

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR

en

INFORMATIQUE

présentée et soutenue publiquement par

David COEURJOLLY

le 18 DÉCEMBRE 2002

**Algorithmique et géométrie
discrète pour la caractérisation des
courbes et des surfaces**

préparée au sein du laboratoire ERIC

sous la direction de

Serge Miguet et Laure Tougne

COMPOSITION DU JURY

M.	Jean-Pierre Braquelaire	Rapporteur	(Professeur)
M.	Jean-Marc Chassery	Rapporteur	(Directeur de Recherche CNRS)
M.	Jean-Michel Jolion	Examineur	(Professeur)
M.	Jean-Pierre Reveillès	Examineur	(Professeur)
M.	Serge Miguet	Directeur de thèse	(Professeur)
Mme.	Laure Tougne	Directeur de thèse	(Maître de conférences)

Table des matières

Introduction	1
I Géométrie discrète et objets discrets	5
1 Notions de base	7
1.1 Introduction	8
1.2 Espace discret et connexité	8
1.3 Objets, courbes, surfaces et hyper-surfaces	10
1.4 Codage et propriétés du codage des courbes discrètes	13
1.5 Processus de discrétisation	15
1.6 Conclusion	17
2 Droites et Plans discrets	19
2.1 Introduction	20
2.2 Droites discrètes 2D	20
2.3 Droites discrètes 3D	44
2.4 Plans Discrets	54
2.5 Statistique pour la reconnaissance de droites et plans discrets	73
2.6 Conclusion	77
3 Le cercle discret	79
3.1 Introduction	80
3.2 Synthèse et analyse du cercle discret	80
3.3 Reconnaissance et segmentation	83
3.4 Conclusion	101
II Analyse d'objets et mesures	103
4 Métriques discrètes	105
4.1 Introduction	107
4.2 Transformée en distance	107
4.3 Squelette de forme et axe médian	133
4.4 Visibilité et géodésiques discrètes	142

4.5	Conclusion sur ce chapitre	157
5	Mesures sur des objets discrets	159
5.1	Introduction	161
5.2	Contexte théorique : la convergence asymptotique	161
5.3	Tangentes et normales	163
5.4	Longueur et aire	176
5.5	Courbures d'objets discrets	197
5.6	Conclusion	218
	Conclusions et perspectives	221
III	Annexes	225
A	Applications	229
A.1	Introduction	230
A.2	Extraction de primitives pour la classification de profils de stèles funéraires	230
A.3	Analyse microscopique d'échantillon de neige	234
A.4	Modèle déformable discret	237
A.5	Conclusion	238
B	Preuves de convergence asymptotique	239
B.1	Introduction	240
B.2	Courbes en dimension d : approche par <i>tube</i>	240
B.3	Surfaces : aire et normales	245
C	Programmation linéaire : algorithme de PREPARATA et SHAMOS	251
D	Index des auteurs cités	255

Bibliographie

- ACKETA, D. M. et ŽUNIĆ, J. D. «On the maximal number of edges of convex digital polygons included into an $m \times m$ -grid». *Journal of Combinatorial Theory*, Serie A(69):358–368. **1995**.
- AMANATIDES, J. et WOO, A. «A fast voxel traversal algorithm for ray tracing». Dans *Eurographic's 87*, pages 3–12. **1987**.
- ANDRÈS, E. «Le plan discret». Dans *Colloque de géométrie discrète en imagerie : fondements et applications*. **1993**.
- ANDRÈS, E. *Cercles Discrets et Rotations discrètes*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur - Strasbourg. **1994**.
- ANDRÈS, E. «Discrete circles, rings and spheres». *Computers and Graphics*, 18(5):695–706. **1994**.
- ANDRÈS, E. *Modélisation analytique discrète d'objets géométriques*. Habilitation à diriger les recherches, Laboratoire IRCOM-SIC, Université de Poitiers. **2000**.
- ANDRÈS, E. «Defining Discrete Objects for Polygonalization: the Standard Model». Dans *10th International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery*, numéro 2301 dans LNCS, pages 313–325. Springer. **2002**.
- ANDRÈS, E. et JACOB, M.-A. «The Discrete Analytical Hyperspheres:». *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 3(1):75–86. **1997**.
- ARONSSON, M. «Estimating fibre twist and aspect ratios in 3D voxel volumes». Dans *International Conference on Pattern Recognition*. IEEE Computer Society Press, Quebec, Canada. **2002**.
- ARTZY, E., FREIDER, G. et HERMAN, G. T. «The Theory, Design, Implementation and Evaluation of a Three-dimensional Surface Detection Algorithm». Dans *Computer Graphics and Image Processing*, pages 1–24. **1981**.
- ASANO, T., KAWAMURA, Y., KLETTE, R. et OBOKATA, K. «Minimum-Length Polygons in approximation sausages». Dans C. Arcelli, L. Cordella et G. Sanniti di Baja, éditeurs, *International Workshop on Visual Form 4*, numéro 2059 dans LNCS, pages 103–112. Springer Verlag. Capri, Italy. **2001**.
- ATTALI, D. *Squelettes et graphes de Voronoi 2D et 3D*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier - Grenoble 1. **1995**.
- ATTALI, D., SANNITI DI BAJA, G. et THIEL, E. «Skeleton simplification through non significant branch removal». *Image Processing and Communications*, 3(3-4):63–72. **1997**.

- BAKLOUTI, F. *Classification de courbes 2D appliquée à des profils de stèles*. Laboratoire ERIC, université Lumière Lyon 2. **2002**.
- BECKERS, A. L. et SMEULDERS, A. W. M. «Optimization of Length Measurements for Isotropic Distance Transformations in Three Dimensions». *Computer Vision, Graphics, and Image Processing: Image Understanding*, 55(2):296–306. **1992**.
- BERNOULLI, J. *Recueil pour les astronomes*, chapitre Sur une nouvelle espece de calcul, pages 255–284. **1771**.
- BERTRAND, G. et MALGOUYRES, R. «Some Topological Properties of Discrete Surfaces». Dans *6th International Workshop on Discrete Geometry for Computer Imagery*, numéro 1176 dans LNCS, pages 325–336. Springer-Verlag. **1996**.
- BLANKINSHIP, W. A. «A new version of the Euclidean algorithm». *American Mathematics Monthly*, pages 742–745. **1963**.
- BLUM, H. «A transformation for extracting descriptors of shape». Dans *Models for the Perception of Speech and Visual Forms*, pages 362–380. MIT Press. **1967**.
- BOISSONNAT, J.-D. et YVINEC, M. *Géométrie algorithmique*. Ediscience International. **1995**.
- BOIX, E. *Approximation linéaire des surfaces de \mathbb{R}^3 et applications*. Thèse de doctorat, École Polytechnique, Paris. **1995**.
- BORGEFORS, G. «Distance Transformations in Digital Images». *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 34(3):344–371. **1986**.
- BORGEFORS, G. et SVENSSON, S. «Optimal Local Distances for Distance Transforms in 3D Using an Extended Neighbourhood». Dans *International Workshop on Visual Form 4*, numéro 2059 dans LNCS, pages 113–122. Springer Verlag. **2001**.
- BORIANNE, P. et FRANÇON, J. «Reversible polyhedrization of discrete volumes». Dans *4th Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 157–168. Grenoble, France. **1994**.
- BRESENHAM, J. E. «Algorithm for computer control of a digital plotter». Dans *IBM System Journal*, volume 4, pages 25–30. **1965**.
- BRESENHAM, J. E. «A Linear Algorithm for Incremental Digital Display of Circular Arcs». *Communications of the ACM*, 20(2):100–106. **1977**.
- BREU, H., GIL, J., KIRKPATRICK, D. et WERMAN, M. «Linear Time Euclidean Distance Transform Algorithms». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(5):529–533. **1995**.
- BRIBIESCA, E. «A new chain code». *Pattern Recognition*, 32:235–251. **1999**.
- BRZOSKA, J.-B. *Etudes tridimensionnelles sur la microstructure de la neige*. Habilitation à diriger les recherches, Université Joseph Fourier, Grenoble, Météo-France/CNRM, Centre d'études de la neige. **2001**.
- BRZOSKA, J.-B., COLÉOU, C., LESAFFRE, B., BOREL, S., BRISSAUD, O., LUDWIG, W., BOLLER, E. et BARUCHEL, J. «3D visualization of snow samples by microtomography at low temperature». *ESRF Newsletter*, 32:22–23. **1999a**.

- BRZOSKA, J.-B., LESAFFRE, B., COLÉOU, C., XU, K. et PIERITZ, R. A. «Computation of 3D curvature on a wet snow sample». *The European Physical Journal Applied Physics*. **1999b**.
- BULLARD, J. W., GARBOCZI, E. J., CARTER, W. C. et FULLET, E. R. «Numerical methods for computing interfacial mean curvature». *Computational materials science*, 4:103–116. **1995**.
- BURGUET, J. et MALGOUYRES, R. «Strong thinning and polyhedrisation of the surface of a voxel object». Dans *9th Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 222–234. LNCS 1953, Springer-Verlag. **2000**.
- BUZER, L. «An Incremental Linear Time Algorithm for Digital Line and Plane Recognition Using a Linear Incremental Feasibility Problem». Dans *10th International Conference, Discrete Geometry for Computer Imagery*, numéro 2301 dans LNCS, pages 372–381. Springer Verlag, Bordeaux, France. **2002**.
- CHASSERY, J. M. et MONTANVERT, A. *Géométrie discrète en analyse d'images*. Éditions Hermes. **1991**.
- CHEN, L. S., HERMAN, G. T., REYNOLDS, R. A. et UDUPA, J. K. «Surface shading in the Cuberille environment». *IEEE Journal of computer graphics and Application*, 5(12):33–43. **1985**.
- CHRISTOFFEL, E. B. «Observatio Arithmetica». *Annali di Mathematica*, 6:148–152. 2nd series. **1875**.
- COEURJOLLY, D. «Courbure d'objets discrets». Rapport de DEA, École doctorale IIS, Lyon. Stage effectué au laboratoire ERIC, Université Lumière Lyon 2. **2000**.
- COEURJOLLY, D. «Visibility in Discrete Geometry: An Application to Discrete Geodesic Paths». Dans A. V. A. Braquelaire, J.-O. Lachaud, éditeur, *10th International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 326–327. Springer-Verlag, LNCS, 2301, Bordeaux, France. **2002**.
- COEURJOLLY, D., DEBLED-RENNESON, I. et TEYTAUD, O. «Segmentation and Length Estimation of 3D Discrete Curves». Dans G. Bertrand, A. Imiya et R. Klette, éditeurs, *Digital and Image Geometry*, pages 295–313. Springer-Verlag LNCS, 2243. **2001a**.
- COEURJOLLY, D., FESCHET, F. et TOUGNE, L. «Extraction de primitives géométriques pour la classification automatique de profils de stèles funéraires». Dans *8ièmes Rencontres de la Société Francophone de Classification*. Guadeloupe, France. **2001b**.
- COEURJOLLY, D., FLIN, F., TEYTAUD, O. et TOUGNE, L. «Multigrid Convergence and Surface Area Estimation». Dans *Theoretical Foundations of Computer Vision, Geometry, Morphology, and Computational Imaging*. À paraître. **2002a**.
- COEURJOLLY, D., GERARD, Y., REVEILLÈS, J.-P. et TOUGNE, L. «An elementary algorithm for digital arc segmentation». Dans S. Fourey, G. T. Herman et T. Y. Kong, éditeurs, *International Workshop on Combinatorial Image Analysis*, volume 46 de *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*. Elsevier Science Publishers, Temple University, Philadelphia, U.S.A. **2001c**.

- COEURJOLLY, D. et KLETTE, R. «A Comparative Evaluation of Length Estimators». Dans *International Conference on Pattern Recognition*. IEEE Computer Society Press, Quebec. **2002**.
- COEURJOLLY, D., MIGUET, S. et TOUGNE, L. «Discrete Curvature based on Osculating Circle Estimation». Dans C. Arcelli, L. Cordella et G. Sanniti di Baja, éditeurs, *International Workshop on Visual Form 4*, numéro 2059, pages 303–312. Springer-Verlag, LNCS, 2059. Capri, Italy. **2001d**.
- COEURJOLLY, D., MIGUET, S. et TOUGNE, L. «2D and 3D Visibility in Discrete Geometry: an Application to Discrete Geodesic Paths». *Pattern Recognition Letters*. A paraître. **2002b**.
- COEURJOLLY, D., SARRUT, D. et TOUGNE, L. «Décimation en Imagerie Médicale 3D». Dans *Courbes Surfaces et Algorithmes*. Journées du Groupe de Travail “Modélisation Géométrique”, Grenoble, France. **1999**.
- COHEN, D. et KAUFMAN, A. «Scan-Conversion Algorithms for linear and Quadratic Objects». Dans *IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, Calif*, pages 280–301. **1991**.
- COLÉOU, C., LESAFFRE, B., BRZOSKA, J.-B., LUDWIG, W. et BOLLER, E. «Three-dimensional snow images by X-ray microtomography». *Annals of Glaciology*, 31:75–81. **2001**.
- CORMEN, T., LEISERSON, C. et RIVEST, R. *Introduction à l’algorithmique*. Dunod. **1990**.
- COUPRIE, M., BERTRAND, G. et KENMOCHI, Y. «Discretization in 2D and 3D Orders». Dans *10th International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery*, numéro 2301 dans LNCS, pages 301–312. Springer. **2002**.
- CUISENAIRE, O. *Distance Transformations : Fast Algorithms and Applications to Medical Image Processing*. Thèse de doctorat, Université Catholique de Louvain. **1999**.
- CUISENAIRE, O. et MACQ, B. «Fast and exact signed Euclidean distance transformation with linear complexity». Dans *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. **1999**.
- DAMASCHKE, P. «The linear time recognition of digital arcs». *Pattern Recognition Letters*, (16):543–548. **1995**.
- DANIELSSON, P. E. «Euclidean Distance Mapping». *Computer Graphics and Image Processing*, 14(3):227–248. **1980**.
- DE BERG, M., VAN KREVELD, M., OVERMARS, M. et SCHWARZKOPF, O. *Computational Geometry*. Springer-Verlag. **2000**.
- DEBLED-RENNESON, I. *Etude et reconnaissance des droites et plans discrets*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur. **1995**.
- DEBLED-RENNESON, I., RÉMY, J. L. et ROUYER-DEGLI, J. «Detection of discrete convexity of polyominoes». Dans G. Borgefors, I. Nyström et G. Sanniti di Baja, éditeurs, *9th International Conference in Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 491–504. Uppsala, Sewden. **2000**.

- DEBLED-RENNESON, I. et REVEILLÈS, J.-P. «A linear algorithm for segmentation of digital curves». Dans *International Journal on Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, volume 9, pages 635–662. **1995**.
- DORST, L. et SMEULDERS, A. W. M. «Discrete Representation of Straight Lines». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6:450–463. **1984**.
- DORST, L. et SMEULDERS, A. W. M. «Length Estimators for Digitized Contours». *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 40(3):311–333. **1987**.
- DORST, L. et SMEULDERS, A. W. M. «Decomposition of discrete curves into piecewise straight segments in linear time». Dans *Contemporary Mathematics*, volume 119. **1991a**.
- DORST, L. et SMEULDERS, A. W. M. «Discrete Straight Line Segments: Parameters, Primitives and Properties». Dans R. Melter, P. Bhattacharya et A. Rosenfeld, éditeurs, *Vision Geometry, series Contemporary Mathematics*, volume 119, pages 45–62. American Mathematical Society. **1991b**.
- ELLIS, T. J., PROFFITT, D., ROSEN, D. et RUTKOWSKI, W. «Measurement of the Lengths of Digitized Curved Lines». *Computer Graphics and Image Processing*, 10(4):333–347. **1979**.
- FESCHET, F. et TOUGNE, L. «Optimal Time Computation of the Tangent of a Discrete Curve : Application to the Curvature». Dans *8th International Workshop in Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 31–40. Springer-Verlag, LNCS, 1568. **1999**.
- FIGUEIREDO, O. et REVEILLÈS, J.-P. «A Contribution to 3D Digital Lines». Dans *5th International Workshop in Discrete Geometry for Computer Imagery*. Clermont-Ferrand - France. **1995**.
- FISK, S. «Separating Points Sets by Circles, and the Recognition of Digital Disks». *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(4):554–556. **1986**.
- FLIN, F. *Imagerie 3D de neige par tomographie X : méthode de détermination des vecteurs normaux à une surface discrète*. Mémoire de DEA, Météo-France/CNRM, Centre d'études de la neige. **2000**.
- FLIN, F., BRZOSKA, J.-B., LESAFFRE, B., COLÉOU, C. et LAMBOLEY, P. «Computation of normal Vectors of discrete 3D objects: application to natural snow images from X-ray tomography». *Image Anal. Stereol.*, 20:187–191. **2001**.
- FLIN, F., BRZOSKA, J.-B., LESAFFRE, B., COLÉOU, C. et PIERITZ, R. A. «Full 3D modeling of curvature-dependant snow metamorphism: first results and comparison with experimental tomographic data». Submitted to *Journal of Physics D: Applied Physics*. **2002**.
- FRANÇON, J. et PAPIER, L. «Polyhedrization of the Boundary of a Voxel Object». Dans *8th International Workshop in Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 425–434. Springer-Verlag, LNCS, 1568. **1999**.
- FRANÇON, J., SCHRAMM, J. M. et TAJINE, M. «Recognizing arithmetic straight lines and planes». Dans *6th Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 141–150. Springer-Verlag, LNCS, 1176. **1996**.

- FREEMAN, H. «On Encoding Arbitrary Geometric Configurations». *IRE Transactions on Electronic Computers*, 10:260–268. **1961**.
- FREEMAN, H. «Computer Processing of Line-Drawing Images». *ACM Computing Surveys*, 6(1):57–97. **1974**.
- GORDON, D. et REYNOLDS, R. A. «Image-space shading of 3-dimensional objects». *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 29:361–376. Reprinted in Volume Visualization, A. Kaufman, ed., IEEE Computer Society Press (1991) 185-200. **1985**.
- GRABINER, D. J. «Farey nets and multidimensional continued fractions». *Monasth. Math.*, 114(4):35–61. **1992**.
- GUAN, W. et MA, S. «A List-Processing Approach to Compute Voronoi Diagrams and the Euclidean Distance Transform». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 20:757–761. **1998**.
- HARDY, G. H. et WRIGHT, E. M. *Introduction to the theory of numbers*. Oxford press. **1975**.
- HARRIS, J. W. et STOCKER, H. *Handbook of mathematics and computational science*. Springer-Verlag. **1998**.
- HIRATA, T. «A unified linear-time algorithm for computing distance maps». *Information Processing Letters*, 58(3):129–133. **1996**.
- HOCHBAUM, D. S., éditeur. *Approximation algorithms for NP-hard problems*. PWS Publishing Company. **1997**.
- HÜBLER, A., KLETTE, R. et VOSS, K. «Determination of the convex hull of a finite set of planar points within linear time». *EIK (Elektronische Informationsverarb. Kybernetik)*, 17:121–140. **1981**.
- HUNG, S. H. Y. «On the Straightness of Digital Arcs». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 7:203–215. **1985**.
- ICKING, C., KLEIN, R., KÖLLNER, P. et MA, L. «VoroGlide». URL <http://wwwpi6.fernuni-hagen.de/Geometrie-Labor/VoroGlide>, version 2.2. **2001**.
- JONAS, A. et KIRYATI, N. «Digital representation schemes for 3D curves». *Pattern Recognition*, 30(11):1803–1816. **1997**.
- JONAS, A. et KIRYATI, N. «Length estimation in 3-D using cube quantization». *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 8:215–238. **1998**.
- JORDAN, C. *Cours d'analyse III*. Paris. **1887**.
- KAUFMAN, A. «Efficient algorithms for 3D scan-conversion of parametric curves, surfaces, and volumes». *Computer Graphics*, 21(4):171–179. **1987**.
- KAUFMAN, A. et SHIMONY, E. «3-D scan conversion algorithms for voxel-based graphics». Dans *ACM Workshop on Interactive 3D Graphics*, ACM Press, NY, pages 45–75. **1986**.
- KENMOCHI, Y., IMIYA, A. et EZQUERRA, N. F. «Polyhedra generation from lattice points». Dans *6th Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 127–138. LNCS 1176, Springer Verlag. **1996**.

- KIM, C. et ROSENFELD, A. «Convex digital solids». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 4(6):612–618. **1982**.
- KIM, C. E. «On the cellular convexity of complexes». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-3:617–625. **1981**.
- KIM, C. E. «Three-dimensional digital line segments». Dans *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, volume 5, pages 231–234. **1983**.
- KIM, C. E. «Digital Disks». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6:372–374. **1984a**.
- KIM, C. E. «Three-Dimensional Digital Planes». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6:639–645. **1984b**.
- KIM, C. E. et ANDERSON, T. A. «Digital Disks and a Digital Compactness Measure». Dans *Seventh International Conference on Pattern Recognition*, IEEE Publ. 84CH2046-1, pages 254–257. IEEE. **1984**.
- KIM, C. E. et STOJMENOVIĆ, I. «On the recognition of digital planes in three-dimensional space». *Pattern Recognition Letters*, (12):665–669. **1991**.
- KIRYATI, N. et KUBLER, O. «On Chain Code Probabilities and Length Estimators for Digitized Three Dimensional Curves». **1995**.
- KIRYATI, N. et SZÉKELY, G. «Estimating shortest paths and minimal distances on digitized three-dimension surfaces». *Pattern Recognition*, 26(11):1623–1637. **1993**.
- KLETTE, R. et BÜLOW, T. «Minimum-Length Polygons in Simple Cube-Curves». Dans *Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 467–478. Springer-Verlag, LNCS, 1953. **2000**.
- KLETTE, R., KOVALEVSKY, V. A. et YIP, B. «Lenth Estimation of Digital Curves». Dans *Vision Geometry VIII - SPIE*, pages 117–129. Denver. **1999**.
- KLETTE, R. et SUN, H. J. «Digital planar segment based polyhedrization for surface area estimation». Dans C. Arcelli, L. P. Cordella et G. Sanniti di Baja, éditeurs, *International Workshop on Visual Form 4*, volume 2059 de *Lect. Notes Comput. Sci.*, pages 356–366. Springer-Verlag. **2001**.
- KLETTE, R. et ŽUNIĆ, J. D. «Convergence of Calculated Features in Image Analysis». (CITR-TR-52). **1999**.
- KOVALEVSKY, V. A. «New Definition and Fast Recognition of Digital Straight Segments and Arcs». *Proceedings of the tenth international conference on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. **1990**.
- KOVALEVSKY, V. A. «A Topological Method of Surface Representation». *Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 118–135. **1999**.
- LACHAUD, J.-O. «Topologically defined isosurfaces». Dans *6th Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 245–256. LNCS 1176, Springer-Verlag. **1996**.
- LACHAUD, J.-O. et VIALARD, A. «Discrete deformable boundaries for the segmentation of multidimensional images». Dans C. Arcelli, L. P. Cordella et G. Sanniti di Baja, éditeurs, *Proc. 4th Int. Workshop on Visual Form (IWVF4), Capri, Italy*, volume 2059 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 542–551. Springer-Verlag, Berlin. **2001**.

- LENOIR, A. *Des outils pour les surfaces discrètes : estimation d'invariants géométriques, préservation de la topologie, tracé de géodésiques et visualisation*. Thèse de doctorat, Université de Caen. **1999**.
- LENOIR, A., MALGOUYRES, R. et REVENU, M. «Fast Computation of the Normal Vector Field of the Surface of a 3D Discrete Object». *6th Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 101–112. **1996**.
- LINDBLAD, J. et NYSTRÖM, I. «Surface Area Estimation of Digitized 3D Objects Using Local Computations». Dans A. V. A. Braquelaire, J.-O. Lachaud, éditeur, *10th Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 267–278. Springer, LNCS, 2301, Bordeaux, France. **02**.
- LINDENBAUM, M. et BRUCKSTEIN, A. M. «On Recursive, $O(n)$ Partitioning of a Digitized Curve into Digital Straight Segments». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(9):949–953. **1993**.
- LINDENBAUM, M. et KOPLOWITZ, J. «A New Parameterization of Digital Straight Lines». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(8):847–852. **1991**.
- LOHOU, C. et BERTRAND, G. «A new 3D 6-Subiteration Thinning Algorithm based on P-Simple Points». Dans A. V. A. Braquelaire, J.-O. Lachaud, éditeur, *10th Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 102–113. Springer, LNCS, 2301, Bordeaux, France. **2002**.
- LORENSEN, W. E. et CLINE, H. E. «Marching Cubes: a High Resolution 3D Surface Construction Algorithm». Dans M. C. Stone, éditeur, *SIGGRAPH '87 Conference Proceedings (Anaheim, CA, July 27–31, 1987)*, pages 163–170. Computer Graphics, Volume 21, Number 4. **1987**.
- MALGOUYRES, R. «A definition of surfaces of \mathbb{Z}^3 : a new 3D discrete Jordan theorem». *Theoretical Computer Science*, 186(1–2):1–41. **1997**.
- MAURER JR., C., RAGHAVAN, V. et QI, R. «A Linear Time Algorithm for Computing the Euclidean Distance Transform in Arbitrary Dimensions». Dans *Information Processing in Medical Imaging*, pages 358–364. **2001**.
- MCILROY, M. D. «A Note on Discrete Representation of Lines». *AT&T Technical Journal*, 64(2):481–490. **1985**.
- MEGIDDO, N. «Linear-Time Algorithms for Linear Programming in \mathbb{R}^3 and Related Problems.» *SIAM Journal of Computing*, 12(4):759–776. **1983**.
- MEGIDDO, N. «Linear Programming in Linear Time When the Dimension Is Fixed». *Journal of the ACM*, 31(1):114–127. **1984**.
- MEIJSTER, A., ROERDINK, J. B. T. M. et HESSELINK, W. H. «A general algorithm for computing distance transforms in linear time». Dans L. V. J. Goutsias et D. S. Bloomberg, éditeurs, *Mathematical Morphology and its Applications to Image and Signal Processing*, pages 331–340. Kluwer. **2000**.
- MESMOUDI, M. M. «A simplified recognition algorithm of digital planes pieces». Dans *10th International Conference, Discrete Geometry for Computer Imagery*, numéro 2301 dans LNCS, pages 404–416. Springer Verlag, Bordeaux, France. **2002**.

- MIGUET, S. et NICOD, J.-M. «Complexity analysis of a parallel implementation of the Maching-Cubes algorithm». *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 11(7):1141–1156. **1997**.
- MONGA, O., LENGAGNE, R. et DERICHE, R. *Crest lines in volume 3D medical images : a multi-scale approach*. Rapport technique, INRIA, Projet SYNTIM. **1994**.
- MONTANARI, U. «Continuous skeletons from digitized images». *Journal of the Association for Computing Machinery*, 16(4):534–549. **1969**.
- MOREAU, P. *Modélisation et génération de dégradés dans le plan discret*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I. **1995**.
- MORGENTHALER, D. G. et ROSENFELD, A. «Surfaces in Three-Dimensional Digital Images». *Information and Control*, 51(3):227–247. **1981**.
- MULLIKIN, J. C. «The Vector Distance Transform in Two and Three Dimensions». *Computer Vision, Graphics, and Image Processing. Graphical Models and Image Processing*, 54(6):526–535. **1992**.
- MULLIKIN, J. C. et VERBEEK, P. W. «Surface area estimation of digitized planes». *Bioimaging*, 1:6–16. **1993**.
- NAKAMURA, A. et AIZAWA, K. «Digital Circles». *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 26(2):242–255. **1984**.
- O'ROURKE, J. «An on-line algorithm for straight lines between data ranges». *Communication of the ACM : Programming Techniques and Data Structures*, 24(9):574–578. **1981**.
- PAPIER, L. *Polyédrisation et visualisation d'objets discrets tridimensionnels*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg, France. **1999**.
- PAPIER, L. et FRANÇON, J. «Evaluation de la normale au bord d'un objet discret 3D». *Revue de CFAO et d'informatique graphique*, 13:205–226. **1998**.
- PERROTON, L. *Segmentation parallèle d'images volumiques*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Lyon. **1994**.
- PIPER, J. et GRANUM, E. «Computing Distance Transformations in Convex and Non-Convex Domains». *Pattern Recognition*, 20:599–615. **1987**.
- PITTEWAY, M. L. V. «Integer circles, etc. - some further thoughts». *Computer Graphics and Image Processing*, 3:262–265. **1974**.
- PREPARATA, F. P. et SHAMOS, M. I. *Computational Geometry : An Introduction*. Springer-Verlag. **1985**.
- RAGNEMALM, I. *Contour processing distance transforms*, pages 204–211. World Scientific. **1990**.
- REMY, E. *Normes de chanfrein et axe médian dans le volume discret*. Thèse de doctorat, Université de la Méditerranée (Aix-Marseille 2). **2001**.
- REMY, E. et THIEL, E. «Optimizing 3D Chamfer Masks with Norm Constraints». Dans *Int. Workshop on Combinatorial Image Analysis*, pages 39–56. Caen. **2000**.

- REVEILLÈS, J.-P. *Géométrie discrète, calcul en nombres entiers et algorithmique*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg. **1991**.
- REVEILLÈS, J.-P. «The geometry of the intersection of voxel spaces». Dans S. Fourey, G. T. Herman et T. Y. Kong, éditeurs, *International Workshop on Combinatorial Image Analysis*, volume 46 de *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*. Elsevier Science Publishers, Temple University, Philadelphia, U.S.A. **2001**.
- REVEILLÈS, J.-P. et YAACOUB, G. «A sublinear 3D convexhull algorithm for lattices». Dans *5th Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 219–230. **1995**.
- ROSENFELD, A. «Connectivity in Digital Pictures». *Journal of the ACM*, 17(1):146–160. **1970**.
- ROSENFELD, A. «Digital straight lines segments». *IEEE Transactions on Computers*, pages 1264–1369. **1974**.
- ROSENFELD, A. et KLETTE, R. «Digital Straightness». Dans S. Fourey, G. Herman et T. Kong, éditeurs, *International Workshop on Combinatorial Image Analysis*, volume 46 de *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*. Elsevier Science Publishers, Temple University, Philadelphia, U.S.A. **2001**.
- ROSENFELD, A. et PFALTZ, J. L. «Sequential Operations in Digital Picture Processing». *Journal of the ACM*, 13(4):471–494. **1966**.
- ROSENFELD, A. et PFALTZ, J. L. «Distance functions on digital pictures». *Pattern Recognition*, 1:33–61. **1968**.
- SAITO, T. et TORIWAKI, J. I. «New algorithms for Euclidean distance transformations of an n -dimensional digitized picture with applications». *Pattern Recognition*, 27:1551–1565. **1994**.
- SALAM, I., NEHLIG, P. et ANDRÈS, E. «Discrete Ray-Casting». *Discrete Geometry for Computer Imagery*. **1999**.
- SANNITI DI BAJA, G. et SVENSSON, S. «Detecting centres of maximal discs». *9th Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 443–452. **2000**.
- SAUER, P. «On the recognition of digital circles in linear time». *Computational Geometry: Theory and Application 2*, pages 287–302. **1993**.
- SETHIAN, J. A. «A Fast Marching Level Set Method for Monotonically Advancing Fronts». *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 93:1591–1595. **1996a**.
- SETHIAN, J. A. *Level Set Methods*. Cambridge University Press. **1996b**.
- SINTORN, I.-M. et BORGEFORS, G. «Weighted Distance Transforms for Images Using Elongated Voxel Grids». Dans *10th International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery*, numéro 2301 dans LNCS, pages 244–254. Springer. **2002**.
- SIVIGNON, I. *Reconnaissance de plans discrets et polyédrisation d'objets 3D*. Ecole Normale Supérieure de Lyon, Mémoire de DEA au Laboratoire des Images et des Signaux, Grenoble. **2001**.

- SIVIGNON, I. et COEURJOLLY, D. «From digital plane segmentation to polyhedral representation». Dans *Theoretical Foundations of Computer Vision, Geometry, Morphology, and Computational Imaging*. Springer-Verlag. A paraître. **2002**.
- SLOBODA, F. et ZATKO, B. *On one-dimensional grid continua in \mathbb{R}^2* . Rapport technique, Institute of Control Theory and Robotics, Bratislava. **1996**.
- SLOBODA, F. et ZATKO, B. «On approximation of Jordan surfaces in 3D». Dans G. Bertrand, A. Imiya et R. Klette, éditeurs, *Digital and Image Geometry*, volume 2243 de *LNCS*, pages 365–388. Springer-Verlag. **2001**.
- SLOBODA, F., ZATKO, B. et FERIANC, P. *Advances in Digital and Computational Geometry*, chapitre On approximation of planar one-dimensional continua. Springer. **1998**.
- SOILLE, P. «Spatial distributions from contour lines: an efficient methodology based on distance transformations». *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2(2):138–150. **1991**.
- SOILLE, P. «Generalized geodesy via geodesic time». *Pattern Recognition Letters*, 15(12):1235–1240. **1994**.
- SOILLE, P. *Morphological Image Analysis*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York. **1999**.
- STOJMENOVIĆ, I. et TOSIĆ, R. «Digitization schemes and the recognition of digital straight lines, hyperplanes and flats in arbitrary dimensions». Dans *Vision Geometry, contemporary Mathematics Series*, volume 119, pages 197–212. American Mathematical Society, Providence, RI. **1991**.
- TEH, C.-H. et CHIN, R. «On the Detection of Dominant Points on Digital Curves». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11:859–872. **1989**.
- TELLIER, P. et DEBLED-RENNESON, I. «3D Discrete Normal Vector». Dans *8th Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 447–458. Springer-Verlag, LNCS, 1568. **1999**.
- THIEL, E. *Les distances de chanfrein en analyse d'images : fondements et applications*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier. **1994**.
- THIEL, E. *Géométrie des distances de chanfrein*. Habilitation à diriger les recherches, Université de la Méditerranée (Aix-Marseille 2). **2001**.
- THIRION, J. P. et GOURDON, A. *The 3D Marching Lines Algorithm and its Application to Crest Lines Extraction*. Rapport technique 1672, INRIA. **1992**.
- THOMASSEN, C. «On the Complexity of Finding a Minimum Cycle Cover of a Graph». *SIAM Journal on Computing*, 26(3):675–677. **1997**.
- THÜRMER, G. «Smoothing Normal Vectors on Discrete Surfaces while Preserving Slope Discontinuities». *Computer Graphics Forum*, 20(2):103–114. **2001**.
- THÜRMER, G. et WÜTHRICH, C. A. «Varying neighbourhood parameters for computation of normals on surfaces in discrete space». Dans *Proc. Computer Graphics International*, pages 616–625. IEEE Computer Society Press. **1998**.

- TOUGNE, L. *Cercles discrets sur automates cellulaires*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Lyon. **1997**.
- TROESCH, A. «Interpretation géométrique de l'algorithme d'Euclide et reconnaissance de segments». *Theoretical Computer Science*, 115(2):291–319. **1993**.
- UDUPA, J. K. «Multidimensional Digital Boundaries». *Computer Vision and Image Processing: Graphical models and image processing*, 56:311–323. **1994**.
- UDUPA, J. K., SRIHARI, S. N. et HERMAN, G. T. «Boundary detection in multi-dimensions». *IEEE Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 4(1):41–50. **1982**.
- VAN DER WAERDEN, B. L. *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations*. Springer. **1983**.
- VEELAERT, P. «On the Flatness of digital hyperplanes». *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 3:205–221. **1993**.
- VEELAERT, P. «Digital planarity of rectangular surface segments». *IEEE Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 16(6):647–652. **1994**.
- VERWER, B. J. H. «Local distances for distance transformations in two and three dimensions». *Pattern Recognition Letters*, 12:671–682. **1991**.
- VERWER, B. J. H., VERBEEK, P. W. et DEKKER, S. T. «An Efficient Uniform Cost Algorithm Applied to Distance Transforms». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(4):425–429. **1989**.
- VIALARD, A. *Chemin euclidiens : un modèle de représentation des contours discrets*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1. **1996a**.
- VIALARD, A. «Geometrical Parameters Extraction from Discrete Paths». Dans *6th Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 24–35. Springer-Verlag, LNCS, 1176. **1996b**.
- VIDAL, B. *Vers un lancer de rayon discret*. Thèse de doctorat, Thèse de Doctorat, Lille. **1992**.
- VITTONÉ, J. *Caractérisation et reconnaissance de droites et de plans en géométrie discrète*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier-Grenoble 1. **1999**.
- VITTONÉ, J. et CHASSERY, J.-M. «Coexistence of tricubes in digital naive plane». Dans *7th International Workshop in Discrete Geometry for Computer Imagery*, pages 99–110. Springer-Verlag, LNCS, 1347. **1997**.
- VITTONÉ, J. et CHASSERY, J.-M. «Recognition of Digital Naive Planes and Polyhedrization». Dans *Discrete Geometry for Computer Imagery*, numéro 1953 dans LNCS, pages 296–307. Springer. **2000**.
- VOSS, K. *Discrete Images, Objects and Functions in \mathbb{Z}^n* . Numéro 11 dans Algorithms and Combinatorics. Springer-Verlag. **1993**.
- VOSSEPOEL, A. M. et SMEULDERS, A. W. M. «Vector Code Probability and Metri-cation Error in the Representation of Straight Lines of Finite Length». *Computer Graphics and Image Processing*, 20(4):347–364. **1982**.
- WEST, D. B. *Introduction to Graph Theory*. Prentice Hall, seconde édition. **2001**.

- WORRING, M. et SMEULDERS, A. W. M. «Digital Curvature Estimation». *Computer Vision, Graphics, and Image Processing. Image Understanding*, 58(3):366–382. **1993**.
- WORRING, M. et SMEULDERS, A. W. M. «Digitized circular arcs: characterization and parameter estimation». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(6):587–598. **1995**.
- WU, L. D. «On the chain code of a line». *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 4:347–353. **1982**.
- YAGEL, R., COHEN, D. et KAUFMAN, A. «Normal estimation in 3d discrete space». *The Visual Computer*, 8:278–291. **1992**.
- YAMADA, H. «Complete Euclidean Distance Transformation by Parallel Operation». Dans *Seventh International Conference on Pattern Recognition*, pages 69–71. IEEE Publications. **1984**.
- YU, D. et KLETTE, R. «An approximative calculation of relative convex hulls for surface area estimation of 3D digital objects». Dans *International Conference on Pattern Recognition*. IEEE Computer Science, Quebec. **2002**.