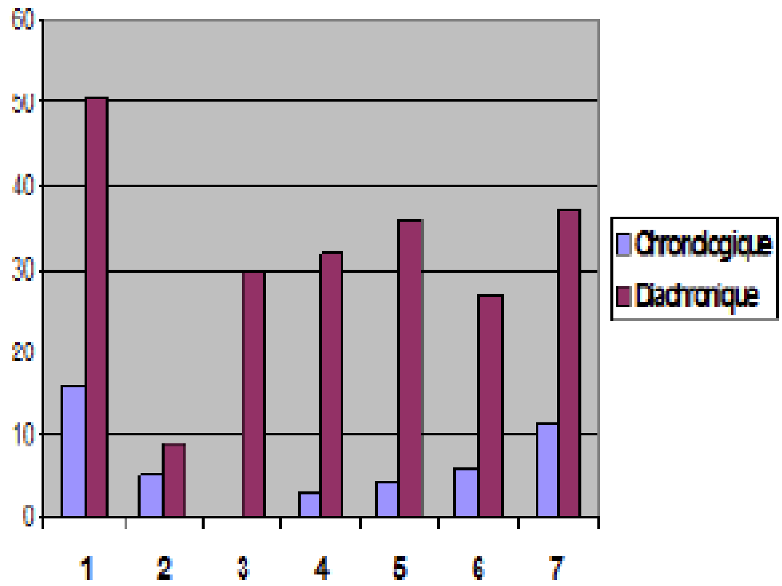


Figure 34 : Les aspects chronologiques/diachroniques

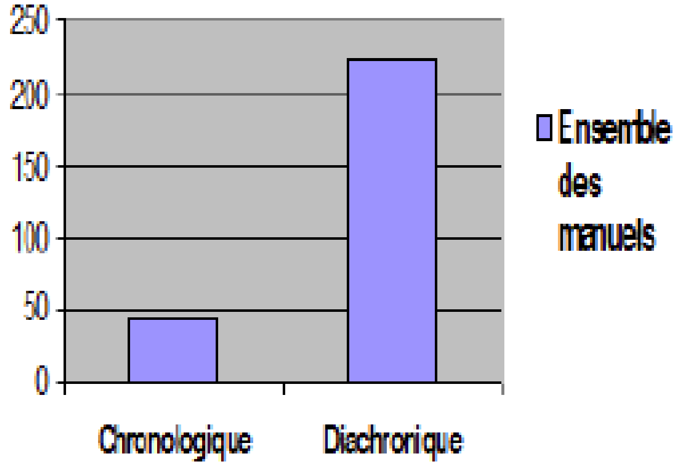


Figure 35 : Globalité des aspects chronologiques/diachroniques

Une forme d'homogénéité des résultats se dégageait de l'ensemble des manuels. Par rapport à l'ensemble des situations observées, nous obtenions :

- un taux de présence des variables chronologiques : 12,2 %,
- un taux de présence des variables diachroniques : 87,8 %.

Le résultat était sans appel, avec une écrasante mise en valeur de l'aspect diachronique (état des lieux d'une situation à un moment donné), plutôt qu'à l'évolution de cette dernière dans le temps.

De la variable (V4), (*Suffisance ou non des données fournies à l'élève*), nous avons relevé les effets suivants :

L'analyse des manuels donnait des résultats réguliers : les situations étaient pour la plupart, présentées comme fermées (données suffisantes : 96,6 %) ; ce qui ne prédisposait pas à une incitation à mettre les élèves en travail d'enquête statistique !

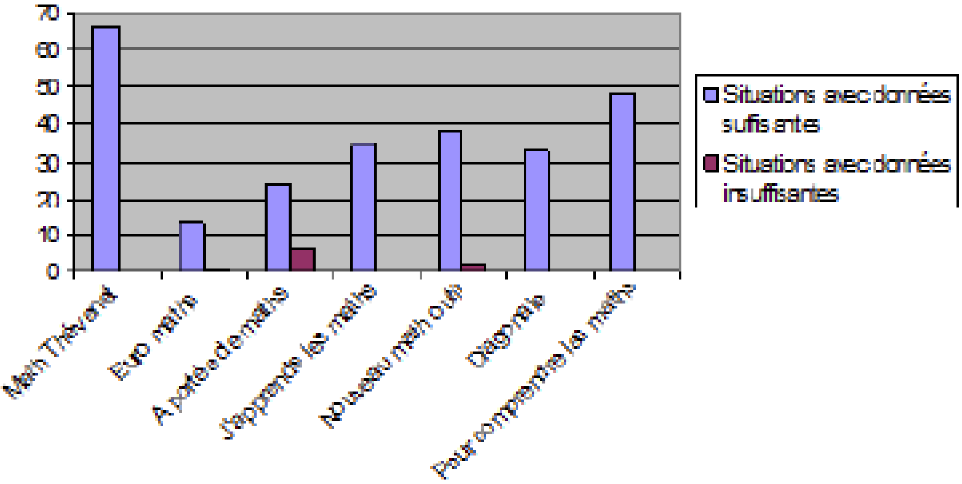


Figure 36 : Données suffisantes /insuffisantes

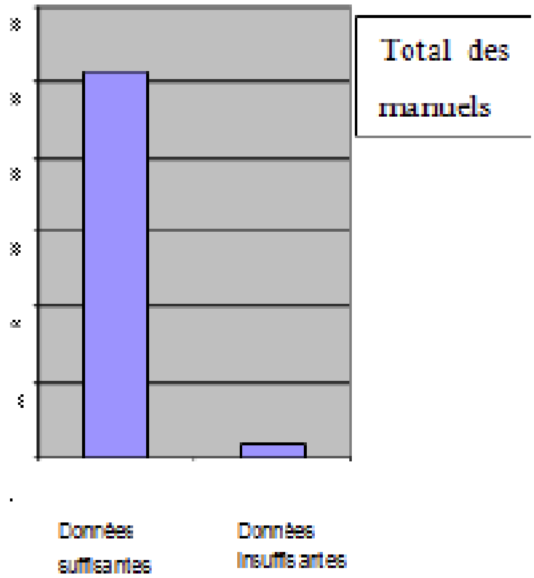


Figure 37 : Globalité des données suffisantes /insuffisantes

Nous avons par la suite observé le rattachement des énoncés des situations *implicitement statistiques* aux domaines scientifiques de référence.

BA	Biologie animale	G	Géographie
BH	Biologie humaine	T	Technologie
BV	Biologie autre que BA ou BH	H	de l'histoire
AC	Achats (factures, prix, bénéfice/dépense…)	AM	Arts (titres des chansons…) ou des Informations (médias…)
E	Économie	S	Secteur social
D	Démographie	F	Formes géométriques

Tableau 75 : Les domaines de référence et les manuels scolaires (2ème étude)

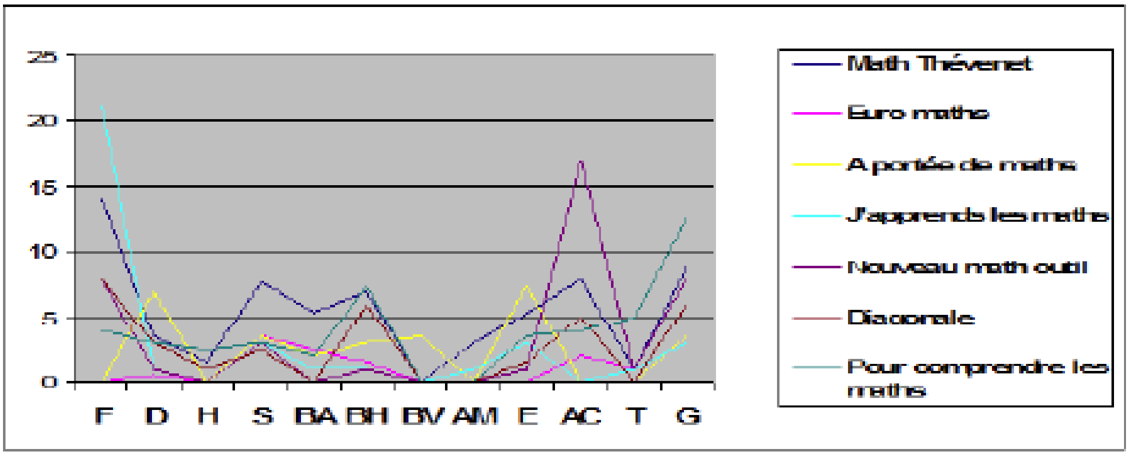


Figure 38 : Les domaines de référence et les manuels scolaires (2ème étude)

Des traits de similitude apparaissaient entre les différents manuels, et sur l'ensemble des manuels :

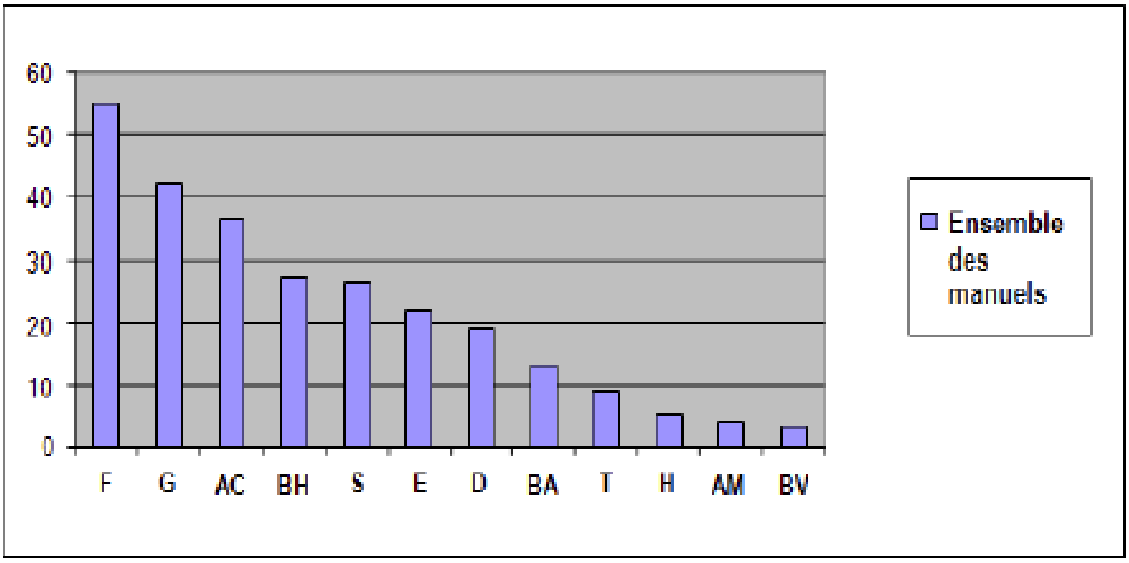


Figure 39 : La globalité des domaines de référence (2ème étude)

Après regroupement des objets concernant la biologie et ceux concernant l'économie, nous remarquions alors les places majeures tenues par F (Formes géométriques), G (Géographie), A (Achats), et même D (Démographie). L'incertitude dans le choix des formes géographiques, dans des suites incomplètes qui potentiellement pourraient demandées à être statistiquement complétées, étaient très souvent présentes dans les manuels. Par contre, peu de place cédée à l'Histoire et chose surprenante, si l'on met en comparaison le fonctionnement de la vie hors l'école, de la place accordée aux thèmes se référant à la Technologie.

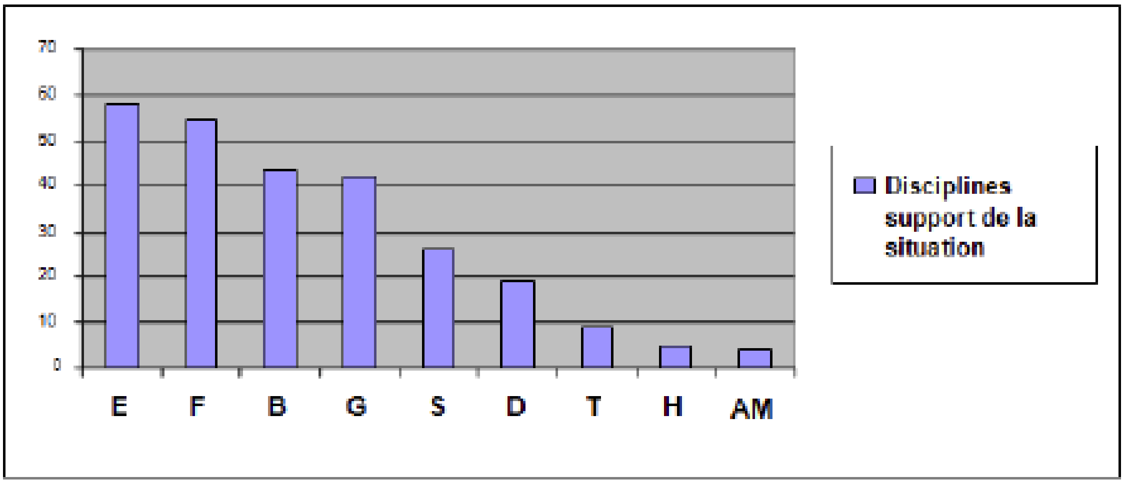


Figure 40 : La globalité resserrée des domaines de référence (2ème étude)

- L'observation se porta aussi sur le nombre d'individus en jeu dans les situations proposées :

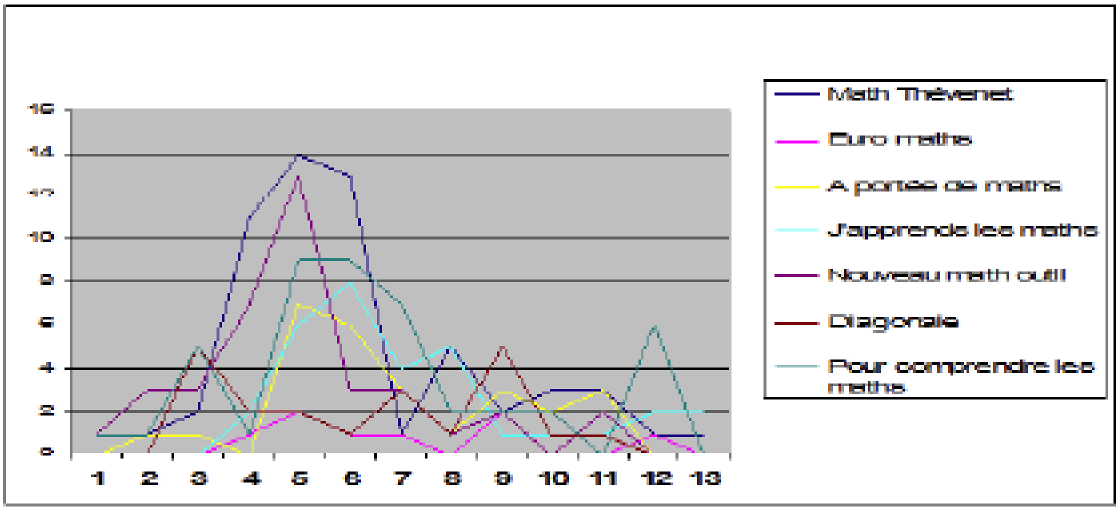


Figure 41 : Nombre d'individus à l'intérieur des situations statistiques des manuels

Avec le constat d'une homogénéité des silhouettes ; et sur l'ensemble des manuels :

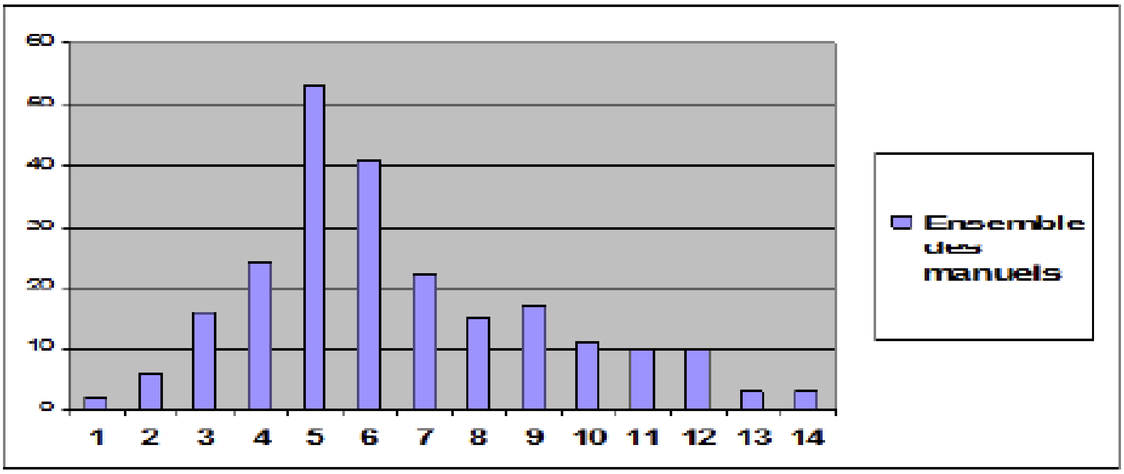


Figure 42 : Nombre d'individus à l'intérieur de l'ensemble des situations statistiques des manuels

Le nombre d'individus en jeu dans les situations proposées, montrait un profil type avec un pic pour 5 et 6 individus.

- Quel était le nombre de variables en jeu ?

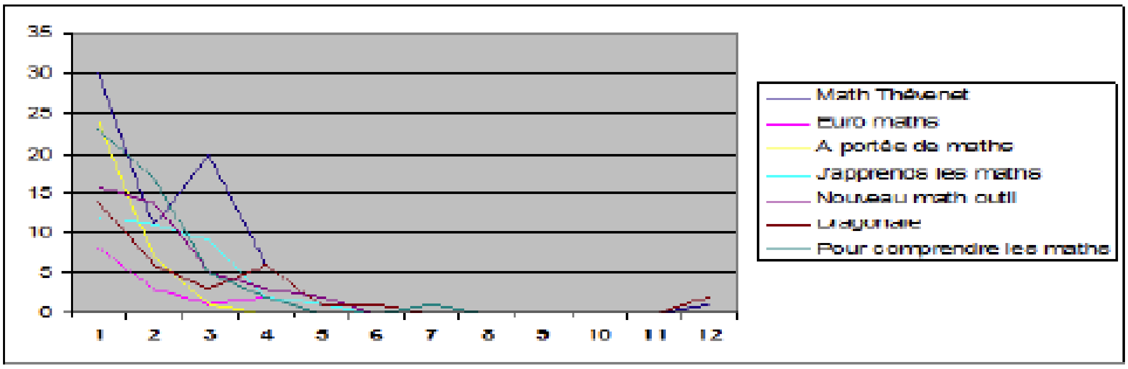


Figure 43 : Nombre de variables des situations statistiques des manuels (2ème étude)

Nous constations là aussi, une certaine homogénéité des résultats entre les manuels, et sur l'ensemble :

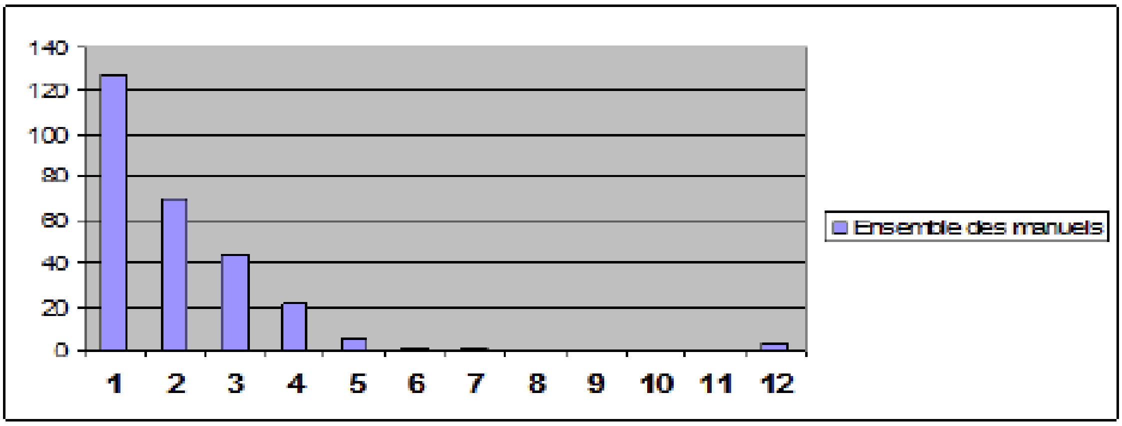


Figure 44 : Nombre de variables dans l'ensemble des situations statistiques des manuels (2ème étude)

La majorité des situations se présentait avec une seule variable en jeu ; le diagramme montrait le mouvement très vite décroissant du nombre de variables.

· Quelle était alors la nature des registres sémiotiques utilisés par les élèves ?

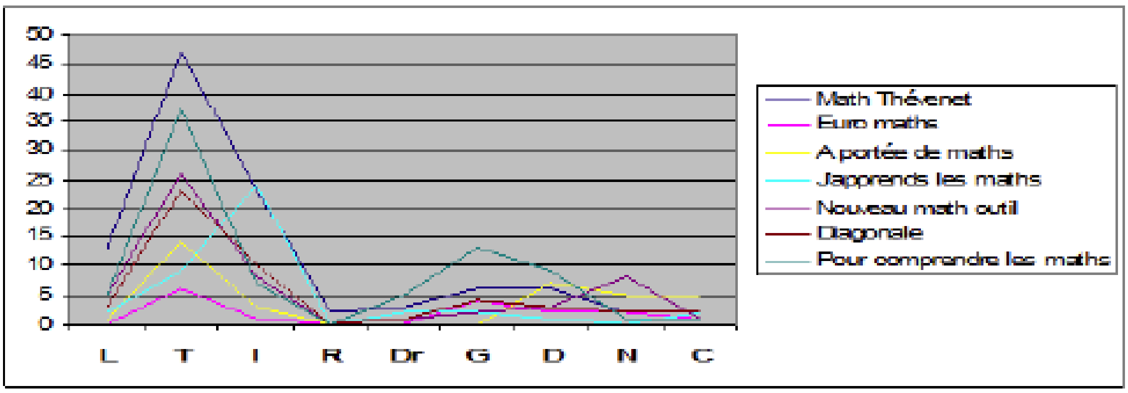


Figure 45 : Les registres sémiotiques en jeu dans les situations statistiques des manuels

Là, également une homogénéité se repérait entre les manuels, avec comme particularité aiguë, une écrasante prédominance donnée à l'usage des tableaux (malgré l'ouverture à d'autres registres sémiotiques). Voici, sur l'ensemble des manuels, ce que nous obtenions :

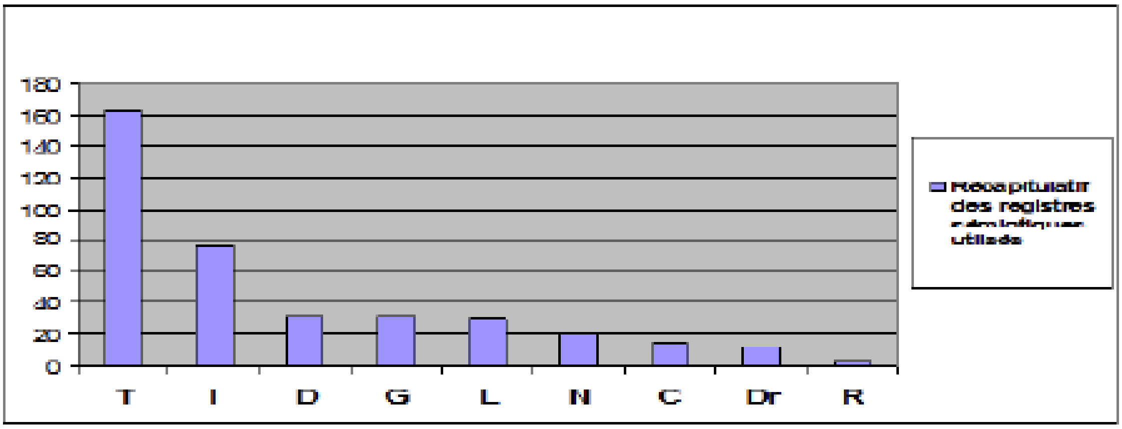


Figure 46 : Les registres sémiotiques dans l'ensemble des manuels (2ème étude)

Nous constations une priorité qui allait aux tableaux, et une faible part aux diagrammes et graphiques. Une place non négligeable était offerte aux illustrations et aux listes ; ce qui questionne la nécessité d'un travail d'appropriation à organiser pour les élèves par les enseignants.

Pour compléter ce qui précède, quels registres sémiotiques étaient empruntés par les élèves ?

- dans le cas où les activités se concentraient sur un seul registre :

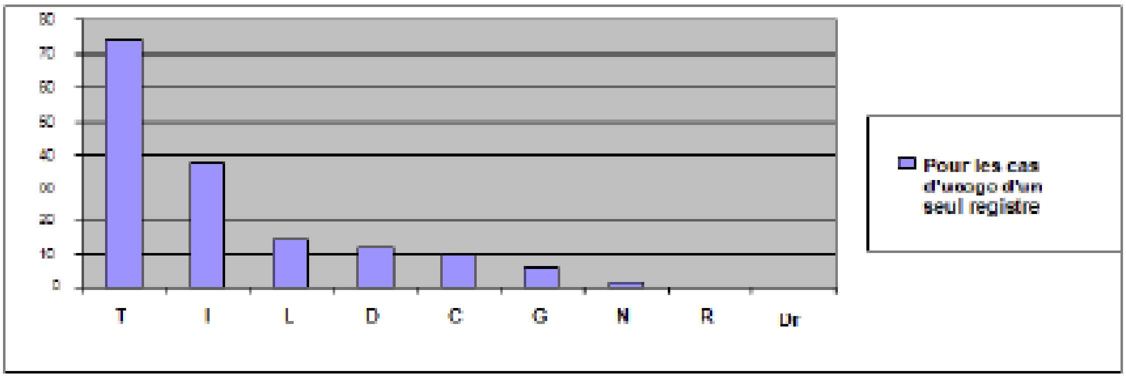


Figure 47 : Répartition des profils pour un seul registre sémiotique

- dans le cas où les activités faisaient usage simultanément de deux registres sémiotiques :

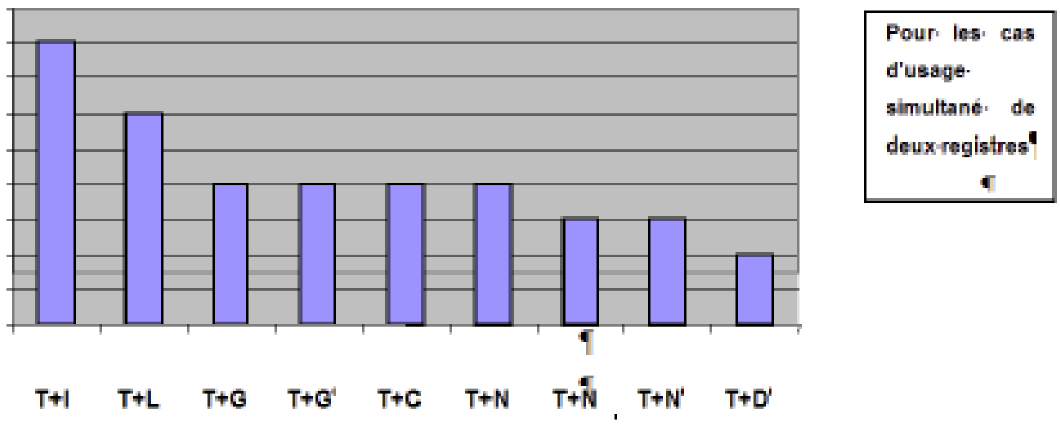


Figure 48 : Répartition des profils pour un usage simultané de deux registres sémiotiques

Il ressortait une place importante tenue par les tableaux en duo avec un autre registre.

Nous observions que :

- Il n'y avait qu'un seul cas d'activités faisant usage simultanément de trois registres sémiotiques (G+T+L).
- Il n'y avait pas de cas d'activités faisant usage simultanément de plus de trois registres sémiotiques.
- Quels parcours sémiotiques empruntaient les élèves ?

Dans le cas où ils passaient d'un registre à un autre registre mais différent du premier :

D'un tableau vers un autre registre, différent	33
D'une illustration vers un autre registre, différent	21
D'un texte en langue naturelle vers un autre registre, différent	3
D'un diagramme vers un autre registre, différent	1
D'une carte vers un autre registre, différent	1
D'une liste vers un autre registre, différent	1

Tableau 76 : Parcours sémiotique avec changement de registres

Nous observions que :

- La variété s'épuisait très vite,
- La place prioritaire allait aux T,
- Une place importante était réservée aux I,
- Les G et D semblaient anormalement ignorés.

Mêmes remarques que précédemment, mais quand les élèves sont invités à rester sur un registre de représentation de même nature :

Tableau 77 : Parcours sémiotique avec conservation de la forme de registre

D'un tableau vers un autre tableau	75
D'une illustration vers une autre illustration	38
D'une liste vers une autre liste	14
D'un diagramme vers un autre diagramme	12
D'une carte vers une autre carte	8
D'un graphique vers un autre graphique	6
D'un texte en langue naturelle vers un autre texte en langue naturelle	2
D'une droite graduée vers une autre droite graduée	0
D'un registre non réclamé vers un registre non réclamé	0

Une place importante des listes servait de *tremplin* vers d'autres registres et nous nous retrouvions selon le même ordre d'importance : T, I, L, D ; les cartes tenaient une place importante ; par contre, les autres registres : G, et surtout N, Dr et R, étaient très peu évoqués.

Détaillons les deux plus importants parcours sémiotiques :

- Si l'élève part d'un tableau, nous obtenions :

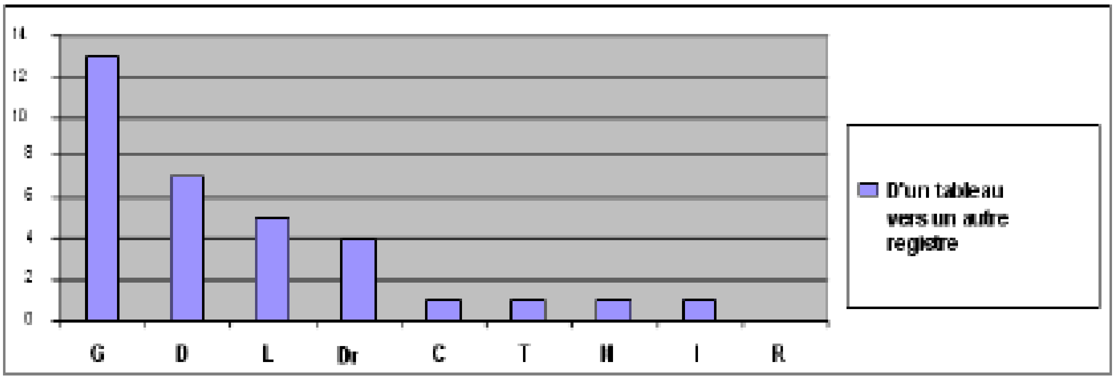


Figure 49 : Les parcours sémiotiques importants à partir d'un tableau

On retrouvait la primeur donnée au lien statistique conventionnel (T/G/D).

- Et si l'élève partait d'une illustration :

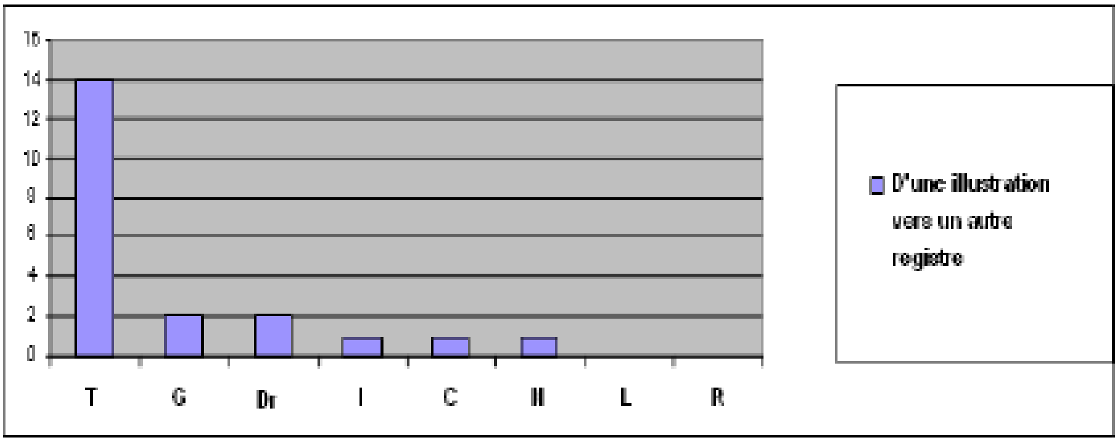


Figure 50 : Les parcours sémiotiques importants à partir d'une illustration

Nous constations l'aspect absorbant des tableaux. Ces deux derniers exemples montraient combien les parcours sémiotiques insistaient jusqu'à caricature sur une vision classique des situations statistiques.

Nous rassemblions ensuite l'ensemble des résultats précédents portant sur les parcours sémiotiques, en empruntant une forme radiale :

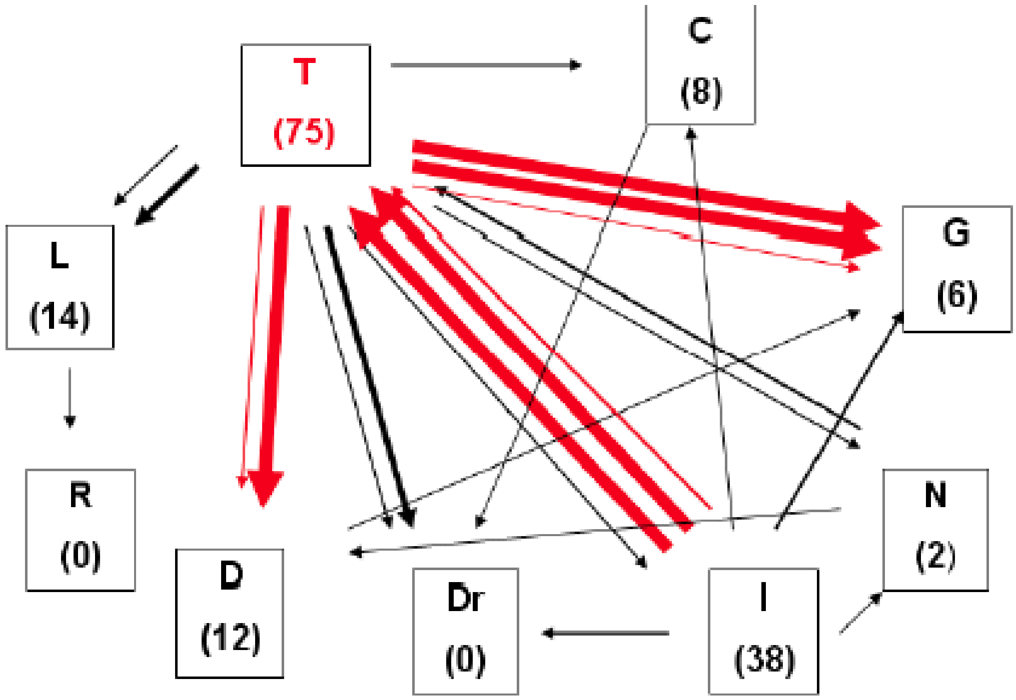


Figure 51 : Ensemble des parcours sémiotiques des situations statistiques des manuels

En conclusion, nous observions :

- que certaines relations étaient inexistantes (ex : L à G),
- que d'autres étaient nettement privilégiées (I vers T) et (T vers G),
- d'où la place centrale de T (arrivée + départ + réflexivité).

Cet état des lieux appelait entre autres choses, deux nécessités : le besoin de rééquilibrage entre les registres sémiotiques utilisés et l'inscription d'une didactique portant sur ces registres dans le cadre des programmes de l'école élémentaire.

- En complément, caractéristiques des registres sémiotiques :

Pour compléter la première étude qui avait analysé les différents types de diagrammes et graphiques utilisés, nous avons essayé de qualifier la nature des tableaux avec l'aide des travaux de Dominique Lahanier-Reuter) (Dominique Lahanier-Reuter, 2002, pp. 33- 46).

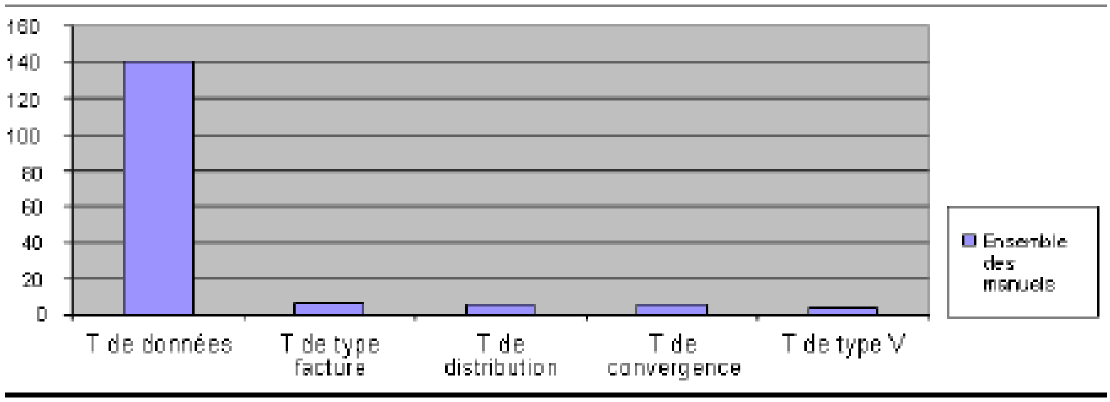


Figure 52 : Types des tableaux rencontrés dans les manuels

La variété des formes de tableaux n'était pas au rendez-vous. Nous relevions alors une prédominance des tableaux de données.

· Comparaison des compétences attendues des élèves entre les deux études :

En revenant aux résultats apportés par notre première étude, voici les compétences-élèves recherchées à partir d'un graphique ou d'un tableau selon les programmes de 1995 (cf. première étude) :

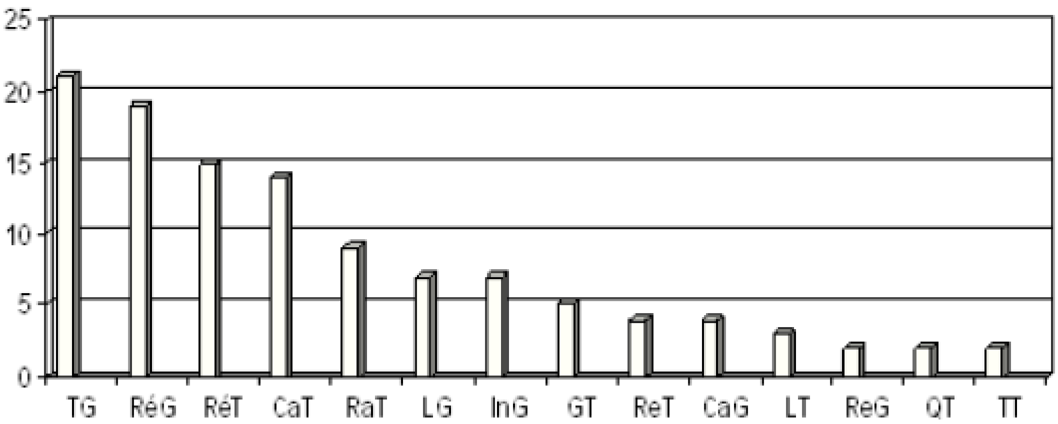


Figure 53 : Retour sur les compétences élèves attendues pour la première étude

Les compétences-élèves recherchées à partir d'un tableau ou d'un graphique (D ou G), montraient une suprématie de la demande mathématique (calculatoire) au détriment d'un aspect plus statistique.

En découvrant les résultats de cette deuxième enquête portant sur les programmes de 2002, que voici :

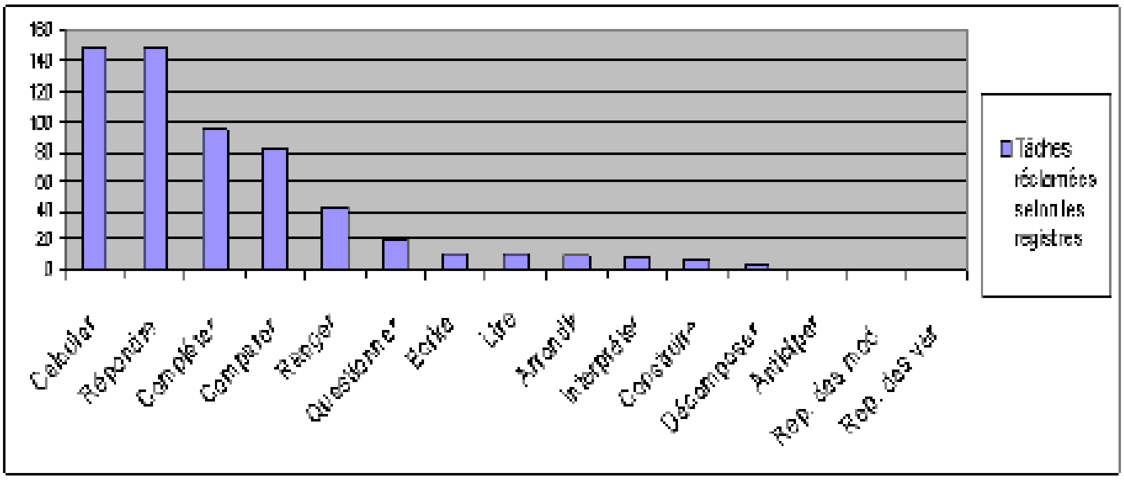


Figure 54 : Compétences attendues lors de la deuxième étude

Tableau 78 : Bilan des compétences attendues lors de la deuxième étude

517 (88,5%)	67 (11,5 %)	584
(Quest.) + (Interp.) + (ant.) + (Rep. des mod. ou des Va.) = 27 (4,6 %)		

… nous constations que les résultats offerts par les deux études étaient comparables. Nous reformulions les mêmes remarques qu'en 1995. Priorité donnée aux tâches mathématiques par rapport à une incitation statistique qui se trouve réduite à 4,6 % des situations proposées au traitement par les élèves.

- Quel est le type de variables utilisées à l'intérieur des manuels scolaires (V11) ?

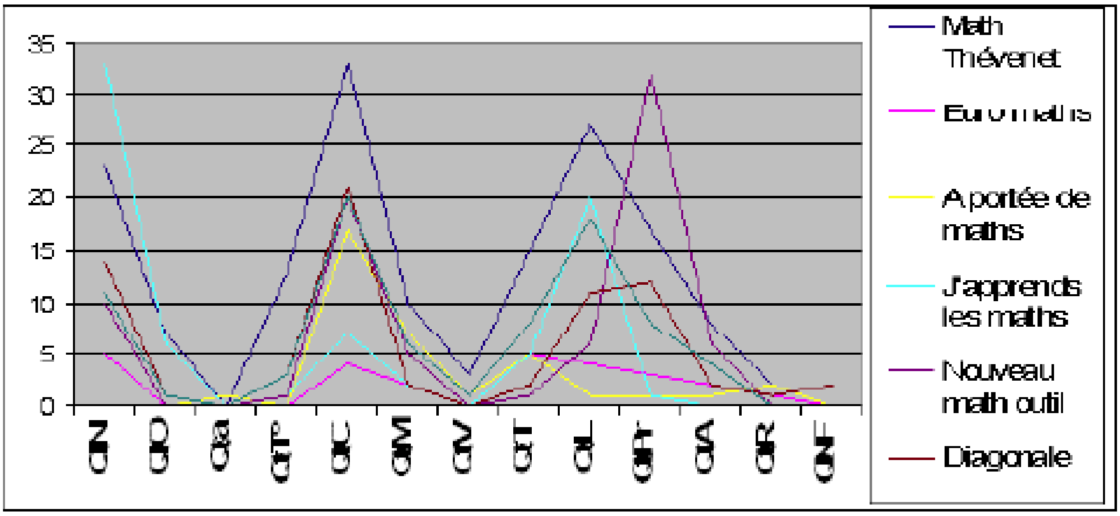


Figure 55 : Types de variables à l'intérieur des situations statistiques (2ème étude)

Nous constations une homogénéité des résultats sur les manuels.

- Comment se présente le rapport variables qualitatives / variables quantitatives ?

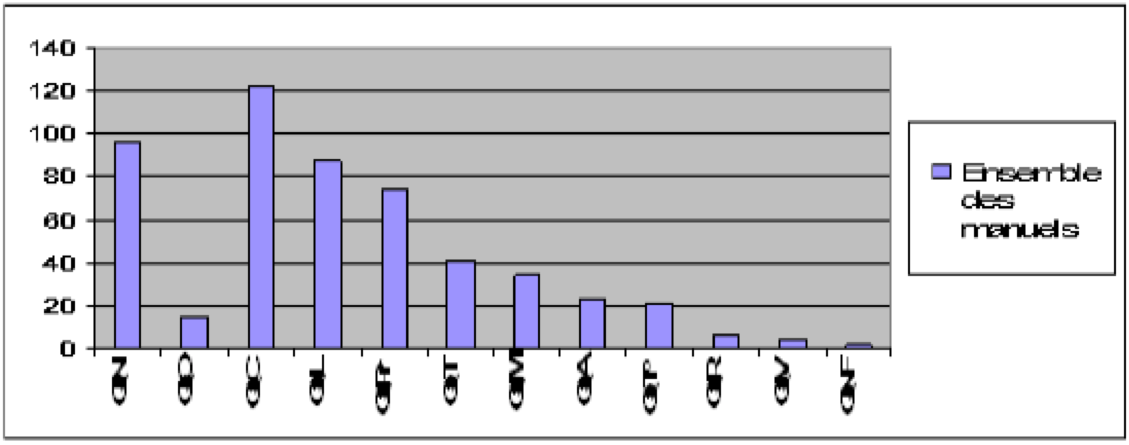


Figure 56 : Le rapport var. quantitatives / var. qualitatives (2ème étude)

Va. Qual. 111	Va. Quant. 414	Va. Non précisée 2	Total : 527

Tableau 79 : Bilan du rapport variables quantitatives / variables qualitatives (2ème étude)

Ces résultats confirmaient la prédominance de l’aspect arithmétique sur l’aspect statistique et le peu de cas (2) où la nature de la variable n’était pas précisée (c’était à l’élève de la définir pour l’usage qu’il voulait en faire).

· Qu’en est-il des croisements de variables ?

Une précision : nous n’avions pas retenu de situations issues simplement d’un T de données mais bien celles issues d’un T de croisement de données qui potentiellement pouvait fournir des renseignements sur le croisement de deux variables entre elles. Voilà ce que nous avions obtenu :

Tableau 80 : Présence de tableaux de croisement de données

Titres des manuels	**Croisement de variables**		**Rapport**
	Oui	Non	
Math Thévenet	10	66	1,51
Euro maths	5	14	0,36
A portée de maths	4	30	0,13
J'apprends les maths	1	35	0,03
Nouveau math outil	0	40	0
Diagonale	2	33	0,06
Pour comprendre les maths	5	47	0,11
Sur l’ensemble des manuels	27	266	0,1

Une variation existait entre les manuels mais en général, la proportion de croisement par rapport à l’absence de croisement de variables, restait toujours très faible (ce qui d’ailleurs était en accord avec les programmes du collège). Et pourtant, si l’on se référait aux programmes de 2002, parmi les compétences attendues des élèves, nous relevions :

“Dans ce domaine également, un premier travail a été réalisé à l’école primaire. Les compétences visées vont de la simple lecture d’une information (qui revient,

par exemple, sur un graphique, à la lecture des coordonnées) à la capacité à faire une interprétation globale et qualitative de la représentation étudiée (évolution d'une grandeur en fonction d'une autre). Certaines représentations peuvent être obtenues en utilisant un ordinateur. [B2i]"

Ce qui est surprenant car d'un côté, l'étude de la proportionnalité prend appui sur le lien évolutif entre plusieurs variables et en dehors de l'étude de la proportionnalité, les variables sont étudiées séparément. Se pose également la question de savoir comment peut-on réellement intégrer la variabilité : certes en croisant deux variables, mais ne faut-il pas être en présence de deux variables aux modalités "imprévisibles" pour s'écarter de tout rapprochement avec l'issue prévisible des situations de proportionnalité ? Un exemple de volonté de communication aux élèves de la nature de la variabilité est donné dans un Graphique construit par superposition de deux Graphiques (*Euro math*, exercice A p. 80) ou par des Diagrammes en barres doubles (*A portée de math*, exercice n°3 p. 67).

- Quelle est l'efficience statistique rencontrée ?

Rappel de précision : par efficience statistique, nous entendions l'anticipation (projection dans le futur) ou élargissement des résultats (à une population parente)

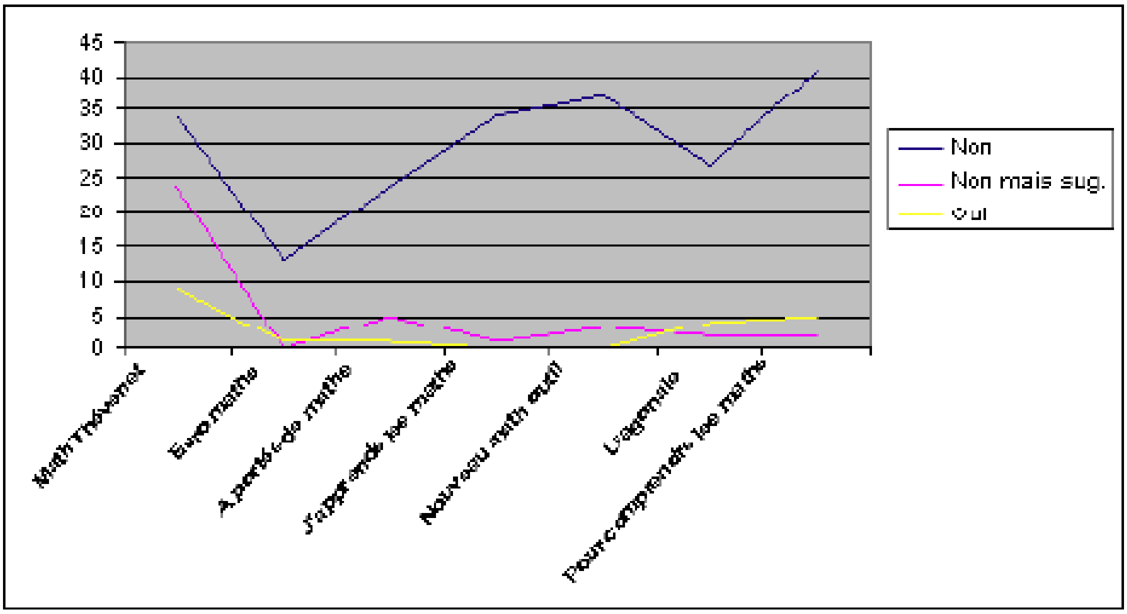


Figure 57 : Présence d'une efficience statistique dans les manuels (2ème étude)

Des nuances étaient notées d'un ouvrage à l'autre, mais dans l'ensemble, nous relevions une très faible part d'anticipation. Dans certains cas, les élèves sont mis en présence d'anticipation (suggérée, illustrée), sans que cette dernière soit explicitée (mis à part l'ouvrage n°1).

Si nous résumions les résultats et en différencions l'élargissement au futur ou à la population parente, nous obtenions :

Titres des manuels	Elarg. Pop.	Elarg. Fut.
Math Thévenet	3	0
Euro maths	0	0
A portée de maths	0	0
J'apprends les maths	0	0
Nouveau math outil	0	0
Diagonale	1	1
Pour comprendre les maths	3	0

Tableau 81 : Efficience statistique d'élargissement population ou dans le futur

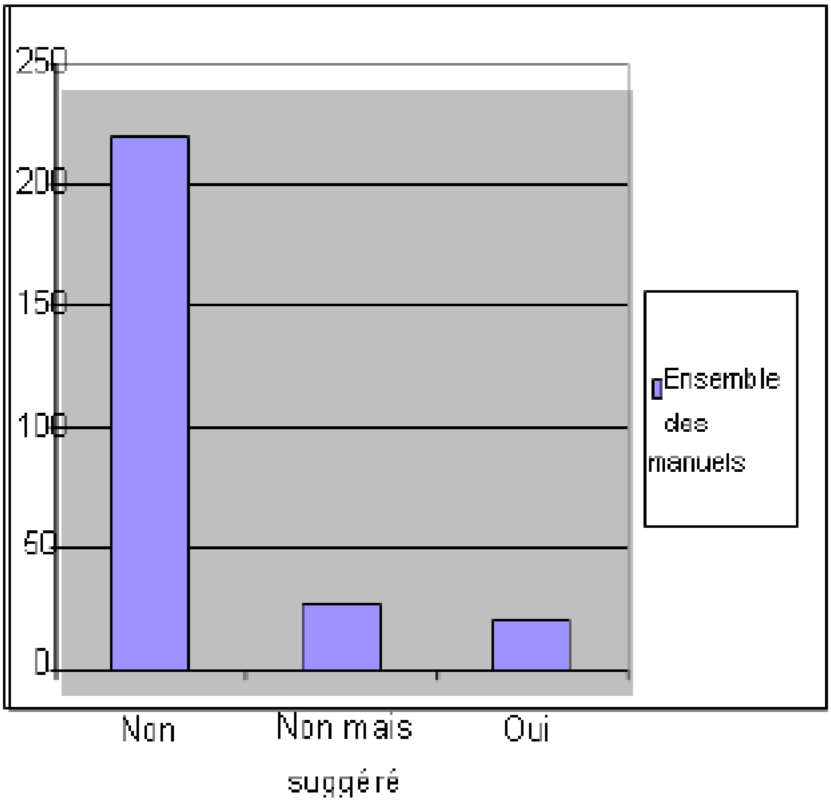


Figure 58 : Efficience sur l'ensemble des manuels

Nous constations donc une part écrasante de l'aspect “non-anticipation” par rapport à l'aspect “anticipation” et une part pratiquement inexistante laissée à l'élargissement des résultats (quelle que soit leur nature).

En conclusion de cette deuxième étude des manuels de mathématiques de CM1

Nous retrouvions, et cette fois-ci dans un cadre plus objectif accompagné de plus de précision, la confirmation des résultats de la première étude ; ce que nous incluions par efficacité de présentation à l'intérieur du tableau suivant :

Tableau 82 : Tableau récapitulatif des conclusions de la 1ère et 2ème études de manuels

Nature des activités implicitement statistiques à l'intérieur des manuels de CM1	
Aspect général	Il n'y a pas d'entrée statistique spécifique à l'intérieur des manuels de CM1.
Les activités élèves	Les activités attendues des élèves, semblent tendre vers une “mathématisation” (mise en opérations arithmétiques) des situations statistiques.
Les données	Il n'y a pas de phase de recherche de données et très peu d'interprétation des données (limitation à leur traitement).
	Il y a une suffisance des données fournies à l'élève, et peu de place aux questionnements intermédiaires.
	Il y a une standardisation du nombre d'individus étudiés dans la situation proposée.
Les registres sémiotiques	Il faut noter la très faible évocation des repères statistiques conventionnels (moyenne, mode, médiane…).
	Il peut être demandée une lecture de données à l'intérieur d'un registre de présentation, mais rarement une interrogation de ces données fournie par la nature du registre utilisée (ex : il n'y a pas d'observation de la forme des courbes, comme il est réclamé aux élèves pour l'analyse des situations de proportionnalité).
	L'apprentissage statistique se concentre autour de l'usage central des tableaux (évolution des résultats).
	La présence statistique se caractérise et se limite à l'exploitation mathématique des tableaux et graphiques et dans chaque cas, à une standardisation des formes.
Les variables	Les variables connaissent une constance dans tous les manuels : - de par leur nombre en jeu - de par le type des variables utilisées (nette supériorité du quantitatif sur le qualitatif, et de l'aspect diachronique sur le chronologique).
	Très peu d'analyse par croisement de variables.
Les champs disciplinaires	Manque d'ouverture à l'ensemble des champs disciplinaires et en particuliers au secteur de référence technique

Nous complétions ces résultats par **de nouveaux apports résumés** dans les tableaux suivants :

Tableau 83 : Résultats issus de la 2ème étude de manuels

Si l'on fait référence aux registres sémiotiques, les manuels sont encore loin d'associer la richesse potentielle de la variété présentée aux élèves (des formes de registres sémiotiques) et l'invitation à proposer des situations engageant une résolution statistique.
Il n'y a que peu d'incitation des élèves à créer des habitudes de va-et-vient entre les formes tableau, graphique et présentation littérale et si elle se produit, elle met en valeur la suprématie des tableaux.
Et si l'on questionne l'inférence statistique, le constat montre qu'une très faible part est consacrée à l'élargissement de la population de référence ou l'anticipation de son évolution.

Conclusion et ouverture :

Tous ces invariants relevés, présentaient une permanence à l'intérieur des manuels et au travers des deux études. Ce qui montrait l'urgence d'une réflexion sur l'orientation des programmes, pour y introduire explicitement un enseignement des situations que nous avons présentées comme *implicitement statistiques.* Le souci d'aborder les notions de *variables*, de *registres sémiotiques*, de *donnée*s, de *domaines scientifique de référence,* etc. devrait permettre d'apporter la garantie de prévention de tout risque de standardisation des formes de présentation. L'exigence rappelée par Duval (DUVAL, 1996), d'un passage obligatoire par les conversions d'un registre à un autre, pour entrer dans une conceptualisation, prend ici, avec la rencontre de *situations implicitement statistiques*, toute son importance.

D'autres questionnements devaient s'engager pour rechercher en particulier si le dysfonctionnement constaté se restreignait au contenu des manuels de mathématiques des élèves du cycle III de l'école élémentaire ou bien s'il reflétait une conception plus enracinée dans la définition implicite scolaire de la statistique. Suffisait-il de demander par exemple aux professeurs, que l'enseignement de la statistique questionnât le parcours sémiotique mis en acte par les élèves lors de leur apprentissage ? Qu'il redonnât de l'importance à l'aspect qualitatif en rapport au quantitatif ? Que les situations proposées ouvrissent sur une anticipation ? Etc., pour que toutes ces demandes fussent suivies d'effets ? Quelques points parmi d'autres, montraient qu'avant de projeter de faire évoluer le contenu des manuels, en tenant compte du travail issu de ces deux premières recherches, il nous fallait encore cerner davantage le problème. N'était-ce pas la représentation de la statistique émise par l'ensemble de l'Institution scolaire, qui devait être requestionnée ?

Pour cela, nous avons lancé une troisième recherche pour vérifier l'hypothèse que dès leur formation professionnelle, les futurs Professeurs des Écoles devaient être marqués par ce que l'Institution scolaire plaçait dans ses programmes pour désigner les contenus d'un enseignement de la statistique à envisager ; et qu'en l'occurrence, ces contenus présentaient déjà, les aspects et remarques formulés plus haut. C'est en cela que l'apprentissage de la statistique se présentait, au sens de Chevallard rapporté plus avant, dans la dépendance d'un poids institutionnel et donc fortement façonnée par une didactique institutionnelle.

3.3. Étude des manuels de préparation au Concours de Recrutement des Professeurs des Écoles

Rappel : Les deux recherches précédentes nous ont donc permis d'affiner notre analyse de la présence statistique au sein des manuels scolaires de mathématiques du cycle III de l'école élémentaire, d'en définir plus précisément les domaines de référence des situations évoquées, la fréquence des tâches réclamées à l'élève et des registres sémiotiques qui leur sont liés, le type de variables en jeu, la place laissée à l'élève pour l'interprétation, etc. et d'en tirer des lignes de force, sous-tendant :

- que les manuels de mathématiques des élèves du cycle III de l'école élémentaire ne réservaient pas d'entrée statistique spécifique,
- que souvent, tout se réduisait à mathématiser, à mettre en "habitudes techniques" des élèves à partir d'activités autour des tableaux et graphiques, souvent soumis eux-mêmes à une restriction et standardisation des formes,
- que les tableaux prenaient uniformément une place prioritaire,
- que *l'efficience statistique*, telle que nous l'avions définie précédemment, faisait très souvent défaut.

Mais ici, pour aller plus loin, il devenait nécessaire de mettre en lien ces contenus décrits précédemment avec la manière dont les professeurs des écoles allaient eux-mêmes les appréhender. Nous avancions l'idée qu'ils étaient liés au cadre posé par les attendus de l'épreuve de mathématiques du CRPE (Concours de Recrutement des Professeurs des Ecoles) et formulions l'hypothèse que le contenu de cette épreuve, tel un signal donné, revêtait alors aux yeux des futurs enseignants, un aspect décisif et institutionnel. Notre pensée était qu'en se préparant à ce concours, ils projetaient ensuite leurs représentations du savoir retenu par leur préparation au CRPE sur les programmes attendus de l'école primaire et leur enseignement. Ce qui suggérait de façon intuitive cette idée, était l'expression d'une marge d'interprétation possible du programme de révision des postulants et donc de ce fait, de l'ajustement à un minimum commun qui ferait consensus actuellement quant à l'attente d'un savoir mathématique des futurs professeurs des écoles et de leur définition des objets mathématiques enseignés. Ceci se lisait par exemple dans la remarque du concepteur d'un des manuels étudiés (MOTTEAU, 2007, p. 8) :

« Le programme officiel du concours est décliné de manière assez succincte. Il est donc nécessaire de faire un travail d'explicitation des différents chapitres. […] La liste détaillée des notions du programme que nous vous proposons ici, n'est pas exhaustive, simplement elle présente les minima indispensables sous la forme de rubriques un peu plus explicites que le simple programme officiel. »

Trois questions ont structuré cette étude :

- Comment était introduit l'apprentissage de la statistique (chapitres des manuels…, titres, intitulé des sommaires, tables des matières…)
- Quels liens tissait cet apprentissage avec les autres domaines mathématiques ?
- Quelles connaissances et compétences, étaient attendues des postulants à ce concours ? Quelles représentations statistiques, leur était-il proposé ?

3.3.1. Mise en place de l'étude et premières observations

Cette étude porta sur les manuels de préparation au Concours de recrutement des professeurs des Ecoles (CRPE). La difficulté résida dans l'évolution rapide et conjointe des références aux programmes de l'école primaire (2002, et modification ébauchée en 2007 pour se finaliser en 2008) et de celle de l'épreuve au CRPE (qui inclut désormais des questions complémentaires). Notre recherche rassembla tous les manuels disponibles concernant la préparation à l'épreuve écrite de mathématiques du CRPE, déposés à l'IUFM de Saint-Étienne, et donc mis à disposition des enseignants au moment de l'étude. Ces manuels faisaient référence aux programmes successifs en vigueur. Voici la liste des manuels concernés par cette étude

Tableau 84 : Liste des manuels concernés parla 3ème étude

N°	Titre du manuel	Auteurs		Editeur	Année de parution
1	*Concours externe de professeur des écoles Épreuve de mathématiques*	Denise COURBON Catherine PEROTIN		Vuibert	Sept. 2001
2	*Mathématiques Volume 2*	Vincent BOISSARD Éric BONTE Brigitte ROUSSEL Michel SARROUY	Prof. IUFM Montpellier	CNED	*2003*
3	*Les mathématiques au concours de professeur des écoles*	Alain DESCAVES	Prof. IUFM d'Aquitaine	Hachette Education	Mai 2004
4	*L'épreuve écrite de mathématiques*	Sabine EVRARD Virginie LE MEN	Prof. IUFM d'Amiens Pro. IUFM d'Amiens	Ellipses	Août 2006
5	*20 sujets corrigés de mathématiques*	Manuelle DUSZYNNSKI Eric GREFF André MUL	Prof. IUFM Créteil Prof. IUFM Créteil Prof. IUFM Créteil	Vuibert	Sept. 2006
6	*Concours de recrutement des professeurs des écoles Annales 2007*	Pierre EYSSERIC (coordination)	IUFM d'Aix-Marseille	COPIRELEM	Sept. 2006
7	*Les mathématiques au concours de professeur des écoles*	Alain DESCAVES	Prof. IUFM d'Aquitaine	Hachette Education	Août 2007
8	*20 sujets corrigés de mathématiques*	Manuelle DUSZYNNSKI Éric GREFF André MUL	Prof. IUFM Créteil Prof. IUFM Créteil Prof. IUFM Créteil	Vuibert	Sept. 2007
9	*Concours de recrutement des professeurs des écoles Annales 2007*	Pierre EYSSERIC (coordination)	IUFM d'Aix-Marseille	COPIRELEM	Sept. 2007
10	*Concours professeur des écoles*	Roland CHARNAY Michel MANTE	Agrégé de mathématiques Agrégé de mathématiques	Hatier	Mai 2008
11	*Concours professeur des écoles*	Daniel MOTTEAU	Prof. IUFM de Bretagne	Nathan	Août 2008
12	*CRPE mathématiques*	Annie GREWIS Corinne JAECK	Prof. IUFM d'Alsace Prof. IUFM d'Alsace	Foucher	Août 2008
13	*Professeur des écoles 2à sujets corrigés de mathématiques*	Manuelle DUSZYNNSKI Éric GREFF André MUL	Prof. IUFM Créteil Prof. IUFM Créteil Prof. IUFM Créteil	Vuibert	Sept. 2008

Voici également la liste des variables retenues pour cette troisième étude :

Tableau 85 : Liste des variables retenues pour cette 3ème étude

V1	Sous quel chapitre du manuel, apparaît la référence à un enseignement de la statistique ?
V2	Comment se subdivise ce chapitre à l'intérieur du sommaire ?
V3	Quel est le détail de contenu de ce chapitre dans la table des matières ?
V4	Type de variable
V5	Nombre de valeurs ou modalités et effectifs des populations étudiées
V6	Registres de représentation
V7	Tâches demandées aux élèves
V8	"Partition mathématique" (répartition de la population) ou "Fonction mathématique" (évolution de la population)
V9	Inventaire des savoirs retenus par les manuels dans la partie *gestion de données*

Ce qui permettait, en regroupant les variables :

Tableau 86 : Liste regroupée des variables retenues pour la 3ème étude

V1	- de positionner l'apport statistique parmi les autres domaines mathématiques,
V2 V3	- de comprendre comment se structure l'entrée dans ce savoir,
V4, V5, V6, V7 et V8	- de comparer cette étude des manuels du CRPE avec ceux du cycle III de l'école élémentaire,
V9	- d'inventorier les savoirs retenus par les manuels dans la partie *gestion de données*.

- Approfondissons les variables V1 et V2 :

Voici la déclinaison des manuels regroupés pour une présentation globale en fonction de la variable V1 (*Sous quel chapitre du manuel , apparaissait la référence à un enseignement de la statistique ?*), V2 (*Comment se subdivisait ce chapitre à l'intérieur du sommaire ?*) et V3 (*Quel était le détail du contenu de ce chapitre dans la table des matières ?*). Nous avions organisé la présentation des modalités des variables V1 et V2, selon la formulation évoquée à l'intérieur des manuels pour l'apprentissage de la statistique :

- Représentation et interprétation simples de données
- Gestion de données
- La proportionnalité, les graphiques
- Les fonctions

Tableau 87 : Étude des contenus des titres des chapitres et des sommaires des manuels

Réf. Des manuels	V1 (Titres des chapitres)	V2 (Références des sommaires)		
5, 8, 10, 11 et 13	Représentation et interprétation simples de données	- aux tableaux, diagrammes, graphiques		L1
3, 7 et 4	Gestion de données	- aux fonctions - à la proportionnalité - aux statistiques	- Calcul et équations algébriques dans R - Représentation et interprétation de données	L2
		Rappels théoriques et didactiques		
4, 9, 1, 6 et 12	La proportionnalité Les graphiques	Proportionnalité : fonctions linéaires Grandeurs et mesures		L3
		Rappels théoriques et didactiques		
2	Les fonctions	- Équation d'une droite - Proportionnalité	- Systèmes d'inéquation - Statistiques	L4

Remarque : Le manuel n°4 se partageait équitablement entre les lignes 2 et 3.

L'analyse des variables V1 et V2 faisait ressortir les éléments suivants :

- L'explicitation du mot s*tatistique* n'apparaissait que pour 2 des 13 manuels !
- Pour V1: les manuels n°5, 8, 10, 11 et 13 s'orientaient vers des représentations statistiques “classiquement” retenues ; ce qui de fait, concerne seulement 5 des 13 manuels observés.
- Le passage de la ligne n°1 à la ligne n°2 marquait la disparition des aspects qui singularisent la statistique (interprétation), au profit de l'aspect mathématique plus rationnel (organisation et gestion). L'axe descendant accentuait la *mathématisation* (toujours dans le sens de plus de rapprochement avec les opérations arithmétiques), de l'apprentissage du candidat au CRPE.
- Le passage de la ligne n°2 à la ligne n°3 pointait la suppression de la référence aux données.
- Le passage de la ligne n°3 à la ligne n°4 exprimait le retrait de la référence aux graphiques.

Les candidats au CRPE étaient attendus sur les aspects suivants :

- des connaissances centrées autour d'objets mathématiques précis : fonctions, proportionnalité, grandeurs / mesures, équations / inéquations…,
- un contenu statistique qui faisait avant tout place à un travail sur les statistiques,
- une préparation à la connaissance des programmes de l'école primaire qui installait un rapprochement non sans effet des statistiques et de la proportionnalité.

Les candidats au CRPE, étaient donc placés dans une double logique : d'une part comme celle d'étudiants abordant une épreuve de mathématiques, et d'autre part comme celle de futurs professeurs, capables d'anticiper les obstacles rencontrés par les élèves du cycle III, face à des tableaux, graphiques et situations de proportionnalité.

3.3.2. Les autres résultats de cette troisième étude

- Étude de la variable V3 :

Tableau 88 : Étude comparée des tables des matières des manuels

N° d'étude des manuels	10	11	13	7	1	2
Les savoirs math. généraux	x	x	x			
Les tableaux et représentations graphiques	x	x	x	x	x	
Les fonctions	x	x	x	x		
Les séries statistiques	x					
La proportionnalité	x					
Aspects didactiques	x	x				

Précision : Nous restreignions ici l'analyse aux manuels à ceux qui explicitaient précisément des objets de savoir (et en particulier, en écartant ceux qui se limitaient à lister une série de sujets de concours). Commentaires :

- L'objectif prioritaire revenait à l'utilisation et la construction de tableaux et représentations graphiques.
- Une prépondérance était accordée à l'aspect connaissance mathématique par rapport à l'aspect connaissance didactique.
- Mais surtout, un seul ouvrage portait sur l'analyse des caractéristiques d'une série statistique (moyenne, étendue…) (qui dépassait le simple transfert de données à l'intérieur d'un T ou représentation G)
- Étude de la variable V4 :

Nous ne reviendrons pas sur la classification des variables qui restait la même que celle utilisée lors des analyses précédentes. Nous avions alors mis en parallèle les résultats de l'analyse des manuels de mathématiques du cycle III de l'école primaire :

Tableau 89 : Bilan des types de variables à l'intérieur des manuels (2ème étude)

Variable qualitative 111	Variable quantitative 414	Variable (nature non précisée) 2	Total : 527

avec ceux, relevés ici, des manuels de préparation au CRPE

Tableau 90 : Bilan des types de variables à l'intérieur des manuels (3ème étude)

Variables qualitatives	Variables quantitatives	Total
7	113	120

Nous constations :

- que pour chaque manuel, la présence qualitative était insignifiante par rapport à la présence quantitative, voire nulle pour certains,
- que de plus, elle se limitait à l'aspect nominal, la forme ordinale n'apparaissant jamais.

Nous continuions notre analyse :

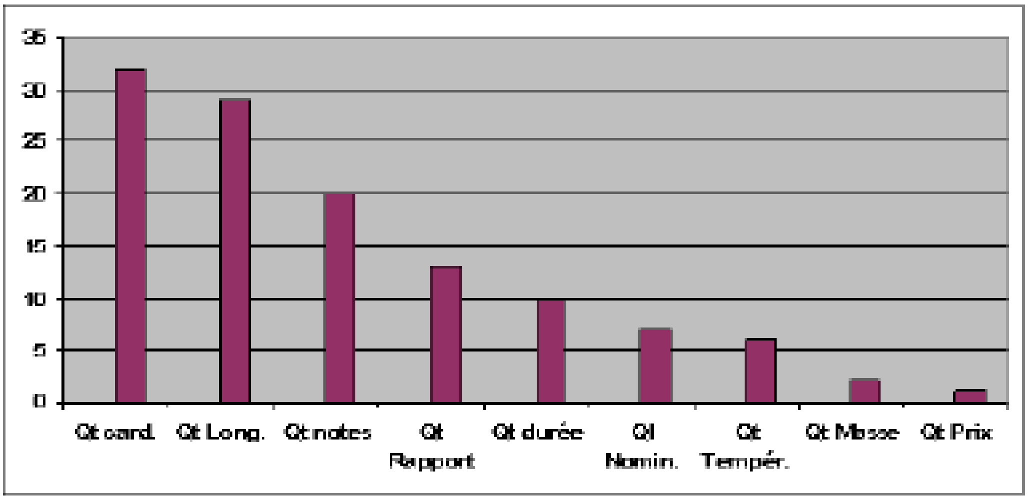


Figure 59 : Répartition des types de variables

Nous constations aussi :

- que la présence quantitative (en fonction des catégories de var. quant.), était elle-même fortement déséquilibrée à l'intérieur de chaque manuel,
- que l'aspect comptage d'objets (QTC : cardinal d'une population) ressortait de manière importante, suivi par les mesures sur les longueurs (QtL),
- que les situations portant sur les notes (Qta) avaient une place privilégiée,
- et que la présence aux rapports de mesures (vitesse,…), était paradoxale d'un ouvrage à l'autre : soit fortement représentée, soit inexistante !

Le constat calquait donc les résultats issus des manuels de préparation professionnelle des PE sur ceux des manuels scolaires de mathématiques des élèves du cycle III.

- **Analyse de la variable V5** (Nombre de valeurs ou modalités et effectifs des populations étudiées)

Retour sur l'analyse des manuels des élèves du cycle III :

Nombre de colonnes	2	3	4	5	6	7
Effectifs	1	18	13	21	9	16

Tableau 91 : Nombre de colonnes des tableaux de la 2ème étude

Comparons ces résultats avec ceux des manuels de préparation au CRPE :

Nombre de colonnes	2	3	5	6	7	9	11	13	21	23
Effectifs	2	13	11	18	2	1	7	1	11	5

Tableau 92 : Nombre de colonnes des tableaux de la 3ème étude

Nous pouvons remarquer pour le nombre de valeurs ou modalités, nous avions utilisé le terme “colonne” car le plus souvent, dans les manuels des élèves, ces modalités s'affichaient sur l'axe des abscisses et donc étaient représentées par le nombre de colonnes.

Si l'on excluait les situations (rares) se fondant sur des grandes séries de données (par exemple, des comptes rendus d'expérimentation, ce que nous ne rencontrions pas à l'intérieur des manuels de mathématiques du cycle III), et qui donnaient de fait une multitude de valeurs différentes, nous pouvions mettre en parallèle ces résultats avec ceux observés lors de la première recherche (entre 3 et 7 modalités ou valeurs). Ce qui questionnait l'idée de démarche d'expérimentation qui réclamerait beaucoup plus de valeurs.

· **Les effectifs des populations étudiées (V5)**

L'étude des manuels des élèves se résumait au tableau suivant :

Nombre d'individus	2	3	4	5	6	7	8	9	10	10	12	13	14
Nombre de situations	6	16	24	53	41	22	15	17	11	10	10	3	3

Tableau 93 : Nombre d'individus présents dans les situations proposées (2ème étude)

Celle des manuels de préparation au CRPE se traduisait comme suit :

	Populations dont l'effectif est inférieur ou égal à 25 individus	Populations dont l'effectif est supérieur à 25 individus
Effectifs	34 (85 %)	6 (15 %)

Tableau 94 : Nombre d'individus présents dans les situations proposées (3ème étude)

Ainsi, malgré un effort pour présenter des situations regroupant un nombre important d'individus, par centaines, milliers, voire millions (2 700 000), la majorité des situations ciblait encore de faibles effectifs. Nous reformulions par ailleurs la même remarque que précédemment par rapport à la démarche d'expérimentation.

· Analyse des registres de représentation (V6) :

Rappel de l'analyse des manuels des élèves de cycle III

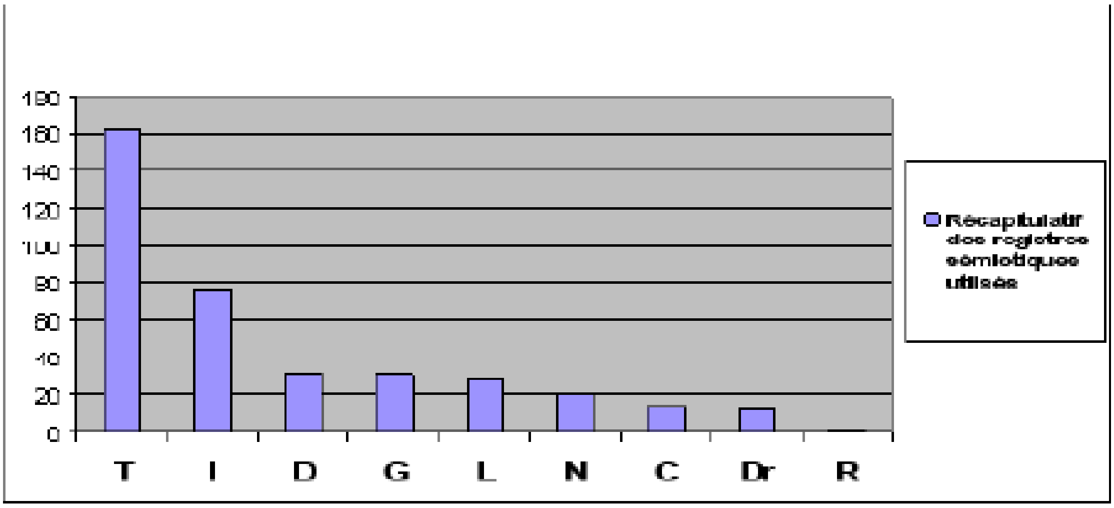


Figure 60 : Les registres de représentation dans les manuels des élèves

Nous avions relevé :

· une prédominance des tableaux,

- une ouverture aux registres de représentation “moins classiques” (droites, listes, textes, cartes…),
- et une importance laissée aux illustrations.

Étude actuelle des manuels de préparation au CRPE :

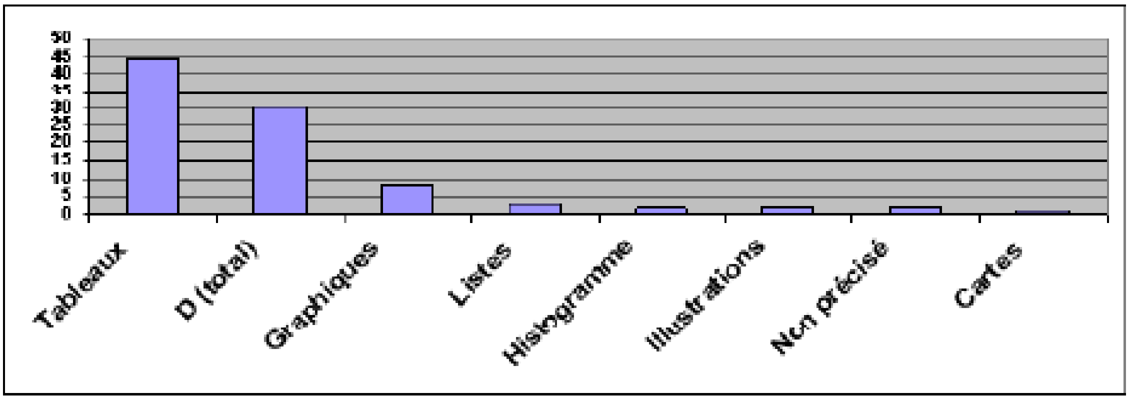


Figure 61 : Les registres de représentation dans les manuels du CRPE

Si l'action se focalisait sur **un seul registre sémiotique**, la demande faite au candidat au CRPE prenait toujours appui sur une prédominance de l'usage des tableaux par rapport à l'ensemble des situations proposées à l'intérieur des manuels de préparation au CRPE. Nous notions également la présence d'histogrammes pour lesquels, les auteurs prenaient le temps d'en préciser les caractéristiques propres tenant compte de l'effectif désigné par rapport à l'aire du rectangle retenu (idée de densité). Les autres colonnes faisaient référence à l'usage de registres plus classiques, et donc sur le plan didactique, nous pouvions supposer un écartement des futurs PE des situations implicitement statistiques, prenant comme support les cartes, droites, listes, textes, illustrations…). Par ailleurs, peu de place était laissée à l'initiative du candidat pour choisir une représentation en fonction de son intention de traitement et de communication des résultats.

Si l'action réclamait maintenant **un changement de registre sémiotiqu**e, la demande faite au candidat au CRPE prenait appui sur :

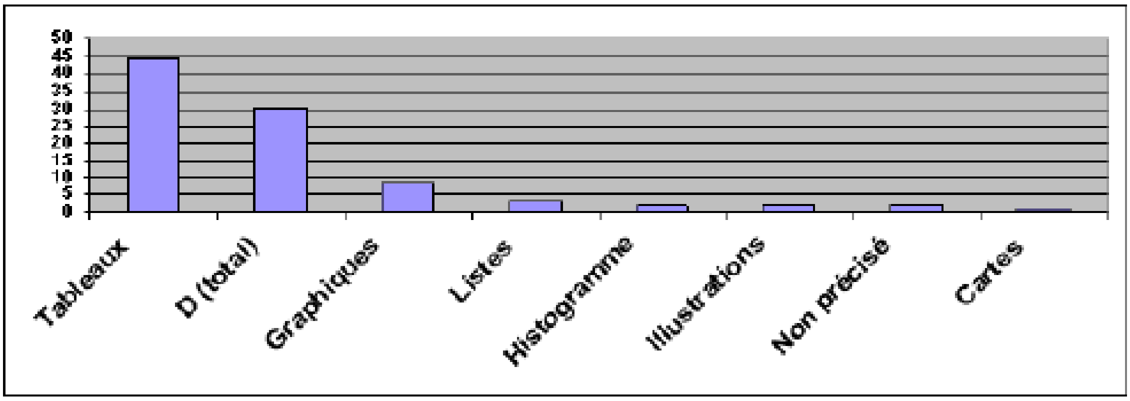


Figure 62 : Les supports sémiotiques en cas de changement pour les manuels du CRPE

Ici, mise à part une légère augmentation de la place faite aux diagrammes, nous constations que dans le cas d'un changement de registre, il n'y avait pratiquement pas d'évolution ! Toujours une place dominante tenue par les tableaux statistiques qui devenaient pratiquement l'unique point de départ !

Si l'on s'intéressait à la nature des parcours sémiotiques utilisés par les élèves de cycle III, nous obtenions le graphique suivant :

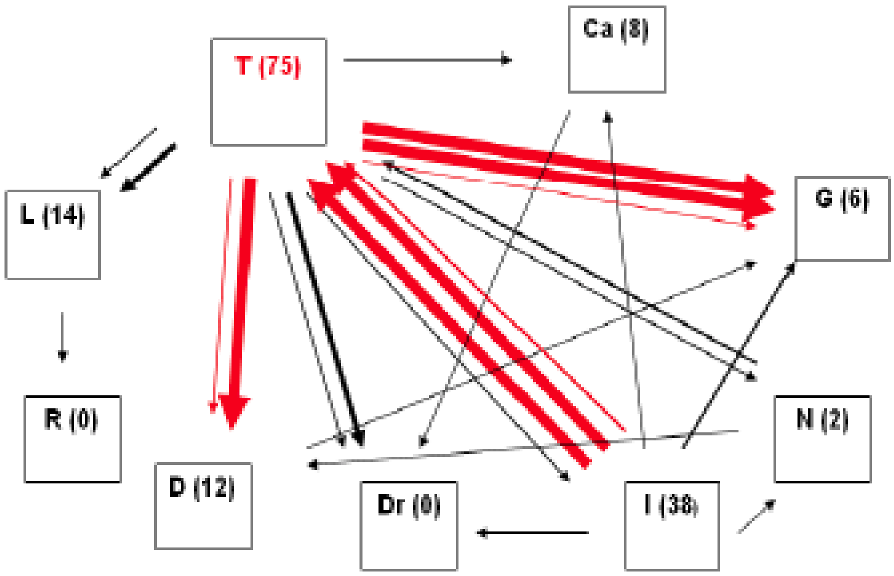


Figure 63 : Retour sur le schéma des parcours sémiotiques des élèves

Nous avions alors retenu au travers des manuels de mathématiques des élèves de cycles III, des prédominances donnant un point central aux tableaux et un lien privilégié entre tableaux et graphiques, ainsi qu'une mise en réseau (englobant en particulier les illustrations).

Si en parallèle, nous établissions la nature des parcours sémiotiques utilisés par les candidats CRPE au travers des manuels de préparation à ce concours, nous obtenions :

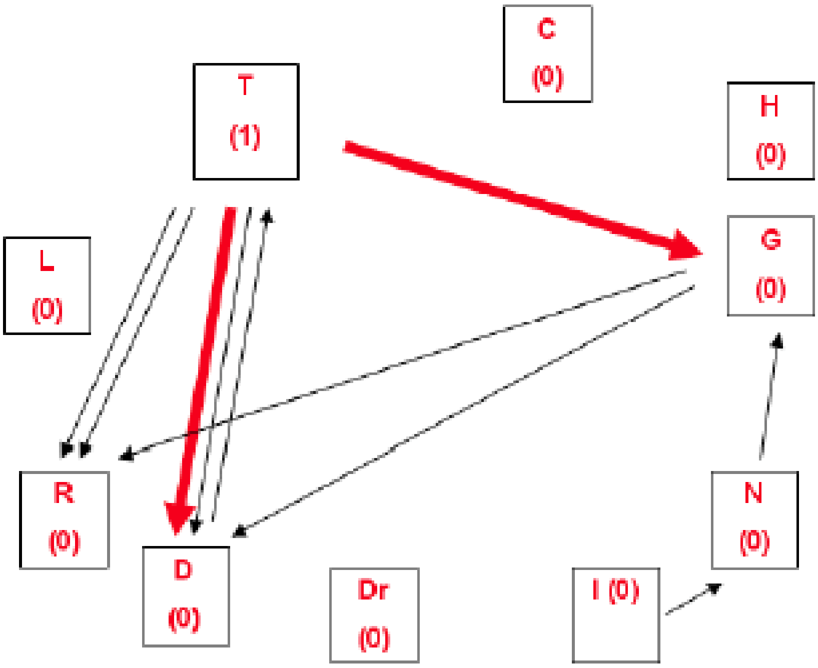


Figure 64 : Schéma des parcours sémiotiques des candidats au CRPE

Nous en avions conclu :

- 1/ que le tissu des représentations sémiotiques des manuels de préparation au CRPE était moins complet que celui des manuels des élèves du Cycle III,
- 2/ que les transformations étaient réduites à néant ; idem pour les passages d'une représentation à une autre de forme identique (sauf dans le cas des T),
- 3/ que nous retrouvions toujours une place centrale pour les T,
- 4/ qu'un resserrement quasi exclusif s'installait sur le lien D et T,
- 5/ que nous constations qu'il était moins laissé de place aux G,
- 6/ que nous observions une quasi-disparition des registres moins classiques : I, Dr, Ca et à leur mise en réseau,
- 7/ qu'il résultait également peu de construction à partir de N (N : texte en langue naturelle),
- 8/ et qu'il se dessinait une légère amorce du choix du registre de construction laissé au candidat (R).

Ainsi nous avions observé un parallèle fort entre le contenu des manuels de mathématiques des élèves du cycle III et celui des manuels de préparation au CRPE. Mais aussi nous avions pu voir que le passage TT n'arrivait que peu souvent sinon tardivement alors qu'il paraissait essentiel dans le positionnement de l'usager des données statistiques comme le montrent les travaux de recherche de Dominique Lahanier-Reuter (2002) et Raymond Duval (2002)

- Analyse des tâches réclamées aux candidats (V7) :

Nous organisions un retour sur les tâches réclamées aux élèves de cycle III de l'école primaire (au travers des manuels) et une mise en parallèle avec celles retenues par les manuels du CRPE :

Tableau 95 : Comparaison des tâches réclamées aux élèves et aux candidats CRPE

	Élève	CRPE
Anticiper l'évolution d'une situation	X	X
Arrondir des données	X	
Calculer	X	X
Comparer des données	X	
Compléter des données	X	
Construire sans représentation initiale	X	
Décomposer des nombres	X	
Écrire en lettres	X	
Interpréter		X
Lire		X
Ranger, classer des données		
Repérer les modalités d'une variable		
Repérer des variables		
Répondre à une question		X
Transformer une représentation en une autre		X
Questionner		X

Nous en avions extrait les tâches absentes dans les manuels de préparation au CRPE :

Arrondir des données Décomposer des nombres Écrire en lettres	Compétences des élèves portant sur la numération
Ranger, classer des données Comparer des données Compléter des données Repérer des variables Repérer les modalités d'une variable Construire sans représentation initiale	Compétences attendues d'un apprentissage de la statistique

Tableau 96 : Tâches absentes dans les manuels de préparation au CRPE

Bilan de cette comparaison :

Si l'on ne tenait pas compte des tâches spécifiques, recherchées derrière l'usage des données statistiques (attentes propres aux objectifs scolaires des programmes des élèves du cycle III), c'est-à-dire :

- arrondir des données,
- décomposer des nombres,
- écrire en lettres,

alors, nous remarquions que certaines tâches qui relevaient des attentes d'un apprentissage de la statistique, n'étaient pas ou peu retenues :

- concernant les données : ranger, classer, comparer, compléter,
- concernant les variables : repérer, trouver leurs valeurs ou modalités,
- concernant les changements de registres : ne pas seulement passer d'une représentation à une autre, mais aussi construire une représentation à partir de données.

Voici la grille de codage des activités attendues dans les manuels du CRPE :

A	Anticiper l'évolution d'une situation
Ca	Calculer
Co	Comparer des données
Cp	Compléter des données
C	Construire sans représentation initiale
In	Interpréter
L	Lire
Rm	Repérer les modalités d'une variable
Re	Repérer des variables
Ré	Répondre à une question
-	Transformer une représentation en une autre
Q	Questionner

Tableau 97 : Grille de codage des activités attendues dans les manuels du CRPE

Nous avons croisé ces tâches avec les représentations utilisées (registres sémiotiques) :

- D'un tableau (T)
- D'un diagramme (D)
- D'un graphique (G)
- D'une illustration (I)
- D'un paragraphe en langue naturelle (N)
- D'une carte (Ca)
- D'une liste (L)
- D'un registre laissé au choix de l'élève
- D'un histogramme (H)

Voici ce qui a été obtenu :

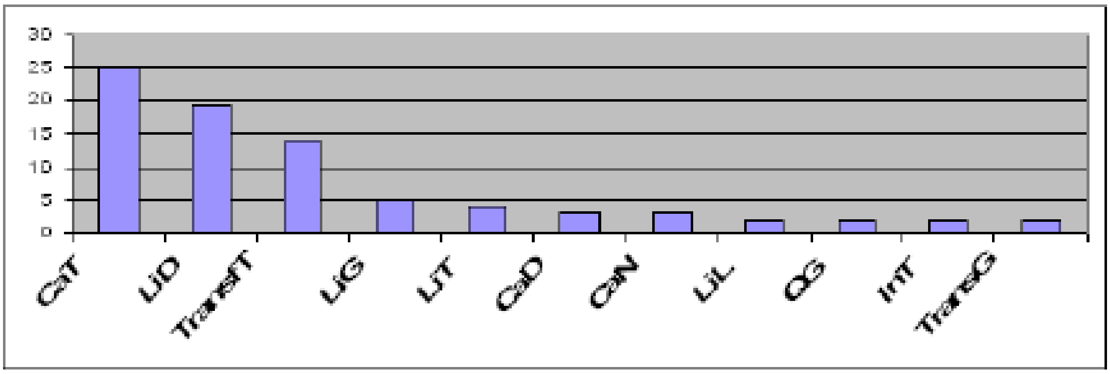


Figure 65 : Croisement activités demandées et registres sémiotiques au CRPE

Trois directions majeures s'imposaient pour la globalité des manuels :

- l'aspect très vite sélectif du type de demande à l'élève comme au candidat,
- la priorité donnée à l'exigence de calcul et de lecture (non d'interprétation) ; remarque : Si l'on compare avec les attentes des manuels des élèves du cycle III de

l'école primaire, ce sont les mêmes logiques et même parfois appliquées de façon plus sévère !

- le constat qu'il apparaissait encore moins de variété de registres ; avec le recule, on constate que l'on ne demandait pas aux candidats CRPE de ranger des données ou d'analyser les modalités d'une variable.

Nous avons regroupé ensuite les compétences attendues des candidats CRPE :

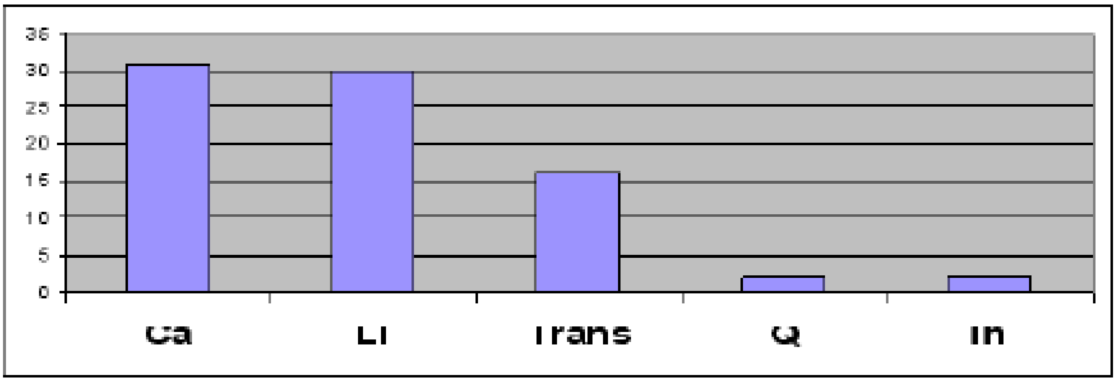


Figure 66 : Compétences attendues pour les candidats CRPE

La priorité était accordée à Ca et Li qui relevaient plus de compétences mathématiques, plutôt qu'à Q et In qui appelleraient une attention statistique.

- Est-ce que les situations proposées mettent en jeu :
  - une "Partition mathématique" (répartition d'une population à un moment donné)
  - une "Fonction mathématique" (l'évolution de cette population) (V8)

Voici les résultats obtenus lors de l'étude des manuels de mathématiques des élèves de cycle III :

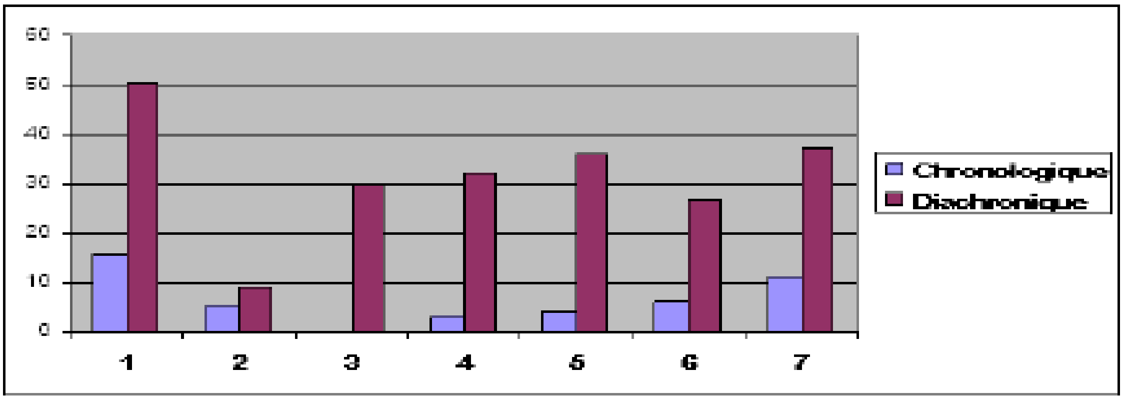


Figure 67 : Retour sur les situations chronologiques / diachroniques des manuels des élèves

Nous entendions alors par :

- variables diachroniques : la répartition des données au même instant (ici, partition mathématique),
- variables chronologiques : l'évolution des données dans le temps (ici, fonction mathématique).

Nous relevions une prédominance de l'aspect partition mathématique (diachronique) au détriment de l'aspect fonction mathématique (chronologique).

Pour les manuels de préparation au CRPE, nous obtenons :

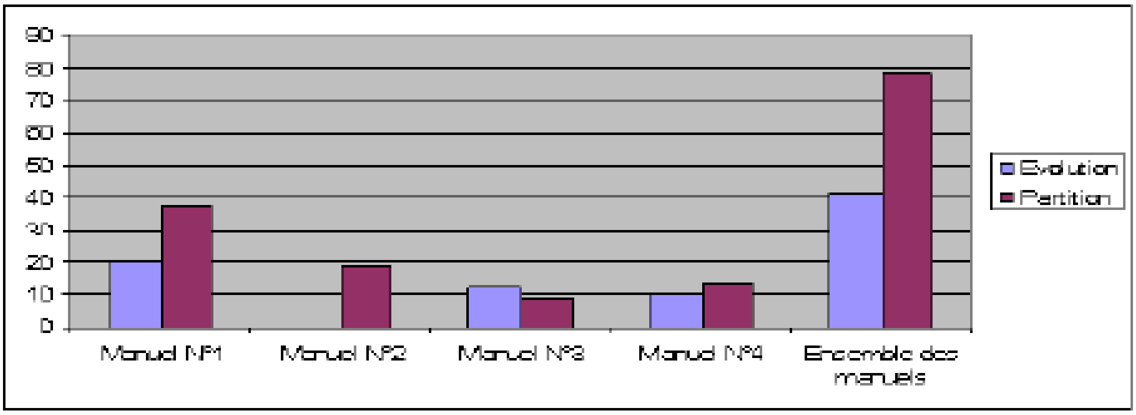


Figure 68 : Les situations chronologiques / diachroniques au CRPE

Nous constations les mêmes effets que pour les manuels des élèves de cycle III ; l'ensemble des manuels privilégiait toujours les partitions au détriment de l'aspect chronologique (ce qui reproduisait exactement un parallèle entre les deux séries de manuels : élèves de l'école élémentaire et CRPE).

De plus, les profils des livres préparant au CRPE étaient inégaux ; un manuel ne présentait même aucune situation chronologique.

Conclusion de cette troisième étude des manuels :

Dans un premier temps, nous pouvions avancer qu'il y avait une confirmation des résultats de la première étude avec notamment la présence :

- d'aucune entrée statistique spécifique (V1+V2) à l'intérieur des manuels,
- d'activités attendues des élèves, qui semblaient tendre vers une "mathématisation" des situations statistiques (V3),
- d'un fort déséquilibre de l'aspect qualitatif par rapport au quantitatif (V4).

Dans la même ligne, nous pouvions également dire :

- que les situations proposées avaient tendance à présenter des formes standardisées (effectifs des populations et nombre de modalités des variables) (V5),
- qu'il s'était installé un appauvrissement du réseau des registres de représentation (V6) : de leur variété (centration sur les tableaux), de la variété des relations entre ces registres, des parcours sémiotiques réclamés et du peu de demande de choix de registre en fonction de l'objectif recherché.

Et enfin, nous pouvions toujours soutenir :

- qu'une priorité était donnée à l'approche mathématique (calculer, lire…) plutôt que statistique (interpréter, anticiper…) des situations proposées (V7),
- qu'une concentration allait avant tout sur les situations présentant une partition mathématique plutôt que celles mettant en jeu des variables chronologiques (V8).

Conclusion

Dans un premier temps et avant de passer à la conclusion proprement dite de cette recherche, permettons-nous pour plus de clarté, de résumer la suite de nos préoccupations qui se sont succédées tout au long de ce mémoire.

Partie 1 :

- Apporter l'illustration que l'adoption de la statistique répond à l'irruption d'un *fait statistique*, devenu *fait social*,
- souligner l'impossibilité pour tout individu, en particulier enseignant, de pouvoir l'ignorer, c'est un *fait personnel*.
- relever l'aspect incontournable de l'étude du fait statistique, de l'introduction de la statistique à l'école primaire comme partie inhérente d'un socle commun de connaissance en phase avec l'attente des évaluations PISA (point de repère de notre enseignement),
- évoquer et repréciser l'idée d'une *pensée statistique*, qui dépasse l'application d'une suite d'algorithmes ; c'est une capacité à agir en acte, dans un univers incertain, qui se complète ainsi d'un *esprit statistique* dépassant la référence à la pensée statistique en agissant en permanence sur notre rapport au monde, et par conséquence sur notre conception au quotidien de notre pratique d'enseignant, pédagogique et didactique.

Partie 2 :

- Retracer l'évolution des attentes envers l'enseignement des mathématiques qui conduit vers l'apprentissage de la statistique (*fait statistique scolaire*),
- souligner cette montée en puissance de la demande statistique sans qu'elle ne soit explicitement relatée dans l'évolution des programmes de l'école primaire,
- montrer que ce paradoxe apparent, cette arrivée tardive de la présence statistique scolaire, est en cohérence avec l'organisation encore récente du contenu des manuels scolaires du primaire, collège lycée, ainsi qu'avec les représentations des acteurs (étudiants, professeurs, élèves),
- se questionner sur la spécificité d'un *Savoir Minimum Statistique* (SMS) qui serait la base indispensable à la poursuite des études par les élèves du primaire au collège,
- se demander comment, pour ne pas risquer l'installation d'un enseignement de la statistique, restreint au simple apprentissage caricatural de notions communes (étendue, variable, moyenne, médiane, etc.), introduire cet enseignement dans les programmes, les pratiques de classes sans qu'il ne devienne qu'un simple élargissement des domaines de référence pour les situations-problèmes à résolution arithmétiques déjà en place.

Partie 3 :

- construire une grille pour analyser les situations-problèmes de nature statistique des manuels de mathématiques des élèves de cycle III de l'école élémentaire (première étude de manuels scolaires),

- réfléchir à ce que peut recouvrir l'idée de situations *implicitement statistique* (deuxième étude de manuels scolaires),
- lancer une troisième étude concernant les manuels de préparation à l'épreuve de mathématiques du CRPE,
- expliciter des invariants issus de ces trois études (standardisation des formes, “arithmétisation” des situations),
- faire ressortir que ces dérives s'entretiennent mutuellement en interagissant entre conception des manuels des élèves (et donc action au cœur des classes) et conception des manuels de préparation au Concours de Recrutement des Professeurs des Écoles (et donc formation des enseignants).

Dans un second temps, replaçons désormais cette suite d'actions dans une logique de sens à lui accordée pour l'inscrire à l'intérieur des programmes et des pratiques de l'école primaire.

Les attentes des programmes, et les nécessités actuelles d'une lecture active de notre environnement, rendent indispensable un apprentissage de la rationalité, dans le sens de l'aide qu'elle nous apporte à nous extraire, à nous élever au-dessus des croyances, rumeurs, contingences… qui influent notre quotidien. Nous introduirons donc cette conclusion en nous référant à nouveau aux propos de Catherine Bréchignac (BRECHIGNAC, 2009, p. 18) : « La grandeur de la rationalité tient précisément dans le fait d'assumer notre imaginaire. […] Nous avons besoin de ce monde intérieur où l'on peut mélanger le réel et le virtuel, où le passé peut côtoyer l'avenir. » Dans le même ouvrage, en portant référence aux grecs de l'Antiquité, elle fait remarquer plus loin (p. 33), qu'il : « faut refuser les oppositions schématiques et stériles entre la contemplation et l'action, la science et la technologie, le fondamental et l'appliqué. Car tout repose sur une claire compréhension des rapports entre ces notions jugées à tord antinomiques, alors qu'elles mettent en jeu l'ensemble des savoirs. » C'est en évoquant la préoccupation écologique grandissante, qu'elle avance encore (p. 35) que : « les sciences humaines et sociales trouvent leur place à côté des sciences de la matière, pour nous aider à une meilleure compréhension de la production, de la sauvegarde, et de leurs relations. » Le corps de cette étude, peut nous laisser avancer que la statistique représente selon nous, un des éléments qui rassemble toutes ses proximités précédemment retenues par Catherine Bréchignac.

Sans revenir dans le détail, au parcours de cette recherche (voir résumé page précédente), nous dirons simplement qu'il a consisté à prendre en compte le paradoxe d'une demande pressante, lancée de toutes parts, d'engager un enseignement de la statistique, et la lenteur de sa percée réelle à l'intérieur du système scolaire et en particulier à l'école primaire. Convaincu au travers de nos recherches précédentes (maîtrise et DEA de Sciences de l'Éducation), que cette introduction tardive ne pouvait être imputée en priorité à une crainte personnelle des enseignants envers la statistique, nous avons alors centré notre travail sur leurs difficultés professionnelles à assumer cette tâche.

La première partie a essayé de répondre à l'exigence de poser ce problème, en définissant ce que nous entendions par *fait statistique, pensée* et *esprit statistique.* La deuxième partie, nous a donné l'occasion de revenir sur les représentations des étudiants, des enseignants, des élèves à son encontre ainsi que de cerner plus précisément ce que serait un SMS (Savoir Minimum Statistique), indispensable pour établir un lien obligatoire avec le collège, tout en tenant compte du cursus scolaire des élèves du cycle III de l'école primaire. De toutes ces remarques préalables, nous avons pu engranger pour la troisième partie, des pistes de recherche que nous avons centrées sur un objectif précis : celui d'approfondir, le contenu réel et actuel de l'apport d'un apprentissage de la statistique, à l'intérieur des manuels de mathématiques des élèves de ce cycle III.

Les deux premières enquêtes conduites jusqu'ici, portaient sur ces manuels de mathématiques. Leurs résultats se recoupaient, alors qu'elles concernaient pour la première les programmes de 1995 et pour la seconde, ceux de 2002. Il s'établissait donc une permanence dans le temps qui permettait de mettre en valeur des tendances, telles des invariants de l'apprentissage actuel de la statistique à l'école. Ces invariants, pouvaient se résumer rapidement de la manière suivante :

Tableau 98 : Résumé des invariants relevés

Invariants de l'apprentissage de la statistique à l'école primaire
Parmi ces invariants, nous trouvons : - une reconnaissance d'un besoin d'un enseignement de la statistique mais une demande jamais explicitement formulée (programmes comme manuels scolaires), - un traitement mathématique (opérations arithmétiques scolaires “habituelles”) des situations qui nécessiteraient une résolution statistique, - une standardisation des profils (nombre de variables, profil quantitatif, nombre de données…) - une limitation de l'éventail possible des registres et des parcours sémiotiques (avec un passage avant tout massif, par les tableaux…), - un quasi oubli des possibilités d'anticipation et d'ouverture de ces situations dites statistiques, - un manque de participation active des élèves et d'incitation à construire et s'approprier ces situations

Il était donc surprenant de constater que ces invariants reprenaient, les tendances des représentations de la statistique par les enseignants de l'école élémentaire, et qu'en plus, ils se superposaient d'après la dernière étude, avec ceux des manuels de préparation au CRPE. Ces derniers apparaissaient même encore plus sévères dans les restrictions constatées. Le caractère récursif est patent car les concepteurs des manuels sont en grande partie des enseignants des IUFM ! Ainsi semble se confirmer l'hypothèse que la formation des Professeurs des écoles va influer leur enseignement de la statistique et plus tard, qu'elle agira en retour sur la formation des futurs Professeurs des écoles, au travers des manuels de préparation professionnelle ! Le système se présenterait donc comme fermé à toute mise en développement rapide et immédiate. Mais notre recherche ne peut se limiter à mettre en relief ces dérives des manuels, au risque de ne déboucher sur aucune évolution de cet enseignement. Ce phénomène en boucle questionne la conception générale de ce qu'est la statistique et de ce qu'elle met en jeu lors de la résolution de situations problème la concernant. C'est une réflexion sur l'entrée dans la connaissance qu'il faut se poser : comment se jouent les gestes premiers d'enseignement / apprentissage de la statistique ? Elle nous ramène à une des marques distinctives de l'exploration rationnelle des sciences et des mathématiques au travers de la recherche de symétries, régularités… Comment sortir les élèves d'un cadre unique de certitude (certain / impossible), pour l'élargir à celui qui engloberait l'*aléatoire* (certain / probable / impossible) ? Comment au quotidien des classes, faire entrer les élèves dans une approche mathématique, qui fasse prendre conscience d'une démarche rationnelle, sans les enfermer dans la nécessité d'une réponse sûre et précise, excluant tout degré d'incertitude ou de prise de risque…

Cette étude nous a permis de constater que la remédiation à apporter au problème ne pouvait se jouer sur des ajustements parcellaires (comme la retouche des manuels des élèves). Elle concerne une relecture par nous tous, y compris par l'Institution scolaire de notre rapport à la statistique. L'hypothèse avancée, à l'intérieur de l'ouvrage intitulé

Combinatoire, statistique et probabilité de 6 à 14 ans, (VARGA T., DUMONT M., 1973, p. 5), serait :

« qu'il faut, plutôt qu'une exposition précoce des théories de la logique et des probabilités, c'est le développement conscient de certaines démarches et habitudes de pensée, que nous appellerons "logiques" et "probabilistes". Accessoirement, cela développe aussi tout l'ensemble d'idées et de techniques, de connaissances et d'habilité, qui ouvrent la voie au perfectionnement dans ces disciplines ».

Sans ces rapprochements, il paraît difficile de faire appréhender le *fait statistique* et ses enjeux dès l'école primaire, de communiquer ce message pour garantir le *Jeu de la science et du hasard* si savoureusement abordé et décrit par Daniel Schwartz à l'intérieur de son ouvrage qui porte ce titre (SCHWARTZ, 1994).

En conclusion, toute évolution de l'apprentissage de la statistique à l'école primaire, devra passer par une explicitation de cette demande au sein des programmes, mais également par une formation adaptée de chaque enseignant (portant sur la connaissance de la statistique, et son enseignement didactique et pédagogique). Quand Jean Portugais se demande à propos de la formation des enseignants « Comment faire pour [les] former à l'enseignement des mathématiques sans se limiter à leur offrir une simple fréquentation des contenus mathématiques et didactiques ? », (PORTUGAIS, 1995, p. 5), nous oserons avancer la même question concernant cette fois-ci la statistique. Comment penser la "didactification" de la didactique de la statistique auprès des futurs professeurs des écoles ?

Et ouverture au-delà de la conclusion

La question permanente, qui demeure au centre de la réflexion, est la suivante : comment aider les élèves à prendre une décision en situation incertaine ? Pour cela, nous pouvons observer le schéma suivant :

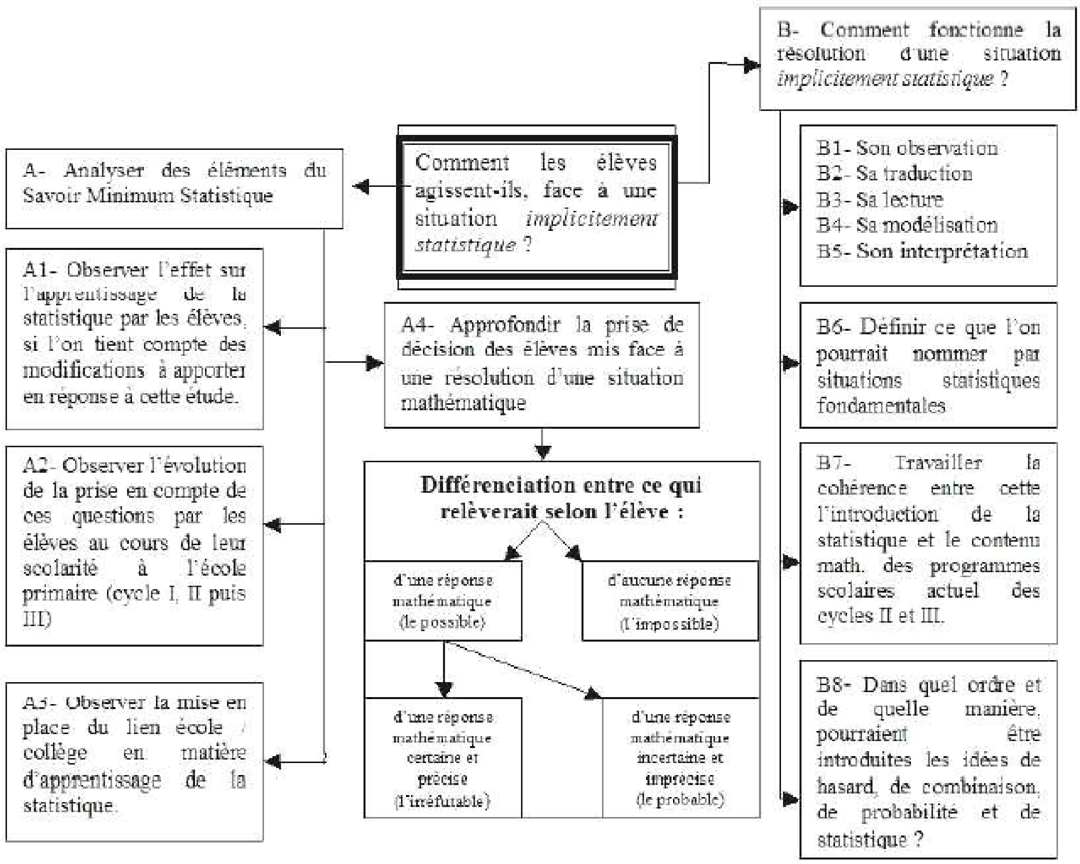


Figure 69 : Schéma de l'étude de la prise de décision par les élèves

Deux types d'ouverture vers d'autres recherches, s'ouvrent donc ici.

Les premières, s'exerçant sur tout ou partie des éléments formant le contenu de ce que nous avons nommé le Savoir Minimum Statistique et les autres, portant sur des objets mathématiques plus généraux, non toujours spécifiques de la statistique comme la modélisation par exemple, mais interférant grandement dans son apprentissage par les élèves.

1-Des recherches s'exerçant sur tout ou partie des éléments formant le contenu du SMS

Plusieurs directions se dessinent pour rendre plus efficient, un enseignement de la statistique ; ce serait :

- pour A1 : d'observer l'effet sur l'apprentissage de la statistique par les élèves, si l'on tient compte des modifications à apporter en réponse à cette étude. Une première ouverture qui agirait de manière pragmatique par une prise en compte et un approfondissement des résultats obtenus lors des trois études précédentes portant sur les manuels scolaires,

- pour A2 : d'étudier dans les faits, l'évolution des représentations de la statistique par les élèves, et de leurs réponses aux situations dites *implicitement statistiques*, au cours de leur scolarité primaire : cycles I, II, et III (ceci en reprenant et complétant les critères élaborés au travers des expérimentations précédentes),
- pour A3 : d'analyser la mise en place possible, à l'écoute des professeurs du primaire et du secondaire, d'un apprentissage de la statistique dans l'idée d'un lien garanti entre l'école et le collège, et ensuite d'en observer l'efficience pratique auprès des élèves,
- pour A4 : d'approfondir la prise de décision des élèves mis face à une résolution mathématique au sens large, en la rangeant selon les trois entrées possibles :
    - là où selon l'analyse des élèves, le résultat existe, et pourrait donc être donné avec certitude et précision,
    - là où selon eux, le résultat est impossible à donner sur le plan mathématique,
    - là où selon eux, le résultat paraît incertain (l'entre-deux existant sur le plan mathématique, borné par les marges de l'impossible et du certain).

2-Des recherches portant sur des objets mathématiques, non spécifiques de la statistique comme la modélisation par exemple, mais interférant grandement dans son apprentissage par les élèves.

En ouverture évoquée à l'issue de la présentation à Bordeaux, nous avions avancé que l'apprentissage de la statistique ne pouvait se fonder : sans un retour sur l'analyse de la spécificité de la résolution d'une situation *implicitement statistique.* Il faudrait :

- pour B1 jusqu'à B5 : revenir naturellement sur les spécificités déjà repérées dans cette étude :
    - l'observation de la situation,
    - sa traduction,
    - sa lecture,
    - sa modélisation,
    - et son interprétation.
- pour B6 : essayer de définir ce que l'on pourrait nommer par *situations statistiques fondamentales,*
- pour B7 : en corollaire de l'ouverture précédente, étudier de façon plus poussée la cohérence entre cette introduction et le contenu mathématique des programmes scolaires actuel des cycles II et III,
- et enfin pour B8 : toujours en lien avec les ouvertures précédentes, analyser dans quel ordre et de quelle manière, pourraient être introduites les idées de *hasard*, de *combinaison*, de *probabilité* et de *statistique*.

Reprenons dans le détail, les quatre axes précédents :

- Retour sur B1 jusqu'à B5 :

Ces entrées pourraient prendre appui sur les réflexions de Jean-Claude Duperret (DUPERRET, 2001), et Jean-Claude Régnier (RÉGNIER, 2000), pour avancer le parti pris qui serait que, en lien avec les programmes actuels du collège, l'école devrait s'attacher à préparer les élèves du primaire à l'apprentissage de la statistique descriptive et plus particulièrement à les sensibiliser à l'idée de variabilité. Mais la variabilité doit se percevoir et s'étudier selon l'ensemble de toutes les étapes de la résolution d'une situation statistique :

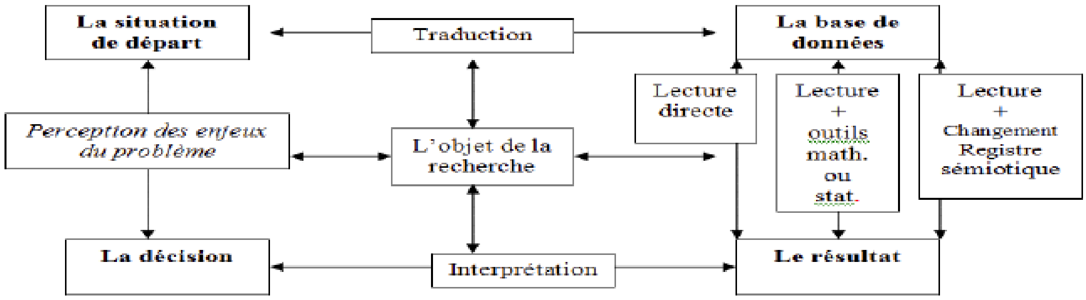


Figure 70 : Reprise Figure 21: Représentation radiale de la résolution d'une situation statistique

Des questions s'en détachent :

- L'observation : Comment lire notre environnement pour en percevoir des situations qui posent problème mais pour lesquelles se détachent une possibilité et une forme envisageable de traitement par la statistique ?
- La traduction : Comment repérer, choisir, "critérier" et mesurer les variables d'une situation relevant de la variabilité ? Comment choisir différents registres sémiotiques qui en permettront ensuite l'élaboration d'une lecture ?
- La lecture : Comment organiser une lecture en croisant les éléments précédents ?
- L'interprétation : Comment montrer alors aux élèves :
- qu'il ne faut pas confondre interprétation et subjectivité ! (Réflexion de Linda Gattuso Journées de la statistique de Lyon, 2003),
- que derrière tout cela, il y a des faits observables et que l'intérêt réside dans l'étude des liens qui se tissent entre eux,
- que le passage par des modèles mathématiques est indispensable pour aller vers une extension de la connaissance visible (projection dans le futur, élargissement et transposition des résultats pris sur un échantillon…) et pour aborder la lecture des diverses représentations (tableaux, graphiques…)
- La modélisation : Comment interpréter si l'on n'appuie pas cette situation sur un modèle mathématique ?
- Revenons sur B4 :

Comment sensibiliser les élèves à la modélisation ? Il paraît incontournable d'approcher l'interaction modélisation / concrétisation, sans retravailler, à partir des opérations arithmétiques déjà utilisées par eux à l'école primaire, l'idée de modélisation. Engager un va-et-vient permanent entre les trois aspects suivants :

- l'usage opératoire et la combinaison des opérations arithmétiques,
- l'utilisation de différentes représentations standardisées (registres sémiotiques),
- et enfin, l'illustration pratique des effets observés,

… permettrait-il une meilleure anticipation de la lecture de données statistiques et un meilleur traitement ? Est-ce que le fait de croiser les observations pratiques (par exemple des fûts de formes diverses à remplir…cf. situation proposée par les évaluations PISA), leurs traductions en opérations mathématiques et leurs représentations à partir de différents registres sémiotiques, permettrait une avancée notoire dans la capacité par les élèves à maîtriser ces situations statistiques ? Rappelons ici que dès 1989, nous pouvions lire :

« Il s'avère que lorsque les données du problème et les objets devant être utilisés pour sa résolution sont présentés sous forme figurative (graphique), les sujets réussissent un plus grand nombre de problèmes que lorsqu'ils sont soumis à une présentation verbale. On comprend bien que la présentation figurative (qu'elle soit concrète, graphique ou photographique) a pour effet de faire appréhender de façon directe par le sujet les propriétés des objets qui sont pertinentes pour le traitement du problème posé. »[23]

En un mot, comment faire comprendre aux élèves, que toutes nos traductions mathématiques, y compris celles réalisées à l'école primaire, ne sont souvent qu'une approche approximative des phénomènes observés dans la réalité ? Que l'usage des opérations arithmétiques scolaires de base (addition, soustraction, multiplication et division) ne reflète qu'une réalité idéalisée, épurée, pour permettre justement l'apprentissage de ces opérations ?

Comment dès lors, sans passer par cette nuance :

- d'une part, faire différencier l'usage de données statistiques de celui de l'outil statistique,
- et d'autre part, amener à faire anticiper à ce niveau d'enseignement, un prolongement de la description statistique d'une observation à la capacité d'élargir l'espace des connaissances de cette situation par l'emploi des probabilités ?
- Revenons sur B7 :

La troisième ouverture pourrait déjà essayer de répondre aux interrogations soulevées à l'intérieur de la présente étude. En particulier, pour ne pas risquer de limiter ultérieurement la découverte de la statistique, comment enseigner aux élèves, les éléments suivants :

- l'approche de la chaîne numérique,
- la découverte et l'usage des tableaux à double entrée,
- la pratique des comparaisons, et leur combinaison avec les transformations,
- la découverte des aspects qualitatifs, l'appréciation des données de rang,
- l'identification de la population analysée et son observation (enquête…)
- etc.

- Retour sur B8 :

Se poser la question de l'ordre et de la manière, avec lesquels pourraient être introduites les idées de hasard, de combinaison, de probabilité et de statistique, nous reconduit à deux documents que nous avions déjà mis en avant lors de nos précédents écrits (COUTANSON, 2004) : un ouvrage intitulé : *Combinatoire, statistique et probabilité de 6 à 14 ans*, (VARGA T., DUMONT M., 1973) ainsi que la publication d'une expérimentation conduite auprès d'élèves suisses (document disparu dans l'incendie de la Bibliothèque de LYON 2 et donc difficile actuellement à "réidentifier"). Les deux premiers auteurs, préconisaient une logique d'apprentissage de l'incertain passant successivement par la combinatoire, les probabilités et les statistiques. De son côté, le document suisse évoqué, se fondait sur l'échelonnement des périodes d'appropriation cognitives de l'enfant (PIAGET J., INHELDER B., 1951), présenté de la manière suivante :

[23] ***Denis, M., (1989) Image et cognition, PUF***

Tableau 99 : Évolution des formes de résolution de problèmes par les élèves en fonction de leur âge

	Opérations logiques	Idée de hasard et de probabilité
Première période (7/8 ans)	Absence d'opérations proprement dites (niveau préopératoire)	Indifférenciation du possible et du nécessaire, du déductible et du non déductible
Deuxième période (8/11 ans)	Construction de groupements opératoires d'ordre logique (niveau des opérations concrètes)	Différenciation et antithèse entre opérations (domaine du déductible) et hasard (domaine de l'"incomposable" et de l'irréversible)
Troisième période (11/12 ans)	Opérations au niveau formel	Synthèse du hasard et des opérations déductives (compositions probabilistes)

Ce document, qui hiérarchisait et planifiait les activités d'apprentissage, prenait donc ses distances avec les fondements pédagogiques des manuels de T. Varga (VARGA, 1976, p. 6) qui, pour les enseignants aussi, organisait l'approche de l'aléatoire selon les étapes suivantes : « Le lecteur sera introduit par dans les domaines de la combinatoire, des probabilités simples, des probabilités conditionnelles et de la statistique descriptive simple. » Le document cité plus haut avançait que, même si le Professeur VARGA était convaincu à juste titre du rôle à donner à l'apprentissage de l'incertitude, à tous les niveaux de l'école élémentaire, dans les faits, la programmation de son projet était conçue « sur la base d'un découpage qui est strictement mathématique ; c'est à dire [selon] la succession des activités [qui] répond à un ordre qui est propre aux mathématiques (la combinatoire d'abord, le modèle mathématique d'analyse d'une situation ensuite, puis les statistiques qui préparent les activités de simulation.) »[24].

Pourtant sur le fond, les deux auteurs semblent s'accorder ; voilà ce qu'avance le Professeur VARGA, dans un autre ouvrage intitulé *Hasard ou stratégie*, (1976), déclarait à propos des faits rencontrés par les élèves (p. 186) :

« L'intelligence des faits déborde largement la simple constatation de similitudes entre diverses situations. En théorie des probabilités, cette phase ne pourra être atteinte que beaucoup plus tard, le domaine étudié étant beaucoup plus complexe. Même l'affirmation la plus sensée peut se révéler brusquement fausse, alors qu'une autre proposition, découlant d'une faute de jugement, peut se trouver confirmée [...]. On ne peut même pas être sûr de ce qui se produira dans la majorité des cas, et l'on doit toujours ajouter "très probablement". Tout au plus, peut-on acquérir ou provoquer une certitude croissante, mais jamais une certitude absolue. C'est l'un des attraits de la théorie des probabilités, que de pouvoir accroître sans cesse cette certitude. Lorsque l'on soumet à de très jeunes enfants les premières épreuves aléatoires, en leur montrant les divers résultats possibles, ils pensent être à même de prédire le résultat. Les enfants plus grands, eux, diront : "on ne peut rien prédire du tout". C'est un peu plus tard encore qu'ils découvriront que finalement il y a quand même quelque chose à dire. Du chaos apparent, ils dégageront des lois. Et ces expériences présentent pour eux un réel attrait. Des enfants de dix ans ne sont pas encore mûrs pour concevoir le calcul des probabilités comme une théorie déductive ; ils en sont

[24] Voir annexe 4.4., document relatant une expérimentation suisse

mêmes très loin. Mais après quelques expériences, ils en comprendront souvent mieux intuitivement les lois que bien des adultes d'aujourd'hui. »

Il semble poindre une convergence à propos des étapes d'appropriation de l'incertitude par les élèves entre les deux auteurs. La différence se situerait plutôt du côté de la présentation des *faits d'incertitude* : devons-nous attendre l'âge des possibilités d'acquisition par l'élève ou devons-nous les devancer au risque d'inciter les élèves, par manque de bagage mathématique, au recours aux explications magiques ! Cette perplexité fut exposée à l'issue de notre présentation de Bordeaux (2009), en toute connaissance des expériences conduites par des stagiaires de l'IUFM de Grenoble par exemple (cf. annexe 3.2) ; cette remarque fut d'ailleurs soutenue lors du débat qui suivit, par Guy Brousseau. Elle est aussi évoquée au fil de l'ouvrage de Benoît Rittaud, *Les mystères du hasard* (RITTAUD, 2008) qui explore le double paradoxe adressé aux élèves dans l'appropriation du concept de "hasard" :

Premièrement :

- Si l'on accepte l'existence du hasard, on valide les recherches sur les probabilités et du coup, on favorise la recherche actuelle et l'apport de réponses (partielles certes, dans l'idée de la connaissance pure) mais réelles dans la vie pratique. Et par contre, on repousse l'idée de la science pouvant aller encore plus loin dans l'explication du monde.
- Si l'on refuse l'existence du hasard, on favorise l'idée d'explication scientifique du monde, mais en contrepartie, on se prive d'outils d'approximation des résultats, souvent fort utiles sur le plan pratique.

Deuxièmement :

- Faire comprendre que le hasard, n'a rien du ressort de la magie, c'est faire en sorte que pour les élèves, ils en tirent l'idée que bien qu'imprévisibles, les événements suivent tout de même certaines régularités (loi des grands nombres).
- Mais dans ce cas, comment faire alors comprendre aux élèves que chaque événement est indépendant de l'historique des événements précédents ?

Pour notre part, en accord avec les auteurs précédents et en se reportant au dernier tableau, nous aimerions centrer la poursuite de ce travail sur la ligne intermédiaire qui le constitue (et qui correspond aux élèves ciblés par cette recherche) ; reportons-là ci-après :

Tableau 100 : Ligne centrale de la recherche envisagée

	Opérations logiques	Idée de hasard et de probabilité
Deuxième période (8/11 ans)	Construction de groupements opératoires d'ordre logique (niveau des opérations concrètes)	Différenciation et antithèse entre opérations (domaine du déductible) et hasard (domaine de l'"incomposable" et de l'irréversible)

La recherche pourrait donc s'illustrer de la manière suivante :

- proposer aux élèves des situations qui mêleraient soit des aspects "réguliers", soit des aspects "aléatoires" (dans la prise en compte de la situation, des données, des variables, des registres sémiotiques, des indices statistiques utilisés, dans la communication des résultats, etc.),
- et d'en éprouver alors les pistes d'analyse entourant la prise de décision des élèves, c'est-à-dire rejoindre l'ouverture A4 signalée plus avant. Étudier comment les élèves

se positionnent lorsqu'ils sont mis en présence de la résolution mathématique d'une situation. Sur quels critères, différencient-ils les situations où les mathématiques :

- leur donnent l'assurance d'obtenir un résultat (un résultat sûr et précis),
- leur permettent d'avancer qu'aucun résultat n'est envisageable (résultat impossible),
- ou leur semblent impuissantes (résultat incertain).

Sur quoi alors se fonderait la décision des élèves ? Tout d'abord, quelle serait la référence mathématique retenue par les élèves :

- leur propre savoir (se traduisant en leur capacité en cours, à résoudre mathématiquement le problème proposé),
- ou l'intuition (que les mathématiques peuvent opérer sans qu'eux-mêmes n'aient encore les capacités requises pour le faire) ?

Que représenterait ensuite pour eux l'idée d'apporter une réponse mathématique :

- est-ce une réponse précise, unique ?
- ou un ensemble de réponses, cadré par ses limites ?

Que serait l'élaboration par l'enseignant de situations dites *fondamentales* dans la terminologie de Brousseau pour installer les bases d'une didactique de la statistique ?

Pour les élèves, comment percevraient-ils les aspects réguliers ou aléatoires des situations à traiter ?

Références bibliographiques

Académie des ScienceS (2000), La statistique Rapport sur la science et la technologie n°8, Paris : Éditions TEC&DOC.

ARTIGUE M. (1989), *Ingénierie didactique*Recherches en Didactique des Mathématiques, 9/3, pp. 281-308, Grenoble : La pensée sauvage.

AVENEL C. (2004), *Sociologie des “quartiers sensibles”*, Armand Colin, 2004, in *France 2005, Portrait d’une société*, Revue Sciences Humaines, Hors-série n°50, septembre/ octobre 2005.

BACHELARD G. (1938), *La formation de l’esprit scientifique : contribution à une psychanalyse de la connaissance objective*, Paris : Vrin.

BARREAU H. (1990), *L’épistémologie*, collection Que sais-je, Paris : PUF.

BARUK S. (1977,) *Fabrice ou l’école des mathématiques*, Paris : Seuil collection Science ouverte.

BARUK S. (2004), Si 7 = O, Quelles mathématiques pour l’école ? Paris, Éditions Odile Jacob.

BECK U. (2001), *La société du risque. Sur la voie d’une autre modernité*, Éditions Aubier, 2001 in *France 2005, Portrait d’une société*, Revue Sciences Humaines, Hors-série n°50, septembre/octobre 2005.

BEDARIDA F. (1987), *Pour une histoire de la statistique,* Tome n° 1,Paris, Économica / INSEE.

BERGEAUT J.-F. (2003), Quoi de neuf dans les nouveaux programmes de mathématique de l’école élémentaire ? Réflexions sur les programmes de mathématique du collège et de l’école élémentaire, Paris, *Bulletin APMEP* n° 441 ou brochure APMEP n°159, 2003.

BERNARD C. (1865/2008), *Introduction à l'étude de la médecine expérimentale*. Paris : Editions Champs Flammarion.

BESSON J.-L., (1992), *La cité des chiffres ou l’illusion des statistiques,* Paris : Éditions Autrement.

BKOUCHE R., CHARLOT B., ROUCHE N. (1991), *Faire des mathématiques : le plaisir du sens*, Paris, Armand Colin.

BODIN A. (2006), Qu’apporte l’enseignement des mathématiques aujourd’hui, passé au crible des évaluations nationales et internationales ? De la première étude menée en 1960, aux études TIMSS2 et PISA3… en passant par les études de la DEP4 et d’EVAPM5, *Repères-IREM n° 6*5, Topiques éditions, octobre 2006.

BOURSIN J.-L. (1986), *Les structures du hasard, les probabilités et leurs usages*, collection Points Sciences, Paris, Éditions du Seuil.

BOURSIN J.L. et DURU G. (1995), *Statistique - Cours - Méthodes – Exercices,* Paris, Vuibert.

BRECHIGNAC C. (2009), *N'ayons pas peur de la science, Raison et déraison*, Paris, CNRS Éditions, 2009.

BRETON T. (1991), *La dimension invisible*, Paris : Éditions Odile Jacob.

BROUSSEAU G. (1986), Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 7.2, Grenoble : La pensée sauvage.

BROUSSEAU G. (1991b), *Glossaire de didactique*, Inédit, transmis à la 3ème école d'été de la didactique des mathématiques, 3p.

BROUSSEAU G. (2003), Situations fondamentales et processus génétiques de la statistique, A*ctes de la XIIe école d'été de didactique des mathématiques* (Corps, 20-29 août 2003), ARDM, Grenoble, Éditions La Pensée sauvage.

BRUN J. (1981), A propos de la didactique des mathématiques, *Revue Math-École*, Neuchâtel, (pp. 14-20).

BRUN J. (sous la direction de J. BRUN) (1996), *Didactique des mathématiques,* Lausanne : Éditions Delachaux et Niestlé.

CALVINO I. (1986), *Collection de sable*, (trad. de l'italien par J.P. Manganaro), Paris : Le Seuil.

CHAITIN G. (2009), *Hasard et complexité en mathématiques*, Paris : Éditions Flammarion.

Charlot B. (1988), *L'école en mutation : crise de l'école et mutation sociale*, Paris, Payot.

CHARLOT B., EMIN, J.- C. (coord.) (1997), *Violences à l'école, État des savoirs*, Paris :Armand Colin (Formation des enseignants).

CHEVALLARD Y. (1985/1991), *La transposition didactique*, *Du savoir savant au savoir enseigné*, Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherches en didactique des mathématique*s, Vol. 12/1, pp. 73-111, Grenoble : La Pensée sauvage.

CHEVALLARD Y., WOZNIAK, F. (2003b), *Enseigner la statistique au secondaire. Entre genre prochain et différence spécifique,*Actes de la XIIe école d'été de didactique des mathématiques (Corps, 20-29 août 2003), Grenoble, Éditions La Pensée sauvage.

COLIGNON J.P. (2003), *L'orthographe, c'est logique,* Paris : Éditions Albin Michel.

DE VECCHI G. (2007), *Un projet pour enseigner par situations-problèmes*, Paris : Éditions Delagrave.

Cournot A. (1843/1984), *E xposition de la théorie des chances et des probabilités*, *œuvres complètes,* Tome 1, Paris : Librairie Vrin.

COUTANSON B. (1995), *Nature et dynamique des représentations de la statistique, chez les étudiants de Sciences de l'éducation,* Mémoire de licence, université Lumière Lyon 2, sous la direction de Jean-Claude Régnier, Lyon.

COUTANSON, B. (1995), Que vivent les mathématiques Problèmes de logique portant sur la combinatoire et la statistique,*Journal de la classe unique de Gumières (42),* Numéro spécial mathématiques, Année scolaire 1994/1995.

COUTANSON B. (1998), *Vers la création d'outils statistiques*, éléments de pratique pour l'épreuve d'animation de séance du Certificat d'Aptitude à la Formation des Instituteurs et Professeurs des Écoles Maître Formateurs, Gumières.

COUTANSON B. (1999), *La statistique, ses représentations et ses usages didactiques et pédagogiques à l'école élémentaire,* Mémoire de maîtrise, université Lumière Lyon 2, sous la direction de Jean-Claude Régnier, Lyon.

COUTANSON B. (2004), *Introduire un enseignement de la statistique au cycle III, de l'école élémentaire en France, Analyse de quelques obstacles auxquels se confrontent les étudiants,* Mémoire de DEA, université Lumière Lyon 2, sous la direction de Jean-Claude Régnier, Lyon.

COUTANSON B., RÉGNIER J.C. (2006), Introduire un enseignement de la statistique au cycle III, de l'école élémentaire en France, pour contribuer à la formation citoyenne*, Actes des 38 èmes Journées de Statistique*, SFDS Clamart.

COUTANSON B., RÉGNIER J.C. (2008), Introduire un enseignement de la statistique au cycle III, de l'école élémentaire en France, Analyse de quelques obstacles auxquels se confrontent les enseignants*, Actes du 1 er Colloque Francophone Internationa sur l'Enseignement de la Statistique l* SFDS, Lyon.

COUTANSON B., RÉGNIER J.C. (2009), Introduire un enseignement de la statistique au cycle III, de l'école élémentaire en France, La place de la statistique à l'intérieur des manuels de préparation des candidats au Concours de Recrutement des Professeurs des Écoles, *Actes des 41èmes Journées de Statistique, SFDS,* Bordeaux.

CUSHMAN J. (1996), *Hasard ou probabilités*, Paris, Flammarion.

DAGONNET F. (1996), *Cheminement,* Vénissieux : Éditions Paroles d'Aube.

Denis M. (1989*), Image et cognition*, Paris : PUF.

DEVELAY M. (2001), *Propos sur les sciences de l'éducation, Réflexions épistémologiques*, Paris : ESF éditeur.

Debray R. (2002), *L'enseignement du fait religieux dans l'école laïque*, Rapport au Ministre de l'Éducation nationale, Paris, Éditions Odile Jacob, 2002.

Debray R. (2007), *Un mythe contemporain : le dialogue des civilisations*, Paris : CNRS Éditions.

DEHAENE S. (2003), *La bosse des maths*, Paris : Odile Jacob.

Descartes R. (1637/2000), *Discours de la méthode*. Paris : GF Flammarion

DESCAVES A. (1992), *Comprendre des énoncés. Résoudre des problèmes*, Paris : Hachette.

DESCAVES A. (2007), *Les mathématiques au concours de professeur des écoles,* Paris :Hachette Éducation.

DESANTI, J.T. (1968), *Les idéalités mathématiques*, Paris : Seuil.

DEP (1994*), Les pratiques d'enseignement en classe de CE2*, Direction de l'Évaluation et de la Prospective (94/95), Dossier n°44, septembre 94.

DOUADY R. (1984), *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques*, Thèse de doctorat d'État.

DROESBEKE J.-J., TASSI P. (1975/1997), *Histoire de la statistique*, collection Que sais-je n° 2527, Paris : PUF.

DROESBEKE J-J. (1992), *Éléments de statistique*, collection Statistique et Mathématiques appliquées, Paris : Éditions de l'Université de Bruxelles et Éditions Ellipses.

DUPERRET J.C. (2001), *Des statistiques à la pensée statistique*, IREM de Montpellier, 2001.

DURKHEIM, É. (1894/1988), *Les règles de la méthode sociologique,* Collection Champs, Paris : Éditions Flammarion.

DURKHEIM É. (1897/1967), *Le suicide. Étude de sociologie* . Paris: Les Presses universitaires de France. Collection: Bibliothèque de philosophie contemporaine . (Edition éléctronique : http://classiques.uqac.ca/classiques/Durkheim_emile/suicide/suicide.html)

Duval R. (1991), Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée,*Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37-65, Strasbourg. : ULP.

Duval R. (1996), Quel cognitif retenir en didactique ? *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 16(3), 349-382. Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.

DUVAL R. (1995), *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels,* Bern : Peter Lang.

DUVAL R. (2002), *L'organisation visuelle de l'information en tableaux*, IUFM Nord / Pas-de-Calais.

EKELAND I. (1991), *Au hasard, La chance, la science et le monde*, Paris : Collections Points Sciences, Éditions du Seuil.

ENRY P. (1961), *Ethnologie de l'éducation*, Paris : PUF, in M.Develay, (2001), *Propos sur les sciences de l'éducation, Réflexions épistémologiques*, Paris : ESF éditeur.

ERNOULT M., TALAMONI C. (2005), La modélisation dans l'enseignement des mathématiques. Exemple : La croissance d'une population*, Les revues pédagogiques de la Mission laïque française*, Activités mathématiques et scientifiques n° 55, mars 2005.

FILLOUX J.C. (1998/2002), *Bachelard Gaston (1884-1962),* in Dictionnaire encyclopédique de l'éducation et de la formation, Champy P., Etévé C., (Dir.), Beaumes-les-Dames, Nathan.

FOUREZ G. (1994), *Alphabétisation scientifique et technique*, Bruxelles : éditions De Boeck Université.

FREIRE P. (1971), *Pratique de la liberté*, Paris : Éditions du Cerf.

FREIRE, P. (1974), *Pédagogie des opprimés, suivi de conscientisation et révolution*, Paris, Maspero.

FREIRE P. (1992), *Pedagogia da esperança : reencontro com a pedagogia do oprimido,* São Paulo: Paz e Terra.

GASQUET S., CHUZEVILLE R. (1993), *Les mathématiques dans l'information chiffrée*, Grenoble : CRDP de Grenoble.

GATTUSO L. (2003), Les statistiques, un élément essentiel de la littéracie. Une expérimentation d'enseignement des statistiques dans les écoles italiennes, *Actes des Journées de Statistique SFDS*, Lyon.

GAUVRIT N. (2007), *Statistiques, méfiez-vous !* Paris : Éditions Ellipses.

GIRARD J.C., GROS D., PLANCHETTE P., REGNIER J.C. (1998), *Enseigner la statistique du CM à la seconde. Pourquoi ? Comment ?*, IREM de Lyon.

GIRARD J.-C. (1999), Le professeur de mathématiques doit-il enseigner la modélisation ? *Repères-IREM* n° 36, Topiques éditions, juillet 1999.

GIRARD J.-C., HENRY M., PICHARD J.F. (2001), Quelle place pour l'aléatoire au collège, *Repère-IREM*, n° 42, Topiques Éditions, Paris, janvier 2001.

GIRARD J.C (2001), Des diagrammes à l'histogramme, in *Des statistiques à la pensée statistique*, IREM de Montpellier.

GIRARD J.C. (2001), A bas la moyenne, in *Des statistiques à la pensée statistique*, IREM de Montpellier.

GIRARD J.-C. (2004), La liaison statistique-probabilité dans l'enseignement,*Repères-IREM*, n° 57, Topiques Éditions, octobre 2004.

GIRARD J.C., GATTUSO L., MARY C. (2006), La statistique dans le monde : État de la question et pistes de travail, in *L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés* ; Actesdu Colloque Espace Mathématique Francophone 2006, Université de Sherbrooke, 27 au 31 mai 2006.

GOODY J. (1979), *La raison graphique*, Paris : Éditions de Minuit.

GOODY J. (1993), *La science sauvage, des savoirs populaires aux ethnosciences*, Paris : Seuil.

GRINGAS Y. (2010), *Propos sur les sciences*, Paris : Éditions Raison d'agir.

HENRY, M., CHAPUS, B. (2005), *Statistique au lycée,* Volume 1 *: les outils de la statistique*, Paris : APMEP n°156.

HOFSTATDTER R. (1997), *Le théorème de Gödel*, Paris : Le Seuil.

IFRAH G. (1981), *Histoire universelle des chiffres*, Paris : Seghers.

IMBERT F. et le GRPI (1994), *Médiations, Institutions et loi dans la classe*, Paris : ESF.

IMBERT F. (2000), *L'impossible métier de pédagogue*, Paris : ESF.

JACQUARD A. (1993), *L'explosion démographique* Paris : Flammarion.

JACQUARD A. (1995), *Paroles de sciences, Textes présentés par A. Jacquard*, Carnets de sagesse, Paris : Albin Michel, 1995.

JACQUARD A. (1997), *Petite Philosophie à l'usage des non philosophes*, Paris, Calmann-Lévy.

JACQUARD A. (2001), L*a science à l'usage des non-scientifiques*, Paris : Calmann-Lévy.

JOHSUA S., DUPIN J.J. (1993), *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques,* Paris : PUF.

JOZEAU M.F. (2001), *Histoire des statistiques et des probabilités : un survol*, IUFM de Versailles, IREM Paris VII.

JULIA D. (2006), *Dictionnaire de la philosophie*, Paris : Larousse.

KAHANE J.P. (2000), *L'enseignement des sciences, rapport de la Commission de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques*, Ministère de l'Éducation nationale, Paris, Éditions Odile Jacob &CNDP.

KAHN A. (2007), *Essai sur les racines de la nature humaine* Paris : NiL éditions.

KETELE J.M., et ROEGIERS X. (1993), *Méthodologie du recueil d'informations, Pédagogie en développement, Méthodologie de la recherche*, 2èmé édition, Bruxelles, Université De Boeck.

KOKOREFF M., RODRIGUEZ J. (2005),France 2005, Portrait d'une société,*Revue Sciences Humaines,* Hors-série n°50, septembre/octobre 2005.

KUHN T. (1962/1983), *La structure des révolutions scientifiques*, Paris : Flammarion.

LAHANIER-REUTER D. (1999), *Conceptions du hasard et enseignement des probabilités et statistiques*, Paris : PUF.

LAHANIER-REUTER D. (2003), Enseignement des statistiques en Sciences Humaines : perspectives didactiques,*Actes des Journées de la Statistique SFDS* de LYON.

LAHANIER-REUTER D. (2006), La statistique : une discipline scolaire ?*, Actes des Journées de la Statistique SFDS* de Clamart.

LAROCHE F. (2006), *Les mathématiques sont-elles utiles aux futurs citoyens*, Paris, Bulletin APMEP, n° 463, pp. 316-320.

MEIRIEU P. (1995), *La pédagogie entre le dire et le faire*, Paris : ESF éditeur.

MELJAC C. (2003), *Qui donc a inventé les mathématiques*, Paris : Éditions Audibert.

MEN, CNDP et GTD de mathématiques, *Document d'accompagnement du programme de la classe de seconde,* Juin 2000, BO hors-série n° 6 du 12 août 1999.

MIALARET G., PHAM D. (1967), *Statistiques à l'usage des éducateurs*, Paris : PUF.

MONGIN O. (2006), Comment être idéaliste aujourd'hui, in *Être idéaliste, est-ce être dépassé* (collectif), pp. 73-103, Ivry sur Seine, Les éditions de l'Atelier / Les éditions ouvrières.

MONOD J. (2006), *Le hasard et la nécessité, Essai sur la philosophie naturelle de la biologie moderne*, Paris : Éditions du Seuil.

MORIN E. (1990b), *Introduction à la pensée complexe*, Paris : ESF Éditeur, 1990.

MORIN E. (2000), *Les sept savoirs nécessaires à l'éducation du futur*, Paris : Éditions du Seuil.

MOTTEAU D. (2007), *Concours professeur des écoles Annales corrigées*, Paris : Nathan.

ORIOL J.-C. (2007), *Formation à la statistique par la pratique d'enquêtes par questionnaires et la simulation : étude didactique d'une expérience d'enseignement* dans un département d'IUT, Thèse de Doctorat en Sciences de l'Éducation sous la direction de Jean-Claude RÉGNIER, présentée et soutenue publiquement le 17 novembre 2007à Lyon.

OSTROWSKY N. (2009), *L'agenda de l'apprenti scientifique*, Paris, Éditions de la Martinière, 2009. Lao-Tseu, p. du 17 janvier, 2009.

PALLASCIO R. (1997), *Mathématiques instrumentales et projets d'enfants*, Bruxelles : Éditions De Boeck Université, 1997.

PARZYSZB. (1999), Heurs et malheurs du su et du perçu en statistique, Des données à leur représentations graphiques*Repères-IREM* n°35, pp. 91-112 Topiques éditions.

PIAGET J., INHELDER B. (1951), *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*, Paris, PUF.

PIEDNOIR, J-L., DUTARTE, P. (2001), *Enseigner la statistique au lycée : des enjeux aux méthodes*, Commission Inter-Irem Lycées technologiques, Université Paris 13.

PINET I., BLEIN C. (2006), *Entre hasard et déterminisme, Un jeu de dés pour approcher l'aléatoire en cycle III*, Mémoire professionnel PE2/PCL2, IUFM de Grenoble, sous la direction de Gérard GERDIL-MARGUERO.

POPPER K. (1973), *La logique de la découverte scientifique.* Paris : Payot.

PORTUGAIS J. (1995), *Didactique des mathématiques et formation des enseignants*, Bern, Peter Lang S.A., 1995.

PRIGOGINE I. (1993), *La créativité dans les sciences et dans les lettres*, The Creative Process, Stockholm :.Éditions Gustafson L., Howard S. et Niklasson L.

PRIGOGINE I. (1996), *La fin des certitudes*, Paris : Éditions Odile Jacob.

RADE L., MORRIS R. (sous la direction de) (1986), *Étude de l'enseignement des mathématiques*, Volume n° 4, Paris, Éditions UNESCO.

RADE L. MORRIS R. (sous la direction de) (1990), *Étude sur l'enseignement des mathématiques*, Volume n° 6, Paris, Éditions UNESCO.

RAINAL F., RIEUNIER A. (1997), *Pédagogie : dictionnaire des concepts clés, apprentissages, formation et psychologie cognitive*, Paris, ESF éditeur.

RAOULT J.-P. (2005), Simulation statistique et enseignement, *Actes de l'Université d'été d'ANIMATHS*, Saint-Flour, le 26 août 2004, Paris.

RAVEL P. (2001), *L'école aujourd'hui. Quelles réalités ? Obstacles, réussites, perspectives,* Paris, ESF éditeur.

RÉGNIER J.C. (1996), les finalités de l'enseignement de la statistique, in J-C Girard, J-C Régnier, *Enseigner la Statistique du CM à la Seconde Pourquoi ? Comment ?,* Villeurbanne : IREM / Université Claude Bernard.

RÉGNIER J-C. (1997b), Pourquoi faire des statistiques ? in J-C Girard, J-C Régnier, *Enseigner la Statistique du CM à la Seconde Pourquoi ? Comment ?,* Villeurbanne : IREM / Université Claude Bernard, pp. 1-3.

RÉGNIER J-C. (1997c), Finalités et enjeux de l'enseignement de la statistique, in J-C Girard, J-C Régnier (Éds), *Enseigner la Statistique du CM à la Seconde Pourquoi ? Comment ?,* Villeurbanne : IREM / Université Claude Bernard, pp. 5-20.

RÉGNIER J-C. (1997d), Histogramme, Enseigner la Statistique du CM à la Seconde Pourquoi ? Comment ? in J-C Girard, J-C Régnier (Éds), *Enseigner la Statistique du*

CM à la Seconde Pourquoi ? Comment ?, Villeurbanne : IREM / Université Claude Bernard, pp. 21-41.

RÉGNIER J-C. (1997e), Danger ! Approximations..., in J-C Girard, J-C Régnier (Éds), *Enseigner la Statistique du CM à la Seconde Pourquoi ? Comment* ?, Villeurbanne : IREM / Université Claude Bernard, pp. 99-105.

RÉGNIER J-C. (1997f), De la vérité autoproclamée à la vraisemblance reconnue, in J-C Girard, J-C Régnier (Éds), *Enseigner la Statistique du CM à la Seconde Pourquoi ? Comment ?,* Villeurbanne : IREM / Université Claude Bernard, pp. 107-118.

RÉGNIER J-C. (1997g), Lire un article de journal de la presse ordinaire in J-C Girard, J-C Régnier (Éds), *Enseigner la Statistique du CM à la Seconde Pourquoi ? Comment ?,* Villeurbanne : IREM / Université Claude Bernard, pp. 127-133, 1997.

RÉGNIER J.-C., THOMAS R., COUTANSON B. (1998), *La prise de décision risquée en situation incertaine : éléments pour une séquence didactique visant l'acquisition du raisonnement statistique*. in J-C Girard, J-C Régnier (Éds), *Enseigner la Statistique du CM à la Seconde Pourquoi ? Comment ?,* Villeurbanne : IREM / Université Claude Bernard.

RÉGNIER J-C. (2000), *Autoévaluation et autocorrection dans l'enseignement des mathématiques et de la statistique - Entre praxéologie et épistémologie scolaire,* Note de synthèse en vue de l'obtention de l'habilitation à diriger des recherches en Sciences et Théorie des formes de l'éducation soutenue le 13 décembre 2000 Université Marc Bloch, Strasbourg.

RÉGNIER J.-C. (2002), A propos de la formation en statistique. Approches praxéologiques et épistémologiques de questions du champ de la didactique de la statistique. In Questions éducatives. L'école et ses marges. *Revue du Centre de Recherche en éducatio*n de l'Université Jean Monnet de Saint-Étienne, n°22-23, pp. 157-201, décembre 2002.

RÉGNIER J-C. (2005), Formation de l'esprit statistique et raisonnement statistique. Que peut-on attendre de la didactique de la statistique ?*Actes du séminaire national de Didactique des Mathématiques, ARDM & IREM de Paris*, pp.13-37.

RÉGNIER J.-C. (2006), Étude des difficultés d'apprentissage de la statistique dans le cadre d'un enseignement à distance, Revue *Éduquer Psychologie et Sciences de l'Éducation*, Paris L'Harmattan, pp.15-47, février 2006.

REVUZ A. (1980), *Est-il impossible d'enseigner les mathématiques ?,* Paris : PUF.

RITTAUD B. (2002), *Hasard et probabilités*, Collection Quatre à quatre, Paris, Le Pommier

RITTAUD B. (2008), *Les mystères du hasard*, Paris, Éditions le Pommier.

RITTAUD B. (2008), *Les mathématiques*, Paris, Éditions Le Cavalier bleu.

RIVIERE É., HUBÉ N. (2008), *Faut-il croire les sondages*, Bordeaux, Éditions Prométhée.

ROBERT C. (2003), *Contes et décomptes de la statistique*, Paris, Ed. Vuibert et Brochure APMEP n°930, 2003.

ROSE J. (1993), *Le hasard au quotidien, coïncidences, jeux de hasard, sondages*, Paris, Éditions du Seuil, 1993.

ROUAN O.et RÉGNIER J.-C. (2004), Formation continue des enseignants du secondaire en statistique*, Actes des 36èmes journées de statistique SFDS*.

RUELLE D. (1991), *Hasard et chaos*, Paris, Éditions Odile Jacob.

SAINT-JOHN PERSE (1963), Amers, *NRF*, Paris: Gallimard.

SCHWARTZ C. (2007), Hasard et modélisation, quels objectifs pour l'école primaire ? *Actes du XXXIII ème colloque sur la formation des maîtres*, Dourdan, au congrès de la Copirelem, le 09 juin 2006, CRDP de Versailles, CDDP de l'Essonne, Évry.

SCHWARTZ D. (1994), *Le jeu de la science et du hasard*, Paris, Flammarion, 1984.

SCHWARTZ D. (2001), Le hasard, *Les nouvelles d'Archimède,* Le journal culturel de l'Université des Sciences & Technologies de Lille,oct., nov., déc. 2001, pp. 4-5.

SERRES M. (2003), *L'incandescent,* Paris : Éditions Le Pommier.

SPERBER D. (1996), *La contagion des idées*, Paris : Éditions Odile Jacob.

VARGA T., DUMONT M. (1973), *Combinatoire, statistique et probabilité de 6 à 14 ans*, Paris : OCDL.

VARGA T., ENGEL A., WALSER W., (1976), *Hasard ou stratégie*, Paris : OCDL.

VERGELY B. (2000), *Les grandes interrogations de la connaissance*, Toulouse : Éditions Milan.

VERGNAUD G. (1991), La théorie des champs conceptuels. Recherche en didactique des mathématiques. *RDM* 10/2.3, Grenoble, La Pensée sauvage, p. 133-170.

VERGNAUD G. (1994), *Apprentissages et didactiques, où en est-on* ?, Paris : Hachette.

VERGNE C. (2004), La notion de variabilité dans les programmes de seconde de 2000, Étude de conditions de variabilité didactique. *Actes des journées de statistique SFDS,* Montpellier.

VESSEREAU A. (2005), *La statistique*, collection Que sais-je, Paris : PUF.

VOGEL N. (2004), Peut-on imiter le hasard, in *bulletin* n° 451, de l'Association des Professeurs de mathématiques de l'Enseignement Public, de mars-avril 04, pp. 168-172. et Éditions Les revues pédagogiques de la Mission laïque française, Activités mathématiques et scientifiques, bulletin n°54, d'octobre 2004.

WEBER-BOUCHANT J. (2002), *Une aventure statistique en cycle III de l'école primaire*, présentation d'une étudiante en maîtrise de Sciences de l'éducation, cours de didactique des mathématiques du Professeur Jean-Claude RÉGNIER du 13 mars 2002. Université Lyon2.

WEIL S. (1947/1988), *La pesanteur et la grâce*, Paris : Plon.

[Résumés]

Formation à la statistique Université Lyon2

Titre : La question de l'éducation statistique et de la formation de l'esprit statistique à l'école primaire en France. (**Annexes**) Étude exploratoire de quelques caractéristiques de situations inductrices d'un enseignement de la statistique au cycle III

Résumé : Notre étude traite de l'enseignement de la statistique auprès des élèves du cycle III de l'école primaire, en France et plus précisément, porte sur la question de l'éducation statistique et de la formation de l'esprit statistique. Après avoir précisé les notions de *fait statistique*, *pensée statistique* et *esprit statistique*, nous avons analysé dans une deuxième partie, les difficultés rencontrées actuellement par cet enseignement, au travers de l'évolution des programmes scolaires de l'école primaire, des représentations des étudiants en Sciences de l'éducation, des professeurs des écoles, des élèves, ainsi que dans une perspective de continuité des contenus scolaires au fil des cycles de l'école primaire et du collège. Dans une troisième partie, nous avons observé les manuels scolaires de mathématiques des élèves du cycle III. L'ensemble fait ressortir des invariants : tendance à convertir en opérations arithmétiques des situations implicitement statistiques, pauvreté d'emploi des registres sémiotiques et des parcours sémiotiques, standardisation des formes de représentation et des tâches réclamées aux élèves, etc., mais surtout, nous avons pu établir un parallèle avec une dernière recherche portant sur les manuels de préparation au Concours de Recrutement des Professeurs des Écoles. Nous en avons conclu que c'était la perception commune, y compris celle de l'Institution scolaire, à propos de l'enseignement / apprentissage de la statistique qu'il fallait faire évoluer.

Notre travail prend appui sur la théorie des situations didactiques de Guy Brousseau, sur celle des champs conceptuels et des travaux de Gérard Vergnaud traitant de la conceptualisation, sur la transposition didactique et sur l'institutionnalisation des savoirs par Yves Chevallard, sur les recherches de Jean-Claude Régnier concernant la didactique de la statistique, ainsi que sur celles de Raymond Duval portant sur le rôle des registres sémiotiques dans l'apprentissage de l'élève.

Mots clés : enseignement de la statistique, situations implicitement statistiques, pensée statistique, esprit statistique, programmes scolaires, représentation de la statistique par les professeurs et élèves, études de manuels scolaires, registres et parcours sémiotiques.

Title: Statistical education and training of the statistical mind in primary schools in France. Exploratory study of a few typical situations that would help the teaching of statistics in the third cycle.

Summary: Our study is about the teaching of statistics to third cycle pupils in French primary schools, and more precisely, about the issue of statistical education and training of the statistical mind. In part I, we clarify the notions of *statistical fact, statistical thinking* and *the statistical mind.* We then analyze in part II the difficulties this teaching is currently faced with, due to the constant change of syllabus in primary schools, scrutinizing how future teachers, primary school teachers and pupils conceive statistics, aiming to reach continuity in the curricula from primary school all the way through to the end of secondary school. In part III, we dissect mathematics textbooks pupils use in the third cycle. This minute analysis highlights permanent features: tendency to convert implicitly statistical situations into arithmetical calculations; poor use of semiotic registers and semiotic learning paths; standardization of how statistics are represented and of the tasks required from the pupils and so on. Above all, we were able to draw a parallel with another of our researches exploring the textbooks that prepare school teachers for the competitive entry examination. Our conclusion is that the way the teaching and learning of statistics is generally perceived – also by the state education system - needs to be thoroughly reconsidered.

Our work is supported by Guy Brousseau's theory of didactical situations, by Gérard Vergnaud's studies about conceptual fields and conceptualization, by Yves Chevallard's theory of didactical transposition and institutionalization of knowledge, by Jean-Claude Régnier's research on didactics of statistics and by Raymond Duval's work on semiotic registers in a child's learning.

Keywords : Teaching of statistics, implicitly statistical situations, statistical thinking, the statistical mind, curricula, teachers' and pupils' representation of statistics, textbook analysis, semiotic registers and semiotic learning paths.

[Annexes]

1. Les questionnaires proposés pour les recherches précédentes

Annexe n°1.1 : le questionnaire soumis aux étudiants de Sciences de l'éducation de Lyon2, pour la réalisation du mémoire intitulé : *Nature et dynamique des représentations de la statistique, chez les étudiants de Sciences de l'éducation,* Mémoire de licence, université Lumière Lyon 2, sous la direction de Jean-Claude Régnier, Lyon, 1995.

Questionnaire adressé aux étudiants et réponses obtenues

Université Lyon 2 - Sciences de l'éducation — Jean-Claude Régnier, Bernard Coutanson

LES REPRÉSENTATIONS DE LA STATISTIQUE CHEZ LES ÉTUDIANTS EN SCIENCES DE L'ÉDUCATION

Thème : La statistique, son apprentissage, ses représentations, son objet et son utilisation en sciences de l'éducation.

Codage des réponses : ☐☐☐☐/☐ (1 2 3 4 0) -1- Tout à fait non -0- Sans avis
-2- Plutôt non
-3- Plutôt oui
-4- Tout à fait oui

(facultatif) Nom : Prénom : Date :

Année de naissance : Baccalauréat: série : année :

DA01 : (Nés entre 1945 et 1949 : 6
1950 et 1954 : 4
1955 et 1959 : 3
1960 et 1964 : 3
1965 et 1969 : 6
1970 et 1974 : 6
Réponses non précisées : 2)

EA01 (Bac. A : 11
B : 5
C : 2
D : 4
F : 1
G : 4
Réponses non précisées : 3)

Actuellement vous êtes en licence ☐ (30), maîtrise ☐ (0).

* Avec quelle(s) formation(s) avez-vous obtenu votre inscription en licence ☐ ou en maîtrise ☐ de sciences de l'éducation?

* Dans quels buts, poursuivez-vous des études en sciences de l'éducation?
GA01 (Ouverture d'esprit 12 / Accessibilité à un concours 16 / Réponses non précisées 2)

1-Vos difficultés rencontrées dans l'apprentissage de la statistique en sciences de l'éducation :

AA 01 : Connaissez-vous précisément les critères de validation de l'épreuve de statistique? (1/4/16/9 /0) ☐☐☐☐/☐ 1 2 3 4 0

AA02 : Pensez-vous pouvoir agir sur l'élaboration de ces critères? (6/15/4/1 / 4) ☐☐☐☐/☐ 1 2 3 4 0

AB01 : Étudier en licence de sciences de l' éducation se traduit-il implicitement par un certain acquis en mathématiques ? (1/8/11/10/0) ☐☐☐☐/☐ 1 2 3 4 0

AB02 : Quelles difficultés éprouvez-vous lors de l'étude de la statistique?
(Ne citez que les trois qui, pour vous, semblent les plus significatives, mais par contre essayez de les décrire avec précision.)
- a-
-b-
- c-

AC01 : Comment vous organisez-vous pour faire face à ces difficultés ?

AD01 : Comment avez-vous abordé la statistique de sciences de l'éducation :
(23) ❒Avec le premier cours?
(0) ❒Par l'intermédiaire d'autres étudiants avant le premier cours?
(1) ❒Par la lecture anticipée de documents traitant des sciences de l' éducation?
(6) ❒D'une autre manière :

AD02 : Dans ce dernier cas, précisez : lieu, personnages, leur attitude par rapport à la statistique et l'image véhiculée que vous avez perçue ?

2-Votre représentation de la statistique et vos attentes envers elle:

Codage des réponses : - une réponse par ligne
- compléter toutes les lignes

BA01 : Images de la statistique et sentiments envers elle :
(Réponses : tableau n°1)

	--	-	0	+	++	
Inutile	❑	❑	❑	❑	❑	Utile
Fragile	❑	❑	❑	❑	❑	Solide
Insignifiante	❑	❑	❑	❑	❑	Grandiose
Désordonnée	❑	❑	❑	❑	❑	Ordonnée
Non rigoureuse	❑	❑	❑	❑	❑	Rigoureuse
Dangereuse	❑	❑	❑	❑	❑	Sécurisante
Non indispensable aux autres disciplines	❑	❑	❑	❑	❑	Indispensable aux autres disciplines
Aberrante	❑	❑	❑	❑	❑	Evidente
Non valorisante	❑	❑	❑	❑	❑	Valorisante
Non promouvante	❑	❑	❑	❑	❑	Promouvante
Domaine fermé	❑	❑	❑	❑	❑	Domaine ouvert
Résultat flou	❑	❑	❑	❑	❑	Résultat précis

BB01 : **Attitudes envers la statistique :**
(Réponses : tableau n°1 bis)

	--	-	0	+	++	
Je déteste	❑	❑	❑	❑	❑	J'adore
Défense	❑	❑	❑	❑	❑	Accord
Barrière	❑	❑	❑	❑	❑	Simple obstacle
Rejet	❑	❑	❑	❑	❑	Curiosité
Envie de détruire	❑	❑	❑	❑	❑	Envie de créer
J'abdique	❑	❑	❑	❑	❑	Je peux lutter
Blocage	❑	❑	❑	❑	❑	Recherche
Régression	❑	❑	❑	❑	❑	Progression
Découverte passive	❑	❑	❑	❑	❑	Découverte active
Remédiation contrainte	❑	❑	❑	❑	❑	Remédiation désirée
N'a pas de sens	❑	❑	❑	❑	❑	A un sens

3-L'utilisation de la statistique :

CA01 : Envisagez-vous d'avoir recours à la statistique dans le cadre de votre travail de mémoire de licence☐ ,
(11/5/8/4 /2)
de maîtrise ☐ ? ☐☐☐☐/☐
1 2 3 4 0

Si oui, de quelles façons ? et dans quels buts ?

CA02 : Actuellement, si votre mémoire est à un niveau avancé d'élaboration, de quelles façons avez-vous utilisé la statistique ou éventuellement auriez-vous pu utiliser la statistique?

CB01 : Dans votre vie professionnelle, vous sentez-vous concerné par les résultats statistiques ?
(0/8/16/3 /3)
☐☐☐☐/☐
1 2 3 4 0

CB02 : Dans votre vie personnelle, vous sentez-vous concerné par les résultats statistiques ?
(2/11/14/2 / 1)
☐☐☐☐/☐
1 2 3 4 0

CB03 : Avez-vous les réflexes :

(1/7/13/4 /0)
- d'analyser les conditions de réalisation des sondages ? ☐☐☐☐/☐
1 2 3 4 0

(2/10/12/6 / 0)
- d'en rechercher les finalités? ☐☐☐☐/☐
1 2 3 4 0

CC01 : Pour vous, l'apprentissage de la statistique concerne plutôt :
(19) (Réponses non précisées : 2) (9)
l'acquisition de méthodes cognitives ☐ ou l'aptitude à repérer des exercices-types déjà traités ☐ ?

(7) (7)
CC06 : Vous intéressez-vous en priorité au résultat chiffré ☐ , au raisonnement ☐ ou à la compréhension
(16)
initiale du problème ☐ ?

CC02 Comment procédez-vous pour étudier un problème statistique?

(7/9/10/3 /1)
CC03 : Pour vous la mise en oeuvre de l'écriture mathématique est-elle aisée ? ☐☐☐☐/☐
1 2 3 4 0

(2)
CC04 : Comment lisez-vous un énoncé de statistique : comme un roman ☐, ou comme un ensemble de
(28)
données mathématiques ☐ ?

(2/6/15/7 /0)
CC05 : Assimilez-vous la statistique aux mathématiques ? ☐☐☐☐/☐
1 2 3 4 0

CD01 : Pouvez-vous préciser le sens que vous accordez aux notions suivantes utilisées en statistique ?
-1- probable :

-2- hasard :

-3- hypothèse :

-4-significatif :

-5-représentatif :

E01 : Si vous enseignez actuellement ou envisagez d'enseigner, pensez-vous qu'il soit nécessaire d'avoir déjà acquis une formation minimale en mathématiques?
(0/4/10/12 / 4)
❑❑❑❑/❑
1 2 3 4 0 Pourquoi ?

-Votre analyse par rapport à l'enseignement de la statistique en ciences de l'éducation :

A01 : Pourriez-vous donner trois arguments **en faveur** de l'existence d'un enseignement de statistique en sciences de l'éducation? (les classer du plus fort au plus faible).

-a-

-b-

-c-

A02 : Pourriez-vous donner trois arguments **contre** l'existence d'un enseignement de statistique en sciences de l'éducation? (les classer du plus fort au plus faible).

-a-

-b-

-c-

(Pour les questions DA01 et DA02 lire les tableaux : 10, 10 bis, 11, 11 bis et 12)

Annexe n°1.2 : le questionnaire soumis aux Professeurs des écoles, pour la réalisation du mémoire intitulé : *La statistique, ses représentations et ses usages didactiques et pédagogiques à l'école élémentaire,* Mémoire de maîtrise, université Lumière Lyon 2, sous la direction de Jean-Claude Régnier, Lyon, 1999.

Université Lyon 2 - Sciences de l'éducation

Jean-Claude Régnier
Directeur du département des Sciences de l'éducation
Bernard Coutanson
Etudiant en maîtrise de Sciences de l'éducation

LES ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE et LA STATISTIQUE

***Thème* : La statistique, ses représentations et ses usages didactiques et pédagogiques à l'école primaire .**

Le but de ce questionnaire est de recueillir diverses informations relatives à la place de la statistique et aux idées que s'en font les enseignants du premier degré. Par avance, nous vous remercions pour le temps que vous voudrez bien consacrer à ce travail. Nous avons utilisé le canal de l'Inspection départementale pour des raisons pratiques.

Après avoir complété ce document, nous vous saurions gré de bien vouloir nous le retourner le plus tôt possible :

A

- soit directement à Bernard COUTANSON, Le bourg 42380 MONTARCHER,

- soit par l'intermédiaire de l'Inspection départementale de MONTBRISON en mentionnant : à l'attention de Bernard COUTANSON.

Votre réponse peut être **ANONYME.** Toutefois, si vous êtes intéressé par les résultats de cette enquête, complétez le coupon-réponse ci-dessous et communiquez-le nous (éventuellement de manière séparée).

****

Nom : Prénom :

Adresse :

****

Questionnaire adressé aux institutrices et instituteurs
de la circonscription de Montbrison
(avec l'aimable autorisation de Monsieur Bonhomme I.E.N.)
par
Jean-claude RÉGNIER & Bernard COUTANSON
Université Lyon 2 - Sciences de l'éducation

LES ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE ET LA STATISTIQUE

Thème : La statistique, ses représentations et ses usages didactiques et pédagogiques à l'école primaire .

Date de l'enquête :..................

1/Qui êtes-vous ?

1.1 Date de naissance: / /19 **1.2** Sexe :
1.3 Baccalauréat série : Année :
1.4 Niveau actuel d'étude :

1.5 Vous vous percevez comme : *(Cochez la case de votre choix)*

O Plutôt "littéraire"	O Plutôt "artiste"	O Plutôt "technicien"
O Plutôt "scientifique"	O Plutôt "manuel"	O Plutôt "sportif"
O autre : *(précisez)*		

1.6 Durant vos études, quelles étaient vos trois matières préférées ? *(par ordre décroissant de préférence)*

matière n°1	matière n°2	matière n°3

1.7 Si à la lecture d'un journal ou lors d'une émission télévisuelle vous rencontrez un jeu mathématique que faites-vous ? :

2/ Quel est votre profil d'enseignant ?

2.1 Depuis combien d'années enseignez-vous ? *(réponse précise)* :.......................

2.2 Lors de votre entrée en fonction en tant qu'enseignant à l'école primaire, quelles matières vous semblaient être les plus importantes pour les enfants? *(par ordre d'importance décroissante)*

matière n°1	matière n°2	matière n°3

2.3 Actuellement quelles sont celles qui vous semblent être les plus importantes pour les enfants? *(par ordre décroissant d'importance)*

matière n°1	matière n°2	matière n°3

2.4 Votre situation actuelle de travail (96/97): *(Cochez les modalités de choix)*

votre classe	votre école
effectif : niveau :	effectif : nombre de classes :
	zone : O rurale O urbaine O périurbaine

3/ Quels liens avez-vous avec la statistique ?

3.1 Pour vous, en une phrase, la statistique c'est :

3.2 Vous percevez la statistique comme : *(A chaque ligne, mettez une croix dans la case O correspondant à votre position entre deux pôles extrêmes.)*

Inutile	OOOOOO	Utile
Réfutable	OOOOOO	Irréfutable
Non rigoureuse	OOOOOO	Rigoureuse
Non indispensable aux autres disciplines	OOOOOO	Indispensable aux autres disciplines
Accès difficile	OOOOOO	Accès facile
Non valorisante	OOOOOO	Valorisante
Résultat flou	OOOOOO	Résultat précis
Domaine dangereux	OOOOOO	Domaine inoffensif
Générateur de doute	OOOOOO	Générateur de certitude
Insécurisant	OOOOOO	Sécurisant
Domaine fermé	OOOOOO	Domaine ouvert

3.3 Quand vous êtes sollicité pour une enquête statistique (par écrit ou par un enquêteur)...

(Dans la colonne gauche, donnez une seule réponse; dans celle de droite, plusieurs réponses sont possibles.)

O Vous acceptez avec enthousiasme.	O C'est une nécessité informative.
O Vous acceptez avec un enthousiasme modéré.	O C'est une nécessité civique.
O Vous acceptez sans état d'âme.	O Vous en serez valorisé.
O Vous acceptez malgré une légère contrainte.	O Votre sort en sera amélioré.
O Vous refusez avec une légère contrainte.	O L'objet de l'enquête vous intéresse.
O Vous refusez : la contrainte est forte.	O Il y a un lot à la clé.
O Vous refusez : la contrainte est très forte.	O Votre curiosité vous fait tendre l'oreille.
O Vous refusez : la containte est trop forte.	O Autre :

3.4 Selon vous, quels risques notre société actuelle encourt-elle avec la statistique ?
(Précisez le domaine, l'objet, la victime.)

3.5 Selon vous, de quels apports notre société actuelle bénéficie-t-elle avec la statistique ?
(Précisez le domaine, l'objet, la victime.

3.6 Pour vous, la statistique : *(Classez par ordre décroissant la caractérisation de la statistique)*

	Rangs
fait partie des mathématiques.	
est une discipline autonome.	
constitue un outil de recherche, d'expérimentation	
aide à s'informer et à communiquer.	

4/Votre expérience de la statistique :

4.1 Comment abordez-vous les données statistiques : *(classez vos tendances par ordre décroissant.)*

J'accorde une priorité :

	Rangs
aux illustrations	
aux graphiques, aux courbes.	
aux tableaux.	
aux dessins symbolisés (exemple : l'épi pour la production de blé...)	
à l'écriture mathématique (%, moyenne, ...)	
au texte.	

4.2 Au quotidien, vous rencontrez la statistique : *(Où ? Quand ? Comment ? A propos de quoi ?)*

4.3 Au contact de la statistique, vous vous dites :

O Elle m'agace	O Elle m'indiffère	O Elle m'intéresse	O Elle me fascine

4.4.1 Précisez les circonstances dans lesquelles vous avez l'impression d'avoir entendu parler pour la première fois de la statistique : (N'oubliez pas de préciser le support utilisé.)

4.4.2 Précisez celles où vous avez utilisé la statistique pour la première fois : (N'oubliez pas de préciser le support utilisé.)

4.4.3 Précisez celles où vous avez enseigné la statistique pour la première fois: (N'oubliez pas de préciser le support utilisé.)

4.5 Prenez-vous appui sur la statistique pour : *(Mettre une croix dans les cases correspondantes)*

	Pas du tout	Plutôt non	plutôt oui	Tout à fait oui
animer un débat ?				
présenter un bilan d'activité ?				
aborder un projet d'aménagement ?				
relater un fait d'actualité ?				
justifier votre efficacité professionnelle ?				
illustrer la place que tient une passion dans votre budget personnel ?				
crédibiliser votre discours ?				
amplifier l'impact de vos propos ?				
évaluer votre classe, vos élèves ?				
évaluer votre pratique professionnelle				
Autre :				
Autre :				

5/Quelle place accordez-vous à la statistique dans le métier d'enseignant à l'école primaire ?

5.1 Former les maîtres à la statistique leur servirait à : *(Mettre une croix dans les cases correspondantes)*

	Pas du tout	Plutôt non	plutôt oui	Tout à fait oui
bâtir des situations de remédiation pour les élèves				
communiquer les résultats des élèves aux parents				
apprécier et comparer les résultats des élèves entre eux				
comparer ces résultats avec ceux d'une autre classe ou à une attente				
réfléchir sur la pratique de notation				
construire plus efficacement leurs connaissances				
gérer leur formation professionnelle				
transmettre des connaissances avec plus de clarté				
orienter les élèves				
Autre :				

5.2 L'idée de statistique dans votre classe : *(Mettre une croix dans la case de votre choix)*

Ce n'est plus une simple idée, c'est une pratique; la voici : O

C'est encore une idée; j'ai l'intention d'aborder la statistique avec l'objectif de : O

Je n'en ai pas encore eu l'idée mais je vais y réfléchir. O

Je n'en ai pas encore eu l'idée; je ne pense pas aborder la statistique dans l'immédiat car : O

5.3 Enseigner la statistique à l' école primaire permettrait de développer chez les élèves : *(Mettre une croix dans les cases de votre choix)*

	Pas du tout	Plutôt non	plutôt oui	Tout à fait oui
une approche des données qualitatives				
une approche des données quantitatives				
une méthode de recherche				
une meilleure communication				
une lecture critique de l'information				
un esprit d'estimation, de comparaison				
une capacité à faire des bilans				
un état d'esprit à l'anticipation				
une nouvelle perception de la mesure				
une aptitude à bâtir des projets				
Autre :				

5.4 Votre projet d'école fait-il référence à la statistique ? *(Mettre une croix dans la case de votre choix)*

O Non	O Je ne sais pas.	O Oui

Si oui, sous quelle forme ?

5.5 Selon vous, l'étude de la statistique à l'école primaire nécessite un acquis mathématique préalable : *(Mettre une croix dans la case de votre choix)*

O Non	O Oui

Si oui, précisez cet acquis:

5.6 Selon vous, l'étude de la statistique à l'école primaire permettrait : *(Mettre une croix dans la case de votre choix)*

O la mise en place d' une situation de mathématisation des situations de classe.	O une meilleure utilisation des "opérations de base".
O d'user d'un terrain de prédilection pour trier, ranger, grouper.	O l'élaboration de statégies personnelles, originales.
O le maniement d'un outil d'estimation.	O une nouvelle perception de la mesure.
O une approche de l'idée de la maîtrise de l'indépendance de deux caractères.	O la mise en place d'une situation d'utilisation d'une méthode de recherche.
O le recours à une aide à la décision.	O une lecture critique de l'information.
O une utilisation pratique des tableaux et graphiques.	O une meilleure communication des résultats.
O l'étude de données qualitatives.	O un état d'esprit à l'anticipation.
O l'usage d'un outil pour comparer des résultats.	O une capacité à faire des bilans.
O un enrichissement de la connaissance des nombres	O autre :
O autre :	O autre :

5.7 L'étude de la statistique à l'école primaire vous paraît superflue car : *(Mettre une croix dans les cases de votre choix)*

O toutes les notions accessibles à l'école primaire sont déjà là à travers d'autres matières.
O il y a le risque de voir la statistique enseignée par des personnes insuffisamment formées .
O à l'école primaire, l'enfant ne peut pas appréhender l'idée d'anticipation,de prévision.
O des estimations trop répétées diminueraient l'image de rigueur des mathématiques.
O introduire la statistique à l'école, c'est la soumettre à la polémique et à la politique.
O les enfants vont dilapider leur temps scolaire en une succession de comptages.
O ce travail n'apporterait pas de stratégies nouvelles, originales.
O il y a le risque de surenchère de termes et de symboles supplémentaires.
O Autre :

Annexe n°1.3 : Le questionnaire soumis aux étudiants de Sciences de l'éducation de Lyon2, pour la réalisation du mémoire intitulé : *Introduire un enseignement de la statistique au cycle III, de l'école élémentaire en France, Analyse de quelques obstacles auxquels se confrontent les étudiants,* Mémoire de DEA, université Lumière Lyon 2, sous la direction de Jean-Claude Régnier, Lyon, 2004.

Année universitaire 2003-2004
Université Lumière Lyon-2

Questionnaire auprès des professeurs des écoles du cycle III

L'objet de cette enquête par questionnaire s'inscrit dans un travail de recherche de DEA de sciences de l'éducation. Nous vous remercions de contribuer à cette recherche en répondant au questionnaire.

Jean-Claude Régnier
Bernard Coutanson

1 Vous et la statistique :

[V01] Date de naissance :	**[V02]** Sexe :	**[V03]** Date d'entrée dans l'enseignement :
Bac **[V04]** année : **[V05]** série :		**[V06]** Type de la Licence :

[V11] Pour vous, en trois mots :

La **statistique**, c'est :	"Les **probabilités**", c'est :	Le **hasard**, c'est :	La **certitude**, c'est :
-	-	-	-
-	-	-	-
-	-	-	-

[V12] Selon vous, l'enseignement mathématique et scientifique permet :

de comprendre les recherches en cours concernant **tous les champs du savoir** (technologique, humain, social…)	Tout à fait en désaccord	Plutôt en désaccord	Plutôt d'accord	Tout à fait d'accord
d'avoir une connaissance de **l'infiniment petit** jusqu'à **l'infiniment grand**	Tout à fait en désaccord	Plutôt en désaccord	Plutôt d'accord	Tout à fait d'accord

[V13] Selon vous, pour solutionner une situation-problème, l'élève doit débuter sa recherche par l'étude :

Des parties élémentaires de la situation	De la globalité de la situation	
Oui Non	Oui Non	Je ne sais pas

[V14] Selon vous, toute **étude scientifique** :

Doit conduire à un résultat unique, précis, irréfutable	Tout à fait en désaccord	Plutôt en désaccord	Plutôt d'accord	Tout à fait d'accord	Non réponse
Doit accepter une part de d'incertitude dans le résultat	Tout à fait en désaccord	Plutôt en désaccord	Plutôt d'accord	Tout à fait d'accord	

14

[V15] Selon vous, pour préparer les élèves à une société future, les **programmes scolaires** devraient :

Développer les domaines disciplinaires suivants
N°1
N°2
N°3

Introduire les domaines disciplinaires suivants
N°1
N°2
N°3

[V16] Pour analyser l'actualité du monde, **l'idée d'incertitude** doit être enseignée à l'école ?

Tout à fait en désaccord	Assez en désaccord	Assez d'accord	Tout à fait d'accord	Non réponse

[V17] Pour l'élève, la statistique l'aiderait à :	Ranger par ordre d'importance en partant de 1 = le plus important
Constituer son point de vue	
Résoudre des problèmes	
Collecter des données	
Observer le monde environnant	
Saisir l'évolution du monde actuel	
Comprendre les autres élèves	
Prendre en charge l'incertain	

[V18] Pour vous, la statistique permet :	Tout à fait en désaccord	Assez en désaccord	Assez d'accord	Tout à fait d'accord
De donner un état du passé				
D'anticiper un état futur				

[V19] Selon vous, **y a-t-il des données statistiques que les élèves devraient connaître ?**

Non	**Oui**
Si oui, lesquelles ?	... et pourquoi ?

2 La statistique et l'approche des savoirs scolaires au cycle III

[V20] Dans **les programmes de mathématiques**, la statistique favoriserait-elle les apprentissages :

	Tout à fait en désaccord	Assez en désaccord	Assez d'accord	Tout à fait d'accord
des nombres, des activités numériques				
mesures				
géométrie				
résolution de situations problèmes				

[V21] Dans les **autres disciplines scolaires**, la statistique favoriserait-elle les apprentissages en :

	Tout à fait en désaccord	Assez en désaccord	Assez d'accord	Tout à fait d'accord	Non réponse
arts plastiques et musique					
éducation civique					
EPS					
français					
histoire et géographie					
sciences et technologie					

[V22] Les mots que vous utilisez avec les élèves :

	Tout à fait en désaccord	Assez en désaccord	Assez d'accord	Tout à fait d'accord	Non rép
Courbes					
Diagrammes					
Données					
Graphiques					
Pourcentages					
Schémas					
Statistiques					
Tableaux					

[V23] Présenter aux élèves des tableaux et des graphiques, c'est les inciter à :	Tout à fait en désaccord	Assez en désaccord	Assez d'accord	Tout à fait d'accord	Non réponse
découvrir un mode de présentation					
construire une situation de recherche					
analyser une situation					
lire des données					
extraire une synthèse					
donner une interprétation					
fonder une décision					
Engager un débat					

3 La statistique et l'apport des manuels scolaires de mathématiques du cycle III

[V24] L'usage des tableaux et graphiques statistiques, invite l'élève :

	Tout à fait non	Plutôt non	Plutôt oui	Tout à fait oui
à une explicitation de l'**étendue des valeurs**				
au calcul d'une **moyenne**				
au repérage d'une valeur dominante (**le mode**)				
à une sensibilisation aux **écarts** entre les réponses				

[V25] Parler tableaux et graphiques statistiques, nécessite-t-il obligatoirement l'usage des mots :

	Tout à fait non	Plutôt non	Plutôt oui	Tout à fait oui
Sondage				
Risque d'erreur				
Echantillon				
Population				
Confiance				
Étendue				
Moyenne				
Mode				
Écart				

[V26] 12 compétences concernant **l'usage de tableaux statistiques**, relevées dans les manuels de mathématiques.	**Ranger par ordre d'importance** en partant de 1 = le plus important
Trouver une question d'après un tableau	
Lire un tableau	
Répondre à une question issue d'un tableau	
Construire un graphique à partir d'un tableau	
Construire des icônes à partir d'un tableau	
Ranger les données dans un tableau	
Repérer les variables dans un tableau	
Interpréter un tableau	
Construire un tableau	
Calculer à partir d'un tableau	
Reproduire un tableau	
Construire un tableau à partir de données iconiques	

[V27] 13 compétences concernant **l'usage de graphiques statistiques**, relevées dans les manuels de mathématiques.	**Ranger par ordre d'importance** en partant de 1 = le plus important
Trouver une question d'après un graphique	
Lire un graphique	
Répondre à une question issue d'un graphique	
Construire un tableau à partir d'un graphique	
Construire des icônes à partir d'un graphique	
Ranger les données selon un graphique	
Repérer les variables dans un graphique	
Interpréter un graphique	
Construire un graphique	
Calculer à partir d'un graphique	
Reproduire un graphique	
Anticiper la forme d'un graphique	
Construire un graphique à partir de données iconiques	

[V28] Les **formes de graphiques suivantes**, sont nécessaires au cycle III :

	Tout à fait non	Plutôt non	Plutôt oui	Tout à fait oui	Je ne sais pas
Avec des barres					
En courbe					
Avec des bâtons					
Avec des points					
Demi-circulaire					
Polaire					
Circulaire					

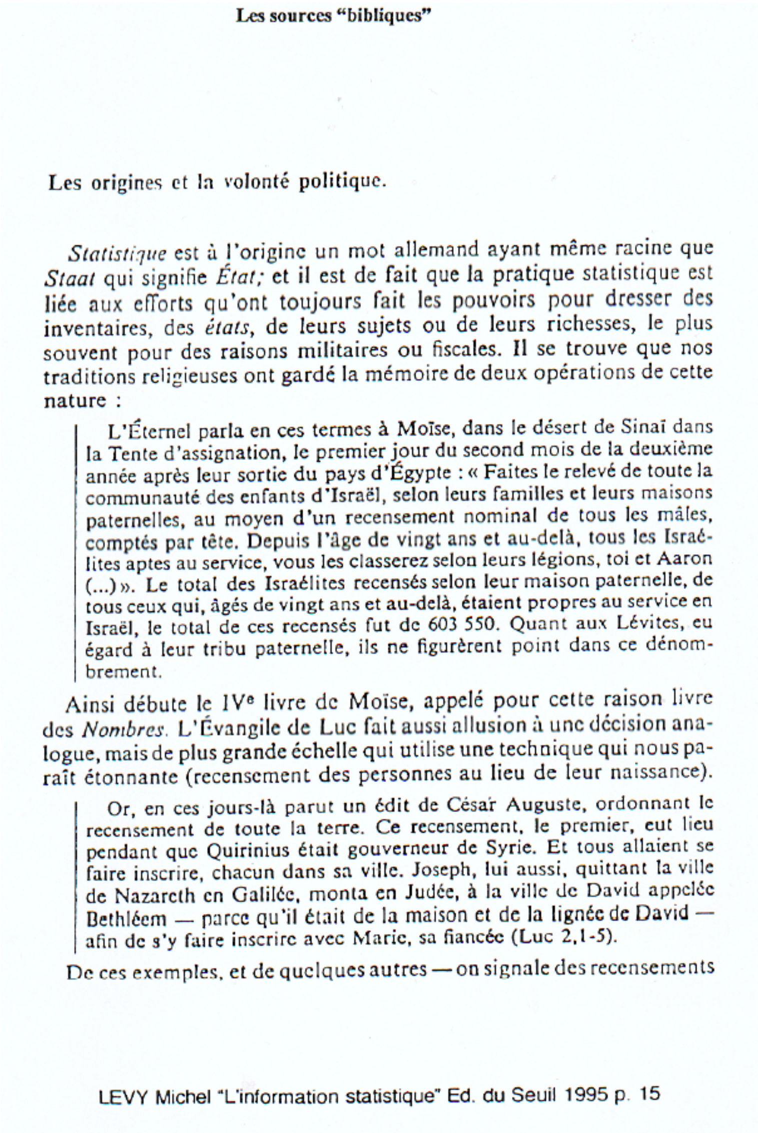
[V29] Avez-vous conduit des enseignements de la statistique ?

Non **Oui**

Si oui, lesquels ?

2. Quelques repères pour préciser les origines historiques de la statistique

Annexe n°2.1 : **Les origines bibliques** ; LEVY M. (1995), *L'information statistique* Éditions du Seuil, p. 15.



Les sources "bibliques"

Les origines et la volonté politique.

Statistique est à l'origine un mot allemand ayant même racine que *Staat* qui signifie *État;* et il est de fait que la pratique statistique est liée aux efforts qu'ont toujours fait les pouvoirs pour dresser des inventaires, des *états*, de leurs sujets ou de leurs richesses, le plus souvent pour des raisons militaires ou fiscales. Il se trouve que nos traditions religieuses ont gardé la mémoire de deux opérations de cette nature :

> L'Éternel parla en ces termes à Moïse, dans le désert de Sinaï dans la Tente d'assignation, le premier jour du second mois de la deuxième année après leur sortie du pays d'Égypte : « Faites le relevé de toute la communauté des enfants d'Israël, selon leurs familles et leurs maisons paternelles, au moyen d'un recensement nominal de tous les mâles, comptés par tête. Depuis l'âge de vingt ans et au-delà, tous les Israélites aptes au service, vous les classerez selon leurs légions, toi et Aaron (...) ». Le total des Israélites recensés selon leur maison paternelle, de tous ceux qui, âgés de vingt ans et au-delà, étaient propres au service en Israël, le total de ces recensés fut de 603 550. Quant aux Lévites, eu égard à leur tribu paternelle, ils ne figurèrent point dans ce dénombrement.

Ainsi débute le IV[e] livre de Moïse, appelé pour cette raison livre des *Nombres*. L'Évangile de Luc fait aussi allusion à une décision analogue, mais de plus grande échelle qui utilise une technique qui nous paraît étonnante (recensement des personnes au lieu de leur naissance).

> Or, en ces jours-là parut un édit de César Auguste, ordonnant le recensement de toute la terre. Ce recensement, le premier, eut lieu pendant que Quirinius était gouverneur de Syrie. Et tous allaient se faire inscrire, chacun dans sa ville. Joseph, lui aussi, quittant la ville de Nazareth en Galilée, monta en Judée, à la ville de David appelée Bethléem — parce qu'il était de la maison et de la lignée de David — afin de s'y faire inscrire avec Marie, sa fiancée (Luc 2,1-5).

De ces exemples, et de quelques autres — on signale des recensements

LEVY Michel "L'information statistique" Ed. du Seuil 1995 p. 15

Annexe n°2.2 : **Des décrets signés par Louis XVI et Bonaparte** ; LEVY M. (1995), *L'information statistique* Éditions du Seuil, pp. 17 et 18.

Bonaparte et la centralisation.

Le 22 juillet 1791, Louis XVI avait signé une « Loi relative à l'organisation d'une police municipale [1] » qui dispose :

> *Article premier :* Dans les villes et dans les campagnes, les corps municipaux feront constater l'état des habitants, soit par des officiers municipaux, soit par des commissaires de police s'il y en a, soit par des citoyens commis à cet effet. Chaque année dans le courant des mois de novembre et de décembre, cet état sera vérifié de nouveau et on y fera les changements nécessaires : l'état des habitants sera recensé au chef-lieu du canton, par des commissaires que nommeront les officiers municipaux de chaque communauté particulière.
>
> *Article II :* Le registre contiendra mention des déclarations que chacun aura faites de ses noms, âge, lieu de naissance, dernier domicile, profession, métier et autres moyens de subsistance. Le déclarant, qui n'aurait à indiquer aucun moyen de subsistance, désignera les citoyens domiciliés dans la municipalité dont il sera connu et qui pourront rendre bon témoignage de sa conduite.
>
> *Article III :* Ceux qui étant en état de travailler n'auront ni moyens de subsistance, ni métier, ni répondants, seront inscrits avec la note de *gens sans aveu.*

1. Cette loi est citée dans un article de Maurice Vernet « Population de la France : le nombre et la loi » (*Économie et Statistique*, n° 36, juillet-août 1972), article auquel le présent paragraphe a beaucoup emprunté.

> Ceux qui refuseront toute déclaration seront inscrits sous leur signalement et demeure, avec la note de *gens suspects.*
> Ceux qui seront convaincus d'avoir fait de fausses déclarations seront inscrits avec la note de *gens mal intentionnés.*
> Il sera donné communication de ces registres aux officiers et sous-officiers de la gendarmerie nationale, dans le cours de leurs tournées.

Il s'agit donc de statistique utilisée dans un but de police. Nous aurons d'ailleurs à revenir à propos du secret statistique et des fichiers d'individus sur cette gênante parenté de la statistique et de la police, qui se marque dans le vocabulaire (enquête, indice, fichier). Toujours est-il que cette loi institue des registres de population qui se sont effectivement perpétués dans les communes de Belgique et des Pays-Bas. Mais en France proprement dite et bien que tous les décrets prescrivant les recensements jusqu'à 1936 se réfèrent aux articles I et II de la loi du 22 juillet 1791, elle ne fut point appliquée, malgré plusieurs rappels (notamment décret du 10 vendémiaire an IV, 2 octobre 1795).

C'est pourquoi le 26 floréal an VIII (mars 1800), Lucien Bonaparte, ministre de l'Intérieur de son frère premier consul, s'appuyant sur le découpage en départements et l'institution toute récente des préfets, adresse à ceux-ci une circulaire qui ordonne le premier dénombrement de la France :

> Depuis l'an 4, Citoyen, l'Administration générale a fait des efforts inutiles pour se procurer des états complets de la population de la République : le grand nombre d'objets dont on avait désiré que ces états présentassent la réunion, peut avoir été un des principaux motifs de l'inexactitude ou de l'omission des envois.
> Pour que cet obstacle n'ait plus lieu, j'ai fait dresser le modèle ci-joint, d'un tableau où il est uniquement question de fixer le résultat du dénombrement des habitants de la République. Ce tableau est si simple, que son exécution ne peut offrir aucune difficulté (...)
> Vous prescrirez aux sous-préfets de surveiller le dénombrement, pour qu'il soit fait avec exactitude et le plus promptement possible. J'espère que je n'aurai point à me plaindre désormais d'une négligence semblable à celle qui a empêché jusqu'ici que l'Administration générale eût sous les yeux des tableaux complets. Il faut que ce travail soit effectué avec une telle précision, que l'ensemble puisse me parvenir dans le délai de deux mois au plus tard.
> Vous aurez soin de m'accuser la réception de cette lettre.
> Je vous salue.
>
> L. BONAPARTE.

Ce dénombrement, terminé en 1801, intervient avec une cinquantaine d'années de retard sur les pays scandinaves, mais de l'avance sur

Des décrets signés par Louis XVI et Bonaparte

LEVY Michel "L'information statistique"

Ed. du Seuil 1995 p. 17 et p. 18

Annexe 2.3 : **La période de 1940 / 1945** ; BEDARIDA F. (1987), *Pour une histoire de la statistique*, Tome n° 1, Economica / INSEE, p. 513 et LEVY M. (1995), *L'information statistique* Éditions du Seuil, p. 28.

La période de 1940/1945

Dans le domaine statistique, la période 1940-1945 introduisit des bouleversements décisifs qui étaient le produit des circonstances : occupation de la France, économie dirigée, réquisitions, rationnement. Cette situation exceptionnelle fut saisie par René Carmille. Passionné par les possibilités des machines mécanographiques, il avait publié dès 1936 un livre où il décrivait comment un «Etat moderne» pourrait utiliser ce puissant moyen de traitement de l'information statistique, démographique et économique [11] . Les méthodes qu'il préconisa reposent sur quelques principes simples : tenue à jour de dossiers individuels des unités statistiques comportant des documents de base soigneusement vérifiés localement, identification sans ambiguïté de chaque unité statistique, emploi de codes très généraux et rendus obligatoires. Les événements lui donnèrent l'occasion d'appliquer ces idées.

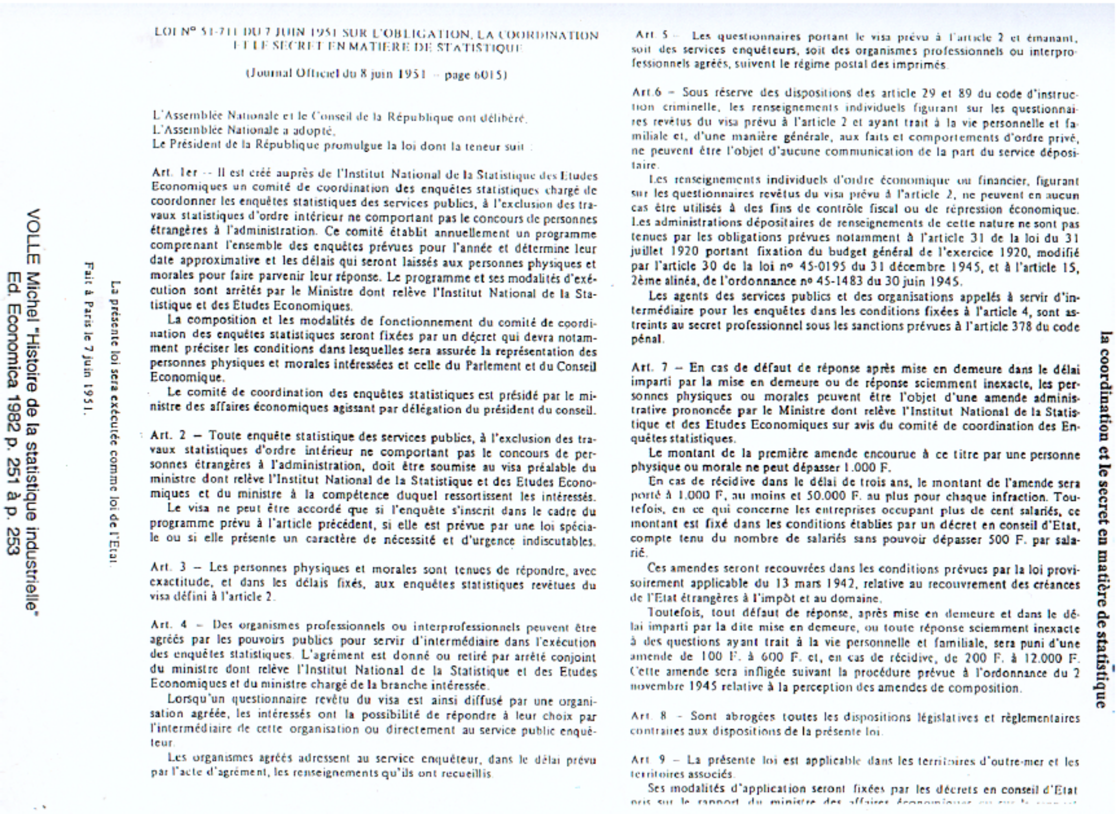
En 1940, l'armée fut démantelée par l'armistice. René Carmille proposa au gouvernement de Vichy de créer, sous couvert d'un service de démographie, un service camouflé de recrutement. Un fichier de population géré mécanographiquement devait fournir le moyen de mobiliser une armée de plusieurs centaines de milliers d'hommes. «Le service à créer», écrivait René Carmille, le 16 août 1940, au ministre de la Guerre «est un service général qui doit fournir des synthèses d'ordre national et impérial nécessaires au Gouvernement. Mais les éléments de ces synthèses doivent être recueillis et contrôlés localement. De là, la nécessité bien explicite d'avoir, d'une part, une forte administration centrale et, d'autre part, des organes régionaux assez près de la matière à traiter pour exercer une vérification efficace et portant sur un territoire assez vaste pour que leur importance leur permette d'organiser scientifiquement leur travail en tirant plein rendement des moyens modernes» [12] . Le 15 décembre 1940 fut créé le Service de la démographie, où furent affectés de nombreux officiers réduits au chômage.

Collectif "Pour une histoire de la statistique" Tome n°1/Contributions
Ed. Economica/ I.N.S.E.E. 1987 p. 513

Il n'est pas douteux que les autorités allemandes exercèrent dans certaines circonstances locales des pressions dramatiques pour avoir accès à ces tableaux. Mais si des « bavures » eurent lieu elles furent en tout cas en nombre extrêmement limité. Carmille lui-même ne commit pas le péché de l'officier du *Pont de la rivière Kwaï* : sacrifier l'idée à l'outil. Il défendit, envers et contre tout, la nature statistique de ses fichiers. Mais la Gestapo ne « marcha » pas jusqu'au bout. Arrêté à Lyon le 3 février 1944, Carmille fut transféré le 2 juillet à Dachau, où il eut entre autres compagnons de captivité Edmond Michelet et le R. P. Riquet. Ceux-ci revinrent et témoignèrent que le contrôleur général René Carmille, diabétique, était mort, de misère physiologique, le 25 janvier 1945.

LEVY Michel "L'information statistique" Ed. du Seuil 1995 p. 28

Annexe n°2.4 : **Loi du 07/06/1951 portant sur l'obligation, la coordination et le secret en matière de statistique ;**VOLLE M. (1982), *Histoire de la statistique industrielle,* Éditions Économica, pp. 251 – 253.



LOI N° 51-711 DU 7 JUIN 1951 SUR L'OBLIGATION, LA COORDINATION ET LE SECRET EN MATIERE DE STATISTIQUE

(Journal Officiel du 8 juin 1951 – page 6015)

L'Assemblée Nationale et le Conseil de la République ont délibéré,
L'Assemblée Nationale a adopté,
Le Président de la République promulgue la loi dont la teneur suit :

Art. 1er – Il est créé auprès de l'Institut National de la Statistique des Etudes Economiques un comité de coordination des enquêtes statistiques chargé de coordonner les enquêtes statistiques des services publics, à l'exclusion des travaux statistiques d'ordre intérieur ne comportant pas le concours de personnes étrangères à l'administration. Ce comité établit annuellement un programme comprenant l'ensemble des enquêtes prévues pour l'année et détermine leur date approximative et les délais qui seront laissés aux personnes physiques et morales pour faire parvenir leur réponse. Le programme et ses modalités d'exécution sont arrêtés par le Ministre dont relève l'Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques.

La composition et les modalités de fonctionnement du comité de coordination des enquêtes statistiques seront fixées par un décret qui devra notamment préciser les conditions dans lesquelles sera assurée la représentation des personnes physiques et morales intéressées et celle du Parlement et du Conseil Economique.

Le comité de coordination des enquêtes statistiques est présidé par le ministre des affaires économiques agissant par délégation du président du conseil.

Art. 2 – Toute enquête statistique des services publics, à l'exclusion des travaux statistiques d'ordre intérieur ne comportant pas le concours de personnes étrangères à l'administration, doit être soumise au visa préalable du ministre dont relève l'Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques et du ministre à la compétence duquel ressortissent les intéressés.

Le visa ne peut être accordé que si l'enquête s'inscrit dans le cadre du programme prévu à l'article précédent, si elle est prévue par une loi spéciale ou si elle présente un caractère de nécessité et d'urgence indiscutables.

Art. 3 – Les personnes physiques et morales sont tenues de répondre, avec exactitude, et dans les délais fixés, aux enquêtes statistiques revêtues du visa défini à l'article 2.

Art. 4 – Des organismes professionnels ou interprofessionnels peuvent être agréés par les pouvoirs publics pour servir d'intermédiaire dans l'exécution des enquêtes statistiques. L'agrément est donné ou retiré par arrêté conjoint du ministre dont relève l'Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques et du ministre chargé de la branche intéressée.

Lorsqu'un questionnaire revêtu du visa est ainsi diffusé par une organisation agréée, les intéressés ont la possibilité de répondre à leur choix par l'intermédiaire de cette organisation ou directement au service public enquêteur.

Les organismes agréés adressent au service enquêteur, dans le délai prévu par l'acte d'agrément, les renseignements qu'ils ont recueillis.

Art. 5 – Les questionnaires portant le visa prévu à l'article 2 et émanant, soit des services enquêteurs, soit des organismes professionnels ou interprofessionnels agréés, suivent le régime postal des imprimés.

Art. 6 – Sous réserve des dispositions des article 29 et 89 du code d'instruction criminelle, les renseignements individuels figurant sur les questionnaires revêtus du visa prévu à l'article 2 et ayant trait à la vie personnelle et familiale et, d'une manière générale, aux faits et comportements d'ordre privé, ne peuvent être l'objet d'aucune communication de la part du service dépositaire.

Les renseignements individuels d'ordre économique ou financier, figurant sur les questionnaires revêtus du visa prévu à l'article 2, ne peuvent en aucun cas être utilisés à des fins de contrôle fiscal ou de répression économique. Les administrations dépositaires de renseignements de cette nature ne sont pas tenues par les obligations prévues notamment à l'article 31 de la loi du 31 juillet 1920 portant fixation du budget général de l'exercice 1920, modifié par l'article 30 de la loi n° 45-0195 du 31 décembre 1945, et à l'article 15, 2ème alinéa, de l'ordonnance n° 45-1483 du 30 juin 1945.

Les agents des services publics et des organisations appelés à servir d'intermédiaire pour les enquêtes dans les conditions fixées à l'article 4, sont astreints au secret professionnel sous les sanctions prévues à l'article 378 du code pénal.

Art. 7 – En cas de défaut de réponse après mise en demeure dans le délai imparti par la mise en demeure ou de réponse sciemment inexacte, les personnes physiques ou morales peuvent être l'objet d'une amende administrative prononcée par le Ministre dont relève l'Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques sur avis du comité de coordination des Enquêtes statistiques.

Le montant de la première amende encourue à ce titre par une personne physique ou morale ne peut dépasser 1.000 F.

En cas de récidive dans le délai de trois ans, le montant de l'amende sera porté à 1.000 F, au moins et 50.000 F. au plus pour chaque infraction. Toutefois, en ce qui concerne les entreprises occupant plus de cent salariés, ce montant est fixé dans les conditions établies par un décret en conseil d'Etat, compte tenu du nombre de salariés sans pouvoir dépasser 500 F. par salarié.

Ces amendes seront recouvrées dans les conditions prévues par la loi provisoirement applicable du 13 mars 1942, relative au recouvrement des créances de l'Etat étrangères à l'impôt et au domaine.

Toutefois, tout défaut de réponse, après mise en demeure et dans le délai imparti par la dite mise en demeure, ou toute réponse sciemment inexacte à des questions ayant trait à la vie personnelle et familiale, sera puni d'une amende de 100 F. à 600 F. et, en cas de récidive, de 200 F. à 12.000 F. Cette amende sera infligée suivant la procédure prévue à l'ordonnance du 2 novembre 1945 relative à la perception des amendes de composition.

Art. 8 – Sont abrogées toutes les dispositions législatives et règlementaires contraires aux dispositions de la présente loi.

Art. 9 – La présente loi est applicable dans les territoires d'outre-mer et les territoires associés.

Ses modalités d'application seront fixées par les décrets en conseil d'Etat pris sur le rapport du ministre des affaires économiques

La présente loi sera exécutée comme loi de l'Etat.

Fait à Paris le 7 juin 1951.

VOLLE Michel "Histoire de la statistique industrielle" Ed. Economica 1982 p. 251 à p. 253

la coordination et le secret en matière de statistique

3. Des textes pour faire état de l'évolution de la science et des contenus de savoirs

Annexe n° 3.1 : **Comment analyser le monde du vivant ?** JACQUARD A. (1995), *Paroles de sciences, Textes présentés par A. Jacquard*, Carnets de sagesse, Paris, Albin Michel, 1995, pp. 5-7.

Des propos limpides évoqués par Albert Jacquard

Des propos limpides,
évoqués par Albert Jacquard,
à l'adresse de tous ceux
qui s'opposent catégoriquement
à la moindre confrontation
"du monde des êtres vivants"
avec l'outil statistique...

N'ayons pas peur des lapalissades : la caractéristique des êtres vivants est qu'ils naissent et meurent. Les dictionnaires ne donnent d'ailleurs guère d'autre définition. L'aventure de chacun est singulière, jamais répétée identiquement ; elle ne peut donc être objet de science. En revanche, si l'on s'intéresse non à un individu mais à une collectivité suffisamment nombreuse, la fameuse – et bien mal nommée – « loi des grands nombres » entre en action et crée certaines régularités ; des mesures peuvent être faites pour les caractériser et préciser leurs évolutions.

La mesure première est évidemment l'effectif de cette collectivité. Connaître cet effectif est une préoccupation que les gouvernants ont eue dès l'aube de nos civilisations. Selon saint Luc, Jésus serait né dans une étable, loin du lieu de résidence habituel de ses parents, à l'occasion d'un recensement*. Tout recensement représente un travail considérable, une gêne pour la population ; il serait dérisoire de n'en tirer que le nombre total des individus ; tant qu'à faire, il est

15

Un éclaircissement
sur la distinction entre
statistiques et probalités.

Des statistiques aux probabilités

Une statistique* est un ensemble de nombres décrivant une observation. Ces nombres peuvent être manipulés pour obtenir quelques résultats synthétiques, ainsi les moyennes, ou révélateurs d'une tendance globale, ainsi les fréquences. On constate par exemple que la population de la France était en 1991 de

20

56,9 millions d'habitants, ce qui correspond à une densité de 104,7 habitants par km^2 ; que dans cet ensemble la proportion des moins de 15 ans était de 19,1 %, des plus de 75 ans de 7,1 % ; que 74,3 % habitaient les villes, 25,7 % la campagne. Tous ces nombres décrivent une réalité observée.

Une probabilité* est un nombre correspondant à un tout autre concept. Il s'agit de tirer le meilleur parti possible d'une information incomplète à propos d'un événement qui n'a pas encore eu lieu, ou qui s'est déjà produit et dont on ignore ce qu'il a été. Cet événement peut avoir plusieurs modalités, par exemple une future naissance peut être celle d'un garçon ou d'une fille, le temps qu'il fera demain peut être ensoleillé, maussade ou pluvieux...

Probabiliser cet événement, c'est énumérer toutes ses modalités possibles et affecter à chacune un nombre d'autant plus grand que notre confiance en le fait qu'elle se produira est plus élevée. Par convention, on choisit des nombres compris entre 0 et 100 et l'on s'exprime en pourcentage ; la probabilité est donc un nombre décimal compris entre 0 et 1. La probabilité 0 correspond à l'impossibilité absolue, la probabilité 1 à la certitude. Comme il est certain que l'une des modalités possibles de l'événement se produira, la somme de leurs probabilités est égale à 1.

Avant d'évoquer une probabilité, il est nécessaire de préciser les conditions d'observation de l'événement, autrement dit de définir l'« épreuve » qui aboutit à cet événement. Cette épreuve consiste par exemple à

21

Annexe n° 3.2 : **La place de l’aléatoire dans l’enseignement des mathématiques.**

Complément du 8ème rapport de juillet 2000 sur la science et la technologie de l’Académie des Sciences, publié aux éditions TEC et DOC, et conçu par la **CREM (Commission de Réflexion sur l’Enseignement des Mathématiques).**

Commission de réflexion sur

l'enseignement des mathématiques

Rapport d'étape

Statistique et probabilités

Sommaire et introduction de ce chapitre

La statistique traite de **données expérimentales ou d'observation**, à étudier dans **leur contexte** ("data with contexts") : sa spécificité est **d'établir des liens entre ces données et la théorie mathématique des probabilités**, d'expliquer ainsi **le passé** et de **prévoir l'avenir**.

- L'objet de la **statistique exploratoire** ou descriptive est de représenter graphiquement, de résumer, de classer des données expérimentales ou d'observation.
- Confronter des données à des modèles probabilistes pour en expliquer la structure et faire de la prévision est l'objet de la **statistique inférentielle**. La modélisation ne peut se faire " en aveugle ", c'est-à-dire sans observer, résumer, étudier la structure des données expérimentales : des allers et retours sont nécessaires entre leur exploration et leur modélisation stochastique. Cependant, si les deux composantes, exploratoire et inférentielle, sont au cœur de la pratique de nombreux statisticiens professionnels, celles-ci se sont développées au point que chacune a aussi ses domaines de recherche et ses champs d'applications propres et autonomes.

Ainsi, en statistique exploratoire, des outils tels la classification, l'analyse descriptive multivariée peuvent être employés pour eux-mêmes, sans modélisation stochastique. Le traitement de l'information chiffrée, c'est à dire le calcul d'indices à partir de données brutes (pourcentages divers, taux de natalité, etc.), qui est la partie la plus ancienne de la statistique descriptive, ne nécessite pas systématiquement des prolongements de nature probabiliste. Il ne faut pas pour autant oublier le lien essentiel de la statistique et des probabilités.

La statistique n'est par ailleurs pas la seule science ayant recours à des modèles probabilistes et ceux-ci sont au cœur de nombreuses disciplines. Les probabilités sont aujourd'hui une spécialité en interaction forte avec l'extérieur (de la physique à la finance, en passant par la biologie et l'économie), et avec l'intérieur des mathématiques (la théorie des nombres, la combinatoire, la géométrie, l'algèbre, l'analyse). La pratique des probabilités marie l'aspect ludique des questions et la rigueur dans l'application des méthodes. (cf. " En passant par hasard, les probabilités de tous les jours ", Gilles Pagès et Claude Bouzitat, Vuibert-1999).

Les problématiques conduisant à des questions de nature statistique sont variées. La prise en compte de l'aléatoire a gagné presque tous les domaines : le contrôle de qualité en milieu industriel, la prévision des petits et des grands risques, l'élaboration de politiques de santé publique, les calculs financiers, etc. ; on trouvera une analyse des pratiques de la statistique actuelle dans " Les chemins de l'aléatoire " de Didier Dacunha-Castelle (Flammarion 1996). **Enfin, loin de vouloir faire dire ce qu'on veut aux chiffres, la statistique revendique pleinement le rôle de dévoiler plusieurs aspects d'une même réalité, de prendre en charge des études dont la conclusion ne peut pas être affichée avec certitude**.

Pour comprendre l'actualité, une formation à la statistique est aujourd'hui indispensable ; c'est une formation qui développe des capacités d'analyse et de synthèse et exerce le regard critique. Le langage élémentaire de la statistique (avec ses mots tels moyenne, dispersion, estimation, fourchette de sondage, différence significative, corrections saisonnières, espérance de vie, risque, etc.) est, dans tous les pays, nécessaire à la participation aux débats publics : il convient donc d'apprendre ce langage, ses règles, sa syntaxe, sa sémantique ; l'enseignement de la statistique étant, par nature, associé à celui des probabilités, il s'agit en fait d'une " formation à l'aléatoire ".

La question n'est plus " faut-il ou non se fier aux statistiques ", mais " comment faire partager au plus grand nombre la connaissance des fondements de cette discipline, des questions qui la concernent, de la nature des preuves qu'elle apporte ". La réponse passe par l'intégration de l'aléatoire à tous les niveaux de l'enseignement.

Ce rapport s'inscrit en complément du 8ème rapport de juillet 2000 sur la science et la technologie de l'Académie des Sciences, publié aux éditions TEC et DOC ; ce dernier répond à une commande du ministre de l'Education nationale de 1998 de procéder à une évaluation prospective de l'activité scientifique et universitaire française.

Pour ce qui concerne la statistique, le rapport de l'académie a été construit autour des questions suivantes :

- ➢ Qu'appelle-t-on statistique ?
- ➢ Quelles sont la nature et la qualité de la recherche en statistique en France ; quelle est sa place en Europe et dans le monde ?
- ➢ Qu'en est-il de la mise en œuvre des méthodes statistiques :
- - dans les grands secteurs de l'économie et de la vie sociale
- - de la mise en œuvre des méthodes statistiques dans la recherche scientifique et technique
- ➢ Qu'en est-il :
- - **de la formation initiale de l'enseignement des statistiques, du primaire au supérieur**
- - **de la formation continue**

Dans le rapport de l'académie s'expriment des gens de différents horizons qui donnent leur point de vue sur la statistique. Les visions personnelles des auteurs ne s'accordent pas toutes ; mais, s'il n'y a pas une pensée statistique unique (il ne peut en être autrement d'une discipline vivante), les zones de convergences sont vastes qui permettent d'envisager sereinement l'enseignement de la statistique.

Le présent rapport de la CREM a pour objectif de prolonger celui de l'académie par des pistes de réflexion pouvant influencer l'évolution future de l'enseignement des statistiques et des probabilités. Il ne s'agit pas ici de définir des curriculums, mais d'une part de rendre compte de questions qui animent vivement les débats à propos de ce chapitre de la formation scientifique, et d'autre part d'éclairer en illustrant parfois par des exemples didactiques simples des éléments susceptibles de guider des choix de contenus en différents temps et lieux d'enseignement et de formation.

Référence de l'ouvrage :

Commission de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques, Rapport d'étape Statistique et probabilités, Odile Jacob, 2002

Annexe 3.3 : **Présentation de l'A.I.E.S.** (Association Internationale pour l'Enseignement de la Statistique)

L'Association Internationale pour l'Enseignement Statistique

L'Association Internationale pour l'Enseignement Statistique, créée au Caire en 1991, lors de l'Assemblée Générale de la 48 ème session de l'Institut International de Statistique (IIS), a pour objectif principal de contribuer au développement et à l'amélioration de l'éducation statistique dans le monde entier et en particulier :

a) en qualité d'organisation professionnelle, d'assurer l'existence d'un forum de discussion pour tous ceux que l'enseignement de la statistique intéresse,

b) de promouvoir la recherche dans l'enseignement statistique en tant que discipline à part entière,

c) de par son rôle éducatif au sein de l'IIS, de prendre l'initiative en ce qui concerne l'enseignement de la statistique et de proposer des solutions aux problèmes soulevés.

L'adhésion a la nouvelle section concerne tout particulièrement les personnes dont les intérêts ou les activités professionnelles comprennent :

L'enseignement de la statistique à l'école primaire, au collège ou au lycée,
L'enseignement de la statistique dans les instituts universitaires, écoles d'ingénieurs ou universités,
L'enseignement, ou le développement de logiciels pour le calcul statistique,
L'enseignement de la statistique, incluant les méthodes d'amélioration de la qualité, dans les entreprises, l'industrie et la recherche,
L'enseignement de la statistique au personnel des offices gouvernementaux,
Le développement de matériel pédagogique : manuels, didacticiels, vidéos.

L'AIES permet à ses membres de contribuer aux innovations et au progrès de l'enseignement de la statistique. Toutefois, le Comité Exécutif actuel reconnaît le besoin urgent d'améliorer la communication entre les enseignants en statistique qui bien souvent, se sentent isolés au niveau professionnel, ainsi que le besoin de renforcer les réseaux de soutien, en particulier dans les pays en voie de développement. L'AIES a un rôle clef dans la World Numeracy Programme. [...]

A titre indicatif, voici quelques exemples récents de thèmes de discussion:

- "L'enseignement de la statistique à l'Université dans les pays en voie de développement",
- "Nouvelles techniques dans l'enseignement de la statistique",
- "Usage des calculatrices et ordinateurs : leur effet sur l'enseignement de la statistique", "Apprendre aux enseignants à enseigner la statistique",
- et "Initiation à l'analyse de données dans les écoles - qui doit l'enseigner et comment?".

La conférence de 1996 a eu lieu à Grenade en Espagne, son thème: "Etude du rôle de la technologie sur l'enseignement et l'apprentissage de la statistique". La prochaine conférence est prévue au Japon ; son thème: "Apprendre aux chercheurs à utiliser la statistique".

International Association for Statistical Education
http://www.cbs.nl/isi/iase.htm

Annexe 3.4 : **"Nous avons été éduqués dans le domaine du certain, et nous avons peur de l'incertain ..."** *Autour du hasard*, par **Daniel SCHWARTZ,** RevueLes nouvelles d'Archimède, Le journal culturel de l'Université des sciences et technologie de Lille, n°28 de oct. Nov. Déc. 2001, pp. 4 – 5.

Les individus sont tous différents par leur morphologie, leur comportement, leurs réactions à un agent pathogène. Chaque individu est unique. Il est, en plus, différent selon l'environnement, différent d'un moment à l'autre. Le domaine du vivant est fait de cas particuliers. Or, il n'y a de science que du général. Alors comment peut-il y avoir une science du vivant ? C'est pour répondre à cette question qu'a été mise au point la méthode statistique. Cette démarche comporte une solution et d'abord une formulation particulière des problèmes.

On peut en gros distinguer deux types de problèmes. Le premier est la description d'une population pour une caractéristique, un événement, disons une variable donnée : par exemple la cholestérolémie (variable quantitative) ou le fait d'être ou non diabétique (variable qualitative). Puisqu'il y a variabilité d'un sujet à l'autre, la formulation du problème consiste à décrire la population par une moyenne (pour la cholestérolémie) ou un pourcentage (pour les diabétiques). La difficulté est qu'on ne peut presque jamais accéder à toute la population, on ne dispose en règle générale que d'échantillons. La statistique permet, à partir des moyennes ou des taux observés sur ces échantillons, de situer la valeur vraie, celle de la population, dans une fourchette. La fourchette : autant le mot est connu, autant sa signification est méconnue. Le public croit d'abord que la vraie valeur est sûrement à l'intérieur de la fourchette, alors qu'on ne peut l'y situer qu'avec un risque d'erreur. Et il n'y a pas une fourchette, mais autant de fourchettes que de risques d'erreur consentis. La taille de la fourchette dépend aussi du nombre de sujets de l'échantillon, qu'on a intérêt à prendre le plus grand possible.

Enfin, on ne peut déterminer la fourchette que si l'échantillon est représentatif, ce qui n'est réalisé que s'il est constitué par tirage au sort. Cette approche à été longue à émerger, parce que nous avons été éduqués dans le domaine du certain, et que nous avons peur de l'incertain. Les pourcentages ont été longtemps refusés (combattus aux Académies des Sciences et de Médecine à la fin du XIXe siècle), et la moyenne a été vilipendée par Claude Bernard.

La seconde catégorie de problèmes est la description comparée, qui est de l'ordre de la recherche : on veut savoir s'il y a une liaison (éventuellement causale) entre deux variables, par exemple entre un traitement et l'évolution d'une maladie (temps de survie, guérison) ou entre usage du tabac et cancer des bronches. La formulation du problème consiste en comparaisons de moyennes (survie) ou de pourcentages (de guéris, de cancéreux). La difficulté est qu'on ne dispose que d'échantillons, ne donnant pas les vraies valeurs, il faut ici encore juger sur échantillons. La solution est le test statistique permettant de savoir si la différence est imputable aux fluctuations d'échantillonnage, ou si elle est réelle (significative).

"Nous avons été éduqués dans le domaine du certain, et nous avons peur de l'incertain ..."

Si la différence est significative, elle ne traduit pas nécessairement une relation causale. Ceci n'est vrai que si les échantillons sont comparables, ce qui nécessite leur constitution par tirage au sort. Un nouvel apport de la statistique est ici une définition de la causalité dans le domaine de l'incertain. Un facteur causal n'entraîne pas nécessairement l'événement, il suffit qu'il entraîne une augmentation de probabilité de cet événement.

L'approche statistique heurte bien des idées acquises. On oublie sans cesse la variabilité, on tient compte de différences dues au seul hasard, on conclut d'emblée de la liaison à la causalité. On peut se demander pourquoi ces erreurs sont si fréquentes. Les raisons sont multiples, s'enchevêtrant intimement : le calcul des probabilités à été inventé plus tard que beaucoup d'autres sciences, la statistique aussi par conséquent, car elle lui est directement liée ; nous sommes éduqués au lycée et formés par la vie dans l'idée de la certitude et, de plus, l'incertain nous fait peur. Il faut changer cet état de choses, et pour ce fait diffuser «l'esprit statistique» dans le public le plus large possible, et de bonne heure dans l'éducation des jeunes.

Daniel SCHWARTZ, Ex-Professeur émérite à la Faculté de Médecine Paris Sud

Directeur de la première Unité de Recherches Statistiques de l'INSERM

Annexe 3.4 : Mathématiques floues – Mathématiques du chaos (COUTANSON, 1997)

Bernard COUTANSON Mars 1997

MATHÉMATIQUES FLOUES - MATHÉMATIQUES DU CHAOS

1/ INTRODUCTION : DÉTERMINISME ET PRÉDICIBILITÉ

Notre vision des phénomènes physiques et parfois même naturels voire humains a été très longtemps calquée sur la physique classique. Notre approche est déterministe; c'est à dire qu'elle prétend que la connaissance exacte de l'état initial d'un système permet de prédire avec certitude son futur.

Mais prédicibilité (possibilité de prédire l'évolution d'un système quelconque) rime-t-elle avec déterminisme ?

Deux exemples : - Le trajet de la boule de billard
- La trajectoire de la bille lâchée sur une chaîne de montagne

Constat : Le regard déterministe a ses limites.

2/ UNE NOUVELLE APPROCHE : LE CHAOS

2-1 . Émergence d'un doute

La puissance de la science naît de sa faculté à relier les effets et les causes. On peut par exemple prévoir les éclipses grâce à la connaissance des lois de gravitation des planètes. Mais alors pourquoi l'anticipation des mouvements de l'atmosphère qui l'enveloppe reste-t-elle impossible ?

La prévision ne s'exprime plus en termes prévisionnistes mais simplement probabilistes. Ces phénomènes sont dits aléatoires car aucune relation n'apparaît immédiatement entre une cause et un effet.

Des exemples : - Le temps qu'il fera
- L'écoulement de l'eau
- Les lancers de dés

2-2 . Le malaise des scientifiques

Passer d'une illusion du "tout déterministe" à l'acceptation d'une marge d'aléatoire se présentait aux scientifiques comme difficilement acceptable . Leur nostalgie des lois simples, des certitudes expliquant des phénomènes naturels, les engagèrent aux réactions suivantes :

1/ On va persévérer (selon notre foi scientifique)
2/ On va parcelliser les phénomènes à analyser (par sursaut positiviste)
3/ On va multiplier les essais (vers une meilleure garantie expérimentale)
... et le mystère de "l'aléatoire" sera enfin percé, dépassé, dompté...

2-3 . La mise à l'évidence ou le naufrage du retour nostalgique

Une découverte étonnante a remis en cause toutes ces hypothèses et du même coup, tout retour à un comportement automatique et aveugle des scientifiques :

1/ Les systèmes déterministes les plus simples, même ceux qui sont constitués de très peu d'éléments, ont des comportements aléatoires.

2/ Ce caractère aléatoire est fondamental. Il ne disparaît pas, même quand on améliore le système de mesure.

Bilan : Il y a de partout une part d'aléatoire et cette part d'aléatoire est incompressible.

Définition : On qualifie de chaotique l'étude de tous ces systèmes égrenés de touches aléatoires.

3/ UNE ACTUALITÉ TROUBLE

3-1 . Deux exemples classiques du lycée : - La chute libre d'un corps
- Le mouvement du pendule

Deux déplacements exprimés par des équations différentielles. La première description est toujours satisfaisante alors que la seconde (qui n'est pas linéaire) ne l'a jamais été parfaitement. On sait actuellement, que ce type d'équation, n'offre pas la certitude de solutions régulières. Elle peut avoir des comportements chaotiques.

Remarque : L'idée que tous les systèmes déjà étudiés et à découvrir ne sont pas des systèmes régis par des équations ayant des solutions régulières, infiniment précises, parfaites en quelque sorte, a mis et met encore très longtemps à s'imposer.

3-2 . La tendance actuelle

On voudrait voir du "chaos" un peu partout, dans tous les systèmes y compris les plus simples. Les physiciens s'intéressent aujourd'hui à bon nombre de phénomènes qu'ils avaient remarqués jusqu'ici mais négligés car ils en attribuaient le caractère chaotique aux conditions expérimentales mauvaises plutôt qu'aux caractères fondamentaux des équations.

3-3 . Élargissement et champs d'application de ces réflexions

Les recherches sur les turbulences de l'air ont donné des résultats qui permettent actuellement la prédicité des phénomènes : les météorologistes savent maintenant décrire des configurations de meilleure et de moins bonne prédicibilité et surtout sont capables de la chiffrer.

Ces idées modernes sur la prédicibilité peuvent s'étendre à de multiples domaines : physique, chimie, écologie, économie, ... histoire (pour laquelle même si l'on peut penser qu'elle se fonde sur une logique déterministe, et bien malgré tout, son cours ne sera jamais totalement prévisible !) ...

... et pour ce qui nous concerne : **L'ÉDUCATION.**

3-4 . Comment quantifier un phénomène éducatif ?

Pour résoudre un problème, sur le plan mathématique, on recherche son degré de liberté c'est à dire le nombre de variables dont on a besoin pour décrire la configuration du système considéré à un moment donné.

L'acte éducatif, pour être analysé "correctement", au plus juste, nécessiterait un nombre de variables très important. Or on sait intégrer des systèmes du 2e, du 3e voire du 4e degré, mais comment faire pour "n" degrés si "n" est très grand ?

Le système est dit non intégrable car :

1/ souvent on manque de méthodes pour le résoudre,

2/ et on ne sait pas décrire les phases du mouvement dans l'espace; ces trajectoires sont précisément d'un **TYPE CHAOTIQUE**.

(À l'image des harmoniques en musique)

4/ APPROFONDISSEMENT DE L'IDÉE DE CHAOS

4-1 . Bilan : Le chaos n'est ni l'anarchie, ni la fin d'un monde où la rupture de quelque chose. Il permet de gérer l'aléatoire dans tout système.

4-2 . Point paradoxal : 1/ Le chaos découvert est déterministe car il est géré par un ensemble de lois, de règles précises qui ne font elles-mêmes intervenir aucun élément aléatoire.

2/ En outre, il existe de l'ordre dans le chaos. C'est l'exemple du jeu de cartes, battu, qui a une apparence de désordre et où l'on peut tout de même retrouver une loi de combinaison !

4-3 . Bilan : 1/ De nouveaux concepts de modélisation sont apparus.

2/ Notre vision des phénomènes est désormais plus précise; la prévisibilité de certains est fondamentalement limitée.

3/ La reconnaissance de l'aspect déterministe du chaos ouvre de nouvelles perspectives : de nombreux phénomènes aléatoires ont une structure propre et sont en réalité plus prévisibles qu'on ne le supposait.

ILS SONT SIMPLEMENT CHAOTIQUES.

Penser à l'éducation : **une totale prédicibilité est impossible** et pourtant il y a **des fils conducteurs** :

- Le milieu social
- La rencontre d'un enseignant plutôt qu'un autre ...

4-4 . Un nouvel état d'esprit :

Il y a comme une adaptation du langage mathématique à la part insaisissable du hasard. Les concepts doivent traduire cette vision plus floue de la vie; on doit concevoir des zones proximales d'approche de ces concepts.

Par exemple, l'idée d'avoir 30 ans peut s'exprimer de manière probabiliste : ($p(X)=1$ si j'ai 30 ans, $p(X)=0$ dans le cas contraire). Mais cette démarche est sans nuance, caricaturale ! Elle est loin de pouvoir exprimer la subtilité de la langue quand on déclare "avoir la trentaine" ! La première se réfère à des données physiologiques, la deuxième à un état d'esprit !

4-5 : À quoi sert cette nouvelle approche ?

A/ - à formaliser des méthodes empiriques
- à généraliser des modes de raisonnement
- à caractériser la prise de décision
- à construire des systèmes artificiels effectuant des tâches habi-

tuellement prises en charge par des humains

B/ - à cerner la part de doute sur la validité des connaissances (Les mesures sont incertaines.)

- à estimer la valeur à attribuer à ces mesures (Elles sont imprécises.)

LA DÉMARCHE PROBABILISTE NE TIENT COMPTE QUE DE L'INCERTITUDE; CELLE DU CHAOS EMBRASSE L'INCERTITUDE ET L'IMPRÉCISION.

Dans le champ éducatif, le "regard " chaotique nous enjoint à parfaire notre réflexion sur les résultats obtenus et sur l'outil de mesure mis en place : la validité ne suffit pas, la pertinence et la précision doivent l'accompagner.

oooooooooooooooooooooooooooo

Bibliographie

"L'ordre du chaos" Ouvrage collectif
Collection : Pour la science - Édition : Belin 1989

"La logique floue" De Bernadette Bouchon-Meunier
Collection : Que sais-je ? - Édition : PUF 1993

oooooooooooooooooooooooooooo

Annexe 3.5 : Mise en garde présentée par les manuels scolaires de mathématiques au lycée, vis-à-vis d'un emploi précipité des outils statistiques

1/ contre le risque d'un usage abusif du coefficient de corrélation

"Une très forte corrélation peut exprimer un lien de cause à effet entre x et y, mais ce n'est pas toujours le cas. Un exemple classique est celui d'une enquête réalisée en Angleterre de 1924 à 1937, révélant que le coefficient de corrélation linéaire entre le nombre de permis délivrés chaque année pour l'installation d'un poste de radio et le nombre de malades mentaux dénombrés pour 10 000 habitants était égal à 0,998, suggérant ainsi une relation quasiment fonctionnelle. Une étude complémentaire de ces phénomènes s'imposait."

(Extrait de Mathématiques "Nouveau Transmath" Obligatoire et spécialités terminale ES Editions NATHAN 1994)

2/ contre l'estimation non fondée d'une situation d'équiprobabilité

"Comment savoir, avant de calculer leurs probalités, que les événements élémentaires sont équiprobables ?

D'un point de vue purement mathématique, c'est impossible, l'équiprobabilité si elle a lieu, doit faire clairement partie des données. La tradition veut, que dans les problèmes de probabilités, on utilise des expressions comme « dé parfait » pour dire que toutes les faces ont la même chance d'apparaître, ou comme « boule tirée de l'urne au hasard » ou « boules indispensables », pour dire que toutes les boules de cette urne ont la même chance d'être tirées."

(Extrait de Mathématiques "Nouveau Transmath" 1ère S Editions NATHAN 1995)

3/ contre des déductions logiques trop rapides : le paradoxe de Condorcet

Un autre paradoxe : le paradoxe de Condorcet
Le voici sous une forme rudimentaire :
« Trois personnes A, B et C sont candidates à la Présidence d'une Assemblée. Les résultats des votes par ordre de préférence sont les suivants : un tiers des membres sont pour le classement A, B, C, un autre tiers pour le classement B, C, A et enfin, le dernier tiers pour le classement C, A, B. Qui doit-on élire compte tenu du fait (c'est facile à voir) que deux tiers des membres préfèrent A à B, deux tiers également préfèrent B à C et deux tiers préfèrent C à A ? »

Ce phénomène[1] mis en évidence pour la première fois par CONDORCET n'est pas une subtilité de faible intérêt : il préoccupa tout au long du XIXe siècle mathématiciens et logiciens, dont LEWIS CARROLL (« Alice au pays des merveilles ») et devint partie intégrante de l'œuvre de l'économiste KENNETH ARROW, prix Nobel 1972, qui a eu un impact retentissant sur les Sciences politiques et économiques.

MARIE JEAN ANTOINE CARITAT, **marquis de CONDORCET**, mathématicien, philosophe, économiste et homme politique (1743-1794).

(1) On admet que les individus ont des choix *transitifs*. Si vous préférez les fraises aux framboises et les framboises aux myrtilles, alors vous préférez les fraises aux myrtilles... Ce n'est plus le cas pour une société formée des *mêmes individus* comme nous venons de le voir. D'où le problème.

Extrait de :
Mathématiques de seconde
Col. TERRACHER Ed. HACHETTE 1994

4/ à propos des lectures interprétatives des tableaux de données

? *Il ne s'agit pas de remettre à l'index (cf. Activités Préparatoires) les résultats, interprétations et « raisonnements » d'une certaine pratique de la Statistique, mais de présenter quelques situations* ***délicates à examiner*** *(par tout le monde, statisticiens compris).*
S'ajoute l'idée de tirer ***une leçon*** *: vouloir se dispenser à bon compte de toute* analyse d'un résultat statistique *ramène aux comportements décriés dans notre introduction « tout croire » ou « ne rien croire ».*

Baccalauréat : quelle est la meilleure cuvée ?

(D'après *Les maths au jour le jour*, J. Lubczanski, Éd. Cédic.)

D'après une enquête en classe de Terminale :

	1992		1993	
	présentés	reçus	présentés	reçus
non-redoublants	22	12	15	8
redoublants	3	3	10	9
total	25	15	25	17

— Le proviseur : « L'année 1993 marque une progression dans la réussite au bac. Je félicite les professeurs de la classe. »
— Le délégué des élèves : « Qu'on soit redoublant ou non, en 1993, ça a moins bien marché ; je ne félicite pas les profs. »
Qui a raison ?

1. *A priori*

Les deux discours sont contradictoires, tout au moins quant à leur conclusion sur les professeurs.

2. **Analyse critique**

■ *Les résultats globaux*
En 1992, 15 reçus sur 25, donc **60 % des élèves sont reçus.**
En 1993, 17 reçus sur 25, donc **68 % des élèves reçus.**
Ainsi le Proviseur a raison lorsqu'il affirme : « l'année 1993 marque une progression... »

■ *Les résultats par catégorie d'élèves*
— Pour les redoublants :
en 1992, **100 % de réussite** (3 présentés, 3 reçus) ;
en 1993, **90 % de réussite** (10 présentés, 9 reçus).
Effectivement, « ça a moins bien marché ».
— Pour les non-redoublants :
en 1992, **54,5 % de réussite** (22 présentés, 12 reçus) ;
en 1993, **53,3 % de réussite** (15 présentés, 8 reçus).
Là encore, « ça a moins bien marché » pour les non-redoublants.

3. **Conclusion**

Le délégué de classe et le Provisseur ont tous deux raison dans leur analyse des résultats (peut-être pas dans leur jugement sur les professeurs !).

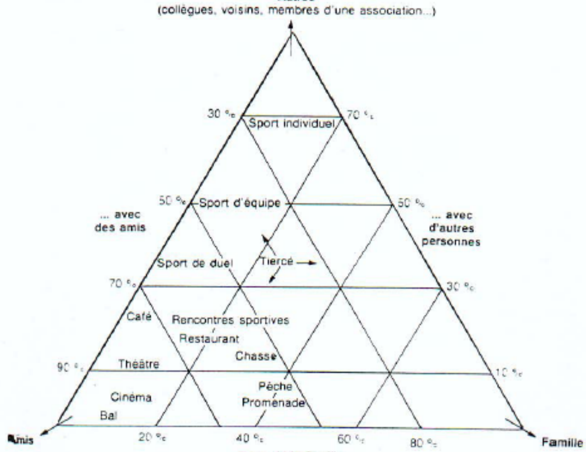
Extrait de :
Mathématiques de seconde
Col. TERRACHER Ed. HACHETTE 1994

5/concernant l'utilisation des représentations barycentriques

3. Un exemple d'utilisation en Statistique : «Avec qui sort-on ?»

(Source I.N.S.E.E. octobre 1988.)

Ce graphique indique, pour certains types de sorties, les pourcentages de personnes qui sortent avec de la famille et avec des amis : le côté gauche du triangle correspond à des sorties «avec des amis», le côté horizontal «avec de la famille». (Dans cette enquête, seules sont répertoriées les sorties effectuées avec une ou plusieurs personnes extérieures au ménage.)



Le troisième côté correspond **nécessairement** aux sorties avec d'autres personnes (ni famille, ni amis). Pourquoi ?

Indication : utilisez le **2.** ci-dessus.

Remarquez les flèches entourant le mot «tiercé» : elles indiquent dans quelles directions doivent s'effectuer les projections sur les côtés pour lire les pourcentages correspondants. Notez que sur le dessin les proportions ne sont pas respectées.

Indiquons deux exemples de lecture de ce graphique :

- **Un exemple de lecture assez précise** : la pratique du tiercé s'effectue dans 40 % des cas environ avec des amis, dans 25 % des cas environ avec de la famille, et dans 35 % des cas environ avec d'autres personnes.
- **Un exemple de lecture rapide** : la sortie «bal» est bien plus proche du sommet «Amis» (c'est-à-dire du sommet correspondant à 100 % d'amis) que des autres sommets. On peut voir ainsi, *d'un simple coup d'œil*, que les sorties au bal s'effectuent essentiellement avec des amis.

a/ Comment s'effectuent les sorties de pêche ? les sorties au restaurant ? les sorties au café ? au cinéma ?

b/ Parmi les types de sortie répertoriées dans cette enquête, il n'y en a pas qui s'effectuent essentiellement avec de la famille : comment peut-on voir cela immédiatement ?

Travaux pratiques de statistique

Extrait de :
Mathématiques de seconde
Col. "Transmath" Ed. NATHAN 1995

Annexe n°3.6 : **La statistique selon les types de baccalauréats professionnels**, extraits de Mathématiques 1ères et Tes professionnelles Bac pro industriel Hachette 1996

La statistique et les programmes des divers secteurs de baccalauréats professionnels

Répartition des chapitres selon les spécialités

	Suites arithmétiques et géométriques	Problèmes du premier degré	Problèmes du second degré	Séries statistiques	Probabilités	Fonctions numériques	Dérivation et étude de fonction	Logarithmes	Exponentielles	Primitive et intégrale	Équations différentielles	Géométrie dans le plan et dans l'espace	Outil vectoriel	Trigonométrie	Signaux périodiques	Nombres complexes
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Métiers de l'électricité																
Équipements et installations électriques	1	2	3			6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Maintenance Réseaux bureautique télématique	1	2	3			6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Maintenance de l'audiovisuel électronique	1	2	3			6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Chimie – Énergétique																
Industries chimiques et procédés	1	2	3	4		6	7	8	9	10	11	12				
Énergétique	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12				
Imprimerie et industries graphiques	1	2	3	4		6	7	8	9	10	11	12				
Bio industries de transformation	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12				
Hygiène et environnement	1	2	3	4		6	7	8	9	10	11	12				
Maintenance – Productique																
Maintenance des systèmes mécaniques automatisés	1	2	3	4	5	6	7	8	9			12	13	14		
Construction et réparation en carrosserie	1	2	3	4		6	7	8	9			12	13	14		
Maintenance des appareils et équipements ménagers et de collectivités	1	2	3	4		6	7	8	9			12	13	14		
Maintenance automobile	1	2	3	4		6	7	8	9			12	13	14		
Maintenance et exploitation des matériels agricoles de travaux publics, de parcs et jardins	1	2	3	4		6	7	8	9			12	13	14		
Productique bois	1	2	3	4	5	6	7	8	9			12	13	14		
Productique matériaux souples	1	2	3	4		6	7	8	9			12	13	14		
Productique mécanique	1	2	3	4	5	6	7	8	9			12	13	14		
Outillage de mise en forme des matériaux	1	2	3	4		6	7	8	9			12	13	14		
Définition de produits industriels	1	2	3	4	5	6	7	8	9			12	13	14		
Mise en œuvre des matériaux	1	2	3	4		6	7	8	9			12	13	14		
Plastique et composites	1	2	3	4	5	6	7	8	9			12	13	14		
Bâtiment																
Bâtiment : étude de prix, organisation et gestion de travaux	1	2	3	4		6	7	8	9			12	13	14		
Travaux publics	1	2	3	4		6	7	8	9			12	13	14		
Bois-construction et aménagement du bâtiment	1	2	3	4		6	7	8	9			12	13	14		
Structures métalliques	1	2	3	4		6	7	8	9			12	13	14		
Construction bâtiment gros-œuvre	1	2	3	4		6	7	8	9			12	13	14		
Aménagement finition	1	2	3	4		6	7	8	9			12	13	14		
Bâtiment : métal-alu-verre-matériaux de synthèse	1	2	3	4		6	7	8	9			12	13	14		
Artisanat																
Artisanat et métiers d'art	1	2	3	4		6	7	8	9			12		14		
Photographie : communication graphique	1	2	3	4		6	7	8	9			12		14		

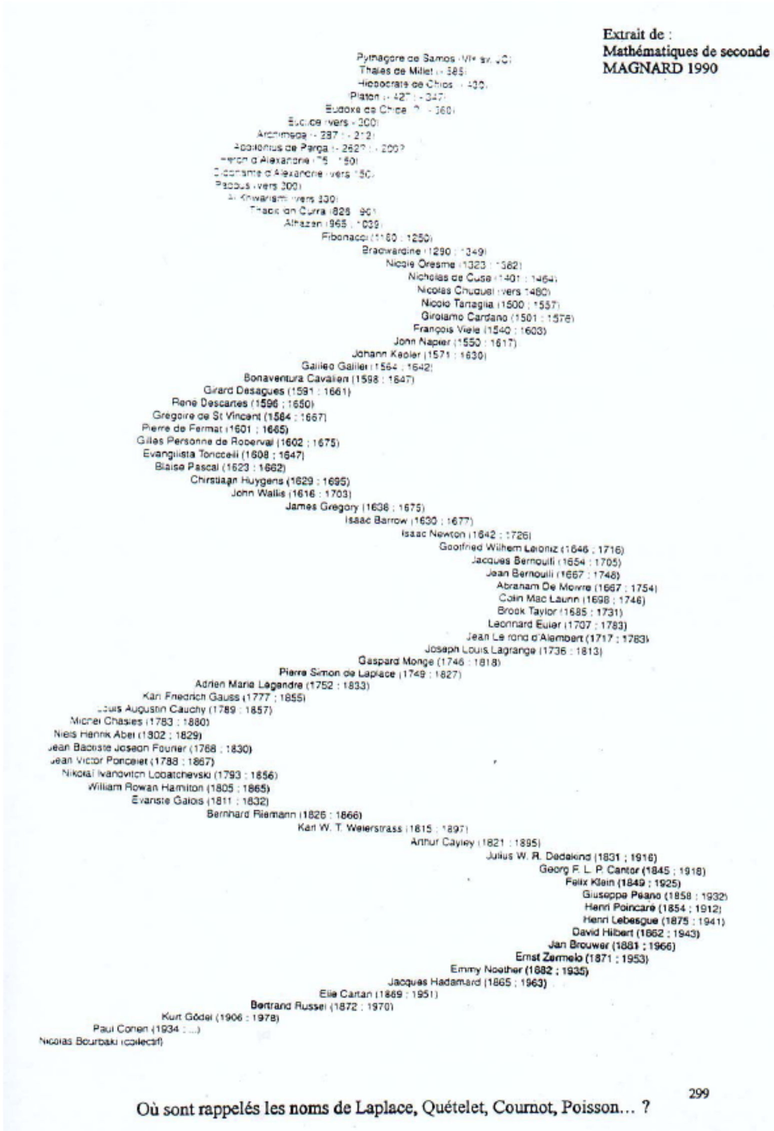
Extrait de :
Mathématiques 1ère et T e professionnelles
"Bac pro" Industriel HACHETTE 1996

Répartition des chapitres selon les spécialités

	Problèmes du premier degré	Problèmes du second degré	Suites arithmétiques et géométriques	Fonctions numériques	Dérivation et étude de fonction	Logarithmes et exponentielles	Statistiques : représentations graphiques – paramètres de position	Statistiques à une variable : paramètres de dispersion	Statistiques à deux variables	Indices	Opérations financières à intérêts simples	Opérations financières à intérêts composés	Emprunts indivis
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Logistique et transport	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Vente – représentation	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Bureautique option secrétariat	1	2	3	4	5		7	8	9	10			
Bureautique option comptabilité	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Restauration	1	2	3	4	5		7	8	9	10			
Commerce	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Services	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Cultures marines	1	2	3	4	5		7	8	9	10			
Alimentation	1	2	3	4	5		7	8	9	10			

Extrait de :
Mathématiques 1ère et T^{e} professionnelles
"Bac pro" Industriel HACHETTE 1996

Annexe 3.7 : La place tenue par les statisticiens dans l'inscription historique évoquée par les ouvrages scolaires



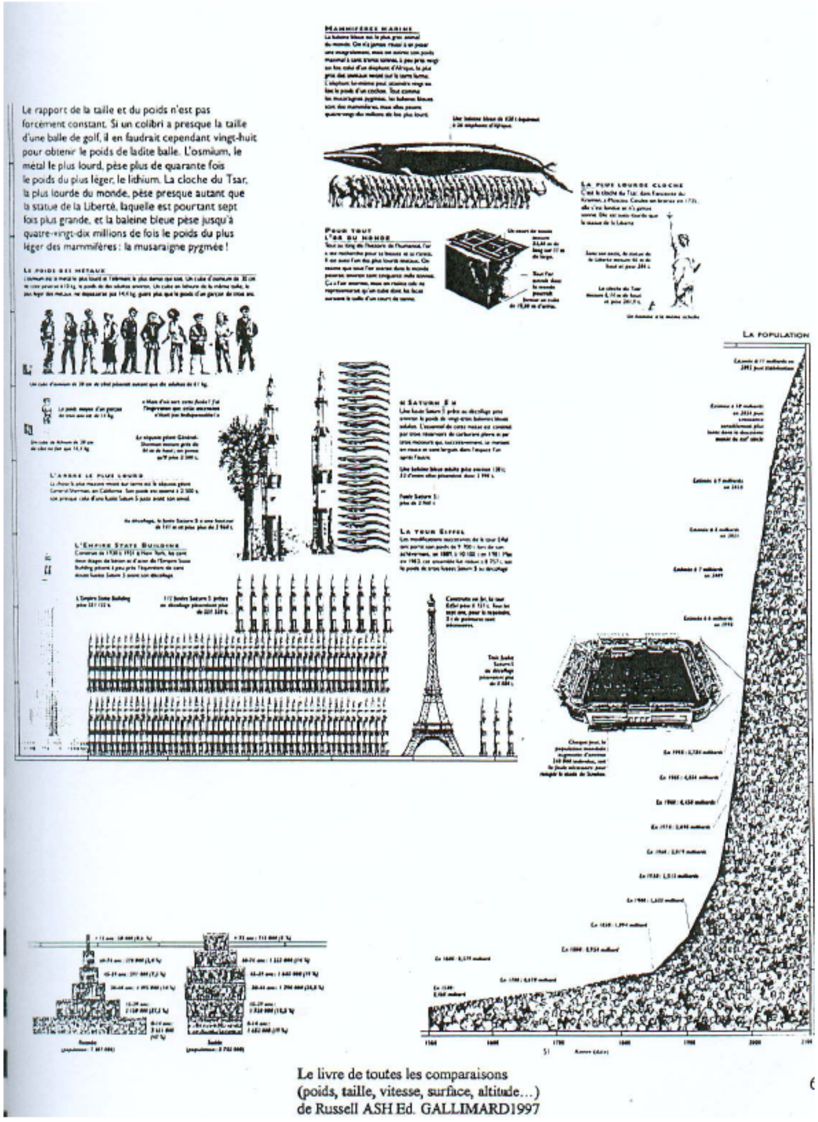
Extrait de :
Mathématiques de seconde
MAGNARD 1990

Pythagore de Samos (VIe av. JC)
Thalès de Millet (- 585)
Hippocrate de Chios (- 430)
Platon (- 427 ; - 347)
Eudoxe de Chide (? - 360)
Euclide (vers - 300)
Archimède (- 287 ; - 212)
Apollonius de Perga (- 262? ; - 200?)
Héron d'Alexandrie (75 ; 150)
Diophante d'Alexandrie (vers 150)
Pappus (vers 300)
Al-Khwarismi (vers 830)
Thabit ibn Qurra (826 ; 901)
Alhazen (965 ; 1039)
Fibonacci (1180 ; 1250)
Bradwardine (1290 ; 1349)
Nicole Oresme (1323 ; 1382)
Nicholas de Cuse (1401 ; 1464)
Nicolas Chuquet (vers 1480)
Nicolo Tartaglia (1500 ; 1557)
Girolamo Cardano (1501 ; 1576)
François Viète (1540 ; 1603)
John Napier (1550 ; 1617)
Johann Kepler (1571 ; 1630)
Galileo Galilei (1564 ; 1642)
Bonaventura Cavalieri (1598 ; 1647)
Girard Desargues (1591 ; 1661)
René Descartes (1596 ; 1650)
Grégoire de St Vincent (1584 ; 1667)
Pierre de Fermat (1601 ; 1665)
Gilles Personne de Roberval (1602 ; 1675)
Evangelista Torricelli (1608 ; 1647)
Blaise Pascal (1623 ; 1662)
Chirstiaan Huygens (1629 ; 1695)
John Wallis (1616 ; 1703)
James Gregory (1638 ; 1675)
Isaac Barrow (1630 ; 1677)
Isaac Newton (1642 ; 1726)
Gottfried Wilhem Leibniz (1646 ; 1716)
Jacques Bernoulli (1654 ; 1705)
Jean Bernoulli (1667 ; 1748)
Abraham De Moivre (1667 ; 1754)
Colin Mac Laurin (1698 ; 1746)
Brook Taylor (1685 ; 1731)
Leonnard Euler (1707 ; 1783)
Jean Le rond d'Alembert (1717 ; 1783)
Joseph Louis Lagrange (1736 ; 1813)
Gaspard Monge (1746 ; 1818)
Pierre Simon de Laplace (1749 ; 1827)
Adrien Marie Legendre (1752 ; 1833)
Karl Friedrich Gauss (1777 ; 1855)
Louis Augustin Cauchy (1789 ; 1857)
Michel Chasles (1783 ; 1880)
Niels Henrik Abel (1802 ; 1829)
Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 ; 1830)
Jean Victor Poncelet (1788 ; 1867)
Nikolaï Ivanovitch Lobatchevski (1793 ; 1856)
William Rowan Hamilton (1805 ; 1865)
Evariste Galois (1811 ; 1832)
Bernhard Riemann (1826 ; 1866)
Karl W. T. Weierstrass (1815 ; 1897)
Arthur Cayley (1821 ; 1895)
Julius W. R. Dedekind (1831 ; 1916)
Georg F. L. P. Cantor (1845 ; 1918)
Felix Klein (1849 ; 1925)
Giuseppe Peano (1858 ; 1932)
Henri Poincaré (1854 ; 1912)
Henri Lebesgue (1875 ; 1941)
David Hilbert (1862 ; 1943)
Jan Brouwer (1881 ; 1966)
Ernst Zermelo (1871 ; 1953)
Emmy Noether (1882 ; 1935)
Jacques Hadamard (1865 ; 1963)
Elie Cartan (1869 ; 1951)
Bertrand Russel (1872 ; 1970)
Kurt Gödel (1906 ; 1978)
Paul Cohen (1934 ; ...)
Nicolas Bourbaki (collectif)

299

Où sont rappelés les noms de Laplace, Quételet, Cournot, Poisson… ?

Annexe n°3.8 : **Notre déficit en repères mathématiques**, extrait du Livre de toutes les comparaisons de Russel ASH, Gallimard, 1997.



Annexe n°3.9 : **Étude sur le développement des mathématiques**, sous la direction de Robert Morris, Éditions Unesco, Volume n°4, 1986.

Etude sur l'enseignement des mathématiques

Préparé sous la direction de Robert MORRIS

Volume n°4
UNESCO 1986

Lennart Råde

La statistique

Introduction

Depuis au moirs trente ans, le contenu des programmes scolaires de mathématiques fait l'objet, dans la plupart des pays, de débats et de remaniements constants. Des congrès et des groupes de travail nationaux et internationaux ont formulé de nombreuses recommandations de réforme, dont l'une des plus souvent citées concerne l'inclusion dans le programme des mathématiques du calcul des probabilités et de la statistique. Une telle recommandation a été émise par les instances suivantes :

a) La Commission de mathématiques instituée aux Etats-Unis d'Amérique en 1955 :

Si les mathématiques ont trait à des situations où les faits peuvent être déterminés, elles donnent aussi les moyens d'étudier, de comprendre et de maîtriser l'incertain. Parmi les plus récentes applications des mathématiques, beaucoup font appel à la théorie des probabilités et au raisonnement statistique.

La science moderne (physique, bilogie, sciences sociales) utilise de plus les modèles probabilistes.

La Commission recommande l'introduction de notions de cette discipline dans les programmes de l'enseignement secondaire. La pensée statistique joue un rôle croissant dans la vie quotidienne des adultes instruits. L'initiation à la pensée statistique est un complément important de l'initiation à la pensée déductive. (*Programme for college preparatory mathematics; Report of the commission on mathematics*, 1959)

b) Le Séminaire de Royaumont (célèbre séminaire sur l'enseignement des mathématiques organisé en 1959 par l'Organisation européenne de coopération économique (OECE)[1] :

Le calcul des probabilités élémentaire doit être considéré comme une branche des mathématiques susceptible d'être enseignée dans les écoles secondaires.

a) L'induction statistique doit être considérée comme une branche des mathématiques appliquées, qui entre pour une part capitale dans les processus de décision conformes à l'esprit de la "méthode scientifique" et dont de très nombreaux secteurs des sciences physiques et des sciences du comportement humain font un usage accru. Il faut admettre en outre que le raisonnement statistique acquiert une importance croissante dans le domaine des affaires publiques.
b) Un enseignement élémentaire approprié du calcul des probabilitiés et de la statistique doit faire partie du nouveau programme des études secondaires.
c) Des cours préparatoires particuliers sur ces matières devront figurer aux programmes des Écoles normales et autres institutions formant les professeurs. (*Mathématiques nouvelles*, 1969, p. 129)

c) La Conférence internationale sur l'enseignement des mathématiques organisée à Athènes en 1963 sous le patronage de l'OCDE :

Il est indispensable de reconnaître pour ceux qui se spécialisent dans le sciences l'importance des question suivantes : espaces vectoriels, calcul différentiel et intégral, possibilités et statistiques.

Les autres élèves devraient aussi recevoir une solide formation mathématique. Leurs cours devraient [...] comprendre aussi bien les principes fondamentaux que leurs applications. Ils devraient notamment comprendre les probabilités et la statistique. (*Mathématiques modernes. Guide pour enseignants*, 1964, p. 247)

d) La Conférence de Cambridge sur les mathématiques scolaires (Etats-Unis d'Amérique), également en 1963 :

Nous proposons que les probabilités soient enseignées en quatre doses réparties sur les cursus scolaire.
1. A l'école primaire, étude empirique de la statistique des événements aléatoires répétés, associée à une étude arithmétique du fonctionnement de la loi des grands nombres.
2. Dans le premier cycle du secondaire, la probabilité comme fonction additive d'ensemble sur les ensembles finis. Probabilité conditionnelle, indépendance, loi binomiale, espérance, variance et quelques tests statistiques simples.
3. Dans le second cycle du secondaire, après l'initiation aux limites et aux séries, la probabilité comme fonction additive d'ensembles sur les ensembles dénombrables. Loi de Poisson, loi des grands nombres, etc.
4. Dans le second cycle du secondaire, après le calcul intégral, la probabilité comme fonction additive d'ensembles sur les intervalles de la droite réelle. Distributions continues sur la droite réelle et en plusieurs dimensions, distribution normale, théorèmes limites, etc. (*Goals for school mathematics; The report of the Cambridge conference on school mathematics*, 1963, p. 71)

On pourrait croire qu'avec de tels soutiens les probabilités et la statistique occupent maintenant une place bien établie dans les

Annexe n°3.10 : Entre impression et réalité. Un exemple du recours à la statistique pour analyser nos "maux" les plus profonds (extrait d'une émission de France Culture du 18 octobre 1996, retranscrite par B. Coutanson).

Un exemple de l'utilisation de statistiques en médecine

Depuis longtemps, un fort pourcentage (≈ 30%) des consultations des médecins généralistes de ville par les patients, se solde par le diagnostic de "troubles fonctionnels". Ces douleurs du corps traduisent plus qu'une douleur psychique. Elles témoignent du "mal vivre" d'une actualité qui occulte pour tout un chacun ses "origines". Qui se souvient encore du lieu de naissance de ses ancêtres ? Qui osera dire comme un aveu que les siens habitaient l'Auvergne, la Bretagne ...?

Et pourtant, ce mal sourd, lancinant, presque indicible, nous rappelle que notre corps est marqué d'une culture régionale et historique. Le mal que le médecin essaie de capter, c'est la plainte du corps, qui enracine le psychosomatique dans une filiation humaine particulière, bien souvent ignorée ou volontairement oubliée .

Cette supposition, insensée, incernable même, nécessite le recours à la statistique. Les résultats définitifs exigeront plusieurs années de travail mais d'ores et déjà, des convergences fortes semblent se dessiner entre le type de mal déclaré et l'origine géographique lointaine du patient. Certains médecins sont déjà tentés de demander avant même de soigner si le patient n'aurait pas un éventuel aïeul auvergnat, breton...

Un exemple fort qui éclaire l'efficacité et l'audience, des statistiques mais aussi les risques d'ingérence qu'il nous fait encourir.

(à l'écoute de France Culture, le vendredi 18 octobre 1996)

Annexe n°3.11 : L'enseignement des mathématiques à l'ère des autoroutes de l'information : finalités et contenus, par Gérard KUNTZ

Tribune libre de janvier 1999, n° 37, Les revues pédagogiques de la Mission Laïque Française, Activités mathématiques et scientifiques, p. 43.

La difficulté ne réside plus dans l'accès à l'information. Elle se manifeste, massive et douloureuse, au moment du traitement. Chaque enseignant connaît l'extrême embarras d'une majorité d'élèves pour tirer parti d'un document : comprendre le sens général, extraire les éléments pertinents, reformuler certains passages, résumer ou contracter, interpréter graphiques et images, distinguer leur valeur (illustration, argumentation, etc.) et les intégrer.

[…]

Les priorités imposées par les technologies de l'information sont claires et exigeantes. D'abord apprendre à lire un document : comprendre son vocabulaire, sa structure, ses axes essentiels ; interpréter les graphiques, déceler les parties pertinentes d'une image, d'un discours ou d'une musique et les mettre en relation avec le texte.

Savoir apprécier différents documents sur un thème donné : trier, sélectionner, hiérarchiser, voilà des compétences capitales face à l'inflation de l'information. Une recherche documentaire informatique (surtout quand elle est menée maladroitement…) se révèle souvent pléthorique, donc décevante. Parcourir en diagonale un document suffit à l'expert pour en évaluer la portée dans sa recherche. L'apprenti chercheur, lui, doit acquérir cette habileté.

[…]

Les aptitudes requises par les technologies de l'information ne présentent guère de nouveauté par rapport à celles que soulignaient des circulaires ministérielles déjà anciennes (9) : savoir traiter l'information est une compétence essentielle dans la société actuelle, indépendamment des nouveaux moyens techniques. Mais à l'ère du multimédia, une formation insuffisante est une forme d'illettrisme aux conséquences incalculables. Il faut d'abord convaincre les élèves que surfer n'est pas apprendre et que l'arrêt sur les documents, l'examen critique, sont indispensables. Bien sûr, le temps de l'errance à la recherche des documents est abrégé par une interrogation méthodique des bases de données (une réflexion préalable et un peu de logique booléenne la facilitent) : les joies du surf doivent être réservées à la flânerie et aux activités ludiques. Qu'on ne s'y trompe pas : apprendre à lire ainsisuppose un effort considérable, de l'école élémentaire au baccalauréat. Il faut y consacrer beaucoup de temps et en faire un objectif prioritaire dans toutes les disciplines. La face de l'école pourrait en être changée.

4. Quelques points relatifs à l'analyse didactique et pédagogique de l'enseignement de la statistique et des mathématiques

Annexe n°4.1 : Précisions apportées par Jean-Claude Régnier sur les **objectifs visés par un enseignement de didactique des mathématiques et de la statistique en Sciences de l'éducation.** *Évaluation du cours* : Didactique d'une discipline, Jean-Claude RégnierDépartement de Sciences de l'Éducation Année 2008/2009 - Session semestre 2 (mai 2009), MASTER2 Recherche Sciences et Pratiques d'Éducation et de Formation.

Extrait de la note de synthèse de Jean-Claude Régnier pp. 105 et suivantes.

« *Un problème de didactique ou de pédagogie de la didactique des mathématiques et de la statistique.*

En raison du contexte, nous avons tenté d'affronter deux questions : À quels buts rattachons-nous un enseignement de didactique des mathématiques et de la statistique en sciences de l'éducation ? Quel sens donnons-nous à l'action d'enseigner cette discipline à des étudiants dont la plupart n'entretiennent avec les mathématiques et la statistique qu'un rapport lointain et parfois négatif ? Pour nous, il nous semblait que cet enseignement ne pouvait atteindre ses objectifs que si ses objets rencontraient un espace dans la pratique de l'étudiant, susceptible de lui donner du sens et d'éviter une dérive dogmatique. S'adressant à des professeurs de mathématiques ou à des instituteurs, l'apparition d'un tel espace nous paraissait tout à fait plausible compte tenu de l'activité d'enseignement des mathématiques qu'ils assument. Il s'agissait du chemin : pratique vers théorie. Concernant de futurs professeurs des écoles, la situation devenait moins claire en raison même de la mise en suspens qui diffère la confrontation à la pratique dans la classe. Cette fois, le chemin était théorie vers pratique. Pour la troisième catégorie d'étudiants, nous avons des difficultés à entrevoir cette éventualité. Les seuls points communs à l'ensemble des étudiants sont leur passé d'élèves en collège et en lycée ayant suivi les cours de mathématiques, et leur présent d'étudiants confrontés à un enseignement-apprentissage de la statistique. Cela revient à faire jouer à la didactique des mathématiques et de la statistique, un rôle de discipline de formation générale. La complexité de cet enseignement est accrue par le fait que ses objets sont eux - mêmes partie prenante de la situation d'enseignement-apprentissage. Par ailleurs, l'explicitation des buts nous a conduit à la formulation suivante :

Tableau 2.3-1 : objectifs visés par un enseignement de didactique des mathématiques et de la statistique en Sciences de l'éducation.

Ce qui est visé à court terme par le cours	**amener chaque étudiant à :**
• interroger des évidences fondées sur les représentations spontanées et les croyances relatives aux processus éducatifs et les pratiques quotidiennes qu'elles génèrent, • prendre de la distance par rapport à l'acte d'enseigner les mathématiques et la statistique, • prendre de la distance par rapport à l'acte d'apprendre les mathématiques et la statistique, • s'approprier quelques concepts et méthodes permettant d'interroger sa pratique passée, présente ou future, de la décrire, d'essayer d'identifier quelques phénomènes générés par une situation d'enseignement,	• s'informer sur l'existence de pistes de recherche et de travaux correspondants dans le domaine de la didactique des mathématiques et de la statistique, • s'informer sur les fondements, les méthodes et les objets de la didactique des mathématiques et de la statistique, • utiliser un espace où il est possible, sans être un spécialiste, de parler de ses préoccupations liées aux mathématiques et à la statistique, à leur enseignement et à leur apprentissage, et de les échanger, de les confronter
Ce qui ne l'est pas	
•former un chercheur en didactique des mathématiques et de la statistique, • délivrer des recettes miraculeuses qui permettront d'enseigner les mathématiques et la statistique avec une efficience optimale,	•délivrer des recettes miraculeuses pour apprendre sans difficulté les mathématiques et la statistique

Annexe n°4.2 : La culture mathématique selon PISA par Antoine Blondin

Ce qui est vraiment évalué par PISA, ce qui ne l'est pas. Un point de vue français. Première partie. Conférence franco-finlandaise : "L'enseignement des mathématiques : à partir de l'enquête PISA" Joint Finnish-French Conference "Teaching mathematics: beyond the PISA survey » Paris 6 - 8 octobre 2005, Antoine Bodin, Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Université de Franche-Comté.

La culture mathématique selon PISA

p. 4 : La culture mathématique est l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre le rôle que les mathématiques jouent dans le monde, à produire des jugements fondés utilisant les mathématiques, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi.

p. 5 : La « culture mathématique » ne peut se réduire à la connaissance de la terminologie mathématique, de propriétés et de procédures, ni aux savoir-faire permettant d'effectuer certaines opérations ou d'appliquer certaines méthodes, tout en présupposant, bien sûr, l'existence de ces compétences. Ce qui caractérise la culture mathématique est la mise en oeuvre créative de ces compétences pour répondre aux exigences suscitées par les situations externes où se trouve l'individu.

p. 6 : L'accent mis par les évaluations mathématiques OCDE/PISA sur l'utilisation de connaissances et de raisonnements mathématiques pour résoudre des problèmes issus de la vie de tous les jours incarne un idéal qui est déjà mis en oeuvre, à des degrés divers, dans plusieurs systèmes éducatifs à travers le monde.

La discussion sur les contenus et les contextes met l'accent sur les caractéristiques des problèmes auxquels les élèves sont confrontés en tant que citoyens, tandis que la discussion relative aux processus met plutôt l'accent sur les compétences utilisées par les élèves pour résoudre ces problèmes

La définition de la culture mathématique choisie pour ce cadre d'évaluation est cohérente avec celles retenues pour la compréhension de l'écrit et pour la culture scientifique, ainsi qu'avec la volonté de l'OCDE/PISA d'évaluer les capacités des élèves à devenir des membres actifs et productifs de la société.

Annexe n°4.3 : Organisation des évaluations PISA dans le domaine des mathématiques (Références identiques à l'annexe 4.2)

p. 19

Présentation simplifiée de la taxonomie

	Catégorie générale		Sous catégorie
A	Connaissance et reconnaissance	A1	des faits
		A2	du vocabulaire
		A3	des outils
		A4	des procédures
B	Compréhension	B1	des faits
		B2	du vocabulaire
		B3	des outils
		B4	des procédures
		B5	Des relations
		B6	Des situations
C	Application	C1	Dans des situations familières simples
		C2	Dans des situations familières moyennement complexes
		C3	Dans des situations familières complexes
D	Créativité	D1	Utiliser dans une situation nouvelle des outils et des procédures connus
		D2	Émission d'idées nouvelles
		D3	Création d'outils et de démarches personnelles
E	Jugement	E1	Production de jugements relatifs à des production externes
		E2	Auto-évaluation

Taxonomie développée pour élaborer et analyser des tâches mathématiques. Ordonnée par niveaux hiérachisés de complexité cognitive.

Adaptation par Antoine Bodin de la taxonomie de Régis Gras, avec des emprunts à W. A. Anderson (cf. Bibliographie).

Cette taxonomie est en particulier utilisée dans le cadre des études EVAPM.

Voir version complète sur le site de l'APMEP.

p. 21

Classes de compétences

Selon PISA – voir description complète dans le cadre de référence de PISA

Niveau		Définition de l'OCDE	
1	**Reproduction**	Les compétences classées dans ce groupe impliquent essentiellement la reproduction de connaissances déjà bien exercées	**Reproduction**
2	**Connexions**	Les compétences du groupe *connexions* sont dans le prolongement de celles du groupe *reproduction*, dans la mesure où elles servent à résoudre des problèmes qui ne sont plus de simples routines, mais qui impliquent à nouveau un cadre familier ou quasi-familier.	**Mathématisation simple**
3	**Réflexion**	Les activités cognitives associées à ce groupe demandent aux élèves de faire preuve d'une démarche mentale réfl échie lors du choix et de l'utilisation de processus pour résoudre un problème. Elles sont en rapport avec les capacités auxquelles les élèves font appel pour planifi er des stratégies de solution et les appliquer dans des situations-problème qui contiennent plus d'éléments que celles du groupe *connexions*, et qui sont plus « originales » (ou peu familières).	**Mathématisation complexe**

Annexe n°4.4 : L'entrée progressive des élèves dans les idées de hasard et de probabilité. Document relatant un suivi d'expérimentation dans des écoles suisses

Eléments de théorie et de pratique pédagogiques communiqués à travers "l'activité suisse"

Document suisse

(références non disponibles actuellement)

2. ASPECTS PSYCHOLOGIQUES

Dans le domaine qui nous intéresse, la référence la plus importante est l'étude de J. Piaget et B. Inhelder : "La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant".
Pour ces deux auteurs, le hasard est à considérer comme le domaine complémentaire de la composition logique, un domaine qui ne peut être pénétré par l'enfant qu'une fois constituées les opérations réversibles et par une comparaison antithétique avec elles : l'enfant découvre donc peu à peu le hasard par opposition aux opérations logiques.
La notion de probabilité constitue alors l'assimilation du contingent et du fortuit aux opérations combinatoires.

Il existerait donc cette étroite corrélation entre la genèse des opérations logiques et celle des notions de hasard et de probabilités.
L'évolution individuelle de ces notions passerait par des niveaux qu'on peut résumer comme suit :

	Opérations logiques	Idée de hasard et de probabilités
Première période (avant 7-8 ans)	Absence d'opérations proprement dites (niveau pré-opératoire)	Indifférenciation du possible et du nécessaire, du déductible et du non-déductible.
Deuxième période (de 8 à 11 ans)	Construction de groupements opératoires d'ordre logique (niveau des opérations concrètes)	Différenciation et antithèse entre opérations (domaine du déductible) et hasard (domaine de l'incomposable et de l'irréversible)
Troisième période (de 11 à 12 ans)	Opérations au niveau formel	Synthèse du hasard et des opérations déductives (composition probabiliste)

Pour arriver à ces conclusions, Piaget et Inhelder ont réalisé une série d'expériences conçue en découpant le domaine étudié selon les dimensions suivantes :
- notion d'irréversibilité liée aux situations de mélange;
- notion de dispersion liée aux situations de distribution (centrée ou uniforme);
- notion de hasard liée aux situations de tirage au sort;
- quantification des probabilités;
- opérations de combinaison, de permutation et d'arrangement.

Ce découpage, qui a été effectué pour répondre aux questions relatives à la genèse des concepts, ne suffit évidemment pas à satisfaire nos exigences d'enseignement et il n'est donc pas question de le transposer tel quel dans une expérience pédagogique. Quant au cadre théorique dans son ensemble, il nous intéresse sans doute, mais d'une manière relativement générale : dans notre cas particulier, tout en étant convaincus de la nécessité d'une réflexion sur le problème, encore ouvert, des rapports entre la psychologie génétique et l'enseignement des contenus mathématiques, on peut affirmer que le cadre de référence qui nous est fourni par Piaget et Inhelder peut constituer une motivation complémentaire pour l'introduction d'activités relatives au domaine "hasard-probabilités" dans les programmes des premières années d'école moyenne (11-12 ans).

Mais il faut bien être conscients que le choix d'un contenu d'enseignement doit s'appuyer aussi – et même avant tout – sur d'autres considérations et motivations.

3. EXPERIENCES DIDACTIQUES

Nous avons essayé de recueillir des informations relatives aux expériences menées en différents cantons de la Suisse et aussi dans d'autres pays d'Europe (l'Italie notamment).
Il faut dire que, au-delà des inévitables différences liées aux situations particulières, nous avons pu remarquer une tendance générale qu'on retrouve aussi dans les travaux du Hongrois T. Varga, qui est peut-être le plus connu parmi les chercheurs qui ont travaillé dans le domaine de la combinatoire et des probabilités au niveau de l'école obligatoire.
C'est donc là-dessus que nous avons fixé en particulier notre attention.

Dans son livre "Les probabilités à l'école obligatoire", élaboré en collaboration avec M. Glaymann, Varga présente son modèle pédagogique, qui se présente sous forme d'une longue série d'activités, de jeux.
Dans les conclusions du livre, nous pouvons lire (p. 219) :
"Volontairement, nous avons évité, autant que possible, toute théorie; il reste à montrer comment introduire à l'école les éléments de la théorie des probabilités."

Mais si on analyse à fond le projet, on voit qu'il est conçu sur la base d'un découpage qui est strictement mathématique; c'est-à-dire la succession des activités répond à un ordre qui est propre aux mathématiques (la combinatoire d'abord, le modèle mathématique d'analyse d'une situation ensuite, puis les statistiques qui préparent les activités de simulation, etc.).

La théorie, renvoyée par la porte, revient par la fenêtre...
Ceci n'enlève absolument rien à l'intérêt des activités présentées, mais révèle une conception assez proche de l'empirisme, malgré une forme qui apparaît interactionniste et constructiviste.

C'est d'ailleurs la même conception qu'on retrouve dans tous les projets pédagogiques relatifs à ce domaine que nous avons eu l'occasion de consulter.
On se demande alors si ce découpage est justifié, surtout si, comme le font Varga et Glaymann, on part du principe que "jusqu'à 14 ou 15 ans ils semble difficile de présenter le domaine des probabilités comme une science déductive; mais, comme nous avons tenté de le prouver dans ce livre, nous pouvons conduire les enfants à entrevoir et utiliser les lois du hasard" (op. cit., p. 219); ou bien si, au moins en cette phase qui peut être définie comme l'approche à la probabilité, on ne doit pas se passer de l'enchaînement des concepts qui nous est fourni par les mathématiques et partir au contraire de la considération que la connaissance est une construction se faisant lentement de l'intérieur, comme un tout organisé, qui n'est pas nécessairement congruent avec l'apprentissage par discipline venant de l'extérieur.

4. LES CONCEPTIONS PROBABILISTES

Si en général on sait que les mots du langage courant ont une signification approximative et indicative, non univoque, on prétend que, presque toujours, dans le langage scientifique, on arrive à donner à chaque terme une signification bien déterminée.
Le mot "probabilité" est un excellent contre-exemple.
On connaît en effet plusieurs réponses à la question "Qu'est-ce que signifie probabilité ?".

Nous signalons ici les quatre conceptions qui, en première approximation, sont à considérer comme les plus importantes :
- la conception classique,
- la conception statistique,
- la conception subjective,
- la construction axiomatique.

Les fondements de la théorie classique des probabilités, qui s'occupe de l'étude des situations où les événements possibles peuvent être considérés comme équiprobables, ont été jetés par Blaise Pascal (1623-1662) et Pierre de Fermat (1601-1665). Dans cette conception, si par exemple on jette un dé idéal, on attribue à chacun des six résultats possibles la même probabilité de se vérifier.

Mais le développement successif des sciences ne pouvait évidemment pas se désintéresser des événements non équiprobables.
Quelques exemples :

1. D'ici dix jours je serai vivant ou mort; dois-je donc attribuer à ces deux possibilités la même probabilité ?
2. Dans une course cycliste, doit-on attribuer à chaque concurrent la même probabilité d'être le vainqueur ?
3. On jette deux dés; je parie qu'on obtiendra sept et mon ami parie que le total sera cinq. Avons-nous la même probabilité de gagner ?

Ces exemples montrent qu'il existe un problème d'estimation des probabilités des événements élémentaires.
Ce problème peut être résolu de trois manières différentes.

Premier exemple

En ce cas on peut calculer, par une recherche statistique sur des tables de mortalité, quelle est la probabilité de survie pour les dix prochains jours d'un individu sain et qui ne s'expose d'habitude pas à des dangers mortels.
On considère ainsi la probabilité comme étant égale à la fréquence relative donnée par la relation entre le nombre de décès et la totalité de la population considérée.
Cette conception est connue sous le nom de conception statistique de la probabilité.
Les fréquences relatives des événements sont évidemment susceptibles de variations à chaque investigation statistique; on doit donc admettre que ce n'est pas strictement correct que de considérer égaux la probabilité d'un événement et un nombre qui varie en fonction de la connaissance que nous avons du problème.
On peut de toute façon croire que la fréquence relative puisse s'approcher de plus en plus de la probabilité réelle avec l'augmentation de la population considérée.

Deuxième exemple

Dans le cas de la course cycliste la probabilité dépend de facteurs objectifs liés à la connaissance de la situation (informations sur les coureurs, sur le parcours, sur les tactiques, etc.) et de facteurs subjectifs relatifs à ce que "sent" le sujet qui fait la prévision.
On parle alors de conception subjective de la probabilité.

Selon cette conception les modèles de calcul, élaborés par Keynes, Savage, De Finetti et d'autres, mesurent le degré de confiance qu'un sujet cohérent attribue à l'occurence d'un certain événement.
Cette évaluation de la probabilité tient donc compte soit de la manière de penser du sujet, soit de son degré d'information au moment de sa prévision.

Troisième exemple

Si l'on suppose que l'on a à disposition 2 dés idéaux, on peut observer que pour obtenir 7 points nous avons les possibilités suivantes :

(6, 1) (5, 2) (4, 3)
(3, 4) (2, 5) (1, 6) Au total : 6 possibilités

Pour obtenir 5 points nous avons :

(4, 1) (3, 2)
(2, 3) (1, 4) Au total : 4 possibilités

On conviendra qu'il est mieux de parier sur le 7 ($p = 6/36$) que sur le 5 ($p = 4/36$), en présupposant implicitement que les événements élémentaires de la situation (les résultats 1, 2, 3, 4, 5, 6 de chaque dé) sont équiprobables.
On retrouve ici la conception classique de probabilité.

On ne saurait terminer ce bref tour d'horizon sur les différentes conceptions sans citer l'axiomatisation du calcul des probabilités élaborée par l'école mathématique russe (Bernstein, Kolmogoroff, etc.) et qui est basée sur les théories modernes des fonctions métriques et des ensembles.
Mais pour revenir à nos plus modestes problèmes, étant donné que notre but est de construire une série d'activités introductives à la problématique des probabilités, nous nous bornerons à considérer les conceptions les plus intuitives, c'est-à-dire la conception classique et la conception statistique, qui sont d'ailleurs celles qui ont été historiquement élaborées les premières.

La succession et l'enchaînement des activités ne sont donc pas induits par une logique externe, mathématique ou psychologique, mais par une logique interne qui peut être résumée comme suit :

Introduction aux concepts et à la terminologie (certain, possible, impossible, etc.).

Recherche de la stratégie optimale dans les jeux à deux personnes.

▼

Optimisation de la stratégie de jeu sur la base :
- de la comparaison entre hypothèses et résultats;
- d'une échelle qualitative de probabilités, du type :
  - événement certain, sûr, toujours vrai
  - événement probable, facile
  - événements également probables, équiprobables
  - événements possible, difficile, peu probable
  - événement impossible, certainement faux.

▼

Introduction à l'idée d'une échelle quantitative d'évaluation des possibilités qu'on rencontre dans une situation

▼

Analyse de situations sur la base d'une échelle quantitative de probabilités (conception classique) et comparaison du modèle théorique avec les données obtenues en réalité (conception statistique).

▼

Optimisation de la stratégie dans un jeu à deux personnes à l'aide d'une échelle quantitative.

▼

Activités d'évaluation :
- de l'intuition de l'idée de probabilité
- de la capacité d'analyser une situation.

La compatibilité des situations d'enseignement avec cet enchaînement a été un autre critère qui a déterminé le choix de certaines activités en lieu et place d'autres prises en considération préliminairement.

On remarquera enfin que les dernières activités ont un but d'évaluation.

Nous n'avons pas construit un instrument d'évaluation dans le sens strict; nous nous sommes au contraire limités à utiliser des activités, choisies avec les critères énoncés, à des fins d'évaluation. Le problème était en effet de chercher une validation interne à la conception pédagogique qui a inspiré cette approche; on ne pou-

Un autre point qu'il nous semble intéressant de signaler est le suivant : une des critiques qu'on entend souvent à l'égard d'une conception de l'enseignement basée sur des situations est celle de la "perte" de temps.

Dans notre cas, nous avons proposé cette forme d'approche au chapitre "probabilités" parce qu'il s'agissait, avec ces élèves, de jeter des bases et de donner les premières occasions de réflexion dans ce domaine.

Ceci – nous l'avons déjà affirmé dans la partie introductive – n'exclut pas la reprise et la mise au point successive conçue selon un enchaînement greffé sur le chapitre correspondant des mathématiques. Une approche du style de celle que nous venons de proposer devrait se révéler alors très utile, à condition qu'on la valorise :

- soit du point de vue des contenus, en proposant des parallèles entre situations explorées en phase d'approche et approfondissements ultérieurs (ce qui implique une nécessité de continuité d'enseignement);
- soit sur le plan de l'évaluation préalable du niveau des élèves, parce qu'une introduction non strictement systématique permet, sinon de vérifier, au moins d'apercevoir si, pour les élèves, la solution d'une situation commence à correspondre à la capacité de résoudre une classe de problèmes. Ce qui est révélateur de la possibilité d'aborder le chapitre sur la base d'un découpage lié à l'enchaînement mathématique, par types de problèmes.

Notre hypothèse est que, à ces conditions, cette conception peut même conduire, à long terme, à une économie sur le plan du temps, parce qu'on essaie ainsi de respecter les rythmes et les exigences des élèves.

Cette "évaluation" quelque peu intuitive du niveau des élèves mériterait aussi d'être davantage précisée.

Tout d'abord nous pensons qu'elle n'est possible que si les activités proposées présentent, comme nous l'avons fait, un certain degré de complexité.

Nous avons par exemple pu remarquer que, pour certains élèves, la composante ludique des situations n'était pas si fondamentale, parce qu'ils étaient amenés tout de suite à s'intéresser à l'analyse des jeux, au "pourquoi".

C'est un des éléments qui confirment la nécessité de proposer des problèmes exploitables à différents niveaux, qui donnent l'occasion à tous les élèves de tirer un bénéfice de la situation sur laquelle ils travaillent.

Sur le plan de l'évaluation du niveau des élèves, il serait utile de construire un schéma d'intuition de ce niveau, qui pourrait par exemple comprendre les degrés suivants :

Degré 1 : Attention des élèves axée sur le jeu comme activité en soi.

Degré 2 : Formulation d'hypothèses intuitives et vérifications par des essais de jeu.

Degré 3 : Formulation d'hypothèses intuitives et tentatives d'explication non liées à l'analyse de la situation sur la base de l'idée de probabilité.

Degré 4 : Comparaison qualitative, deux à deux, des possibilités que la situation présente.

Degré 5 : Analyse totale des possibilités; hypothèses formulées sur la base d'une échelle qualitative de probabilité (év. retour au jeu afin de vérifier les hypothèses).

Degré 6 : Analyse totale des possibilités; hypothèses formulées sur la base d'une échelle quantitative de probabilité (év. retour au j afin de vérifier le modèle quantitatif).

Voilà donc encore une problématique qu'il faudrait approfondir bien davantage.

Nous nous rendons bien compte que ces considérations ne sont "conclusives" que parce qu'elles sont présentées à la fin de cette recherche. Nous n'avons d'ailleurs jamais eu l'ambition d'être catégoriquement définitifs.

La meilleure des conclusions, dans notre monde de l'école, ne peut être qu'une intention : celle de continuer, humblement et sans dogmatisme, dans l'effort de recherche de conditions d'enseignement encore plus avantageuses pour nos élèves, même dans les domaines où nous croyons avoir trouvé des solutions assez convaincantes.

Bibliographie supplémentaire apportée par cette activité

GOM (Gruppo operativo per l'insegnamento della matematica nella scuola elementare) – Probabilità. Bellinzone, DPE, 1977.

ARRIGO, G. – Calcolo delle probabilità. Polycopié élaboré pour un cours de recyclage destiné aux enseignants de Gymnase, Massagno, 1976.

BERTOLDI, F. – I sistemi nella didattica. Milano, Vita e Pensiero, 1974.

BLANC, R., MOUNOUD, H. – Opérations arithmétiques par les jeux de cartes. Mémoire de licence, Genève, 1979.

BRUN, J., CONNE, F. – Approches en psychopédagogie des mathématiques. FPSE, Genève, 1979.

CARRUCCIO, E. – Mondi della logica. Bologna, Zanichelli, 1977.

D'AMORE, B. – Elementi di teoria dei giochi. Bologna, Zanichelli, 1976.

DE FINETTI, B. – Teoria delle probabilità. Torino, Einaudi, 1970, vol. 1.

DE LANDSHEERE, G. – Introduction à la recherche en éducation. Paris, Colin-Bourrelier, 1976.

DE LANDSHEERE, G. – La formation des enseignants demain. Tournai, Casterman, 1976.

DUPONT, P. – Elementi di calcolo delle probabilità. Polycopié du cours, Université de Turin, sans date.

GARDNER, M. – Enigmi e giochi matematici. Firenze, Sansoni, 1972, 5 vol.

GLAYMANN, M, VARGA, T. – Les probabilités à l'école. Paris, Cedic, 1975.

JOHNSON, D.A., GLENN, H.W., SCOTT NORTON, M. – Caso e probabilità. Bologna, Zanichelli, 1971.

LE SCIENZE (éd. en langue italienne de la revue Scientific American) – années 1977-1980.

LIPSCHUTZ, S. – Calcolo delle probabilità. Milan, Etas, coll. Schaum, 1975.

MATHESIS – Materiali per l'insegnamento della combinatoria - probabilità e statistica nella scuola elementare. Ed. Interna, s. 1., 1979.

OCDE – Les changements dans le rôle de l'enseignant et leurs conséquences. S. 1, 1972.

PIAGET, J., INHELDER, B. – La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant. Paris, PUF, 1974.

PROGETTO NUFFIELD PER LA MATEMATICA – Probabilità e statistica. Bologne, Zanichelli, 1971.

SALOMONE, L. – Raccolta di giochi a due. Milan, Mursia, 1979.

SINTINI, C. – Quiz e giochi matematici. Milan, Longanesi, 1979.

TAYLOR, J.L., WALFORD, R. – I giochi di simulazione per l'apprendimento e l'addestramento. Milan, Mondadori, 1979.

VARGA, T. – Giochiamo alla matematica. Florence, OS, 1972, vol. 1.

Annexe n°4.5 : **Entrée progressive dans la combinatoire, la statistique et les probabilités**. VARGA T. et DUMONT M., Combinatoire, statistique et probabilités, de 6 à 14 ans, O.C.D.L., 1973, p 39 à 42.

V. BUTS À ATTEINDRE AU COURS DES HUIT PREMIÈRES ANNÉES D'ENSEIGNEMENT

Pour chaque classe, il y a, à côté du programme, une spécification de ce que les enfants doivent savoir à la fin de chaque année. Ce n'est qu'un sous-ensemble assez réduit des éléments du programme. La plus grande partie du contenu du programme de chaque classe sert à préparer la maturation de certaines idées et n'apparaît pas comme matière obligatoire. Elle ne sera évaluée que dans une classe ultérieure et peut-être seulement après les huit années de l'enseignement obligatoire. Ce principe a été adopté parce qu'en mathématique il faut des années pour former des concepts sûrs, pour donner une vue claire, pour construire des systèmes et non seulement des éléments éparpillés de connaissances. Si nous insistons trop fortement sur l'évaluation de connaissances non mûries, nous risquons d'être satisfaits même dans des cas où les enfants « voient des arbres, sans voir la forêt ».

Le temps nécessaire à la maturation des notions diffère d'un individu à l'autre. En fixant nos exigences, il faut tenir compte tout spécialement des enfants plus lents. En revanche, pour fixer le contenu complet du programme à évaluer ou non, il faut considérer plus spécialement les enfants qui se développent plus vite. Ceci ne signifie pas que nous puissions nous satisfaire, dans le cas des enfants plus lents, des points du programme destinés à être évalués. Les points du programme qui ne sont pas destinés à être évalués jouent également un rôle fondamental pour les enfants plus lents.

a) pour préparer des notions qui seront évaluées plus tard ou qui faciliteront leurs études ultérieures,
b) pour les aider à comprendre les liaisons entre les différentes notions et former une vue cohérente.

Ces deux perspectives sont importantes pour tous les enfants, qu'ils soient plus ou moins vifs, plus ou moins doués.

Les exigences établies pour ce programme contiennent la plupart des exigences d'un programme traditionnel, mais il y a des changements d'accent, des déplacements vers les classes suivantes ou précédentes.

Le calcul numérique, par exemple, ne perd nullement son importance, ni en ce qui concerne le calcul mental, ni sous forme de calcul écrit. Mais on laisse plus de temps à l'enfant pour arriver à un certain niveau d'habileté. Dans certains cas, ce décalage peut même dépasser une année. D'autre part, le rôle de l'estimation et de l'auto-contrôle prend plus d'importance. Alors que la rapidité du calcul numérique a moins d'importance qu'autrefois, il faut que les enfants soient capables de faire des estimations rapides.

Non seulement en calcul numérique, mais plus généralement dans la solution des problèmes, il faudra accorder dans l'avenir plus d'importance à la capacité de travail indépendant à l'auto-correction, à la responsabilité par rapport à la réponse, à l'habileté de projeter les résultats sur la réalité et d'utiliser les acquisitions, alors qu'on accorde moins d'importance à la rapidité d'une réponse formelle correcte.

D'une façon générale, il faut considérer comme plus précieux les domaines où le travail humain ne peut être remplacé que peu efficacement ou pas du tout par le travail de la machine (faire des hypothèses, reconnaître des relations, transférer les connaissances sur d'autres domaines). En revanche, il faut diminuer les exigences dans les domaines mécanisables.

Même si, dans l'avenir proche, l'utilisation de machines à calculer ne peut pas se répandre très rapidement dans nos écoles, il ne faut pas perdre de vue que les élèves qui commenceront leurs études dans les années et les décades à venir, exerceront leur responsabilité en majeure partie à partir de l'an 2000. Il faut également considérer que l'apprentissage de la mathématique elle-même exige certaines habiletés formelles en calcul numérique, dans la manipulation des symboles, etc. Il faudra alors trouver un nouvel équilibre en considérant ces différents aspects. Ce nouvel équilibre sera certainement très différent de celui d'aujourd'hui, il faudra considérablement déplacer le centre de gravité.

PREMIÈRE ANNÉE (de 6 à 7 ans)

Développement de l'habileté de l'enfant dans la construction d'éléments (nombres construits à partir de chiffres, mots à partir de lettres, tours avec divers matériaux de couleur, etc.), conformément à des règles préétablies (exemple: nombres de trois chiffres, chaque chiffre étant supérieur à 7)

Entrainement à rechercher le plus possible de solutions différentes

Développement de l'habileté des enfants à symboliser des évènements observés dans leur environnement, ou rencontrés au cours de leurs expériences.

Construction de tableaux

Lecture et interprétation des suites de symboles, et des tableaux.

DEUXIÈME ANNÉE (de 7 à 8 ans)

Développement de l'habileté de l'enfant à trouver tous les cas possibles dans des problèmes simples de combinatoire.

Exemple. tous les nombres de trois chiffres, chaque chiffre étant supérieur à 7.

Entrainement à distinguer et à reconnaître des évènements au cours d'expériences de probabilités, et à comptabiliser le nombre de fois où un événement donné se réalise.

TROISIÈME ANNÉE (de 8 à 9 ans)

Développement des aptitudes de l'enfant à résoudre des problèmes simples de combinatoire par des activités manuelles ou des moyens graphiques, aboutissant à la découverte du nombre de cas possibles, soit par comptage, soit par des calculs simples.

Distinction entre des événements certains, impossibles, possibles mais non certains, et utilisation de tels concepts pour des cas concrets.
Recensement de tous les cas distincts possibles dans des expériences simples.

> *Exemple:* on jette un dé rouge et un dé vert. On peut obtenir 36 configurations possibles des deux dés, et 11 sommes possibles de points: de 2 à 12.

Analyse d'éléments composés en éléments simples.

> *Exemples:*
> 1. on jette trois pièces: on considère l'événement: deux pièces présentent la même face, la troisième présentant l'autre face. Cet événement peut se réaliser de deux façons différentes: deux pièces pile, une pièce face, ou deux pièces face, une pièce pile.
> 2. on jette un dé; on considère l'événement: apparition d'un nombre impair ou supérieur à 3. Cet événement inclut les événements élémentaires: apparition d'un 1, d'un 3, d'un 4, d'un 5, d'un 6.

QUATRIÈME ANNÉE (de 9 à 10 ans)

Développement de l'habileté de l'enfant dans la recherche de la solution de problèmes de combinatoire à l'aide de diagrammes en arbre, ou d'autres diagrammes. Interprétations diverses de tels diagrammes.
Comparaison des probabilités de divers événements par une estimation basée sur des expériences.

CINQUIÈME ANNÉE (de 10 à 11 ans)

Entraînement de l'enfant à pouvoir caractériser des ensembles de données par leur médiane, leur mode, leur moyenne arithmétique d'une part, leur amplitude d'autre part.
Aptitude à changer certaines données des problèmes de combinatoire, et à exprimer les changements obtenus dans les résultats.

> *Exemple:* problème original: on a cinq boules de couleurs différentes. De combien de façons peut-on en tirer deux?
> Changements des données:
> a) on a quatre, ou trois, ou deux, ou une, ou six, ou sept boules. Même question.
> b) on a cinq boules comme auparavant. De combien de façons peut-on en tirer trois, ou quatre, ou une, ou cinq, etc.

Familiarisation avec l'idée de fréquence, que l'on pourra exprimer par une fraction, un nombre décimal ou un pourcentage.
Entraînement à donner des estimations concernant des probabilités et basées sur des fréquences, et à modifier ou confirmer des estimations antérieures.

Développement de l'habileté de l'enfant à résoudre seul des problèmes de combinatoire semblables à ceux déjà rencontrés; à varier leurs conditions, et à exprimer les lois générales verbalement ou par des formules.
Entraînement à reconnaître les mêmes types de problèmes de combinatoire dans divers cas concrets.
Aptitude à formuler des problèmes de probabilités semblables à ceux déjà rencontrés, et à les résoudre seul à l'aide des méthodes combinatoires, ou d'autres méthodes (expérimentation, utilisation des tableaux de nombres aléatoires, etc.)

SIXIÈME ANNÉE (de 11 à 12 ans)

Habituer l'enfant à changer systématiquement les données des problèmes de combinatoire déjà rencontrés; à construire, avec les résultats, des tableaux de fonctions à une ou deux entrées.

Calcul de probabilités dans des cas simples, par la décomposition des événements en événements élémentaires considérés comme équiprobables. Confrontation à l'expérience de tels résultats théoriques.

Caractérisation des ensembles de données par leur(s) mode(s), leur moyenne arithmétique, leur médiane, leurs quartiles, leur amplitude, leur intervalle interquartile. Inversement, construction d'ensembles de données ayant telles ou telles caractéristiques.

SEPTIÈME ANNÉE (de 12 à 13 ans)

Entraînement à construire des tableaux correspondant à des problèmes de combinatoire déjà connus, ou nouveaux, à les comparer, tirer des lois de leurs régularités, et les appliquer dans des situations concrètes.

Pouvoir distinguer, d'un point de vue pratique, les couples d'événements indépendants, des couples d'événements non indépendants. Pouvoir décider si deux événements s'excluent ou non.

Mise en œuvre de ces idées dans le calcul des probabilités des événements composés a-et-b, a-ou-b, et de leurs diverses combinaisons. Utilisation, dans ce but, de diagrammes en arbre.

Entraînement à décider, à l'aide de diagrammes de points (ou « nuages de points »: scatter diagrams), et sans calculs, s'il existe une corrélation positive ou négative entre deux quantités.

HUITIÈME ANNÉE (de 13 à 14 ans)

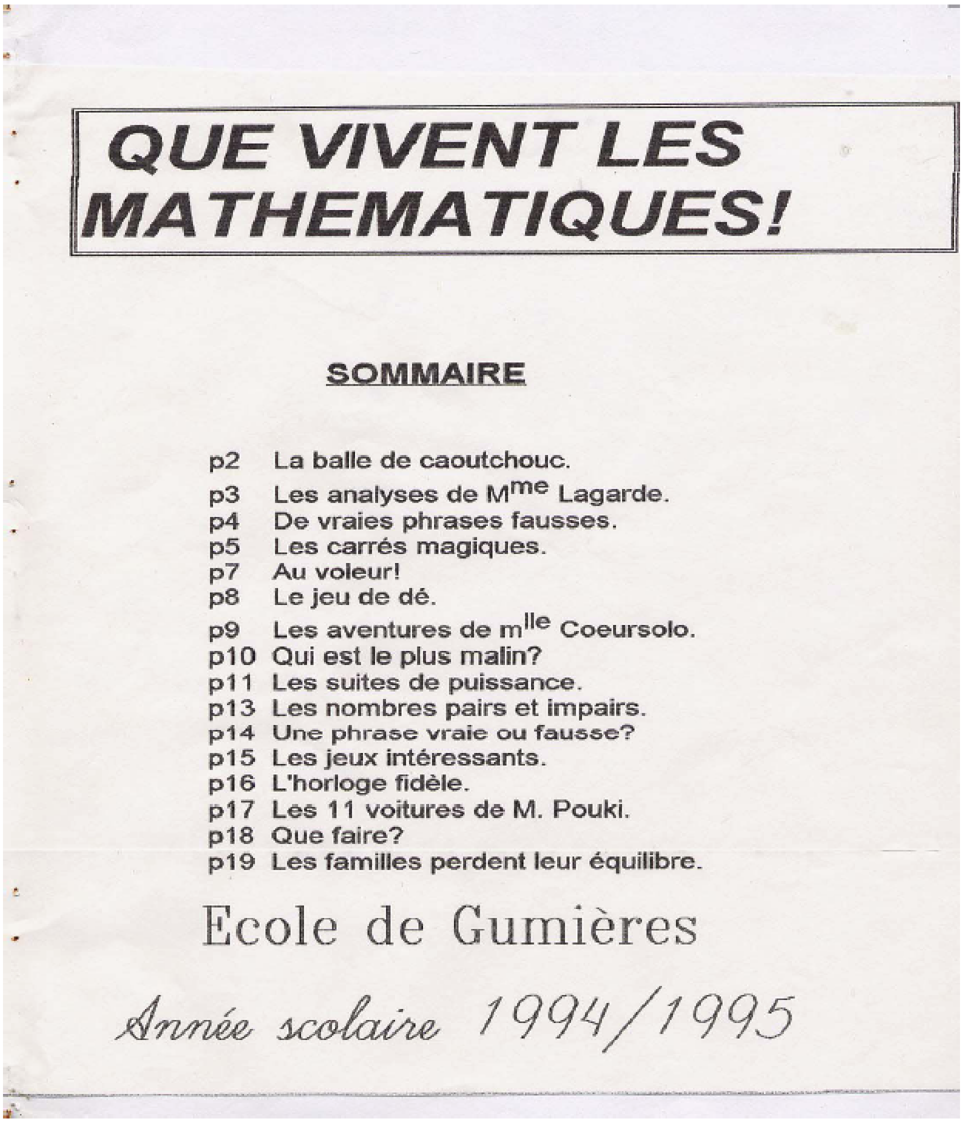
Développement de l'habileté de l'enfant à résoudre seul des problèmes de combinatoire semblables à ceux déjà rencontrés; à varier leurs conditions, et à exprimer les lois générales verbalement ou par des formules.

Entraînement à reconnaître les mêmes types de problèmes de combinatoire dans divers cas concrets.

Aptitude à formuler des problèmes de probabilités semblables à ceux déjà rencontrés, et à les résoudre seul à l'aide des méthodes combinatoires, ou d'autres méthodes (expérimentation, utilisation des tableaux de nombres aléatoires, etc.).

5. Des séances de classe pour aborder l'enseignement de la statistique et des probabilités

Annexe 5.1 : Problèmes posés à l'école de Gumières, par B COUTANSON, inspiré du livre "La magie des paradoxes", GARDNER M., Belin, 1980. Ces problèmes nous ont incité à analyser **la réponse des élèves de l'école primaire, en fonction du degré d'incertitude** apporté par les outils mathématiques mis à leur disposition

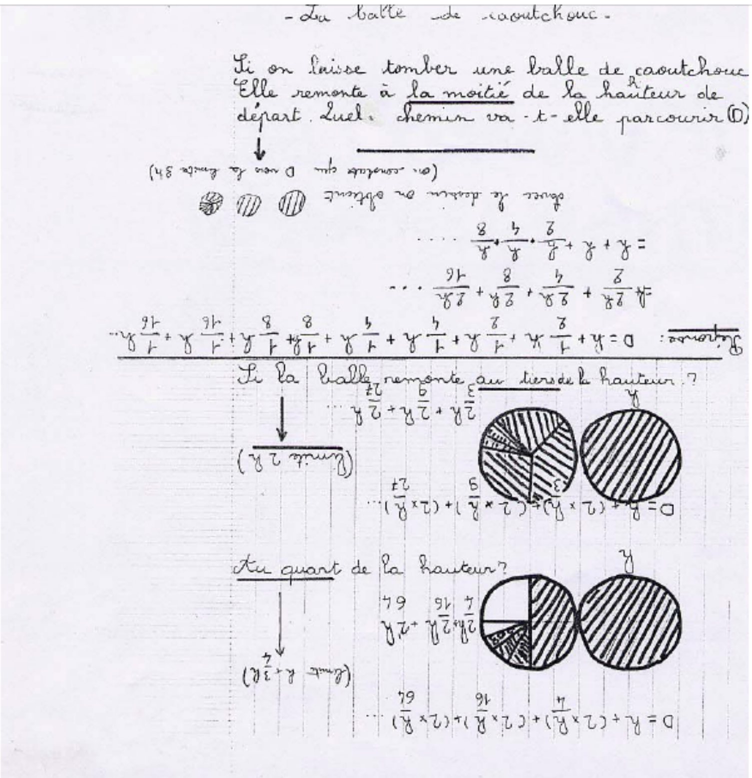


QUE VIVENT LES MATHEMATIQUES!

SOMMAIRE

Ecole de Gumières

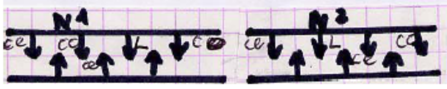
Année scolaire 1994/1995

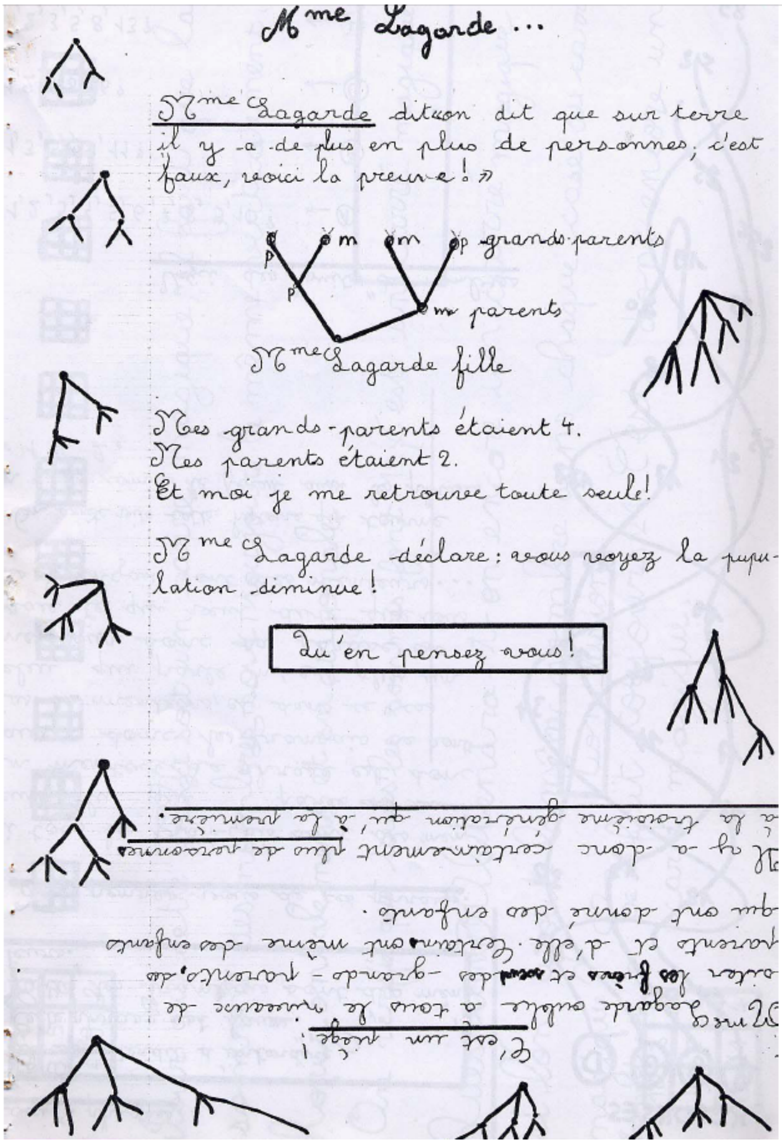


Le berger, la chèvre, le chou et ... le loup

appel : Il faut traverser la rivière et la barque ne peut contenir qu'une chose en p
homme. Méfiez-vous, ne laissez pas seuls 2 éléments qui risquent de se détruire. Il y a 2 sol
oici la légende :

Co : Chou
Ce : Chèvre
L : Loup




Mme Lagarde ...

« Mme Lagarde dit-on dit que sur terre il y a de plus en plus de personnes, c'est faux, voici la preuve ! »

Mes grands-parents étaient 4.
Mes parents étaient 2.
Et moi je me retrouve toute seule !

Mme Lagarde déclare : vous voyez la population diminue !

Qu'en pensez vous !

C'est un piège !

Mme Lagarde oublie à tous le niveaux de citer les frères et ~~sœurs~~ des grands-parents, des parents et d'elle. Certains ont même des enfants qui ont donné des enfants.

Il y a donc certainement plus de personnes à la troisième génération qu'à la première.

Les carrés magiques.

Question n°2 obtiendra-t-on encore un carré magique si l'on multiplie le même nombre dans chaque case du carré magique.

Exemple avec (x3)

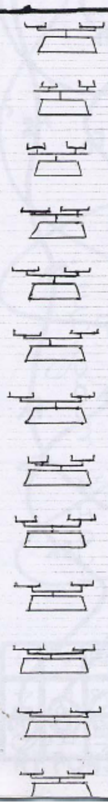
15	15	15	15	15
15	8	1	6	15
15	3	5	7	15
15	4	9	2	15
15	15	15	15	15

→

25	25	25	25	25
25	24	3	18	25
25	9	15	21	25
25	12	27	6	25
25	25	25	25	25

Conclusion :

S'il on multiplie par(3) on obtient toujours le même nombre (25).



Voici 9 boules de même grosseur.
Pourtant l'une d'elles est légèrment plus lourde que les autres.

Question. Comment repérer celle qui est la plus lourde en 2 pesées seulement? **(L)**

Comparons 123 et 456

① 123 | 456 L se trouve dans 789

* 7|8 L = 9
* 7/8 L = 8
* 7\8 L = 9

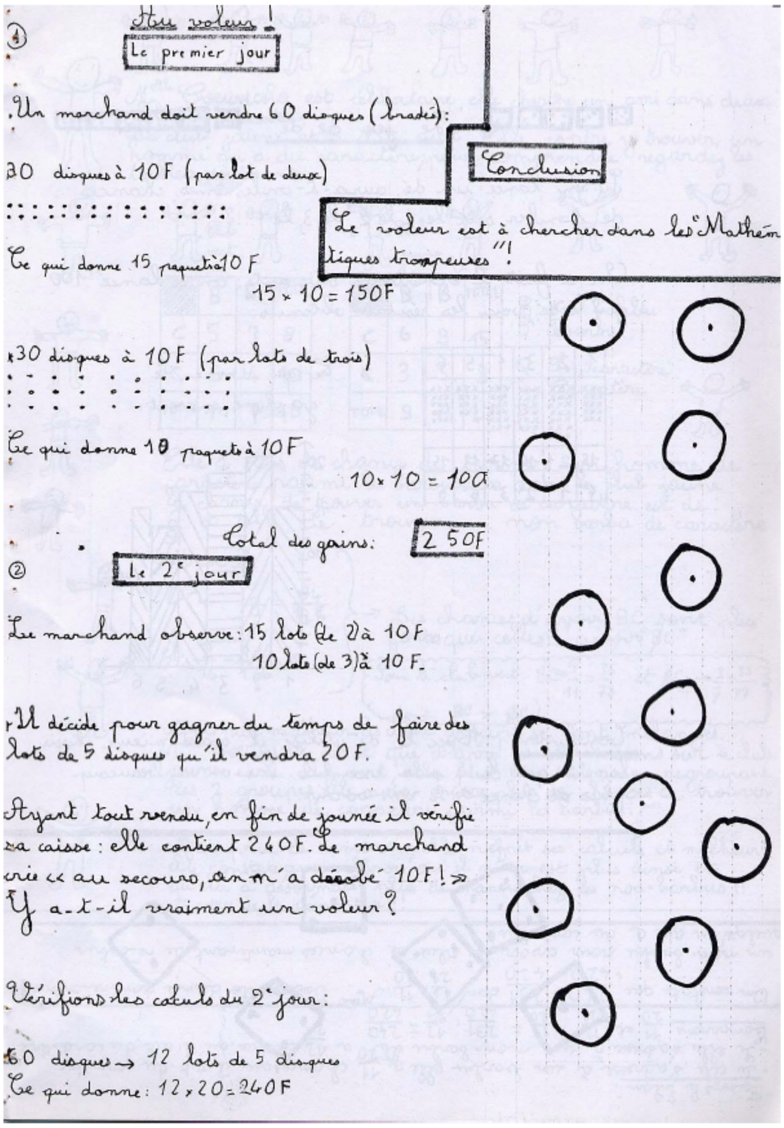
② 123 / 456 L se trouve dans 456

* 4|5 L = 6
* 4/5 L = 5
* 4\5 L = 4

③ 123\456 L se trouve dans 123

* 1|2 L = 3
* 1\2 L = 1
* 1/2 L = 2

Dans chaque cas, 2 opérations suffisent pour trouver le résultat.



① Au voleur !

Le premier jour

Un marchand doit vendre 60 disques (bradés) :

30 disques à 10 F (par lot de deux)

Ce qui donne 15 paquets à 10 F

15 × 10 = 150 F

30 disques à 10 F (par lots de trois)

Ce qui donne 10 paquets à 10 F

10 × 10 = 100

Total des gains : 250 F

② Le 2e jour

Le marchand observe : 15 lots (de 2) à 10 F

10 lots (de 3) à 10 F.

Il décide pour gagner du temps de faire des lots de 5 disques qu'il vendra 20 F.

Ayant tout vendu, en fin de journée il vérifie sa caisse : elle contient 240 F. Le marchand crie « au secours, on m'a dérobé 10 F ! »

Y a-t-il vraiment un voleur ?

Vérifions les calculs du 2e jour :

60 disques → 12 lots de 5 disques

Ce qui donne : 12 × 20 = 240 F

Conclusion

Le voleur est à chercher dans les "Mathématiques trompeuses" !

24^5 28^{78} 13^5 12^{10} 18^3 16^{72} 1^8 20^{15} 4^4

104^{28} 2^5 3^6 1000^5 1^5 100^1 1^2

Voici les résulats de nos découvertes

Avec les puissances:	On progresse de:	On constate:
2	+2	2 ×3
3	+6	6 ×4
4	+24	24 ×5
5	+120	120 ×6
6	+720	720 ×7

...

Conclusion n°1

Pour trouver les résultats de la colonne ③, on fait comme dans l'exemple suivant : pour la puissance 12, les nombres progressent de : 1×2×3×4×5×6×7×8×9×10×11×12 = 479 001 600 et qui s'écrit 12!

18^5 11^5 81^9 28^8

Si l'on observe les lignes marquées ✱, on constate :

Pour la puissance 3 : 1×6 = 6, 2×6 = 12, 3×6 = 18, 4×6 = 24

Pour la puissance 4 : 6×6 = 36, 10×6 = 60, 14×6 = 84, 18×6 = 108

Pour la puissance 5 : 60×6 = 360, 80×6 = 480, 100×6 = 600, 120×6 = 720

Pour la puissance 6 : 300×6 = 1800, 420×6 = 2520, 560×6 = 3240

La progression de la puissance 3 est de +1

La progression de la puissance 4 est de +4

La progression de la puissance 5 est de +20

La progression de la puissance 6 est de +120

34^6 29^9 24^5 35^5 25^5 4^6

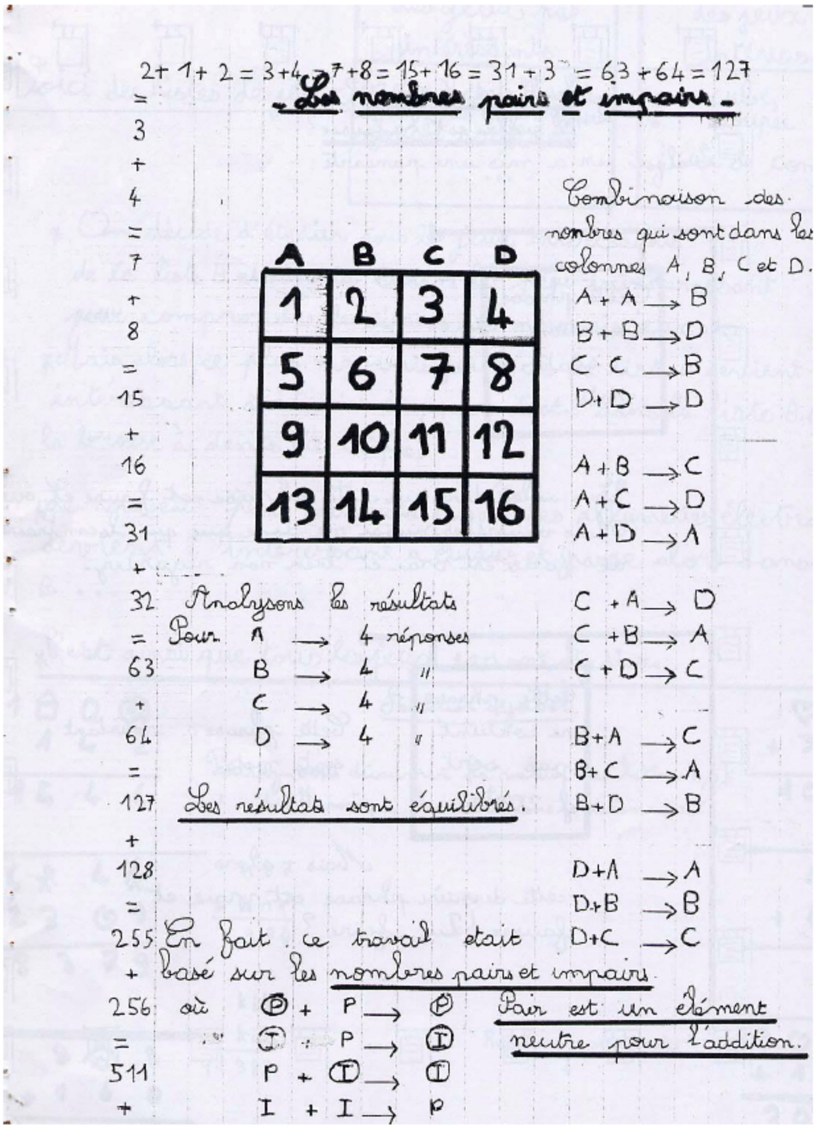
Conclusion n°2

+1, +4 ×4, +20 ×5, +120 ×6

Pour la puissance 12 par exemple la progression serait de : 4×5×6×7×8×9×10×11×12

$$= \frac{12!}{3!}$$

24^2 11^{20} 2^3



2+ 1+ 2 = 3+4 = 7+8 = 15+16 = 31+32 = 63+64 = 127

Les nombres pairs et impairs.

2 = 3 + 4 = 7 + 8 = 15 + 16 = 31 + 32 = 63 + 64 = 127 + 128 = 255 + 256 = 511 +

A	B	C	D
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Combinaison des nombres qui sont dans les colonnes A, B, C et D.

A + A → B
B + B → D
C C → B
D + D → D

A + B → C
A + C → D
A + D → A

C + A → D
C + B → A
C + D → C

B + A → C
B + C → A
B + D → B

D + A → A
D + B → B
D + C → C

Analysons les résultats

Pour A → 4 réponses
B → 4 "
C → 4 "
D → 4 "

Les résultats sont équilibrés.

En fait ce travail était basé sur les nombres pairs et impairs.

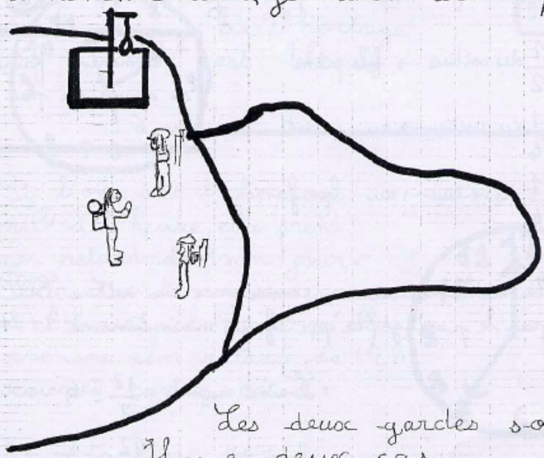
où P + P → P
I + P → I
P + I → I
I + I → P

Pair est un élément neutre pour l'addition.

Que faire ?

Un jour un homme voulait passer une frontière mais je dois vous dire que des garde l'on questionné : « si vous mentez vous serez pendu ; si vous dites la vérité vous passerez ».

L'homme dit « je mérite d'être pendu ! »



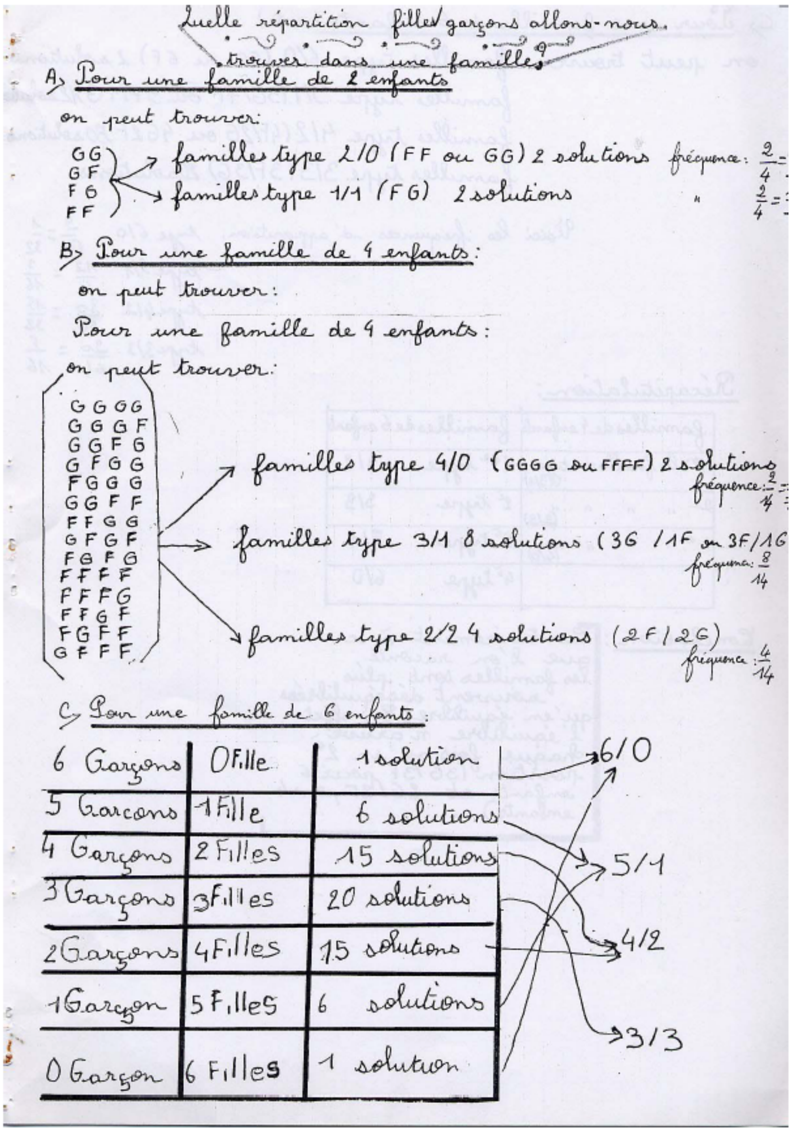
Les deux gardes sont embarassé

Il y a deux cas,

1> Les gardes le pendent ses paroles étaient fausses. Il n'avait donc pas menti. et n' aurait pas dû être pendu.

2> Les gardes le laissent passer sans le pendre Il dit la vérité : il passera la frontière donc ses paroles étaient vraies. Il méritait d'être pendu !

Conclusion : le résultat est toujours contraire à la décision qui a été prise.



Quelle répartition filles/garçons allons-nous trouver dans une famille?

A) Pour une famille de 2 enfants

on peut trouver:

GG
GF
FG
FF

→ familles type 2/0 (FF ou GG) 2 solutions fréquence: $\frac{2}{4}$

→ familles type 1/1 (FG) 2 solutions " $\frac{2}{4}$

B) Pour une famille de 4 enfants:

on peut trouver:

Pour une famille de 4 enfants:

on peut trouver:

GGGG
GGGF
GGFG
GFGG
FGGG
GGFF
FFGG
GFGF
FGFG
FFFF
FFFG
FFGF
FGFF
GFFF

→ familles type 4/0 (GGGG ou FFFF) 2 solutions fréquence: $\frac{2}{14}$

→ familles type 3/1 8 solutions (3G / 1F ou 3F/1G fréquence: $\frac{8}{14}$

→ familles type 2/2 4 solutions (2F / 2G) fréquence: $\frac{4}{14}$

C) Pour une famille de 6 enfants:

6 Garçons	0 Fille	1 solution
5 Garcons	1 Fille	6 solutions
4 Garçons	2 Filles	15 solutions
3 Garçons	3 Filles	20 solutions
2 Garçons	4 Filles	15 solutions
1 Garçon	5 Filles	6 solutions
0 Garçon	6 Filles	1 solution

6/0

5/1

4/2

3/3

→ Pour une famille de 6 enfants (suite)

on peut trouver : familles type 6/0 (6G ou 6F) 2 solutions
familles type 5/1 (5G/1F ou 5F/1G) 12 solutio
familles type 4/2 (4F/2G ou 4G 2F) 30 solutions
familles type 3/3 (3F/3G) 20 solutions

Voici les fréquences d'apparition. type 6/0 $\frac{2}{64} = \frac{1}{32}$
type 5/1 $\frac{12}{64} = \frac{3}{16}$
type 4/2 $\frac{30}{64} = \frac{15}{32}$
type 3/3 $\frac{20}{64} = \frac{5}{16}$

Récapitulation :

familles de 4 enfants	familles de 6 enfants
1er les familles de type (3/1)	1er type 4/2
2e " " " " (2/2)	2e type 3/3
3e " " " " (4/0)	3e type 5/1
	4e type 6/0

Conclusion : Contrairement à ce que l'on raconte, les familles sont plus souvent déséquilibrées qu'en équilibre. En effet l'équilibre n'arrive chaque fois qu'en 2e position (3G/3F pour 6 enfants et 2G/2F pour 4 enfants).

Annexe 5.2 : ***Vers la création d'outils statistiques pour les élèves*** , éléments de pratique pour l'épreuve d'animation de séance du Certificat d'Aptitude à la Formation des Instituteurs et Professeurs des Écoles Maître Formateurs (COUTANSON, 1998), Gumières, 1998.

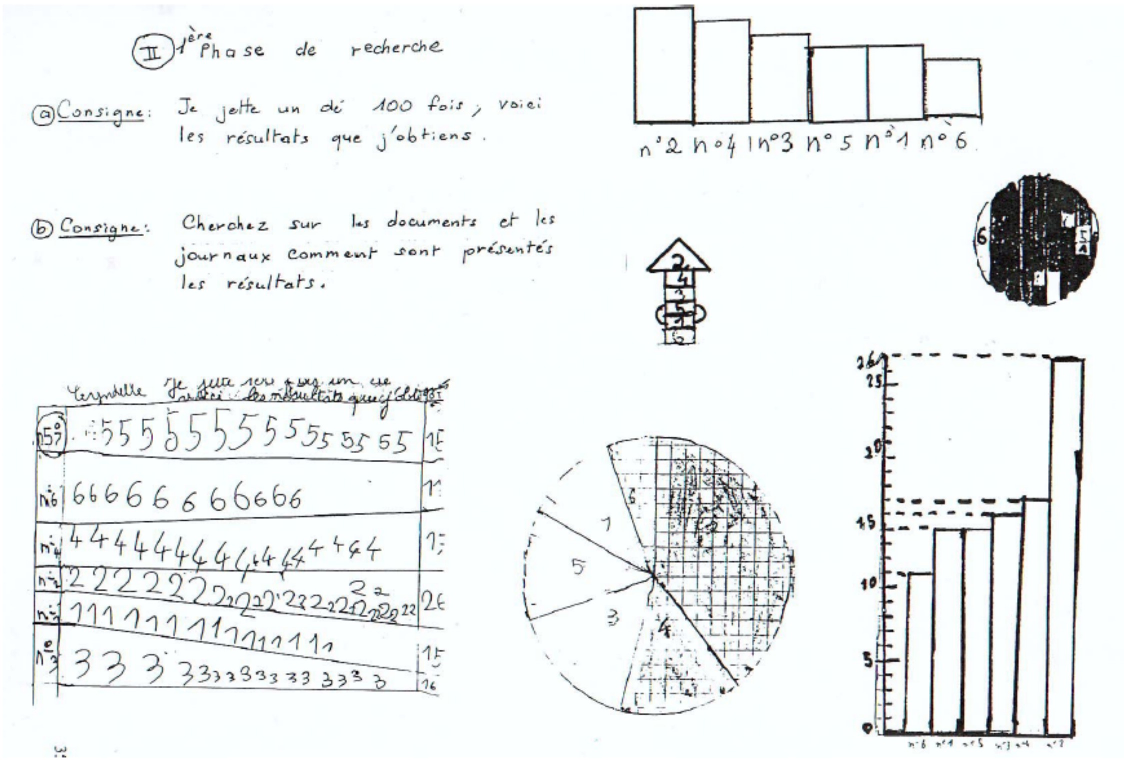
Vers la création d'outils (activités conduites à l'école de Gumières)

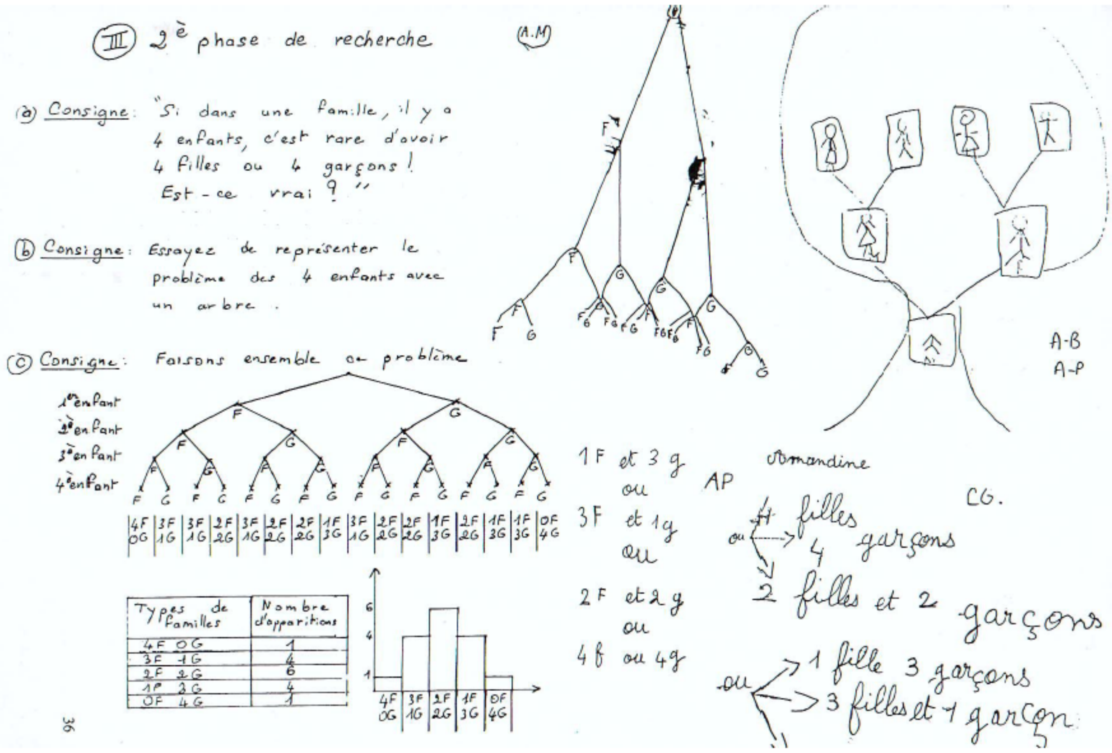
I – Phase de sensibilisation – Mise en contradiction des élèves –

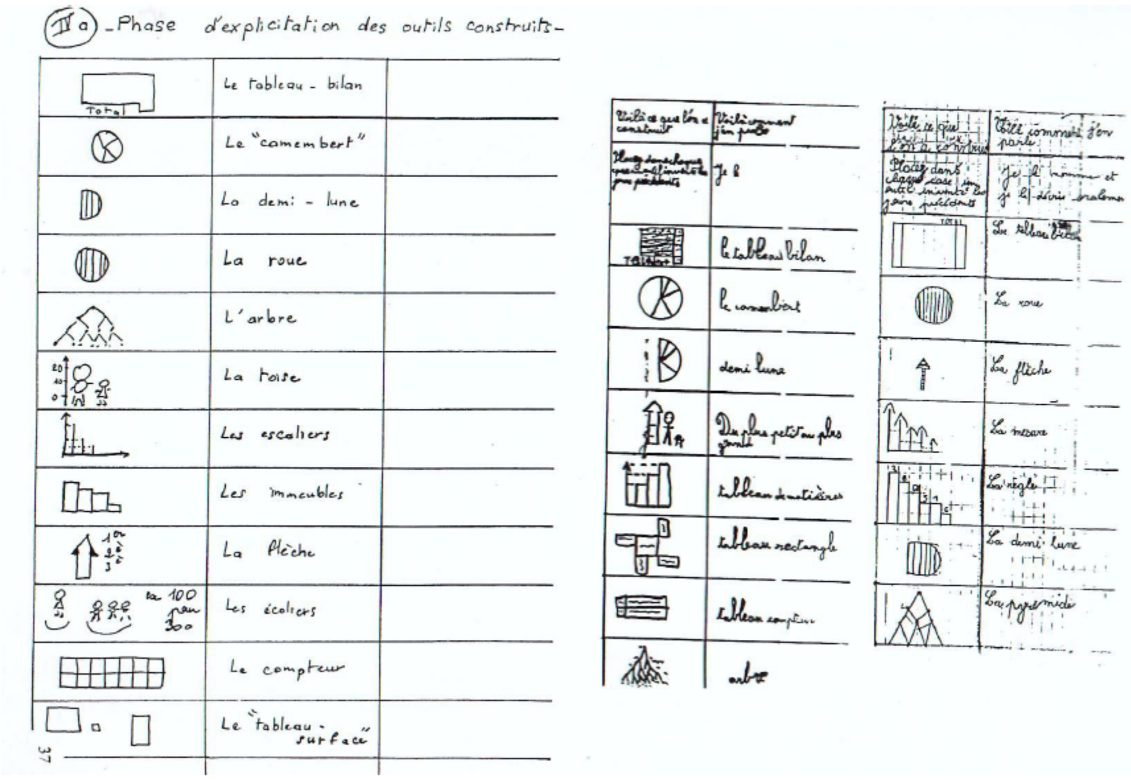
Questions du maître	Réponses de l'élève	Constat de l'expérience (Maître ou élève)	Conclusion de l'élève
Sur 100 bébés qui viennent de naître combien y a-t-il de filles et combien y a-t-il de garçons ?			
Je prends un dé et je le lance 6 fois. Quels seront les 6 numéros qui vont apparaître ?			
Dans un sac, je place 10 jetons jaunes et 10 jetons rouges. Si j'en tire 10 sans regarder quelles seront les couleurs qui vont sortir ?			

I Phase de sensibilisation – Mise en contradiction des élèves

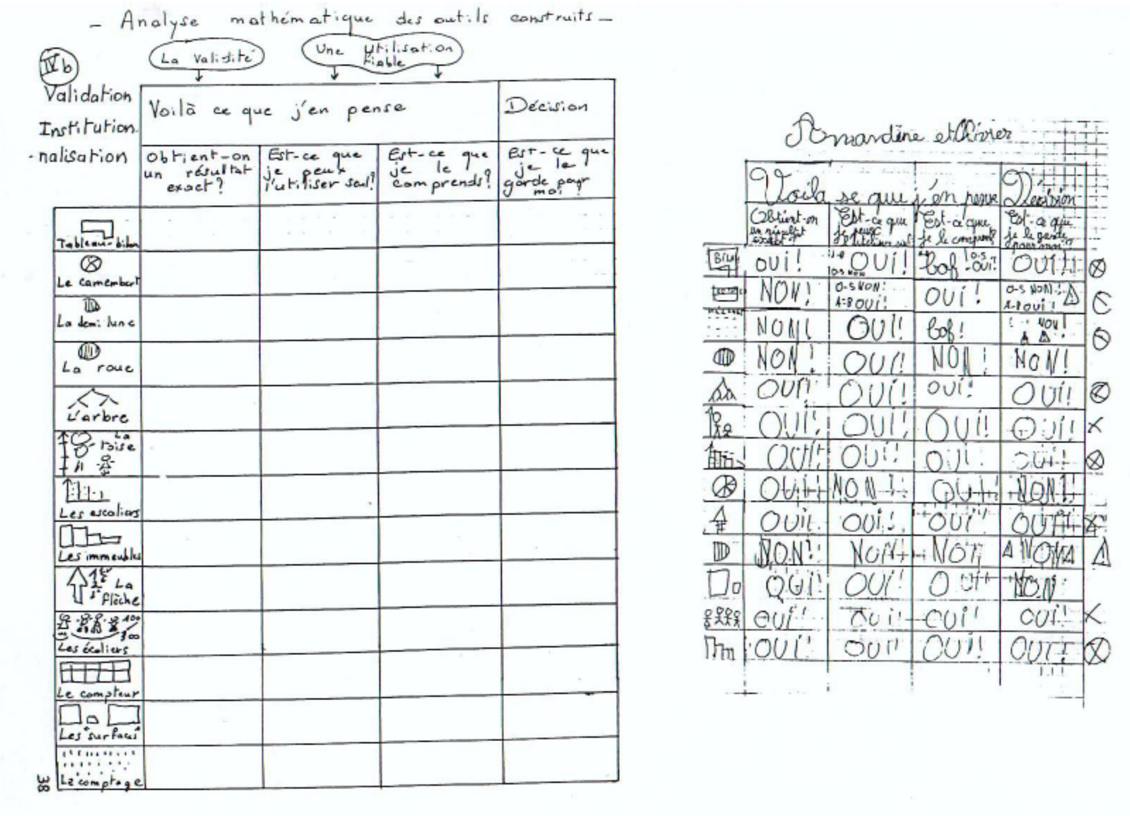
Questions	Réponses	Constat de l'expérience	Conclusion
Sur 10 bébés qui viennent de naître combien y a-t-il de filles et combien y a-t-il de garçons n°1	Il y a 5 garçons et 5 filles	Dans la réalité il naît plus de garçons que de filles	j'ai tort
Si je prends un dé, je le lance 6 fois. Quels seront les numéros qui vont apparaître ? n°2	Le 6 sortira 6 fois	4,4,4,5,6,6	j'ai tort
Si dans un sac je place 10 jetons jaunes et 10 jetons rouges et que j'en tire 10 sans regarder quelles seront les couleurs qui vont sortir ? n°3	Il y aura 5 rouges et 5 jaunes	4 rouges 6 jaunes	j'ai tort


II 1ère Phase de recherche
a) Consigne : Je jette un dé 100 fois, voici les résultats que j'obtiens.
b) Consigne : Cherchez sur les documents et les journaux comment sont présentés les résultats.
n°2 n°4 n°3 n°5 n°1 n°6


III 2è phase de recherche
(A.M)
a) Consigne : "Si dans une famille, il y a 4 enfants, c'est rare d'avoir 4 filles ou 4 garçons ! Est-ce vrai ? "
b) Consigne : Essayez de représenter le problème des 4 enfants avec un arbre.
c) Consigne : Faisons ensemble ce problème
1er enfant
2e enfant
3e enfant
4e enfant
Types de familles
Nombre d'apparitions
4F 0G
3F 1G
2F 2G
1F 3G
0F 4G
A-B
A-P
1 F et 3 g ou 3 F et 1 g ou 2 F et 2 g ou 4 f ou 4 g
AP
Amandine
CG.
4 filles ou 4 garçons
2 filles et 2 garçons
ou 1 fille 3 garçons
3 filles et 1 garçon



IV a) - Phase d'explicitation des outils construits -
Total
Le tableau - bilan
Le "camembert"
La demi - lune
La roue
L'arbre
La toise
Les escaliers
Les immeubles
La flèche
Les écoliers
Le compteur
Le "tableau - surface"
37
Voilà ce que l'on a construit
Voilà comment j'en parle
le tableau bilan
le camembert
demi lune
Du plus petit au plus grand
tableau rectangle
tableau compteur
arbre
Voilà ce que l'on a construit
Voilà comment j'en parle
TOTAL
La roue
La flèche
La mesure
La règle
La demi lune
La pyramide


– Analyse mathématique des outils construits –
IVb
La Validité
Une utilisation fiable
Validation
Institutionnalisation
Voilà ce que j'en pense
Décision
Obtient-on un résultat exact ?
Est-ce que je peux l'utiliser seul ?
Est-ce que je le comprends ?
Est-ce que je le garde pour moi ?
Tableau-bilan
Le camembert
La demi lune
La roue
L'arbre
La toise
Les escaliers
Les immeubles
La flèche
Les écoliers
Le compteur
Les surfaces
Le comptage
38
Voilà ce que j'en pense
Décision

IVb Suite

Je place une croix sur les trois outils que je garde en priorité

ceux qui me paraissent - les plus sûrs
- les plus efficaces
- les plus faciles
- les plus complets
...

Idée de pertinence

- Choix de la classe -

Tableau - bilon : 1
Compteur : 1
La toise : 1

La flèche : 3
Les écoliers : 2
Les immeubles : 1

- Choix prioritaires du maître -

Le tableau à double entrée { Outil d'expérimentation

L'arbre { Outil de simulation

Amandine

A quoi nous servent exactement ces outils ?

Les deux "problèmes" étudiés	Je trouve la réponse en lisant l'énoncé	Je cherche en faisant une expérience	J'essaie d'estimer ce qui va se passer	Mon résultat est sûr ou probable
"On jette 100 fois un dé..."		X		Probable
"A quoi ressemble une famille de 4 enfants ?"			X	Probable

IVc Consolidation - Explicitation des démarches.

A quoi nous servent exactement ces outils ?

Les deux "problèmes" étudiés	Je trouve la réponse en lisant l'énoncé	Je cherche en faisant une expérience	J'essaie d'estimer ce qui va se passer	Mon résultat est sûr ou probable
"On jette 100 fois un dé..."				
"A quoi ressemble une famille de 4 enfants ?"				

IVa Phase de réinvestissement

Voici une série de problèmes avec leur énoncé ; quels outils allez-vous utiliser pour "chercher" ou représenter les résultats ?

- Liste des problèmes -	Outils utilisables attendus
La balle qui rebondit	→ Diagramme en bâtons "Camembert"
Le livre des comparaisons	→ "Flèche"
Choisir un local de classe	→ Tableau à double entrée
Les horaires de bus	→ Diagramme en bande ≠ histogramme ⚠
Le balayage	→ Droite et courbe
Jeu de pile ou face	→ Arbre
Sondage des collégiens	→ Tableau à double entrée Diagramme en bâtons "Camembert"

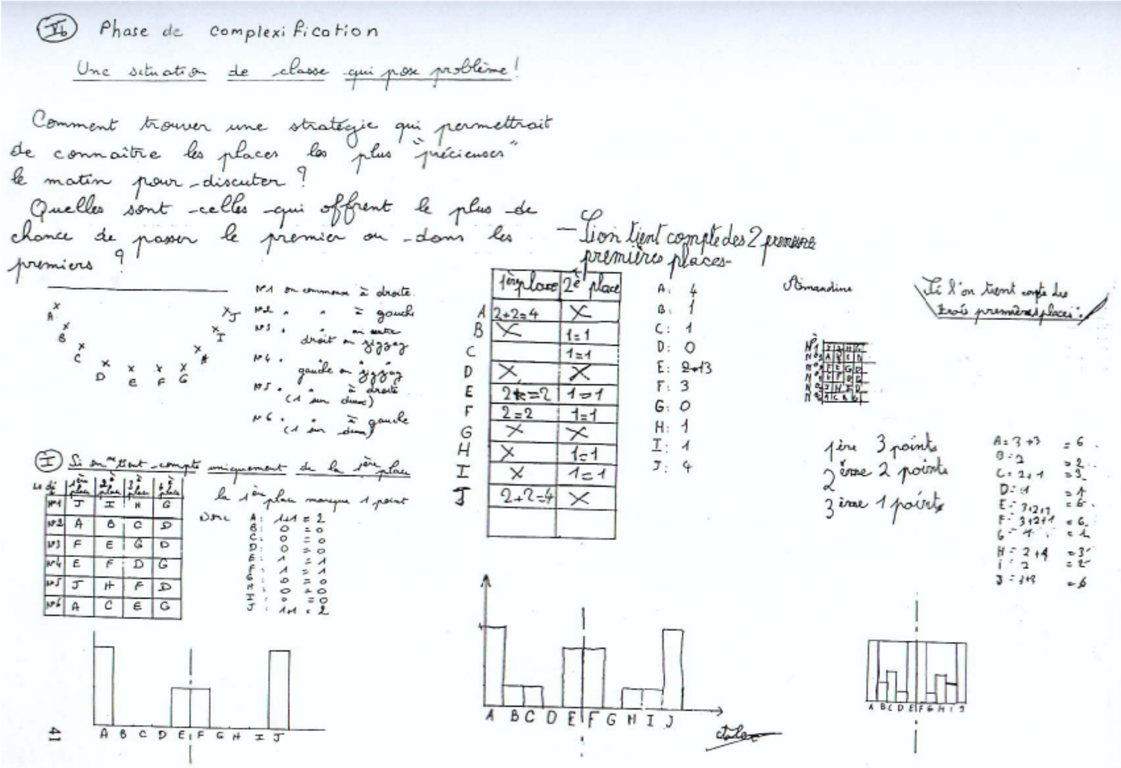
Idée de % émise par les élèves ...

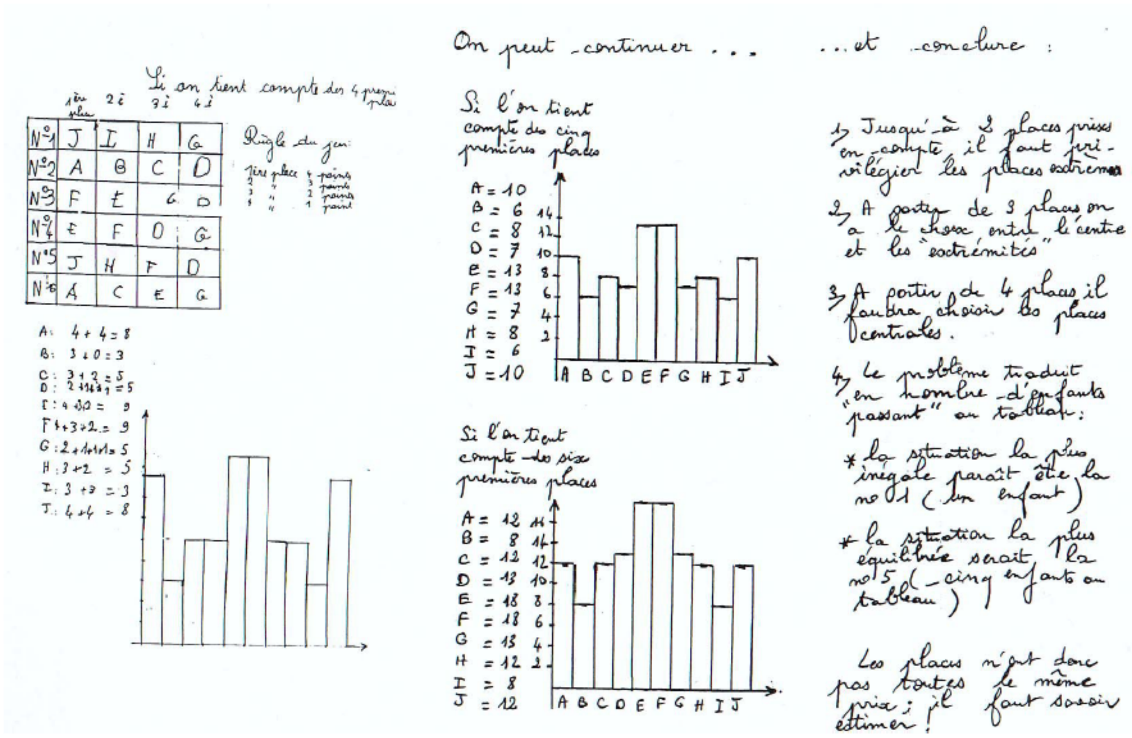
Cyndille

Quels outils utiliser ?

Titre des problèmes	Outils utilisés
La balle en caoutchouc	Les escaliers + camembe
Le sondage d'EDF	Le tableau bilan + camme
Les comparaisons	Les immeubles
Choisir un local de classe	Le tableau bilan
Les horaires de bus	Les escaliers
Le balayage	La courbe La droi
Le jeu de pile ou face sans pièce	l'Arbre

Annexe 5.3 : ***Vers un essai de simulation en situation incertaine*** (COUTANSON, 1998), Gumières, 1998.


Ib Phase de complexification
Une situation de classe qui pose problème !
Comment trouver une stratégie qui permettrait de connaître les places les plus "précieuses" le matin pour discuter ?
Quelles sont celles qui offrent le plus de chance de passer le premier ou dans les premiers ?
Si l'on tient compte des 2 premières places
1ère place
2e place
1ère 3 points
2ème 2 points
3ème 1 points



Annexe n° 5.4 : RÉGNIER J.C., THOMAS R., COUTANSON B. et un groupe d'étudiants de licence (1998), ***la prise de décision risquée en situation incertaine** : éléments pour une séquence didactique visant l'acquisition du raisonnement statistique*, IREM de Lyon et Université Lyon 2, 1998 (pp. 8 - 16).

II. Déroulement de la séance :

L'objectif de cette séance est, rappelons-le, de cerner la démarche utilisée par des enfants de 4$^{\text{è}}$ pour traiter des données statistiques et fonder une décision. Analysons donc étape par étape les actions et réflexions engagées par les élèves.

II.1. Étude de l'étape n°1 :

Plusieurs hésitations ont été perçues lors du tirage des billes, est-ce dû : à une consigne de travail floue, à une confusion ou rivalité entre émission d'une proportion et grignotage du crédit-bille, ou tout simplement par manque de stratégie ?

Nombre d'enfants abordent ce problème avec des idées préétablies sur chaque tirage (ex : sur 5 billes, j'aurais 3 bleues et 2 rouges), sur le contenu de chaque urne : il y a mélange, "on est sûrs" car les adultes l'ont affirmé et dans le cas contraire, il n'y aurait pas jeu. Les élèves ont souvent en eux-mêmes une image mentale préexistante de la proportion de billes bleues dans l'urne.

La stratégie utilisée ne mentionne jamais le choix par les enfants d'un tirage "avec remise". Pour certains, le pourcentage de billes bleues s'impose comme une vision préétablie, par automatisme. D'autres utilisent des tableaux pour mémoriser les données du problème.

On constate que beaucoup d'enfants privilégient des tirages par paquets de billes : leur représentation du contenu de l'urne se fonde plus sur la taille de l'échantillon que sur le nombre de tirages. Les élèves semblent agir par seuil de représentativité : rien ne serait suggéré par le tirage si celui-ci était faible et n'atteignait pas un nombre magique, déclencheur (souvent "10") et qu'il paraît inutile de reproduire, de dépasser.

La construction mentale ne serait pas une idée qui se précise au fil des tirages, des hypothèses qui se confirment, mais plutôt une idée préconçue qui attend le premier tirage pour être conformé par assimilation ou déformation. C'est une démarche rudimentaire, linéaire.

La notion de pourcentage porte par contre à réflexion ; deux aspects se dessinent. Le premier représente une marque de précision quand la seconde évoque une idée globale, d'approximation. L'adulte se fixe sur la première là où l'élève s'arrête sur l'autre ! Ne devrait-on pas adopter la démarche approximative, d'encadrement que l'on resserrerait par la suite ?

Peu d'enfants ont effectué un calcul pour préciser le pourcentage de l'urne en transposant celui de l'échantillon. Aucun non plus n'a eu le réflexe d'utiliser une calculatrice.

En conclusion, on est plus dans une démarche d'affirmation que de recherche, de représentation spontanée plutôt que de construction mentale.

II.2. Étude de l'étape n°2 :

Pour plus de clarté et d'efficacité, mettons en parallèle les démarches des quatre groupes.

	groupe n°1	Groupe n°2	Groupe n°3	Groupe n°4
Prise en compte des résultats individuels	Acceptation de tous les résultats bien qu'ils fussent "devinés"	Vérification de la validité de chaque résultat	Acceptation de tous les résultats	Acceptation de tous les résultats individuels
Choix n°1 fondé sur :	Un tirage supplémentaire de tout le groupe	La fréquence d'apparition des résultats	La moyenne des résultats individuels	Une intuition collective
Question intermédiaire		Que faire des pourcentages minoritaires et éloignés ?		
Décision validée par :	Effet de proximité	Le calcul de la moyenne des résultats	Le résultat donné par le calcul de la moyenne	Acceptation de la validité d'une intuition collective
Nombre de résultats obtenus	1 30%	2 (en tenant compte ou en écartant le résultat minoritaire)	1 (qui sera ensuite mis en doute) 30%	1 70%
Choix n°2 fondé sur		Un tirage collectif	Un tirage collectif	
Décision n°2 validée par		Proximité entre les résultats précédents et la proportion du dernier tirage		
Question intermédiaire		Comment présenter un pourcentage : avec beaucoup de décimales ou arrondi ?	Quelle décision prendre : le résultat du tirage est différent de la moyenne !	
Nombre de résultats obtenus		1 70 %		
Choix n°3 fondé sur			La moyenne des résultats	
Question intermédiaire			Quelle moyenne ? 1) entre m_1 et le résultat du tirage : m_2 2) entre les choix individuels et le résultat du tirage : m_3	
Choix n°4 fondé sur			La moyenne m_4 de ces deux moyennes possibles (m_2 et m_3)	
Décision n°3 validée par :			Le résultat précédent : m_4	
Nombre de résultats obtenus			1 38 %	
Données de la fiche tech.	30 %	70 %	60 %	60 %
Position du groupe / la fiche techn.	Accord	Accord	Désaccord	Désaccord

Décision finale validée par :	La proximité et la concordance des résultats	La proximité et la concordance des résultats	les moyennes étaient regroupées autour de 30	résultat du dernier tirage
Conclusion générale : * la proportion de billes bleues est : * les indications du fabricant sont	30 % confirmées	70 % confirmées	30 % refusées	70 % refusées
Dans la réalité	U1 : 30 %	U2 : 70 %	U3 : 70 %	U4 : 70 %
Bilan des résultats	Exact	Exact	Exact	Exact

II.3. Étude de l'étape n°3 :

	Groupe n°1	Groupe n°2	Groupe n°3	Groupe n°4
Selon quel ordre la stratégie se développe-t-elle ?	1) Estimation de U_1 2) " U_5 3) Comparaison	Comparaison immédiate de U_2 et U_5	Comparaison immédiate de U_3 et U_5	1) Estimation de U_4 2) " U_5 3) Comparaison
Choix n°1 fondé sur	6 tirages de 4 billes dans les deux cas	1 tirage de 15 billes dans chaque urne	6 tirages de 3 billes et un de 2 billes dans chaque urne	1 tirage de 7 billes dans chaque urne
Décision n°1 validée par	Intuition et rapprochement des deux séries de résultats	Égalité des résultats	Calcul sur les pourcentages	Calcul sur les pourcentages
Résultat	U_1 : 50 % U_5 : 60 %	U_2 : 55 % U_5 : 55 %	U_3 : 30 % (erreur de calcul / 20 %) U_5 : 50 % erreur de calcul /45 %)	U_4 : 71 % (résultat exact : 71,43 %) U_5 : 28,5 % (résultat exact : 28,57 %)
Conclusion immédiate	oui $U_1 \neq U_5$	Non, c'est "le hasard", il faut une autre preuve	oui $U_3 \neq U_5$	oui $U_4 \neq U_5$
Choix n°2 fondé sur		Tirage simultané de 3 billes dans chaque urne		
Décision validée par		Égalité des résultats et influence du dernier tirage		
Conclusion n°2		$U_2 = U_5$ (53%)		
Dans la réalité	U_1=50 % ; U_5=50% U1=U5	U_2=45 % ; U_5=50% $U_2 \neq U_5$	U_3=30 % ; U_5=50% $U_3 \neq U_5$	U_1=50 % ; U_5=50% $U_4 \neq U_5$
Bilan des estimations	U_1 : exacte U_5 : proche	U_2 : proche U_5 : très proche	U_3 : exacte U_5 : exacte	U_4 quasi exacte U_5 : différente
Bilan des comparaisons	Différent	Différent	Exact	Exact

II.4. Conclusion aux étapes n°2 et N°3 :

II.4.1. Premiers éléments de réponse :

Pour ces deux étapes, les élèves ont engagé des démarches variées : les tirages supplémentaires par le groupe ou par ajout de tirages personnels, l'étude comparative de fréquences, le calcul de moyennes, ou ils se fient à leur intuition. L'étape n°2, de conception plus dissymétrique, plus complexe, apporte une plus grande richesse en stratégies variées que l'étape n°3.

La décision se fonde sur des effets de proximité, d'intuition, plus que sur le résultat de calculs comme la moyenne. Notons aussi le poids surestimé du dernier résultat par rapport aux autres.

II.4.2. Remarques susceptibles de générer d'autres pistes de recherche :

Sans cesse, les enfants sont poussés par l'envie de voir, de palper, de soupeser... Spontanément, beaucoup organiseraient un comptage général de billes du sac ; ce qui va à l'encontre de l'idée d'échantillonnage.

Dans chaque groupe, des résultats faux mais répétés et proches ont plus de poids dans la décision prise que ceux qui sont justes mais isolés. Le poids des estimations est proportionnel à la taille des échantillons tirés.

Tous les élèves sont convaincus qu'un grand nombre de tirages favorise le rapprochement de la réalité. Par contre, outre le risque d'effritement du crédit-billes, s'ajoute celui de s'écarter à nouveau de l'idée que l'on s'en est déjà fait ! Ce qui obligerait à renouveler les démarches.

Dans l'étape n°2, beaucoup d'enfants ont du mal à mettre en doute le caractère officiel des données du fabricant. Dans cette idée, la pochette raturée a été refusée car il paraissait impossible de modifier un caractère officiel !

Une belle réflexion mathématique a été engagée par le groupe n°2 sur la constitution d'une moyenne. Quel poids donner à un élément supplémentaire à introduire dans une moyenne déjà établie ? Faut-il bâtir un calcul sur la première moyenne ou revenir aux données initiales ? De plus, une moyenne de 2 moyennes apporte-t-elle plus de clarté que les deux moyennes données ?

Les élèves se sont aussi interrogés sur les pourcentages : était-ce important de laisser figurer des décimales ? Comment arrondir les résultats ? Comment faire si le résultat se présente sous la forme 0,5 ? Pour certains, l'idée de pourcentage ne peut être émise que sur un échantillon de taille "100" !

III. Conclusion générale :

III.1. Bilan pédagogique :

Cette expérience fut positive à plusieurs titres. Pour ce qui est des stratégies, elle balaye leurs approches variées par les élèves et leur recensement par les étudiants. Plus qu'ailleurs, la statistique permet de développer un apport spécifique enrichissant du travail en groupe et autorise une recherche intéressante sur les "déclencheurs" de décision.

Elle montra aussi que l'expérience était matériellement jouable, positive pour les enfants et que statistiquement, les résultats obtenus par les élèves étaient extraordinairement proches de la réalité, du moins bien meilleurs que les attentes des adultes !

La statistique apparaît ici sous un jour nouveau aux enfants, comme un rapprochement du monde scolaire du jeu... et des mathématiques... Elle intrigue et se démystifie tout en introduisant beaucoup de souplesse et de variété dans l'esprit de recherche...

III.2. De l'apport de la statistique à l'apprentissage de la prise de décision :

III.2.1. Qu'est-ce que prendre une décision ?

La prise de décision se fonde sur une succession d'actions :

Approche :	1/ Lire objectivement une situation : savoir en peser les données et la problématique 2/Se convaincre de la faisabilité du problème et de la possibilité d'atteindre un résultat 3/ Expliciter les facteurs d'incertitude, d'ambiguïté, de subjectivité...
Action :	4/ Choisir une stratégie comportementale et d'analyse 5/Savoir déterminer l'utilisation qui sera faite du résultat 6/Savoir arrêter la recherche quand on considère le résultat atteint en accord avec l'attente 7/Adopter une conclusion définitive (exigence, litige à trancher...)
Communication :	8/ S'assurer de la transparence de la logique avancée 9/ Faire naître et accepter une image "de décideur" (C'est la notion d'autorité, "éclairante" par les connaissances, compétences et clairvoyance) (respect et crédibilité 10/ Communiquer et convaincre (persuader et entraîner)

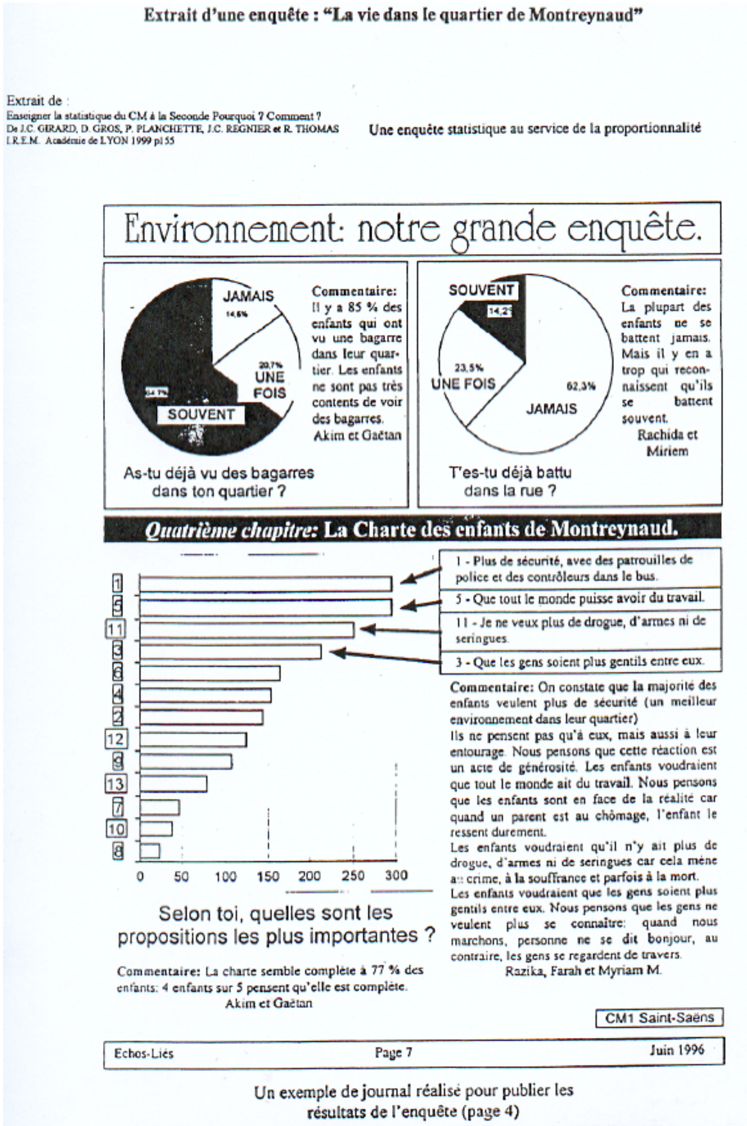
III.2.2. Peut-on puiser dans l'univers de la statistique pour illustrer une prise de décision ?

La statistique est une étude méthodique de faits observés. Plutôt que de nous laisser, soumis à l'impondérable, à l'impossibilité totale de lutter, de minimiser l'importance du hasard, elle nous convie à opter pour un éclairage lucide, clairvoyant et mesuré de la réalité.

Elle ne représente en aucun cas une facilité d'action. Tout au contraire, son fondement mathématique en fait une science qui exige une profonde rigueur de celui qui l'emploie et une grande objectivité d'analyse des faits observés.

Plus que l'approche des données, des stratégies de résolution et de la validation des résultats, elle introduit les nuances du possible, du probable à la certitude mathématique. Elle enrichit la recherche des notions de "favorable", "compatible", "équiprobable", de "minimum garanti" comme celui "d'optimisation" des résultat

Annexe n° 5.5 : **Une enquête statistique conduite par les élèves** dans le quartier de Montreynaud (Saint-Étienne), extrait de Enseigner la statistique du CM à la seconde Pourquoi ? Comment ? De J.C. Girard, D. Gros, P. Planchette, J.C. Régnier et R. Thomas I ? R.E.M. Académie de Lyon 1999, p. 155.



Extrait d'une enquête : "La vie dans le quartier de Montreynaud"

Extrait de :
Enseigner la statistique du CM à la Seconde Pourquoi ? Comment ?
De J.C. GIRARD, D. GROS, P. PLANCHETTE, J.C. REGNIER et R. THOMAS
I.R.E.M. Académie de LYON 1999 p155

Une enquête statistique au service de la proportionnalité

Environnement: notre grande enquête.

Commentaire: Il y a 85 % des enfants qui ont vu une bagarre dans leur quartier. Les enfants ne sont pas très contents de voir des bagarres.
Akim et Gaëtan

As-tu déjà vu des bagarres dans ton quartier ?

Commentaire: La plupart des enfants ne se battent jamais. Mais il y en a trop qui reconnaissent qu'ils se battent souvent.
Rachida et Miriem

T'es-tu déjà battu dans la rue ?

***Quatrième chapitre:* La Charte des enfants de Montreynaud.**

1 - Plus de sécurité, avec des patrouilles de police et des contrôleurs dans le bus.
5 - Que tout le monde puisse avoir du travail.
11 - Je ne veux plus de drogue, d'armes ni de seringues.
3 - Que les gens soient plus gentils entre eux.

Commentaire: On constate que la majorité des enfants veulent plus de sécurité (un meilleur environnement dans leur quartier)
Ils ne pensent pas qu'à eux, mais aussi à leur entourage. Nous pensons que cette réaction est un acte de générosité. Les enfants voudraient que tout le monde ait du travail. Nous pensons que les enfants sont en face de la réalité car quand un parent est au chômage, l'enfant le ressent durement.
Les enfants voudraient qu'il n'y ait plus de drogue, d'armes ni de seringues car cela mène au crime, à la souffrance et parfois à la mort.
Les enfants voudraient que les gens soient plus gentils entre eux. Nous pensons que les gens ne veulent plus se connaître: quand nous marchons, personne ne se dit bonjour, au contraire, les gens se regardent de travers.
Razika, Farah et Myriam M.

Selon toi, quelles sont les propositions les plus importantes ?

Commentaire: La charte semble complète à 77 % des enfants: 4 enfants sur 5 pensent qu'elle est complète.
Akim et Gaëtan

CM1 Saint-Saëns

Echos-Liés Page 7 Juin 1996

Un exemple de journal réalisé pour publier les résultats de l'enquête (page 4)

Annexe n°5.6 : Deux exemples extraits du document suisse cité, proposant **des situations ou entrent en jeu les notions de combinatoire, possible, impossible et probabilité.** Nous conduisons actuellement les mêmes recherches à propos du jeu du « Démineur » présent à l'intérieur de tous les ordinateurs du commerce.

LA FERME DE MONSIEUR PIERRE

1. PRESENTATION DE L'ACTIVITE

1.1. La situation

C'est un jeu de simulation qui a été proposé, en forme compétitive, aux cinq groupes constitués en classe.
L'activité, version réduite et adaptée du jeu de "La ferme de l'Herefordshire", élaboré par W.S. Tidswell de l'Université de Hull, a été présenté aux élèves de la manière suivante.

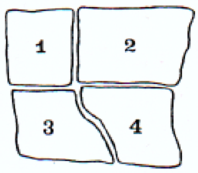
Situation

Monsieur Pierre, agriculteur, doit partir à l'étranger pour une période de deux ans.
Imaginez qu'il vous confie sa ferme pendant son absence, en vous chargeant de l'exploiter de la manière la plus convenable.
Comment agissez-vous ?

La propriété

Surface des terrains :

no 1 : 8 ha
no 2 : 14 ha
no 3 : 10 ha
no 4 : 11 ha



Les cultures possibles (références non disponibles actuellement)

Les terrains 1, 2 et 3 peuvent être cultivés, au choix, avec : avoine (A), blé (B), orge (O)
Le terrain 4 est un pâturage permanent (P).

Restriction

Pour des raisons de rotation des cultures, on ne peut pas cultiver un terrain de la même manière pendant deux années consécutives.

Climat

Le climat influe évidemment sur la rentabilité de la propriété.
Quatre types de climat sont possibles :
- froid et humide (fh),
- froid et sec (fs),
- chaud et humide (ch),
- chaud et sec (cs).

Rentabilité des cultures, par hectare, en fonction du climat

	fh	fs	ch	cs
Avoine (A)	10	5	7	5
Orge (O)	7	10	7	10
Blé (B)	5	5	7	15
Pâturage (P)	10	2	10	5

Phases de l'activité

Chaque groupe doit étudier à fond la situation et présenter un plan des cultures pour les deux ans.

Ensuite, le climat des deux années sera tiré au sort et chaque groupe pourra ainsi calculer le revenu global.

Le groupe qui obtiendra le revenu le plus élevé aura gagné.

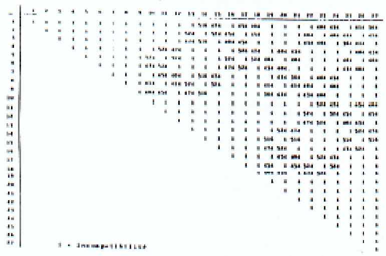
1.2. Solution

Le problème présente essentiellement trois caractéristiques :
- avant tout il y a un problème de combinatoire ; étant donné que la culture du terrain 4 est constante (P), il faut s'intéresser aux différentes possibilités de cultiver les terrains 1, 2 et 3 avec A, B et O. C'est un problème d'arrangements avec répétition qui présente $3^3 = 27$ solutions;
- ensuite, il faudra éliminer les couples de solutions incompatibles en fonction de la restriction liée à la rotation des cultures ;
- enfin, il y a le problème du choix parmi les couples de solutions compatibles, choix qui, étant donné la nature du problème, doit être effectué selon le principe de la réduction du risque, c'est-à-dire en s'assurant le plus élevé des revenus minimaux.

a) Revenu annuel des 27 possibilités et mise en évidence du revenu minimal de chaque possibilité

No	Cultures				Revenu en fonction du climat				Revenu minimal
	1	2	3	4	fh	fs	ch	cs	
1	A	A	A	P	430	182	334	215	182
2	A	A	O	P	400	232	334	265	232
3	A	A	B	P	380	182	334	315	182
4	A	O	A	P	388	252	334	285	252
5	A	O	O	P	330	302	334	335	302
6	A	O	B	P	358	252	334	385	252
7	A	B	A	P	360	182	334	355	182
8	A	B	O	P	330	232	334	405	232
9	A	B	B	P	310	182	334	455	182
10	O	A	A	P	406	222	334	255	222
11	O	A	O	P	376	272	334	305	272
12	O	A	B	P	356	222	334	355	222
13	O	O	A	P	364	292	334	325	292
14	O	O	O	P	334	342	334	375	334
15	O	O	B	P	314	292	334	425	292
16	O	B	A	P	336	222	334	395	222
17	O	B	O	P	306	272	334	445	272
18	O	B	B	P	286	272	334	495	222
19	B	A	A	P	390	182	334	295	182
20	B	A	O	P	360	232	334	345	232
21	B	A	B	P	340	182	334	395	182
22	B	O	A	P	348	252	334	365	252
23	B	O	O	P	318	302	334	415	302
24	B	O	B	P	298	252	334	465	252
25	B	B	A	P	320	182	334	435	182
26	B	B	O	P	290	232	334	485	232
27	B	B	B	P	270	182	334	535	182

b) Compatibilité des solutions et mise en évidence du revenu minimal de chaque couple de solutions

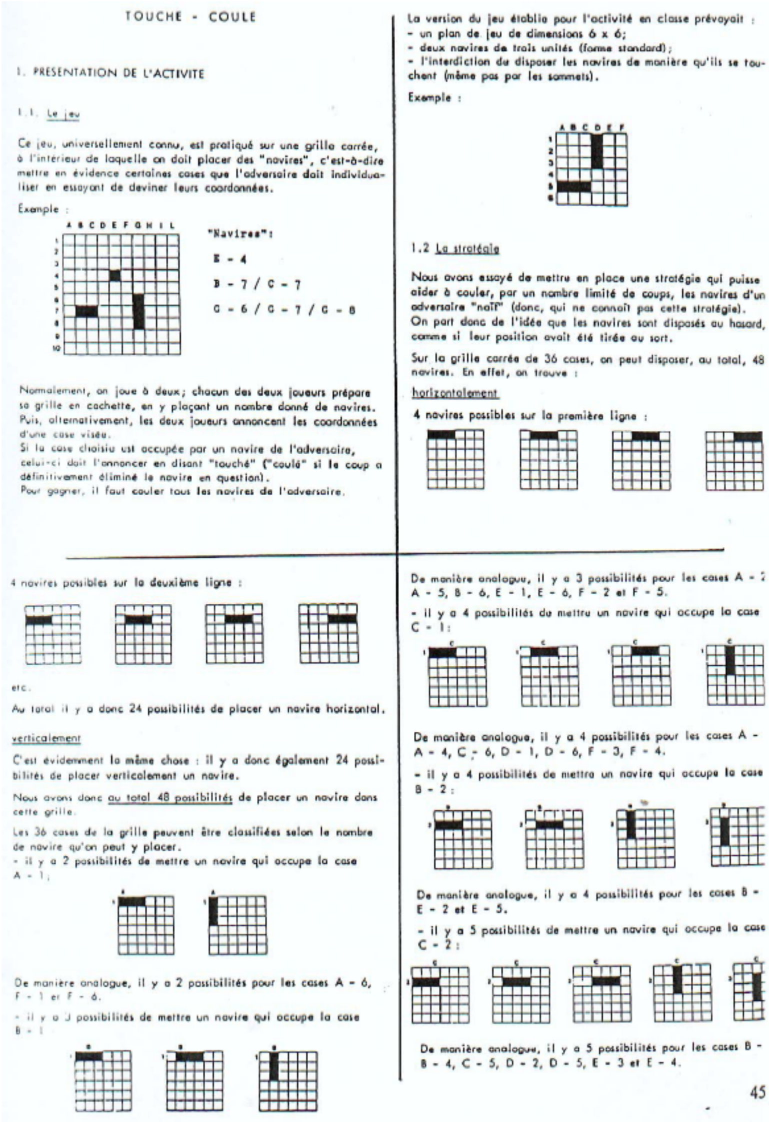


c) Choix de la solution qui assure le revenu minimal le plus élevé

Les couples de solutions qui assurent le revenu minimal le plus élevé (524) sont les suivants :

2 - 13; 2 - 15; 4 - 11; 4 - 17; 5 - 10; 5 - 12; 5 - 16; 5 - 1

51



TOUCHE - COULE

1. PRESENTATION DE L'ACTIVITE

1.1. Le jeu

Ce jeu, universellement connu, est pratiqué sur une grille carrée, à l'intérieur de laquelle on doit placer des "navires", c'est-à-dire mettre en évidence certaines cases que l'adversaire doit individualiser en essayant de deviner leurs coordonnées.

Exemple :

"Navires":

E - 4

B - 7 / C - 7

G - 6 / G - 7 / G - 8

Normalement, on joue à deux; chacun des deux joueurs prépare sa grille en cachette, en y plaçant un nombre donné de navires. Puis, alternativement, les deux joueurs annoncent les coordonnées d'une case visée.
Si la case choisie est occupée par un navire de l'adversaire, celui-ci doit l'annoncer en disant "touché" ("coulé" si le coup a définitivement éliminé le navire en question).
Pour gagner, il faut couler tous les navires de l'adversaire.

La version du jeu établie pour l'activité en classe prévoyait :
- un plan de jeu de dimensions 6 x 6;
- deux navires de trois unités (forme standard);
- l'interdiction de disposer les navires de manière qu'ils se touchent (même pas par les sommets).

Exemple :

1.2 La stratégie

Nous avons essayé de mettre en place une stratégie qui puisse aider à couler, par un nombre limité de coups, les navires d'un adversaire "naïf" (donc, qui ne connaît pas cette stratégie).
On part donc de l'idée que les navires sont disposés au hasard, comme si leur position avait été tirée au sort.

Sur la grille carrée de 36 cases, on peut disposer, au total, 48 navires. En effet, on trouve :

horizontalement

4 navires possibles sur la première ligne :

4 navires possibles sur la deuxième ligne :

etc.

Au total il y a donc 24 possibilités de placer un navire horizontal.

verticalement

C'est évidemment la même chose : il y a donc également 24 possibilités de placer verticalement un navire.

Nous avons donc au total 48 possibilités de placer un navire dans cette grille.

Les 36 cases de la grille peuvent être classifiées selon le nombre de navire qu'on peut y placer.
- il y a 2 possibilités de mettre un navire qui occupe la case A - 1 :

De manière analogue, il y a 2 possibilités pour les cases A - 6, F - 1 et F - 6.

- il y a 3 possibilités de mettre un navire qui occupe la case B - 1

De manière analogue, il y a 3 possibilités pour les cases A - 2 A - 5, B - 6, E - 1, E - 6, F - 2 et F - 5.

- il y a 4 possibilités de mettre un navire qui occupe la case C - 1 :

De manière analogue, il y a 4 possibilités pour les cases A - A - 4, C - 6, D - 1, D - 6, F - 3, F - 4.

- il y a 4 possibilités de mettre un navire qui occupe la case B - 2 :

De manière analogue, il y a 4 possibilités pour les cases B - E - 2 et E - 5.

- il y a 5 possibilités de mettre un navire qui occupe la case C - 2 :

De manière analogue, il y a 5 possibilités pour les cases B - B - 4, C - 5, D - 2, D - 5, E - 3 et E - 4.

45

Annexe n°5.7 : GATTUSO L. (2003), ***Les statistiques, un élément essentiel de la littéracie. Une expérimentation d'enseignement des statistiques dans les écoles italiennes*** , Communication aux Journées de la Statistiques, Lyon, 2003.

http://www.stat.unipg.it/CIRDIS/Experiment/GiornateStudio/Relazioni/Gattus

Giornate di Studio

Roma, 6-7 Dicembre 2000

Une expérimentation d'enseignement des statistiques et les enseignants qui l'ont vécue [1]

Linda Gattuso
Département de mathématiques
Université du Québec à Montréal

Maria A. Pannone
Dipartimento di Scienze Statistiche
Università di Perugia

Le contexte

Dans un environnement scolaire encore réticent à reconnaître le rôle spécifique des **statistiques** pour l'éducation des jeunes, une recherche expérimentale d'enseignement des **statistiques** a été menée à travers l'Italie. De mai 1999 à juin 2000, on a procédé dans quatr régions d'Italie, et ceci à trois niveaux scolaires différents, au recrutement et à la formation des enseignants, à l'expérimentation en classe d'un cours de statistique de base selon trois approches différentes. Deux mille cent trente élèves et 189 enseignants du primaire, 1632 étudiants et 86 enseignants du secondaire et 2314 étudiants et 107 enseignants de l'école supérieure ont participé et complété toutes les étapes de l'expérimentation. Ici, nous nous limiterons à ce dernier niveau, celui des écoles supérieures.

[1]Cette étude s'est déroulée à l'intérieur d'un projet de recherche d'intérêt national "Speriment strategie didattiche per l'apprendimento della statistica" cofinancé par le MURST et les Uni Palerme, Perugia et Rome "La Sapienza".

Contenu et approche didactique pour le cours de statistiques élémentaires

Depuis un certain temps, un débat fort intéressant a cours sur la scène internationale. Selon une récente contribution de D.S. Moore (1997), et en tenant compte de la situation de l'enseignement des **statistiques** dans les écoles italiennes, le groupe de recherche de Perugia présenté un plan de recherche prévoyant l'expérimentation d'approches didactiques différent pour l'enseignement des **statistiques** dans les écoles supérieures italiennes. L'équipe de recherche a construit un cours de **statistiques** élémentaires selon trois approches d'enseignement différentes et le matériel nécessaire pour les enseignants. Ces derniers provenant surtout d'écoles supérieures scientifiques et d'instituts techniques ont été répartis trois groupes selon l'approche qu'ils expérimenteraient dans leurs classes. Ils ont suivi par la suite une formation préparatoire avec le matériel préparé pour le cours expérimental. L'attribution des approches didactiques a été faite en tenant compte autant que possible des choix que les enseignants avaient exprimés lors de la séance d'information. L'expérimentation a eu lieu au printemps suivant.

Le cours de **statistiques** élémentaires préparé pour cette expérimentation a été constru avec une attention particulière pour l'utilisation de données réelles et officielles avec comm objectif de faire acquérir aux élèves les compétences nécessaires pour lire et interpréter des informations de nature quantitatives, de leur fournir les rudiments du langage statistique et l prérequis pour apprendre à raisonner statistiquement et pour apprendre la méthode inductiv Plus particulièrement, le cours a été pensé dans le but de développer chez les élèves les habiletés suivantes:

* Savoir mettre en place une enquête statistique pour étudier des phénomènes de nature sociale;
* Connaître les principales sources de **statistiques** officielles et comprendre leur importance pour les dirigeants afin d'effectuer des choix et prendre des décisions;
* Savoir construire et savoir analyser des **tableaux statistiques** et des graphiques;
* Savoir calculer et comprendre le sens des mesures de tendance centrale et des indices de variation.

Annexe n°5.8 : **un travail transdisciplinaire impliquant les statistiques**, Paul Planchette, extrait de Enseigner la statistique du CM à la seconde Pourquoi ? Comment ? De J.C. Girard, D. Gros, P. Planchette, J.C. Régnier et R. Thomas I ? R.E.M. Académie de Lyon 1999, pp. 157 - 174.

Un travail transdisciplinaire impliquant les statistiques.

Paul Planchette

Extrait de :
Enseigner la statistique du CM à la Seconde Pourquoi ? Comment ?
De J.C. GIRARD, D. GROS, P. PLANCHETTE, J.C. REGNIER et R. THOMAS
I.R.E.M. Académie de LYON 1999 p157 à 174

Pour des élèves en difficulté les statistiques ne sont pas toujours source de motivation surtout quand elles sont introduites par des activités artificielles. Les mathématiques sont souvent vécues comme une matière uniquement sélective. Cette expérience montre qu'on peut aller contre ces idées-là et en particulier qu'autour d'une activité math-techno on peut dépasser les apprentissages directement liés à la discipline.

1) Les conditions de l'expérimentation :

La classe concernée : Cette classe est une classe à « profil » inscrite dans le projet d'établissement du Collège Marc Seguin, situé en zone sensible. Sont regroupés dans cette classe des élèves ayant éprouvé de sérieuses difficultés pour suivre le programme de quatrième.

2)Réalisation du projet

Le projet :

Il a pour but de faire connaître un point d'information multi-services (PIM'S), installé dans le quartier, à l'initiative d'EDF. On y trouve : l'EDF, la poste, la caisse d'allocations familiales, deux associations de quartier : ASAS et 3 CI (voir annexe 4 et 5).

Il s'agit de réaliser une plaquette d'information destinée à faire connaître les organismes présents dans les locaux du PIM'S ainsi que leur horaire d'ouverture et les services qui peuvent y être rendus. En complément sera produit un clip vidéo de présentation.

Le point d'information fonctionne déjà sur le quartier mais est-il connu ? Et comment ? Au préalable notre partenaire EDF souhaite donc éclaircir la situation grâce à une enquête de nos élèves auprès de la population du quartier.

158 - Activités de classes

L'enquête

Le questionnaire est réalisé par les élèves.

Les trois premières heures sont faites en mathématiques. Lors de la première séquence les élèves reçoivent la consigne suivante : « EDF aimerait savoir si beaucoup de personnes connaissent le PIM'S et comment elles en ont pris connaissance? Vous devez fabriquer un questionnaire que vous devrez utiliser dans la rue et qui vous renseignera au mieux». Par groupe de trois, des listes de questions sur affiches sont produites. Après mise en commun et débat, un choix est fait et le travail demandé aux élèves est d'expérimenter leur production pour le prochain cours.

A ce moment les questions sont du type :

« Avez-vous entendu parler du PIM'S? ».

« Qui vous en a parlé ? ».

« Est-ce que vous y avez été et pourquoi faire ? »...

On peut remarquer que ce travail aurait pu être fait en français.

Pendant la séance suivante, dans un premier temps, aucune critique n'émerge puis le professeur pose la question du dépouillement. Après une réflexion rapide, s'impose l'intérêt des questions fermées pour l'élaboration du questionnaire définitif (annexe n°1). En effet les futurs jeunes enquêteurs admettent qu'une question ouverte appelle des réponses variées qu'il faudra retranscrire et qui seront difficiles à trier : il faut donc reformuler de nombreuses questions. Plus tard, après usage on verra que la question n° 6 pose problème - voir le paragraphe « Objectifs et leur évaluation ».

Pour la troisième séance, lorsqu'il faut constituer des groupes de deux sondeurs, les élèves s'accordent très vite pour diviser le quartier en sept zones : Boieldieu, Hoffmann, PAC, Debussy, ZUP, Lully, Forum. Sept groupes de deux à trois élèves doivent rendre 350 questionnaires. On n'en récupérera que 330. L'enquête a eu lieu pendant les vacances de la Toussaint. Après discussion en classe et pour avoir un échantillon représentatif il est décidé d'interroger des personnes d'âges différents. Indépendamment du questionnaire chaque groupe s'est construit un tableau comme celui qui suit.

sexe m	sexe f	12 à 20 ans	20 à 35 ans	35 à 50 ans	plus de 50 ans

Chacun a promis de répartir la population sondée suivant l'âge et le sexe Nous n'avons pas vérifié très rigoureusement si ce contrat avait été respecté

Le dépouillement de l'enquête :

Le dépouillement de l'enquête et son traitement en informatique sont faits en technologie Les élèves ont utilisé un logiciel conçu de manière artisanale spécialement pour le collège. Ils ont saisi le questionnaire, à partir duquel ils ont réalisé une feuille de totalisation (annexe 2 et 3). C'est ici que la question 6 a posé un premier problème il a fallu attribuer un code pour chaque partenaire. Grâce aux feuilles de totalisation, ils ont pu dépouiller plus facilement les différents questionnaires. Pour l'élaboration du compte rendu deux logiciels ont été employés; Word 6,Excel 5 et les fonctions « copier coller » de Windows 3.11. Ces outils ont permis de réaliser un travail clair, synthétique et facilement compréhensible.(annexe 7, 8, 9, 10, 11 et 12).(annexe 6 pour les résultats bruts).

Une fois le dépouillement terminé, le professeur de mathématiques rappelle en s'appuyant sur les résultats édités par l'ordinateur, comment construire les différents diagrammes « à la main » et comment calculer des pourcentages. Cette démarche a été volontairement choisie. En partant de graphiques et de pourcentages fournis par la « machine » il a été plus facile de donner du sens à ces questions.

La conclusion est un travail de synthèse de la classe de français (annexe 13) .

La plaquette :

Elle a été effectuée grâce à l'outil informatique, par l'intermédiaire d'un scanner à plat pour la numérisation des divers logos et du logiciel PUBLISHER pour la mise en page du document. Les élèves ont pu se familiariser avec la retouche d'images numériques, la conversion de fichiers et l'intégration d'images dans un texte. L'impression des documents a permis aux élèves d'acquérir des connaissances sur différentes imprimantes à jets d'encre (couleur, noir et blanc).

Le film :

Il a été réalisé par un groupe de cinq élèves. Ils ont utilisé deux camescopes Ces élèves avaient quelques connaissances en vidéo mais cet exercice leurs a permis de découvrir les différents systèmes employés en vidéo (Pal. SECAM, etc...), les types de cassettes utilisées et surtout les différentes prises de vue et le montage d'un film vidéo.

3)Objectifs et leur évaluation :

Les objectifs de cette classe tels qu'ils ont été définis par l'équipe pédagogique et les transformations observées.

L'expérience, plus riche que nous le pensions, nous a permis de dépasser les objectifs qui avaient été fixés a priori. Voici quelques exemples de transformations observées

Objectif 1 :

Changer les représentations du monde du travail qu'ont les élèves d'une classe de troisième du collège Marc Seguin.

Ces jeunes du quartier ont pu voir que pour être enquêteur (mais aussi démarcheur, représentant...) il fallait être persévérant, poli... En quelque sorte, et pour employer leur langage : « C'est pas marrant de se faire jeter quand on bosse! ».

Ils ont pu rencontrer des personnes sur leur lieu de travail, en situation, et ont senti les qualités de communication indispensables au contact du public.

Objectif 2 :

Se servir de la technologie pour redonner le goût des études et le chemin de la réussite à des élèves qui ont connu, au cours de leur cursus au collège, des difficultés.

13 ont été très motivés puisqu'ils ont fait des heures supplémentaires. 4 ont fait leur travail sans plus (ils ont respecté le contrat). Ces élèves étaient des élèves en proie à de grandes difficultés mais, dans un cadre scolaire classique, quelle aurait été leur production?

Notons que la motivation et la qualité du travail croissent de manière remarquable à l'extérieur du collège.

Objectif 4 :

Permettre à ces jeunes de posséder de meilleurs atouts pour préparer leur orientation

Au début de l'année un seul élève souhaitait une orientation vers un métier dans le secteur de l'énergie et deux pensaient à des métiers touchant au social. En fin d'année quatre ont demandé une orientation en électrotechnique, deux dans la filière énergie et quatre en sanitaire et social. Même si ce n'est probablement pas entièrement à cause de cela, on ne peut s'empêcher de penser que les contacts avec des travailleurs du secteur énergie et du secteur social ont influencé leur choix

Objectif 5

Faire en sorte que les eleves de cette section soient valorisés aux yeux des autres collegiens

Ils se sont pris au sérieux et ont apprecié de jouer un rôle particulier surtout dans le quartier

Objectif 6

Donner dans le quartier une image positive de ce projet et de ce qui se fait au Collège Marc Sequin.

En tant qu'acteurs il nous est difficile d'évaluer l'image perçue par les gens du quartier : à nos partenaires d'en juger. Nous avons été conviés à une réunion pour y présenter le produit fini. Notre partenaire s'est montré satisfait et les associations de quartier présentes ont été très intéressées par la conclusion de l'enquête et la publication prochaine de la plaquette.

4) Objectifs disciplinaires visés lors de ces travaux ;

Beaucoup sont communs aux math et à la technologie mais ils intéressent aussi le français et l'instruction civique :

Savoir réaliser une enquête, et pour cela :

- e_1- cibler le public.
- e_2- viser l'échantillon représentatif.
- e_3- étudier la structure d'un questionnaire.
- e_4- savoir distinguer les différents types de questions ouvertes et fermées, Q.C.M.
- e_5- savoir les rédiger.
- e_6- savoir se présenter et être persévérant.
- e_7- savoir les dépouiller en établissant des grilles, des feuilles de totalisation.
- e_8- saisir les résultats grâce aux logiciels informatiques.
- e_9- savoir se servir des périphériques informatiques (imprimantes,scanner...)
- e_{10}- savoir réaliser des diagrammes en bâtons, circulaires aussi bien avec l'outil informatique qu'à la main
- e_{11}- savoir lire les différents diagrammes et en tirer des conclusions.
- e_{12}- savoir passer d'un nombre d'individus d'une population à un pourcentage et vice versa.

Réaliser des interviews et les exploiter, et pour cela:

- i_1- connaître son quartier
- i_2- apprendre à connaître l'interlocuteur à travers des documents.
- i_3- préparer une stratégie de questionnement et des questions.
- i_4- connaître et savoir utiliser le matériel audio et vidéo (magnétophone, magnétoscope....).
- i_5- savoir s'observer et critiquer son comportement à travers le témoignage de l'audiovisuel (parole forte, attitude ......).
- i_6- s'initier aux techniques de la mise en scène (lumière, contre jour, positions).
- i_7- aborder des personnes extérieures au collège dans le cadre de leur travail pour obtenir un produit fini.
- i_8- analyser et faire la synthèse d'une interview aussi bien du côté écrit que du coté vidéo.
- i_9- réaliser un montage vidéo avec utilisation de la table de mixage, de la platine laser, de l'informatique...)

Réaliser la maquette d'une plaquette et pour cela:

- p_1- savoir numériser les différents logos (scanner à plat).
- p_2- savoir modifier, corriger des images numériques.
- p_3- mettre en forme une brochure.
- p_4- savoir faire un résumé court d'un interview et l'intégrer dans la plaquette.
- p_5- savoir utiliser un traitement de texte et la fonction « copier coller ».

5) Evaluation par rapport aux objectifs disciplinaires:

Objectifs e_1 et e_2

Les élèves ont pu constater grâce aux résultats zone par zone que plus on s'éloigne géographiquement du PIM'S, moins il est connu.

Ils ont interrogé des passants de tous âges mais se sont heurtés à des refus lorsqu'ils se sont présentés aux portes des appartements.

Un problème se pose à ce niveau: « Comment définir un échantillon représentatif? ». Les résultats furent collectés pendant les vacances de la Toussaint et l'on peut se demander qui était dans la rue à ce moment là. En procédant ainsi ont été écartées les personnes en activité, il aurait fallu penser à les sonder par téléphone.

Objectifs e_3, e_4 et e_5

La difficulté d'utiliser des questions ouvertes est apparue tout de suite

Les nouveaux sondeurs ont continue a poser les questions malgre la reponse negative à la premiere question Ceci rend les résultats de la deuxième partie de l'enquête difficiles à interpréter (les pourcentages pour chaque item étant calculés par rapport à la totalité des questionnaires)

La question n°6 a été mal formulée Lorsque l'équipe a présenté les résultat de l'enquête aux associations de quartier certains ont réagi en faisant remarquer que des sondés avaient dit qu'ils avaient été au PIM'S pour y rencontrer l'ANPE alors que cet organisme avait disparu des locaux depuis un an. Si on se penche sur cette question on peut faire l'hypothèse que les personnes interrogées n'étaient pas des menteuses mais que la question telle qu'elle était posée ne demandait pas si le service recherché avait été rencontré. La formulation des questions mérite une attention et une rigueur toute particulière et est très formatrice avec des jeunes en difficultés.

Objectif e_6

En abordant des personnes dans la rue nos élèves ont pris conscience:

- Qu'il n'était pas agréable d'être rabroué lorsqu'on pose une question .Seront-ils plus agréables quand ils seront dans la situation de sondés?
- Que quelques soient les efforts accomplis ils véhiculent une image qui les handicape auprès d'une population, il faut bien le dire, en partie xénophobe.
- Qu'il faut savoir insister (même pour obtenir des réponses à un questionnaire anodin).
- Qu'il est plus facile d'obtenir une réponse si l'on s'exprime «correctement».

Objectifs e_7 et e_8

La bonne volonté et l'entrain mis à réaliser ce travail fastidieux nous a surpris.

- On a pu remarquer des qualités d'ordre chez des élèves qui en manquaient beaucoup dans les devoirs traditionnels.

Objectifs e_{10}, e_{11} et e_{12}:

A la fin du deuxième trimestre à la suite d'une évaluation dont le motif était d'évaluer les élèves de troisième en statistiques et lors du brevet blanc les résultats sont encourageants:

Les diagrammes bâtons sont réussis à 90%, aucune erreur sur les questions concernant leur interprétation.

Les diagrammes circulaires ont été correctement fait par 77% d'entre eux.

Les calculs sur les pourcentages ont produit plus d'échecs mais les résultats sont similaires à ceux des autres classes.

6)Pour conclure:

Ce projet a été une source de motivation chez les élèves de la classe troisième « projet ». Leur manière d'exister et de s'affirmer comme des « petits durs » à l'intérieur de l'établissement s'estompe lorsqu'ils sont seuls à l'extérieur du collège.

Les résultats obtenus sur la partie du programme abordée en mathématiques montrent que ce type de projet donne du sens à ce qui est enseigné à l'école et peut favoriser certains apprentissages.

Il faut aussi noter que la démarche employée ici n'est pas celle qui est utilisée habituellement. Les connaissances mathématiques ont été construites à partir de graphiques et de pourcentages produits par une machine.

Tous les effets produits ne sont pas mesurables mais il faut tout de même noter que les choix d'orientation peuvent être infléchis par une action dans le monde du travail.

Une telle activité provoque des changements qui vont au-delà des objectifs visés au départ et est une source d'enrichissement humain. Alors qu'aujourd'hui on parle beaucoup de citoyenneté une telle expérience a permis à ces élèves de 3ème de jouer un rôle de responsabilité dans leur quartier et cela, grâce aux statistiques et à la technologie.

Conclusion finale des élèves

Au total, un peu plus de la moitié des personnes interrogées (53,3%) ont entendu parler du PIM'S.

C'est par le biais des affichettes que le plus grand nombre en a pris connaissance (23,6%).

Seulement un peu plus du tiers des personnes qui ont répondu aux questionnaires savent où se trouve le PIM'S. Un peu moins de 20% savent quels organismes s'y trouvent.

Quand on leur demande de citer quels sont ces organismes, les réponses les plus fréquentes sont en premier lieu EDF (15,1%), puis la Poste (13,3%), l'ANPE (9,6%), la CAF (7,5%), les Avocats (5,7%), l'aide à la création d'entreprises (3,6%) et enfin l'ASAS (2,1%).

Peu de personnes sont entrees dans les locaux du PIM'S (11,6%).Celles qui y sont entrées l'ont fait en principe moins de 5 fois. Les services les plus sollicités lors des visites ont été EDF (3,9%), la Poste (3,0%) et la CAF (2,1%).

En ce qui concerne la qualite de l'accueil et du service, le peu de personnes qui ont répondu ont estimé quelles étaient bonnes.

Annexe 5.9 : M. ROCHE, M. SECO et C. VERGNE, **Statistiques et probabilités : Un point de vue didactique**, *Des statistiques à la pensée statistique*, Éditions IREM de Montpellier, 2001, p 112 à p 116.

Un point de vue didactique, Des statistiques à la pensée statistique, IREM de Montpellier, 2001, p 112 à 116

3. Questionnaire

3.1. Le texte

En quelques phrases exprimer ce que vous pensez des situations suivantes :

1 - Le Pdg d'une marque de voitures voudrait connaître les couleurs préférées des conducteurs d'automobiles. Il charge son ingénieur des ventes de trouver une solution à ce problème. Celui-ci a une idée. Il se procure auprès des services des cartes grises le fichier des conducteurs. Il tire 1000 noms au hasard et envoie à chacun un questionnaire. Il obtient les 1000 réponses et propose alors à son Pdg de choisir les couleurs de la future production conformément aux préférences exprimées. Que pensez vous de sa méthode ?

a) Elle est bonne car :
b) Elle n'est pas bonne car :

2 - Un jour de grand vent une tuile tombe sur la tête de monsieur Dupont qui se rendait chez le boulanger. Cet accident est-il dû au hasard ?

a) Oui car :
b) Non car :

3 - Une vilaine guêpe ayant réussi à pénétrer dans une voiture, elle piqua la main du conducteur. Sursautant, le chauffeur fit une embardée qui amena son véhicule en travers de la route. Un camion venant en sens inverse ne put éviter le choc. Les trois autres voitures qui suivaient le camion ne purent freiner à temps et se percutèrent. Circulant en vélo et distrait par ce carambolage, je me retrouvai dans le fossé. Le hasard est-il responsable de cet enchaînement ?

a) Oui car :
b) Non car :

4 - J'ai jeté 99 fois de suite une pièce non truquée. J'ai obtenu 99 piles. Je parie ma chemise qu'au centième coup, je vais obtenir face, et vous ?

a) Je parie car :
b) Je ne parie pas car :

5 - Jean joue les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 au loto. Pierre lui dit qu'il n'a aucune chance de gagner avec cette série. Etes-vous d'accord ?

a) Je suis d'accord car :
b) Je ne suis pas d'accord car :

6 - Il sera un jour possible de prévoir avec certitude le temps qu'il fera en France un mois à l'avance.

a) Oui car :
b) Non car :

7 - On entend souvent dire ces temps derniers que le risque zéro n'existe pas, êtes-vous de cet avis ?

a) Je suis de cet avis car :
b) Je ne suis pas de cet avis car :

8 - Après une trajectoire d'au moins 150 m dans les airs, la balle du golfeur atteint à 1 m du drapeau, roule sur le gazon et finit par tomber dans le trou. Quel coup exceptionnel ! Est-il dû uniquement à l'adresse du champion ?

a) Oui car :
b) Non car :

3.2. Dépouillement des réponses au questionnaire

Résultats exprimés en pourcentage du nombre de réponses fournies et non du nombre d'élèves questionnés ; par suite, si un élève a répondu plusieurs fois on ne dépasse pas les 100%.

Question 1

Oui	67%	Non	16%	Autre	5%
Donne une indication	38%	Echantillon insuffisant	68%		
Choix au hasard	24%	Echantillon mal construit	31%		
Avis direct	13%	Individus trop différents	18%		
Suffisant	13%	Plusieurs avis			
Avis partagé		Echantillon particulier			
		Approximatif			

Commentaires pour les oui

Des réponses indiquent que cette méthode va donner un renseignement utile sur les goûts des acheteurs. S'adresser directement au consommateur est une bonne chose.

Des réponses font référence à l'effectif de l'échantillon et invoquent le choix au hasard comme un point positif de la méthode.

Commentaires pour les non

Les arguments contre la méthode du sondage se fondent sur la non représentativité de l'échantillon, soit par le nombre trop faible de sondés, soit par le fait que le choix se faisant au hasard , il ne peut tenir compte de la diversité de la population des acheteurs.

Question 2

Oui	73%	Non	26%	Autre	2%
Coïncidence	14%	Vent	40%		
Imprévisibilité	8%	Cause mécanique	25%		
Autre que Dupont	20%	Indépendance			
Fatalité, destin, malchance	42%	Entretien du toit	30%		
Dupont ne peut pas prévoir		Faute à Dupond			

Commentaires pour les oui

Des réponses semblent, sous des formulations pas toujours explicitent, s'appuyer sur l'indépendance des deux phénomènes : le détachement de la tuile et le passage de Monsieur Dupont et de leur rencontre fortuite. Les autres réponses oui portent l'empreinte d'un hasard subjectif, en particulier Dupont est considéré comme une personne unique.

Commentaires pour les non

Les causes physiques sont reconnues responsables de la chute de la tuile, le passage de Monsieur Dupont étant secondaire. La responsabilité du propriétaire du toit est engagée : mauvais entretien. Une réponse implique Monsieur Dupont : il aurait dû rester chez lui, un jour de grand vent. Un élève affirme que le hasard n'existe pas.

Question 3

Oui	44%	Non	52%	Autre	4%
Imprévisibilité	23%	Guêpe fautive	35%		
Malchance		Fatalité	5%		
Coïncidence		Voitures	8%		
Hasard responsable	35%	Distraction	10%		
Inévitable		Faute au conducteur	30%		
		Cycliste	15%		

Commentaires pour les oui

Certaines réponses décrivent l'enchaînement comme un effet boule de neige, sans engager la responsabilité des acteurs. D'autres réponses mettent en cause le hasard dans le fait que la guêpe pique le conducteur, mais engagent la responsabilité des acteurs pour la suite. D'autres réponses encore mettent en cause le hasard dans la rareté d'un tel enchaînement.

Commentaires pour les non

La majorité des réponses met le hasard hors de cause, le carambolage est de la responsabilité des acteurs. Et certaines réponses mettent particulièrement le cycliste en cause.

Question 4

Oui	28%	Non	63%	Autre	9%
Chance	52%	Hasard	85%		
Pièce truquée	21%	Loi des séries			

Commentaires pour les oui

Des réponses oui sont très subjectives, les élèves se mettent dans la situation d'un joueur qui aurait de la chance. Des élèves remarquent que pile est trop souvent sorti.

Commentaires pour les non

Des réponses invoquent clairement le fait qu'il y a toujours une chance sur deux pour le coup suivant. D'autres que comme le pile sort, il va continuer à sortir.

Commentaires pour les réponses autres

Manifestement la question est déroutante et les réponses en dehors du sujet.

Question 5

Oui	27%	Non	73%
Choix des nombres	100%	Chance	18%
		Hasard	45%
		Faible probabilité	27%

Commentaires pour les oui

Les nombres donnés semblent bien particuliers, l'absence de nombres avec des dizaines est un argument fort.

Commentaires pour les non

Des réponses reconnaissent que les nombres sont particuliers, mais qu'avec de la chance cette combinaison, peu probable peut arriver. Des réponses attribuent au hasard pur le tirage des nombres et à l'égalité des chances pour tous les tirages.

Question 6

Oui	47%	Non	53%
Technologie	100%	imprévisibilité	66%
		Long terme	18%
		Complexité	
		Mise en doute	
		Limite de la technologie	15%

Commentaires pour les oui

Les réponses oui ont un argument unique, celui des progrès de la technologie qui pourront un jour conduire à des prévisions certaines ; ou presque.

Commentaires pour les non

Pour la plupart des non, le temps reste un phénomène dépendant du hasard, on ne peut le prévoir et à plus forte raison à long terme.

Question 7

Oui	78%	Non	15%	autre	7%
Part de risque imprévu	77%	Précautions	90%		
Elimination impossible des risques	23%	Le risque n'existe pas toujours			

Commentaires pour les oui

Le risque est permanent, imprévisible ; tapis, en quelque sorte prêt à surgir. Des réponses pour dire qu'il est impossible de tout prévoir.

Commentaires pour les non

Les réponses font allusion à la possibilité, dans l'avenir, de juguler tous les risques en prenant les précautions nécessaires. Une seule réponse envisage qu'après tout il n'y a pas toujours un risque à l'action entreprise. Le risque est considéré négativement, pour eux par exemple, gagner au loto n'est pas un risque.

Question 8

Oui	28%	Non	70%	Autre	2%
Adresse, professionnalisme	100%	Conditions extérieures	32%	Intervention d'une fée	100%
		Chance	60%		
		Elimination impossible des risques			

Commentaires pour les oui

Les réponses invoquent l'adresse, l'entraînement du joueur, mais la majorité ajoutent cependant un bémol en ajoutant un zeste de chance.

Commentaires pour les non

La chance est l'argument majoritaire. Des réponses font allusion à des épreuves répétées qui ne seraient pas gagnantes. La chance est cependant aidée par des conditions extérieures favorables : le vent, le terrain.

6. De premiers éléments pour élaborer le SMS

Annexe n°6.1 : **Des écueils à éviter, au moment de convier les élèves à l'analyse statistique d'une situation**. Aidons-nous en cela et principalement des deux ouvrages suivants : *Les mathématiques dans l'information chiffrée*, R. CHUZEVILLE et S. GASQUET, C.R.D.P. de Grenoble, 1993 et *Plus vite que son nombre*, Sylviane GASQUET, Seuil, 1999

Résumons ces recherches à l'intérieur d'un tableau :

Points à étudier	Risques d'erreur
La population	Danger des sondages dont les coûts économiques font que leur structure est souvent biaisée, pour arriver au plus vite à la présentation des résultats.
La pratique des sondages	Laisser répondre à plusieurs questions fait courir le risque de sur ou sous représentativité de certaines réponses, d'autant plus que les catégories (ex : sociales) évoluent dans le temps...
	La lecture des sondages ne doit pas faire négliger les petits effectifs (leur croissance relative est souvent plus forte que celle des gros effectifs !).
La lecture des données	La place et l'organisation des mots du texte sont essentielles quant à leur portée : “Un tiers des hommes est concerné par l'hystérie” est un énoncé différent de “Une hystérie sur trois concerne un homme...
	Les données de flux (vision dynamique) sont à différencier des données de stock (vision statique).
	Le lecteur doit posséder une “culture des quantités” pour pouvoir apprécier les valeurs fournies et les situer selon d'autres repères.
Les courbes	La lecture en est souvent faussée par l'usage des indices (ex : choix de l'indice “100” fixé arbitrairement comme valeur repère en début d'année) ; l'indice est une donnée déguisée qui fournit une évolution, non une possibilité de quantification. Le phénomène se complexifie lorsque l'on fait figurer l'évolution de deux variables sur le même graphique avec des indices de départ différents !
	Souvent, les droites brisées (ex : les tranches de l'impôt sur le revenu) sont considérées comme une suite de seuils à passer alors que ces derniers n'existent pas et que la droite est continue !
	Ne pas se laisser “berner” par les courbes, volontairement en pente forte ou adoucie !
Les tableaux	Ne quittons pas de vue la lecture “orthogonale” garantissant le croisement des données ainsi que les unités engagées sur chaque axe.
	Se méfier lors de l'observation des calculs de moyenne, des effets de structure ! Il ne faut pas s'arrêter à l'aspect immédiat et apparent des résultats.
Les graphiques	La forme d'apparence pyramidale est très trompeuse ; elle étale des couches correspondant à des “%” de présence et non à des effectifs absolus ! Les “%” ne donnent que des tendances, une lecture comparée des phénomènes observés.
	Il y a nécessité de connaître les résultats de la courbe “classique” dite de Gauss, pour se saisir des notions d'écart-type, de degré de certitude, surtout si l'on veut étendre les données d'un échantillon à une population élargie.
“Les logos”	Comment appréhender les “augmentations” des représentations par logos quand la multiplication agit sur eux selon deux dimensions et non plus une !
L'usage des opérations	La présentation et l'utilisation sous forme de tableaux, graphiques et arbres, laissent en arrière plan, la vigilance dans l'usage des opérations telle la multiplication (plus puissante que prévue, aboutissant à un résultat plus petit qu'au début, ou engageant dans un abus opératoire irraisonné des quantités données).
	Méfiance envers les approximations hâtives de résultats (cachées souvent derrière les procédures des calculatrices qui font aboutir parfois à des estimations contraires (Cf. J.C. REGNIER) [25] .
	Souvent les calculs sont biaisés par des exigences, des choix de pondération ; son heureuse explication heuristique s'illustre par la représentation de l'équilibre du “mobile”
La référence aux pourcentages	Il est nécessaire de préciser le fondement du pourcentage utilisé :

	Des comparaisons	Additives	Multiplicatives
	Instantanées	Gagner “x” de plus que lui	Dépenser le quart de son salaire pour...
	Entre deux dates	Gagner “x” de moins que l'an passé	Gagner deux fois plus qu'il y a 5 ans...

Annexe n°6.2 : Programme de formation de l'école québécoise, *Éducation préscolaire et Enseignement primaire* 2001, Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie, p. 138.

Programme d'enseignement mathématique (statistique et probabilité) (Cycles 1,2 et 3) au Québec

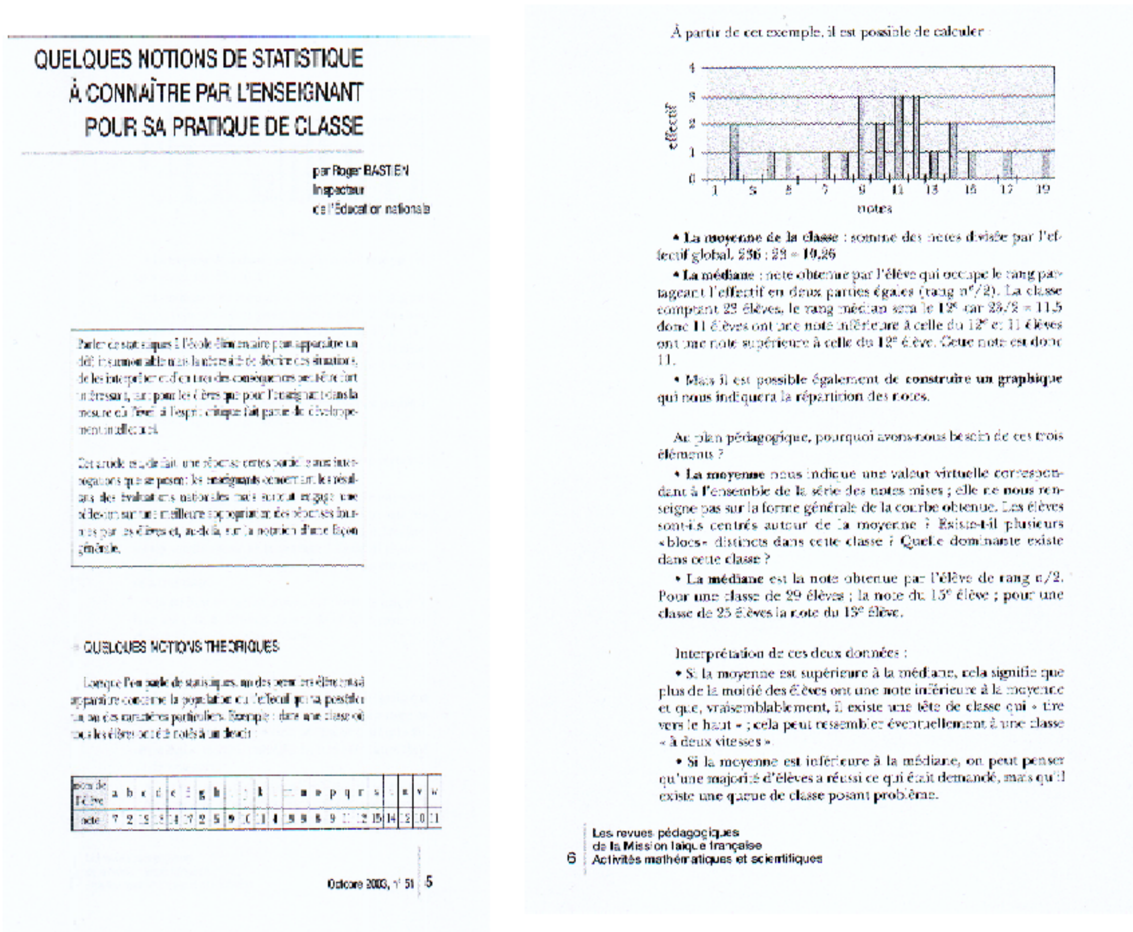
STATISTIQUE • Formulation de questions d'enquête □□□ • Collecte, description et organisation de données à l'aide de tableaux □□□ • Interprétation des données à l'aide d'un diagramme à bandes, d'un diagramme à pictogrammes et d'un tableau □ • Représentation des données à l'aide d'un diagramme à bandes, d'un diagramme à pictogrammes et d'un tableau □ • Interprétation des données à l'aide d'un diagramme à ligne brisée □ • Représentation des données à l'aide d'un diagramme à ligne brisée □ • Interprétation des données à l'aide d'un diagramme circulaire □ • Sens et calcul de la moyenne arithmétique □	**PROBABILITÉ** • Expérimentation d'activités liées au hasard □□□ • Prédiction d'un résultat (certain, possible ou impossible) □□□ • Dénombrement de résultats possibles d'une expérience aléatoire simple □ • Probabilité qu'un événement simple se produise (plus probable, également probable, moins probable) □□ • Dénombrement de résultats possibles d'une expérience aléatoire à l'aide d'un tableau, d'un diagramme en arbre □□ • Comparaison des résultats d'une expérience aléatoire aux résultats théoriques connus □ • Simulation avec ou sans l'aide de l'ordinateur □□

Usage spécifique des TIC pour la statistique et les probabilités

S'initier à la collecte de données à l'aide du tableur. □□ S'initier à la production d'une représentation graphique des données à l'aide du tableur. □□ S'initier à la simulation d'une expérience aléatoire à l'ordinateur. □□ Utiliser Internet pour la recherche de récits historiques en rapport avec les concepts étudiés. □□ Consulter des sites Internet à caractère mathématique, des lexiques et des bases de données. □□

Légende : les repères □, □ et □, correspondent aux compétences attendues des élèves en fin de cycle 1, 2 et 3.

Annexe n°6.3 : Une première communication par un Inspecteur de l'Éduction nationale, proposant **des contenus de savoir statistique perçus comme indispensables et à proposer aux enseignants**



QUELQUES NOTIONS DE STATISTIQUE À CONNAÎTRE PAR L'ENSEIGNANT POUR SA PRATIQUE DE CLASSE

par Roger BASTIEN
Inspecteur
de l'Éducation nationale

Parler de statistiques à l'école élémentaire peut apparaître un défi insurmontable mais la nécessité de décrire des situations, de les interpréter et d'en tirer des conséquences peut être fort intéressant, tant pour les élèves que pour l'enseignant, dans la mesure où l'éveil à l'esprit critique fait partie du développement intellectuel.

Cet article est, de fait, une réponse certes partielle aux interrogations que se posent les enseignants concernant les résultats des évaluations nationales mais surtout engage une réflexion sur une meilleure appropriation des réponses fournies par les élèves et, au-delà, sur la notation d'une façon générale.

QUELQUES NOTIONS THÉORIQUES

Lorsque l'on parle de statistiques, un des premiers éléments à apparaître concerne la population ou l'effectif qui va posséder un ou des caractères particuliers. Exemple : dans une classe où tous les élèves ont été notés à un devoir :

nom de l'élève	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w
note	7	2	15	13	14	17	2	5	9	10	11	4	9	9	8	9	11	12	15	14	12	10	11

À partir de cet exemple, il est possible de calculer :

• **La moyenne de la classe** : somme des notes divisée par l'effectif global. 236 : 23 = **10,26**

• **La médiane** : note obtenue par l'élève qui occupe le rang partageant l'effectif en deux parties égales (rang n°/2). La classe comptant 23 élèves, le rang médian sera le 12e car 23/2 = 11,5 donc 11 élèves ont une note inférieure à celle du 12e et 11 élèves ont une note supérieure à celle du 12e élève. Cette note est donc 11.

• Mais il est possible également de **construire un graphique** qui nous indiquera la répartition des notes.

Au plan pédagogique, pourquoi avons-nous besoin de ces trois éléments ?

• **La moyenne** nous indique une valeur virtuelle correspondant à l'ensemble de la série des notes mises ; elle ne nous renseigne pas sur la forme générale de la courbe obtenue. Les élèves sont-ils centrés autour de la moyenne ? Existe-t-il plusieurs «blocs» distincts dans cette classe ? Quelle dominante existe dans cette classe ?

• **La médiane** est la note obtenue par l'élève de rang n/2. Pour une classe de 29 élèves ; la note du 15e élève ; pour une classe de 25 élèves la note du 13e élève.

Interprétation de ces deux données :

• Si la moyenne est supérieure à la médiane, cela signifie que plus de la moitié des élèves ont une note inférieure à la moyenne et que, vraisemblablement, il existe une tête de classe qui « tire vers le haut » ; cela peut ressembler éventuellement à une classe « à deux vitesses ».

• Si la moyenne est inférieure à la médiane, on peut penser qu'une majorité d'élèves a réussi ce qui était demandé, mais qu'il existe une queue de classe posant problème.

Le graphique nous renseigne sur la répartition des notes obtenues. Dans le cas qui nous intéresse, on lit sur ce graphique trois groupes différents : un groupe avec notes basses (inférieures à 7), un groupe autour de la moyenne (entre 8 et 12), un groupe dont la note moyenne est supérieure à 13.

Ces trois éléments sont à compléter par une mesure de la dispersion des notes. Les calculatrices proposent l'écart type. Dans l'exemple pris, l'écart type est de 4,34.

- Si l'écart type est faible : les notes sont proches de la moyenne ; l'enseignant note avec une amplitude faible ;
- si l'écart type est assez grand, on pourrait conclure que l'enseignant utilise toute la gamme des notes mises à sa disposition.

On remarque généralement dans les concours un écart type ayant une valeur importante (afin de discriminer les candidats) alors que dans des examens ou épreuves, la valeur de l'écart type est plus faible (souhaite-t-on proposer des exercices de difficulté supposée moyenne ?).

Les quartiles et les déciles

Ces termes apparaissent au niveau des évaluations. La population scolaire est divisée en quatre parties (quartiles) ou dix parties égales (les déciles). Les quartiles apparaissent dans les évaluations nationales lorsque le traitement est effectué à l'aide du logiciel Casimir. L'intervalle interquartile est aussi une mesure de dispersion.

Dans notre exemple, si l'on divise la population scolaire en 4 parties :

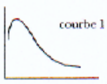
- les 25 % les plus faibles ont une moyenne de 4,66 ;
- les 25 % qui ont le mieux réussi ont une moyenne de 16 ;
- les deux autres tranches se situent respectivement à une moyenne de 9 ,66 et 11,83.

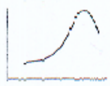
Quels enseignements en tirer ?

Les graphiques peuvent nous renseigner sur des modes d'acquisitions des apprentissages quand il s'agit de la même compétence évaluée par un ou plusieurs items :

La courbe 1 nommée « courbe en I » peut être interprétée comme :

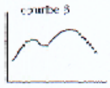
- exercice trop complexe remis à des élèves,
- une notion non acquise ou sur laquelle on ne peut s'appuyer,
- exercice qui viserait l'évaluation d'une ou plusieurs compétences.


courbe 1


courbe 2

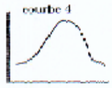
La courbe 2 : ou « courbe en J » s'interprète généralement comme :

- exercice trop simple ou d'un niveau inférieur au niveau exigé,
- notion acquise ou notion sur laquelle l'enseignant peut s'appuyer pour débuter une séquence.

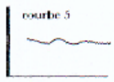

courbe 3

La courbe 3 : ou « courbe en chameau » insiste sur le fait que la population testée n'est pas homogène ; il existe deux groupes distincts au niveau de la classe :

- un groupe qui a acquis la notion
- un groupe pour lequel la notion est en cours d'acquisition ou non acquise.


courbe 4

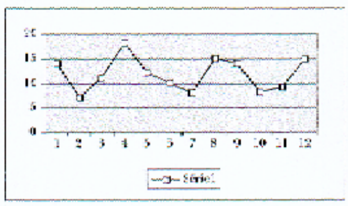
La courbe 4 : une majorité d'élèves se retrouve autour de la moyenne de l'épreuve.


courbe 5

La courbe 5 : répartition uniforme des performances des élèves

Les graphes, plutôt que la moyenne, nous renseignent également sur les acquisitions individuelles de connaissances.

14
7
17
18
12
10
8
15
14
8
9
15



La moyenne de cet élève est de 11,75, ce qui est honorable, mais pour une même matière, les notes obtenues chronologiquement reflètent une irrégularité.

Les accuisitions et mémorisations se font-elles de façon médiatisée, c'est-à-dire après un temps de latence (les notions ne sont pas comprises immédiatement) ou l'élève a-t-il des manques qui ne lui permettent pas de relier les notions entre elles ? Ce type de graphique se rencontre souvent lorsqu'on aborde les décimaux en élémentaire et les fractions en collège. Pour certains élèves, la nécessité d'une maturation d'une voire deux années est nécessaire.

De ces considérations peuvent découler quelques propositions :

• Pourquoi utiliser la moyenne alors que le graphique traduit mieux la compréhension de réponses de l'enfant et sa manière de comprendre ?

• Pourquoi mettre des notes de dictée alors qu'il ne s'agit pas de l'orthographe de l'élève ; ne pourrait-on pas privilégier en expression écrite le rapport (mots bien orthographiés / total des mots du texte) x 100 qui traduirait l'autonomie de l'élève face à un écrit quelle que soit la discipline enseignée ?

LA NOTATION DES COPIES

Au delà des premiers éléments qui ne sont que des constats, on peut s'interroger sur la valeur générale de la note attribuée à une copie. Ces propos sont quelque peu provocateurs mais sont, hélas, confirmés par des expériences s'étant déroulées lors d'animations pédagogiques.

La note dépend de plusieurs variables :

Ce que l'on sait de la classe ou de sa classe

Les influences peuvent amener à sous-noter ou à sur-noter globalement les élèves quelle que soit la qualité générale de la classe. Si la classe est dite faible, deux tendances de notations apparaissent : une notation basse car les élèves sont faibles ou une sur-évaluation pour les encourager et inversement, si la classe est dite bonne.

Ce que l'on sait de l'élève

Si la copie n'est pas anonyme, un élève qui fournit généralement des prestations correctes verra un accident moins sanctionné alors qu'un élève dit « médiocre » aura une note inférieure à celle qu'il pourrait espérer en rendant une copie de bonne qualité.

Ce que l'on pense au niveau de ses propres connaissances

Plus le niveau universitaire est élevé, plus une copie sera corrigée sur le fond, l'enseignant interprétant la pensée de l'étudiant ou de l'élève. Plus le niveau universitaire est proche entre correcteur et étudiant, plus la copie sera corrigée sur la forme. Ce problème se rencontre tant en français qu'en mathématiques.

Ce que l'on remarque sur la copie

La présentation, les fautes d'orthographe, le soin et l'écriture jouent un rôle important dans la note de manière totalement subjective.

L'utilisation d'une grille de notation

Si une grille de notation est composée d'items différents, on s'aperçoit dans un premier temps que la note proposée sera trop élevée par rapport à ce que le correcteur pense de la copie. Dans un second temps, le correcteur réajuste les différentes notes proposées dans les divers items pour qu'il existe une cohérence entre la note qu'il propose et la grille qu'il possède (cette remarque vaut singulièrement en expression écrite en école élémentaire).

D'autres facteurs influent sur la notation. Pour mémoire : le nombre de copies, la répétition d'une même faute, le moment auquel la correction est faite... mais ces derniers sont mineurs par rapport aux précédents.

Alors comment noter les copies ?

Pourquoi ranger les élèves en faisant des moyennes au centième près ? Il serait si simple de proposer en face d'une note et de graphiques des observations qui permettraient aux enfants de comprendre le pourquoi de leurs erreurs et leur permettraient d'accéder à une connaissance plus fine ?

Roger BASTIEN
Inspecteur de l'Éducation nationale