ANNEXES

Programmes officiels

Programmes officiels [*avec leurs commentaires*], dans l'enseignement secondaire général, en statistique et probabilités, pour la période 1942 - 2002

Série philosophie-sciences : 1942 - 1945

- **Terminale philosophie-sciences[2025]. (octobre 1942 - juin 1945)**

- Combinaisons et probabilités simples. [*La définition des combinaisons et des probabilités simples est seule au programme ; elle a pour objet de permettre des exercices de dénombrement.*][2026]

Série sciences expérimentales : 1945 - 1967

- **Terminale sciences expérimentales[2027]. (octobre 1945 - juin 1967)**

- Combinaisons et probabilités simples. [*La définition des combinaisons et des probabilités simples est seule au programme ; elle a pour objet de permettre des exercices de dénombrement.*][2028]

[2025] Arrêté du 16 juillet 1942, publié au Journal Officiel le 2 août 1942
[2026] Journal Officiel de l'État français, 2 août 1942, p.2660
[2027] Arrêté du 15 septembre 1945, BOEN n°46 du 27 septembre 1945, p.3274
[2028] Horaires, programmes, instructions, Mathématiques, cycle d'observation, classes d'accueil et d'adaptation, collèges d'enseignement général, collèges d'enseignement secondaire, lycées classiques et modernes, lycées techniques (préparation au baccalauréat), brochure n°59 Pg, éditions de l'Institut Pédagogique National, 1966, p.60

Série technique économique : 1951 - 1967

- **Seconde T'[2029]. (octobre 1951) - juin 1965)**

Initiation aux disciplines nécessaires à l'observation des faits économiques et à leur représentation

La discipline du classement

- 1. Les observations, leur enregistrement et leur groupement
    - Présentation des données : série statistique des valeurs observées d'un caractère, représentée par une liste énumérative ou une collection de fiches.
    - Nombre de répétitions et fréquence d'une de ces valeurs. Construction de tables des nombres de répétitions ou des fréquences relatives à une série statistique.
    - Groupement des données : fréquences cumulées. Application au classement des valeurs observées d'un caractère.
    - Tableaux numériques.
    - Classements objectifs et classements subjectifs ; classements multiples. Classements combinés relatifs à une même population.
- 2. Leur représentation graphique
    - Diverses formes de graphiques utilisés dans la présentation de faits économiques. Graphiques non cumulatifs et graphiques cumulatifs (échelles arithmétique et polaire).
    - Diagrammes divers.
    - Établissement et interprétation sommaire de ces graphiques[2030].

- **Première T'[2031]. (octobre 1952 - juin 1966)**

Notions de mathématiques statistiques

- I. Les séries statistiques
    - Définition.
    - Représentation graphique.
    - Graphique à échelle arithmétique, à échelle logarithmique.
    - Construction et interprétation de ces graphiques.
    - Polygone et courbe de fréquence, courbe cumulative.
    - Critique des apparences graphiques.

[2029] Arrêté du 13 octobre 1951
[2030] Horaires, programmes, instructions, Mathématiques, cycle d'observation, classes d'accueil et d'adaptation, collèges d'enseignement général, collèges d'enseignement secondaire, lycées classiques et modernes, lycées techniques (préparation au baccalauréat), brochure n°59 Pg, éditions de l'Institut Pédagogique National, 1964, p.122
[2031] Arrêté du 19 août 1952

- <u>II. Éléments caractéristiques d'une série statistique, paramètres de position</u>
  - Valeurs typiques.
  - Médiane.
  - Moyennes (arithmétiques, pondérées, géométriques).
  - Dominante.
  - Évaluation de la dispersion.
  - Intervalles de variations ; quartiles, déciles, centiles, écart moyen arithmétique, écart type, fluctuation, écart équiprobable.
- <u>III. Ajustement linéaire</u>
  - Ajustement par moyennes discontinues. Méthode des moindres carrés.
  - Ajustement pouvant se ramener au premier degré par un changement de variable.
- <u>IV. Séries chronologiques ; mouvement de longue durée</u>
  - Droite de longue durée.
  - Données régularisées.
  - Variations saisonnières.
  - Mise en évidence par graphiques et tableaux.
  - Élimination : procédé de la moyenne mensuelle, de la moyenne mobile, des chaînes de rapport.
- <u>V. Notion de corrélation</u>
  - Définition.
  - Coefficient de corrélation linéaire.
  - Droite de régression.[2032]

[2032] Horaires, programmes, instructions, Mathématiques, cycle d'observation, classes d'accueil et d'adaptation, collèges d'enseignement général, collèges d'enseignement secondaire, lycées classiques et modernes, lycées techniques (préparation au baccalauréat), brochure n°59 Pg, éditions de l'Institut Pédagogique National, 1964, p.123-124

- **Terminale T'E[2033], (technique et économie). (octobre 1953 - juin 1967)**

Arithmétique

- IV. Combinaisons, permutations, arrangements (sans répétition)

Notions de mathématiques statistiques

- I. Notions de calcul de probabilités
  - Probabilités simples ; probabilités totales. Probabilités composées.
  - Espérance mathématique. Loi des grands nombres : Lemme de Bienaymé et son utilisation par Tchebicheff ; théorèmes de Bernoulli et de Borel, épreuves répétées dans le cas de deux éventualités dont les probabilités sont constantes ; utilisation du binôme de Newton pour un exposant positif entier et rappel des notions d'écart moyen, fluctuation, écart quadratique moyen, écart équiprobable, écart réduit ; moment de divers ordres.
- II. Lois statistiques
  - Distribution binomiale, ses caractéristiques.
  - Distribution des moyennes.
  - Distribution normale : courbe de Laplace-Gauss.
- III. Principes de la méthodologie statistique
  - Applications des propriétés de la distribution normale au problème du jugement par échantillon : valeur significative d'une moyenne.
  - Estimation de la moyenne vraie à l'aide d'un échantillon ; valeur significative de la différence entre deux moyennes d'échantillon.
- IV. Applications à la vie économique

  Étude descriptive et critique des documents statistiques.
- V. Indications sur les questions suivantes
  - Les nombres indices : leur confection, leur utilisation. Indices de prix, de production.
  - Emploi de la statistique dans la conduite et le contrôle des entreprises. Contrôle des matières premières, de la production ; analyse des stocks. Statistique de direction : prévisions.[2034]

[2033] Arrêté du 10 octobre 1953

[2034] Horaires, programmes, instructions, Mathématiques, cycle d'observation, classes d'accueil et d'adaptation, collèges d'enseignement général, collèges d'enseignement secondaire, lycées classiques et modernes, lycées techniques (préparation au baccalauréat), brochure n°59 Pg, éditions de l'Institut Pédagogique National, 1964, p.126

Premières et Terminales A, B, C, E, D[2035] : 1966 - 1972

- **Première A. (septembre 1966 - juin 1971)**
- Séries statistiques
  - Présentation de documents statistiques, représentations graphiques. Éléments caractéristiques d'une série statistique. Médiane, moyennes, quantiles.[2036]

- **Terminale A. (septembre 1967 - juin 1972)**
- Statistique et probabilités
  - Problèmes de dénombrements et applications simples. Principe du calcul des probabilités. Variable aléatoire. Notion de loi de probabilité : loi de Gauss ou normale.[2037]

- **Première B. (septembre 1966 - juin 1971)**
- Initiation à la statistique
  - 1° Séries statistiques. Présentation des documents statistiques : observation, enregistrement et groupement des données. Tableaux numériques. Diverses représentations graphiques. Polygone et courbe de fréquence, courbe cumulative. Éléments caractéristiques d'une série statistique. Médiane, moyennes, dominante. Évaluation de la dispersion : quantiles, écart moyen arithmétique, fluctuation, écart-type.
  - 2° Les indices de la vie économique. Indices simples, synthétiques. Confection, utilisation. Indices usuels.
  - 3° Ajustement linéaire. Méthode graphique, méthode des moyennes discontinues, méthodes des moindres carrés.
  - 4° Séries chronologiques. Les composantes fondamentales du mouvement d'ensemble : mouvement de longue durée, mouvement cyclique, variations saisonnières (divers procédés d'éliminations), variations accidentelles.
  - 5° Notions sur la corrélation. Définition. Droite de régression, covariance, coefficient de corrélation linéaire[2038].

[2035] Arrêté du 8 juin 1966 publié au Journal Officiel le 15 juin 1966, p.4811

[2036] Horaires, programmes, instructions, Mathématiques, cycle d'observation, classes d'accueil et d'adaptation, collèges d'enseignement général, collèges d'enseignement secondaire, lycées classiques et modernes, lycées techniques (préparation au baccalauréat), brochure n°59 Pg, éditions de l'Institut Pédagogique National, 1966, p.44

[2037] Horaires, programmes, instructions, Mathématiques, cycle d'observation, classes d'accueil et d'adaptation, collèges d'enseignement général, collèges d'enseignement secondaire, lycées classiques et modernes, lycées techniques (préparation au baccalauréat), brochure n°59 Pg, éditions de l'Institut Pédagogique National, 1966, p.86

[2038] Horaires, programmes, instructions, Mathématiques, cycle d'observation, classes d'accueil et d'adaptation, collèges d'enseignement général, collèges d'enseignement secondaire, lycées classiques et modernes, lycées techniques (préparation au baccalauréat), brochure n°59 Pg, éditions de l'Institut Pédagogique National, 1966, p.46

- **<u>Terminale B. (septembre 1967 - juin 1972)</u>**
- <u>Notions sur le calcul des probabilités et la méthode statistique</u>
  - 1° Principes du calcul des probabilités. Probabilités. Probabilités simples ; probabilités totales et probabilités composées.
  - 2° Variable aléatoire. Notion de loi de probabilité. Valeurs typiques d'une loi de probabilité : espérance mathématique (moment d'ordre 1), moment d'ordre 2 ; variance, écart quadratique moyen ou écart-type. Inégalité de Bienaymé-Tchebitcheff.
  - 3° Lois importantes de probabilité : loi binomiale, loi de Laplace-Gauss ou loi normale, loi de Poisson.
  - 4° Loi des grands nombres. Énoncés commentés des théorèmes de Bernoulli et de Borel.
  - 5° Principe de la méthode statistique. Applications des propriétés de la distribution normale au jugement d'un échantillon. Estimation d'une moyenne. Valeur significative d'une moyenne ; intervalle de confiance. Valeur significative de la différence entre les moyennes de deux échantillons.[2039]

- **<u>Premières C et T. (septembre 1966 - juin 1971)</u>**

Le programme ne fait référence à aucune notion de statistique.[2040]

- **<u>Terminales C et T. (septembre 1967- juin 1972)</u>**

Le programme d'arithmétique comporte l'analyse combinatoire (permutations, arrangements, combinaisons sans répétitions, formule du binôme) mais ne comporte ni statistiques ni probabilités.[2041]

- **<u>Première D. (septembre 1966 - juin 1971)</u>**
- Le programme est identique à celui de la section B à l'exception de la partie consacrée aux indices économiques qui ne figure qu'en Première B.[2042]

[2039] Horaires, programmes, instructions, Mathématiques, cycle d'observation, classes d'accueil et d'adaptation, collèges d'enseignement général, collèges d'enseignement secondaire, lycées classiques et modernes, lycées techniques (préparation au baccalauréat), brochure n°59 Pg, éditions de l'Institut Pédagogique National, 1966, p.88

[2040] Horaires, programmes, instructions, Mathématiques, cycle d'observation, classes d'accueil et d'adaptation, collèges d'enseignement général, collèges d'enseignement secondaire, lycées classiques et modernes, lycées techniques (préparation au baccalauréat), brochure n°59 Pg, éditions de l'Institut Pédagogique National, 1966, p.46-48

[2041] Horaires, programmes, instructions, Mathématiques, cycle d'observation, classes d'accueil et d'adaptation, collèges d'enseignement général, collèges d'enseignement secondaire, lycées classiques et modernes, lycées techniques (préparation au baccalauréat), brochure n°59 Pg, éditions de l'Institut Pédagogique National, 1966, p.88-95

[2042] Horaires, programmes, instructions, Mathématiques, cycle d'observation, classes d'accueil et d'adaptation, collèges d'enseignement général, collèges d'enseignement secondaire, lycées classiques et modernes, lycées techniques (préparation au baccalauréat), brochure n°59 Pg, éditions de l'Institut Pédagogique National, 1966, p.54

- **<u>Terminale D. (septembre 1967 - juin 1972)</u>**
- <u>Statistique et probabilités</u>

  - 1° Préliminaires d'analyse combinatoire. Permutations, arrangements, combinaisons sans répétitions. Formule du binôme. Problèmes de dénombrement et les applications simples.

  - 2° Principes du calcul des probabilités. Variable aléatoire. Notion de loi de probabilité : loi binomiale, loi de Gauss ou normale, loi des grands nombres, loi de Poisson.

  - 3° Statistique appliquée. Estimation d'une moyenne (dans le seul cas où la loi de distribution est normale). Valeur significative d'une moyenne et intervalle de confiance.[2043]

[2043] Horaires, programmes, instructions, Mathématiques, cycle d'observation, classes d'accueil et d'adaptation, collèges d'enseignement général, collèges d'enseignement secondaire, lycées classiques et modernes, lycées techniques (préparation au baccalauréat), brochure n°59 Pg, éditions de l'Institut Pédagogique National, 1966, p.99

Premières[2044] et Terminales[2045] A, B, C, E, D : 1971 - 1983

- **Premières A et B. (septembre 1971 - juin 1982)**
- Notions générales
  - En vue de la statistique et du calcul des probabilités : ensemble des parties d'un ensemble.
  - Applications d'un ensemble fini vers un ensemble fini ; cas des applications injectives et bijectives, leur dénombrement ; parties à p éléments d'un ensemble fini, leur dénombrement.
- Statistique et probabilités
  - Statistique
  - Description statistique d'une population ou d'un échantillon. Documents statistiques ; représentations graphiques. Effectifs, fréquences.
  - Probabilités
  - Espaces probabilisés finis (Ω, $\mathcal{P}(\Omega)$, p). Exemples (dés pipés ou non, cartes, urnes…). Variable aléatoire numérique ; événements liés à une variable aléatoire X (par exemples, $X = a$ donné ; $X < a$ donné). Fonction de répartition, croissance. Distribution dans $\mathbb{R}$. Distribution binomiale[2046].

- **Terminale A. (septembre 1972 - juin 1983)**
- **Programme complémentaire**
- Calcul des probabilités
- Espaces probabilisés finis (Ω, $\mathcal{P}(\Omega)$, p). Exemples (dés pipés ou non, cartes, urnes, …). Variable aléatoire numérique ; événements liés à une variable aléatoire X (par exemples, parties de Ω telles que $X(\omega) = a$, ou $X(\omega) < a$ pour a donné) ; densité discrète ; fonction de répartition, croissance, espérance mathématique ou valeur moyenne) et variance d'une variable aléatoire. Probabilité conditionnelle d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle. Événements indépendants. Produits d'espaces probabilisés finis ; exemples.[2047]

- **Terminale B. (septembre 1972 - juin 1983)**
- Statistique et Probabilités : révision du programme de Première B.[2048]

[2044] Arrêté du 19 mars 1970 publié au BOEN n°17 du 23 avril 1970
[2045] Arrêté du 14 mai 1971 publié au Journal Officiel le 17 juin 1971, p.5828 et au BOEN n°25 du 24 juin 1971
[2046] BOEN n°17, 23 avril 1970, p.1402-1403
[2047] BOEN n°25, 24 juin 1971, p.1589
[2048] BOEN n°25, 24 juin 1971, p.1592

- **Premières C et E. (septembre 1971 - juin 1982)**
- Même programme qu'en Première A et B.[2049]

- **Terminales C et E. (septembre 1972[2050] - juin 1983)**
- Probabilités sur un ensemble fini
  - 1. Espaces probabilisés finis $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$. Applications mesurables (ou variables aléatoires) : probabilité image, fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle. Couple de variables aléatoires réelles, loi du couple. Lois marginales. Couple indépendant. Système de n variables aléatoires indépendantes.
  - 2. Espérance mathématique d'une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{R}^2$. Espérance mathématique de la somme de deux variables aléatoires réelles d'un couple, du produit dans le cas d'un couple indépendant. Variance, écart-type d'une variable aléatoire réelle.
  - 3. Inégalité de Bienaymé-Tchebitcheff. Épreuves répétées ; loi faible des grands nombres.[2051]

- **Première D. (septembre 1971 - juin 1982)**
- Même programme qu'en Premières A, B, C et E pour les "notions générales" et la partie "statistique".
  - Probabilités : Espaces probabilisés finis $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$. Exemples (dés pipés ou non, cartes, urnes…).[2052]

- **Terminale D. (septembre 1972[2053] - juin 1983)**
- Même programme de probabilités qu'en Terminale C et E auquel s'ajoute un paragraphe statistique.
  - 4. Description statistique d'une population ou d'un échantillon (révision du programme de statistique de 1ère D°; exercices pratiques sur ce programme) : calcul des coefficients de corrélation observés.[2054]

[2049] BOEN n°17, 23 avril 1970, p.1405 et 1407 pour la série C, p.1411 et 1414 pour la série E
[2050] - supprimé en 1971-1972 : BOEN n°25, 24 juin 1971, p.1616 -
[2051] BOEN n°25, 24 juin 1971, p.1600 & p.1615-1616
[2052] BOEN n°17, 23 avril 1970, p.1410
[2053] - alinéas 3 et 4 supprimés en 1971-1972 : BOEN n°25, 24 juin 1971, p.1616 -
[2054] BOEN n°25, 24 juin 1971, p.1606-1607

Seconde, Premières A1 et B, A2 et A3, S et E, Terminales A1, A2, A3, C et E, D : 1981 - 1989

- **Seconde. (septembre 1981 - juin 1985)**
- Statistiques

Les documents nécessaires seront empruntés à l'environnement de l'élève ou proposés en liaison avec les enseignements de sciences biologiques, économiques et humaines. Il est souhaitable que ces documents soient authentiques et récents.

- Description statistique d'une population ou d'un échantillon. Tableaux de données, relevés périodiques, réponses à une enquête… ; classement de ces données, représentations graphiques diverses. Effectifs, fréquences, fréquences cumulées. Moyennes. [*Il est conseillé de faire porter ces activités sur l'étude d'une seule situation, apte à une bonne approche des notions statistiques, et de se borner à explorer ces notions sur l'exemple choisi par le professeur. Des données nombreuses sont indispensables : des phases distinctes sont à prévoir dans le déroulement.*][2055]

- **Premières A1 et B. (septembre 1982 - juin 1985)**
- Statistiques
- Séries statistiques à une variable. Variables qualitatives et variables quantitatives. Éléments caractéristiques d'une série statistique : Caractéristiques de position : mode, médiane, moyennes. Caractéristiques de dispersion : étendue, écart-moyen, écart-type.
- **Thèmes communs aux séries A1 et B**
- Manipulation de documents statistiques qu'on prendra dans les disciplines les plus diverses. Étude des effets d'un regroupement en classes. Observation de phénomènes aléatoires.
- **Thème spécifique à la série A1**
- Évolution historique des statistiques.
- **Thèmes spécifiques à la série B**
- Élaboration et comparaison de graphiques à échelles arithmétiques, logarithmiques, semi-logarithmiques. Utilisation de graphiques polaires, triangulaires.[2056]

[2055] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1982, p.30

[2056] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1982, p.45 & 65

- **<u>Premières A2 et A3. (septembre 1982 - juin 1988)</u>**
- <u>Organisation des données</u>
- On partira de quelques situations tirées de domaines très divers pour faire étudier : l'utilisation de relations binaires pour organiser des données ; quelques exemples de dénombrements sans utilisation systématique de formules ; l'apport de certaines représentations graphiques pour l'organisation et le dénombrement (arbres, organigrammes...) ; l'interprétation d'une variable qualitative comme définissant une partition d'une population ; le tableau d'effectifs (ou de contingence) issu du croisement de deux partitions d'une même population.[2057]

- **<u>Terminale A1 (philosophie-lettres, option lettres-mathématiques). (septembre 1983 - juin 1986)</u>**
- <u>Dénombrement</u>
- Nombre de parties à p éléments d'un ensemble à n éléments. Nombre de suites à p éléments d'un ensemble à n éléments. Nombre de suites à p éléments distincts d'un ensemble à n éléments. Formule du binôme. Calcul de probabilités simples issues de dénombrement (par exemple : lancers de deux ou trois dés, jeux de cartes…).[2058]

[2057] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1982, p.55
[2058] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1982, p.48

- **Terminales A2 et A3 (philosophie-lettres, option lettres-langues et philosophie-lettres, option lettres-arts). (septembre 1983 - juin 1989)**

- **Partie obligatoire**

- Statistiques

- Séries statistiques à une variable. Éléments caractéristiques d'une série statistique : Caractéristiques de position : mode, médiane, moyennes. Caractéristiques de dispersion : étendue, écart-moyen, écart-type. Variables qualitatives et variables quantitatives : cas de deux variables. Initiation à l'ajustement linéaire.[2059]

- **Partie optionnelle**

Dans le but d'aider les élèves à suivre avec plus d'intérêt un enseignement qui se veut plus culturel que technique, il a été décidé de leur proposer, pour compléter les statistiques et l'analyse, le programme de l'une des cinq options indiquées : arithmétique, activités algorithmiques, géométrie, probabilités, astronomie.

- Probabilités

- Matériel des jeux de hasard (pièces, cartes, dés, lotos, roulettes…). Calcul des probabilités simples d'événements liés à une expérience aléatoire : espérance du gain d'un joueur. Répétition des expériences : lancer plusieurs dés, tirages successifs avec ou sans remise dans une urne. Étude de quelques problèmes classiques (chevalier de Méré, Règles des partis).[2060]

- **Terminale B (économique et sociale). (septembre 1983 - juin 1986)**

- Notions sur le calcul des probabilités et la méthode statistique

- Dénombrements

- Nombre de parties à p éléments d'un ensemble à n éléments. Nombre de suites à p éléments d'un ensemble à n éléments. Nombre de suites à p éléments distincts d'un ensemble à n éléments. Calcul de probabilités simples issues de dénombrement. Formule du binôme. Schéma de Bernoulli. Distribution binomiale.

- Statistiques

- Étude simultanée de deux variables qualitatives. Tableaux d'effectifs (ou de contingence). Fréquences marginales et conditionnelles. Étude simultanée de deux variables quantitatives. Ensemble de régression d'une variable par rapport à l'autre. Ajustement affine par moindres carrés. Droites de régression. Coefficient de corrélation linéaire.[2061]

[2059] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1982, p.56-57

[2060] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1982, p.58

[2061] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1982, p.68

- **<u>Premières scientifiques S et E. (septembre 1982 - juin 1985)</u>**
- <u>Statistiques</u>
- Étude de séries statistiques à une variable. Fréquences, histogramme. Éléments caractéristiques de description et d'analyse d'une série statistique : caractéristiques de position (médiane, moyennes) ; caractéristiques de dispersion (écart-moyen, écart-type).
- <u>Thème (à titre indicatif)</u> : Le regroupement en classes ; ses effets sur les caractères quantitatifs.[2062]

- **<u>Terminales C et E (mathématiques et sciences physiques et mathématiques et technique). (septembre 1983 - juin 1986)</u>**
- <u>Combinatoire. Statistiques</u>
- <u>Combinatoire</u>
- a) Nombre des applications d'un ensemble fini dans un autre ; nombre des injections ; arrangements. Nombre des parties de cardinal donné d'un ensemble fini ; combinaisons. Notations C_n^p ou $\binom{n}{p}$. Relations $C_n^p = C_n^{n-p}$, $C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$ Exemples variés de dénombrements. Formule du binôme. Exemples variés de dénombrements ; on fera le lien avec quelques calculs (sans théorie) de probabilités dans le cas d'équiprobabilité sur un ensemble fini d'épreuves.
- b) Formule du binôme.
- c) Étude simultanée de deux grandeurs numériques mesurées sur une population de m individus ; nuage de points associés dans $\mathbb{R}^2$. Ajustement à m points expérimentaux, d'une fonction affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression, coefficient de corrélation linéaire. Cas de points pondérés, barycentre du nuage. Inertie du nuage par rapport à un point ; minimum de cette inertie.[2063]

[2062] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1982, p.80
[2063] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1982, p.90

▪ **Terminale D (mathématiques et sciences de la nature). (septembre 1983 - juin 1986)**

▪ Combinatoire. Statistiques. Probabilités

▪ a) Nombre des applications d'un ensemble fini dans un autre ; nombre des injections ; arrangements. Nombre des parties de cardinal donné d'un ensemble fini ; combinaisons. Notations C_n^p ou $\binom{n}{p}$. Relations $C_n^p = C_n^{n-p}$, $C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$. Exemples variés de dénombrements. Formule du binôme.

▪ b) Exemples de situations où le hasard intervient ; association à une telle situation d'un ensemble fini d'épreuves Ω et d'une probabilité sur les parties de Ω (appelées événements). Probabilité uniforme sur Ω, calcul des probabilités par dénombrement. Probabilité conditionnelle d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle. Événements indépendants. Enchaînement des expériences : produit de deux probabilités sur un produit cartésien ; schéma de Bernoulli.

▪ c) Aléa numérique (variable aléatoire réelle) prenant un nombre fini de valeurs ; probabilité associée à un tel aléa sur les parties de $\mathbb{R}$; fonction de répartition, espérance mathématique, variance, écart-type ; variable centrée, variable réduite. Aléas indépendants. Distribution binomiale. [*L'alinéa qui suit n'est pas au programme du baccalauréat*] : Sur un exemple on procédera à l'approximation d'une distribution binomiale par la loi de Gauss après avoir brièvement défini cette loi.

▪ d) [statistiques] Étude simultanée de deux grandeurs numériques mesurées sur une population de m individus ; nuage de points associés dans $\mathbb{R}^2$. Ajustement à m points expérimentaux, d'une fonction affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression. Cas de points pondérés, barycentre du nuage. Inertie du nuage par rapport à un point ; minimum de cette inertie.[2064]

[2064] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1982, p.107

<u>Les programmes du collège (relatifs aux statistiques) depuis 1986</u>

- **<u>Sixième. (À partir de septembre 1986)</u>**
- Lecture, interprétation de tableaux et de graphiques.[2065]

- **<u>Cinquième. (À partir de septembre 1987)</u>**
- <u>Statistiques</u>
- À partir d'exemples concrets (empruntés à la géographie, à l'histoire, ou à des enquêtes par questionnaires…), la distribution des réponses à une question conduira à traduire les données sous la forme d'un tableau et à utiliser des représentations sous la formes de diagrammes en bâtons, en barres, semi-circulaires ou circulaires. [*Lire des données statistiques présentées sous la forme de tableaux ou de représentations graphiques. Traduire des données statistiques sous la forme d'un diagramme en bâtons.*][2066]

- **<u>Quatrième. (À partir de septembre 1988)</u>**
- <u>Exploitation de données statistiques</u>
- Fréquences relatives et leur expression en "pour cent" ; effectifs cumulés, fréquences cumulées. [*Les travaux prendront appui sur des situations faisant référence aux thèmes transversaux. Savoir lire des données statistiques présentées sous la forme de tableaux ou de diagrammes d'effectifs ou de fréquences.*] Les effectifs cumulés et fréquences cumulées peuvent se révéler utiles à l'occasion d'activités, mais rien n'est exigible à leur sujet. [*À partir de données statistiques, présenter les effectifs ou les fréquences dans des tableaux et tracer les diagrammes correspondants.*][2067]

- **<u>Troisième. (À partir de septembre 1989)</u>**
- <u>Exploitation de données statistiques</u>
- Moyenne ; moyennes pondérées ; médiane. [Les travaux permettront de faire la synthèse des activités analogues des années antérieures. *Savoir lire et expliquer des données statistiques mises sous forme de tableaux ou de diagrammes d'effectifs ou de fréquences, savoir calculer une moyenne.*] Les élèves seront initiés au calcul de moyennes pondérées, et la notion de médiane sera dégagée, mais aucune connaissance n'est exigible sur ces deux points. [*À partir de données statistiques, calculer les effectifs ou les fréquences dans des tableaux et tracer les diagrammes correspondants*.][2068]

[2065] Compléments aux programmes et instructions des classes de collège, BOEN n°spécial 4 du 30 juillet 1987, p.16
[2066] Compléments aux programmes et instructions des classes de collège, BOEN n°spécial 4 du 30 juillet 1987, p.23
[2067] Supplément du BOEN n°25 du 30 juin 1988, p.22
[2068] Encart du BOEN n°12 du 23 mars 1989, p.XXII

Seconde, Premières A1 et B, A2 et A3, S et E et Terminales A1, A2, A3, B, C et E, D : 1985 - 1992

- **Seconde. (septembre 1985 - juin 1990)**
- Statistique

Ce chapitre présente un quadruple intérêt : d'abord la lecture pertinente de tableaux statistiques est maintenant nécessaire à la compréhension du fonctionnement de la société. Ensuite, c'est un excellent terrain pour des activités interdisciplinaires où les élèves peuvent faire preuve d'initiative et développer leurs méthodes de travail. En outre, savoir organiser, représenter et traiter des données fournies à l'état brut, savoir apprécier l'intérêt et les limites d'un processus de mathématisation d'une situation est un élément majeur de toute formation scientifique. Enfin, c'est un secteur d'investissement des activités numériques, des représentations graphiques ou des outils de calcul (calculatrices, ordinateurs). D'autre part, se familiariser progressivement avec le concept de moyenne est un objectif intéressant pour la formation proprement mathématique.

- Description statistique d'une population ou d'un échantillon. Tableaux de données, relevés périodiques, réponses à une enquête... ; classement de ces données, représentations graphiques diverses.

- Effectifs, fréquences, fréquences cumulées. Moyennes. [*À l'issue de la seconde, les élèves doivent savoir analyser, sur un exemple, un tableau de données (calcul de fréquences, de moyennes...), mais les définitions générales des concepts mis en jeu ne sont pas exigibles. Les documents nécessaires seront empruntés à l'environnement de l'élève ou proposés en liaison avec les enseignements de sciences biologiques, économiques et humaines ; on pourra exploiter des relevés chronologiques. Il est souhaitable que ces documents soient authentiques et récents et comportent des données nombreuses. Dans cette perspective, les activités porteront sur l'étude de quelques situations propices à une bonne approche des notions du programme. Dans son déroulement, l'activité statistique comporte plusieurs phases : prise de contact avec les données, lecture de tableaux ; élaboration d'une liste de questions qui se posent à partir de ces données ; choix des moyens à mettre en œuvre pour répondre à ces questions ; accomplissement des calculs (utilisation de calculatrices) ; analyse des graphiques : questions auxquelles ils permettent de répondre et nouvelles questions qu'ils conduisent à poser. Les calculs les plus longs pourront être répartis entre les élèves et effectués à la maison ; l'analyse des graphiques permettra d'en contrôler l'exactitude.*][2069]

[2069] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1989, p.43-44

- **Premières A1 et B. (septembre 1985 - juin 1991)**
- Organisation de données - Statistique

Cette partie est particulièrement bien adaptée aux objectifs des sections A1 et B. Elle favorise les activités interdisciplinaires et donne aux élèves l'occasion d'organiser, de représenter, de traiter des données.

- 1. Organisation de données
  - Travaux pratiques
  - Exemples d'utilisation de représentations en arbre, de tableaux à double entrée, de partitions. [*Il s'agit essentiellement d'habituer les élèves à quelques techniques d'organisation de données. Aucune connaissance théorique n'est exigible des élèves.*]
  - Exemples de mise en place d'algorithmes de classement. [*Le langage des ensembles (appartenance, inclusion, intersection, réunion, complémentaire, partition, bijection) sera utilisé à bon escient sans faire l'objet d'un exposé en soi.*]
  - Exemples de codage. [*En outre, cette partie du programme, comme la partie suivante, consacrée à la statistique, se prête particulièrement à la consolidation des techniques élémentaires de calcul : pourcentages, usage de fractions, proportionnalité.*]
- 2. Statistique
  - Séries statistiques à une variable, quantitative ou qualitative. Caractéristiques de description et d'analyse d'une série statistique quantitative : moyenne (caractéristique de position), écart-type (caractéristique de dispersion). [*Il est important que les élèves sachent utiliser et organiser des documents statistiques issus de domaines variés et comprennent leur importance dans la description de phénomènes sociaux ou économiques du passé ou du présent.*]
  - Travaux pratiques
  - Exemples de recherche et d'utilisation de représentations graphiques de séries statistiques à une variable. Exemples d'étude des effets d'un regroupement en classes. Exemples de séries statistiques obtenues à partir de l'observation de phénomènes aléatoires. [*Les activités pourront mettre en évidence l'intérêt de notions telles que mode, médiane, quartiles ; mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible des élèves*.][2070]

[2070] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1989, p.29

- **<u>Terminales A1 et B[2071]. (septembre 1986 - juin 1992)</u>**
- **<u>Programme commun aux séries A1 et B</u>**

En combinatoire, l'objectif est d'entraîner les élèves à *organiser*, grâce à un *minimum* de langage ensembliste, *des données* issues de secteurs variés, et à traiter des problèmes simples de *dénombrement* relatifs à ces données.

En probabilités, l'objectif est d'entraîner les élèves à *décrire* grâce au langage élémentaire des événements, *quelques expériences aléatoires* simples, et à employer les techniques de dénombrement figurant au programme *pour calculer des probabilités. On évitera toute théorie formalisée* ; en particulier, la notion d'espace probabilisé est hors programme. Pour introduire la notion de probabilité, on s'appuiera sur l'observation d'une série statistique, pratiquée en première : sur un exemple d'expérience aléatoire, on dégagera brièvement les propriétés des fréquences et on mettra en évidence la stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois ; la justification théorique de ce point de vue, notamment par la loi faible des grands nombres, est hors programme.

- <u>1. Organisation de données combinatoires, dénombrements</u>
  - Cardinal du produit cartésien de deux ensembles finis. Cardinal de l'ensemble A^p des p-listes d'éléments d'un ensemble fini A. Cas où les termes d'une telle liste sont distincts deux à deux : dénombrement des arrangements et des permutations, notation n !. [*Les élèves doivent connaître les symboles d'appartenance ($x \in A$), d'inclusion ($A \subset B$), de réunion, d'intersection et de complémentaire ($\overline{A}$) ; mais aucune étude systématique de ces opérations et relations n'est au programme.*]
  - Parties de cardinal donné d'un ensemble fini : dénombrement des combinaisons, notations C_n^p ou $\binom{n}{p}$. Relations $C_n^p = C_n^{n-p}$, $C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$ et interprétation ensembliste de ces relations. Formule du binôme. [*Sont exigibles (pour des ensembles finis) : le cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble ; le cardinal d'une réunion de parties disjointes ; la formule reliant $Card\ (A \cup B)$ et $Card\ (A \cap B)$.*]

- <u>2. Probabilités</u>
  - Evénements, événements élémentaires ; la probabilité d'un événement sera définie par addition de probabilités d'événements élémentaires. Cas où les événements élémentaires sont équiprobables. [*Seul est au programme le cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini.*] Événements disjoints, événement contraire, réunion et intersection de deux événements. [*Les élèves doivent savoir calculer la probabilité de la réunion d'événements disjoints, d'un événement contraire, et connaître la formule reliant les probabilités de $A \cup B$ et de $A \cap B$.*] Probabilité conditionnelle d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle ; indépendance de deux événements. Expériences successives, schéma de Bernoulli ; distribution binomiale. [*Les notions de probabilité-produit et de variable aléatoire ne sont pas au programme.*]

[2071] Arrêté du 30 juillet 1986, publié au Journal Officiel le 7 août 1986 et au BOEN n°31 du 11 septembre 1986

- Travaux pratiques

- Exemples de dénombrements attachés à des situations combinatoires. Exemples de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux…). Exemples d'emploi de dénombrements pour le calcul des probabilités.[2072]

- **Programme spécifique à la série B**

L'objectif est d'exploiter les acquis de Première sur les séries statistiques à une variable et de fournir quelques outils pour l'étude des séries à deux variables.

- Séries statistiques à deux variables quantitatives : Tableau d'effectifs, fréquences marginales, fréquences conditionnelles. Nuage de points de $\mathbb{R}^2$ associé, point moyen. Ajustement affine par moindres carrés, droite de régression. Coefficient de corrélation linéaire. [*Sur les exemples étudiés on s'attachera à mettre en lumière la signification des notions introduites et la pertinence des méthodes mises en œuvre.*]

- Travaux pratiques

- Exemples de calcul de moyennes et de corrélations linéaires portant sur des séries statistiques à deux variables. Exemples d'ajustement affine par moindres carrés de deux séries statistiques à une variable. [*On pourra aussi exploiter des situations nécessitant d'autres types d'ajustement, en les ramenant au cas de l'ajustement affine. Mais aucune connaissance spécifique n'est exigible des élèves sur ces questions, et toutes les indications utiles devront leur être fournies.*][2073]

- **Premières A2 et A3[2074] (septembre 1988 - juin 1991)**
- Organisation de données - Statistique

L'objectif poursuivi est double : donner aux élèves la capacité de lire et d'analyser des documents statistiques rencontrés dans la vie économique et sociale ; donner aux élèves quelques outils pour organiser et représenter des données quantitatives. En outre cette partie du programme se prête bien à la consolidation des techniques élémentaires de calcul : pourcentages, usage de fractions proportionnalité.

- 1. Organisation de données
- Travaux pratiques

- Exemples d'utilisation de représentations en arbre, de tableaux à double entrée, de partitions. [*Il s'agit essentiellement d'habituer les élèves à quelques techniques d'organisation de données. Aucune connaissance théorique n'est exigible des élèves.*]

- 2. Statistique
- Séries statistiques à une variable, quantitative ou qualitative. Caractéristiques de description et d'analyse d'une série statistique quantitative : moyenne (caractéristique de position), écart-type (caractéristique de dispersion). [*Il est important que les élèves sachent utiliser et organiser des documents statistiques issus de domaines variés et comprennent leur importance dans la description de phénomènes sociaux ou économiques du passé ou du présent.*]

2072 BOEN n°31, 11 septembre 1986, p.2380-2381

2073 BOEN n° 31, 11 septembre 1986, p.2380

2074 Arrêté du 25 avril 1988 publié au BOEN n°21 du 2 juin 1988

- Travaux pratiques

- Exemples de recherche et d'utilisation de représentations graphiques de séries statistiques à une variable. Exemples d'étude des effets d'un regroupement en classes. Exemples de séries statistiques obtenues à partir de l'observation de phénomènes aléatoires. [*Les activités pourront mettre en évidence l'intérêt de notions telles que mode, médiane, quartiles ; mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible des élèves*.][2075]

▪ **Terminales A2 et A3[2076] (septembre 1989 - juin 1992)**

▪ **Partie obligatoire**

▪ Probabilités

En probabilités, l'objectif est d'entraîner les élèves à décrire, grâce au langage élémentaire des événements, quelques expériences aléatoires simples, et à calculer des probabilités. On évitera toute théorie formalisée. Pour introduire la notion de probabilité, on s'appuiera sur l'observation d'une série statistique, pratiquée en première : sur un exemple d'expérience aléatoire, on dégagera brièvement les propriétés des fréquences et on mettra en évidence la stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois. On se bornera à l'étude d'exemples où la probabilité d'un événement s'introduit de façon naturelle par addition de probabilités d'événements élémentaires, en insistant sur le cas où les événements élémentaires sont équiprobables. Seul est au programme le cas où les événements élémentaires sont en petit nombre, ce qui évite tout recours à des formules de combinatoire.

- Evénements disjoints, événement contraire, réunion et intersection de deux événements. Les élèves doivent savoir calculer la probabilité de la réunion d'événements disjoints, d'un événement contraire, et connaître la formule reliant les probabilités de $A \cup B$ et de $A \cap B$.

- Travaux pratiques

- Exemples de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (urnes, jeux...).

▪ **Partie optionnelle**

▪ Organisation et traitements de données

- 4. Séries statistiques à deux variables quantitatives : Tableaux d'effectifs, fréquences marginales, fréquences conditionnelles. Nuage de points de $\mathbb{R}^2$, associé, point moyen. Ajustement affine par des méthodes graphiques. [*Sur les exemples étudiés on s'attachera à mettre en lumière la signification des notions introduites et la pertinence des méthodes mises en œuvre.*]

▪ Probabilités

- 1. Exemples d'étude d'expériences aléatoires (calcul de probabilités, d'une espérance, simulation sur ordinateur...). [*Les thèmes de cette rubrique combineront l'emploi, sur des exemples, de techniques très élémentaires avec des aspects historiques et culturels. Toute étude théorique systématique est exclue*.]

[2075] Supplément au BOEN n°21, 2 juin 1988, p.10-11
[2076] Arrêté du 25 avril 1988 publié au BOEN n°21 du 2 juin 1988

- 2. Exemples d'expériences successives (lancers de dés, tirages successifs avec ou sans remise...). Schéma de Bernoulli, distribution binomiale.
- 3. Etude de quelques problèmes issus de l'histoire du calcul des probabilités.[2077]

▪ **<u>Premières scientifiques S et E. (septembre 1985 - juin 1991)</u>**

▪ <u>Statistiques</u>

La statistique constitue un excellent terrain pour les activités interdisciplinaires ; les élèves peuvent y développer leurs méthodes de travail et apprendre à organiser, à représenter et à traiter des données. Elle permet aussi d'exploiter les représentations graphiques et les outils de calcul.

▪ Séries statistiques à une variable

▪ Fréquences, fréquences cumulées, histogrammes. Caractéristiques de description et d'analyse d'une série statistique : moyenne (caractéristique de position) ; écart-type (caractéristique de dispersion). [*Cette étude peut constituer un terrain pour une première utilisation de la notation* Σ.]

- <u>Travaux pratiques</u>
- Exemples d'étude de séries statistiques à une variable. [*Ces exemples seront pris dans des situations réelles. Les activités pourront mettre en évidence l'intérêt de notions réelles telles que : mode, médiane, quartiles, regroupement en classes… Mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible des élèves.*][2078]

[2077] Supplément au BOEN n°21, 2 juin 1988, p.14 et p.16-17

[2078] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1989, p.43-44

- **<u>Terminales C et E. (septembre 1986 - juin 1992)</u>**
- <u>Combinatoire ; probabilités</u>

En combinatoire, l'objectif est d'entraîner les élèves à *organiser*, grâce à un *minimum* de langage ensembliste, *des données* issues de secteurs variés, et à traiter des problèmes simples de *dénombrement* relatifs à ces données.

En probabilités, l'objectif est d'entraîner les élèves à *décrire* grâce au langage élémentaire des événements, *quelques expériences aléatoires* simples, et à employer les techniques de dénombrement figurant au programme *pour calculer des probabilités. On évitera toute théorie formalisée* ; en particulier, la notion d'espace probabilisé est hors programme. Pour introduire la notion de probabilité, on s'appuiera sur l'observation d'une série statistique, pratiquée en première : sur un exemple d'expérience aléatoire, on dégagera brièvement les propriétés des fréquences et on mettra en évidence la stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois ; la justification théorique de ce point de vue, notamment par la loi faible des grands nombres, est hors programme.

- a) <u>Combinatoire, dénombrements</u>

- Cardinal du produit cartésien de deux ensembles finis. Cardinal de l'ensemble A^p des p-listes d'éléments d'un ensemble fini A. Cas où les éléments sont distincts deux à deux ; dénombrement des arrangements et des permutations, notation n !. [*Les élèves doivent connaître les symboles d'appartenance* $(x \in A)$*, d'inclusion* $(A \subset B)$*, de réunion, d'intersection et de complémentaire* $(\overline{A})$ *; mais aucune étude systématique de ces opérations et relations n'est au programme.*] Parties de cardinal donné d'un ensemble fini : dénombrement des combinaisons, notations C_n^p ou $\binom{n}{p}$.

- Relations $C_n^p = C_n^{n-p}$, $C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$ et interprétation ensembliste de ces relations. Formule du binôme (sur ℂ). [*Sont exigibles (pour des ensembles finis) : le cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble ; le cardinal d'une réunion de parties disjointes ; la formule reliant* $Card\,(A \cup B)$ *et* $Card\,(A \cap B)$.]

- b) <u>Notions sur le calcul des probabilités</u>

- Evénements, événements élémentaires ; la probabilité d'un événement sera définie par addition de probabilités d'événements élémentaires. Événements disjoints, événement contraire, réunion et intersection de deux événements. [*Seul est au programme le cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini. Les élèves doivent savoir calculer la probabilité de la réunion d'événements disjoints, d'un événement contraire, et connaître la formule reliant les probabilités de* $A \cup B$ *et de* $A \cap B$*. Les notions de probabilité conditionnelle, de probabilité produit et de variable aléatoire ne sont pas au programme.*]

- <u>Travaux pratiques</u>

- Exemples de dénombrements attachés à des situations combinatoires. Exemples de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux…). Exemples d'emploi de dénombrements pour le calcul des probabilités.[2079]

[2079] BOEN n°31, 11 septembre 1986, p.2345

- **Terminale D. (septembre 1986 - juin 1992)**
- Combinatoire ; probabilités
- 1. Organisation de données combinatoires, dénombrements

L'objectif est d'entraîner les élèves à *organiser*, grâce à un minimum de langage ensembliste, *des données* issues de secteurs variés, et à traiter des problèmes simples de *dénombrement* relatifs à ces données.

- Cardinal du produit cartésien de deux ensembles finis. Cardinal de l'ensemble A^p des p-listes d'éléments d'un ensemble fini A. Cas où les termes d'une telle liste sont distincts deux à deux : dénombrement des arrangements et des permutations, notation n !. [*Les élèves doivent connaître les symboles d'appartenance* ($x \in A$)*, d'inclusion* ($A \subset B$)*, de réunion, d'intersection et de complémentaire* ($\overline{A}$) *; mais aucune étude systématique de ces opérations et relations n'est au programme.*]
- Parties de cardinal donné d'un ensemble fini : dénombrement des combinaisons, notations C_n^p ou $\binom{n}{p}$. Relations $C_n^p = C_n^{n-p}$, $C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$ et interprétation ensembliste de ces relations. Formule du binôme (sur ℂ). [*Sont exigibles (pour des ensembles finis) : le cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble ; le cardinal d'une réunion de parties disjointes ; la formule reliant* $Card\ (A \cup B)$ *et* $Card\ (A \cap B)$.]

- 2. Probabilités

L'objectif est d'entraîner les élèves à *décrire* grâce au langage élémentaire des événements, *quelques expériences aléatoires* simples, et à employer les techniques de dénombrement figurant au programme pour *calculer des probabilités*. *On évitera toute théorie formalisée* ; en particulier, la notion d'espace probabilisé est hors programme. Pour introduire la notion de probabilité, on s'appuiera sur l'observation d'une série statistique, pratiquée en première : sur un exemple d'expérience aléatoire, on dégagera brièvement les propriétés des fréquences et on mettra en évidence la stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois ; la justification théorique de ce point de vue, notamment par la loi faible des grands nombres, est hors programme.

- a) Événements, événements élémentaires ; la probabilité d'un événement sera définie par addition de probabilités d'événements élémentaires. Cas où les événements élémentaires sont équiprobables. [*Seul est au programme le cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini.*] Événements disjoints, événement contraire, réunion et intersection de deux événements. [*Les élèves doivent savoir calculer la probabilité de la réunion d'événements disjoints, d'un événement contraire, et connaître la formule reliant les probabilités de* $A \cup B$ *et de* $A \cap B$.] Probabilité conditionnelle d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle ; indépendance de deux événements. Expériences successives, schéma de Bernoulli ; distribution binomiale. [*La notion de probabilité produit n'est pas au programme.*]

▪ b) Variable aléatoire (réelle) prenant un nombre fini de valeurs et loi de probabilité associée : fonction de répartition, espérance mathématique, variance, écart-type. Espérance de la loi binomiale. [*On prendra un point de vue très simple : certaines situations de probabilité s'expriment commodément par l'affectation de probabilité* $p_1, p_2, ..., p_n$ *aux valeurs* $x_1, x_2, ..., x_n$ *d'une grandeur numérique* X *associée à une expérience aléatoire ; on dit alors* X *est une variable aléatoire. Les événements* $(X = x_1)$, $(X = x_2)$, ..., $(X = x_n)$ *sont les événements élémentaires de la loi de probabilité de* X. *Pour la fonction de répartition, on emploiera la convention* $F(x) = p(X \leq x)$.]

- Travaux pratiques

- Exemples de dénombrements attachés à des situations combinatoires. Exemples de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux,…). Exemples d'emploi de dénombrements pour le calcul des probabilités. Exemples de situations menant à l'étude d'une variable aléatoire.[2080]

[2080] BOEN n°31, 11 septembre 1986, p.2362

Seconde, Premières A1 et B, A2 et A3, S et E et Terminales A1, A2, A3, B, C et E, D : 1990 - 1993

- **Seconde.**[2081] **(septembre 1990 - juin 2000)**
- Statistique

Le chapitre complète les acquis du collège. Il présente un triple intérêt. D'abord la lecture pertinente de tableaux statistiques est nécessaire à la compréhension des phénomènes économiques et sociaux. Ensuite, c'est un excellent terrain pour des activités interdisciplinaires où les élèves peuvent faire preuve d'initiative et développer leurs méthodes de travail. En outre, savoir organiser, représenter et traiter des données fournies à l'état brut, savoir apprécier l'intérêt et les limites d'un processus de mathématisation d'une situation est un élément majeur de toute formation scientifique.

- On entraînera les élèves à la pratique de la **démarche propre à la statistique** :
  - Lecture de données recueillies sur les individus d'une population ; choix des résumés (regroupements en classes, indicateurs...) à mettre en œuvre pour décrire cette population ; exécution des calculs à la machine (calculatrice, ordinateur) ; présentation des résultats (histogrammes, graphique ; contrôle et analyse critique de ces résultats. [*Les documents nécessaires seront proposés en liaison avec les enseignements de sciences biologiques, économiques et humaines ou empruntés à l'environnement de l'élève. Il est souhaitable que ces documents soient authentiques et motivants.*]

- **Organisation et exploitation de données statistiques**
  - Séries statistiques à une variable : Répartition d'une population en classes. Effectifs, fréquences. Séries statistiques à une variable quantitative : Effectifs cumulés, fréquences cumulées. [*Il s'agit de s'assurer que les notions déjà étudiées au collège sont acquises.*] Caractéristiques de position et de dispersion : moyenne, écart-type. [*Ces notions ne doivent pas faire l'objet d'un exposé général : leur mise en place s'effectue à travers l'étude, en travaux pratiques, de quelques situations propices à leur approche. En particulier, les élèves doivent apprendre à calculer une moyenne et un écart-type ; ces notions étant acquises, ils pourront utiliser les fonctions statistiques de leur calculatrice.*

    L'écriture des formules employant la notation $\sum$ n'est pas un objectif du programme.]

  - Travaux pratiques

  - Exemples d'organisation de données statistiques (calcul d'effectifs, de fréquences, élaboration de tableaux, de diagrammes, regroupements en classes…). [*Les activités mettront en évidence, à partir d'un tableau de fréquences cumulées, l'intérêt de notions telles que médiane et quartiles, mais aucune connaissance sur ces notions n'est exigible des élèves.*]

[2081] Arrêté du 10 juillet 1992 publié au Journal Officiel le 31 juillet 1992

- Lecture et exploitation de données statistiques mises sous forme de tableaux ou de diagrammes d'effectifs ou de fréquences (calcul et interprétation d'une moyenne, d'un écart-type, emploi de tels indicateurs pour comparer des séries statistiques…). [*Grâce à l'étude d'exemples bien choisis, on montrera l'intérêt d'un regroupement en classes pour le calcul de moyennes et d'écarts types et on mettra en valeur la signification de la moyenne* $\overline{x}$ *et de l'écart type* σ. *On observera, par exemple, que, pour de nombreux phénomènes, le pourcentage d'éléments n'appartenant pas à l'intervalles* $[\overline{x} - 2\sigma, \overline{x} + 2\sigma]$ *ou* $[\overline{x} - 3\sigma, \overline{x} + 3\sigma]$, *est voisin de 5 % ou de 1 %.*][2082]

- **<u>Premières A1 et B, A2 et A3, S et E[2083]. (septembre 1991 - juin 1993)</u>**
- **Programme commun aux classes de Premières A1 et B, A2 et A3, S et E**
- <u>Probabilités</u>

Au collège et en Seconde, les élèves ont étudié la description de séries statistiques à une variable. (En A2 et A3, il est précisé : cette partie du programme, bien adaptée aux objectifs de la section, fournit un terrain pour des activités interdisciplinaires et pour la consolidation des techniques élémentaires de calcul : **pourcentages**, **proportionnalité**, usage de fractions…) Le programme des Premières A1 et B, A2 et A3, S et E comporte un premier contact avec les probabilités. L'objectif est d'entraîner les élèves à **décrire quelques expériences aléatoires simples**, et à **calculer des probabilités**. **On évitera tout développement théorique**. Pour introduire la notion de probabilité, on s'appuiera sur l'observation de séries statistiques obtenues par répétition d'une expérience aléatoire, en soulignant les propriétés des fréquences et la relative stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois. La description d'expériences aléatoires amène aussi à organiser des données : on se limitera à **quelques** exemples permettant de mettre en valeur les idées, mais ne portant pas de difficultés combinatoires.

- Il est important que les élèves puissent se familiariser avec les probabilités pendant une durée suffisante : l'étude de ce chapitre ne doit pas être bloquée en fin d'année.

  - Evénements, évènements élémentaires. La probabilité d'un évènement s'obtient par addition de probabilités d'événements élémentaires. Evénements disjoints (ou incompatibles), évènement contraire, réunion et intersection de deux événements. [*Seul est au programme le cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini. Les élèves doivent savoir calculer la probabilité de la réunion d'événements disjoints, d'un événement contraire* $\overline{A}$, *et savoir utiliser la formule reliant les probabilités de* $A \cup B$ *et de* $A \cap B$.] Cas où les événements sont équiprobables. [*Les notions de probabilité conditionnelle, d'indépendance, de probabilité produit et de variable aléatoire ne sont pas au programme.*]

[2082] BOEN n°20, 17 mai 1990, annexe, p.XIV-XV
[2083] Arrêté du 27 mars 1991 publié au Journal Officiel du 5 avril 1991, p.4564-4566

- Travaux pratiques

- Exemples simples d'emplois de partitions et de représentations (arbres, tableaux...) pour organiser et dénombrer des données relatives à la description d'une expérience aléatoire. Exemples simples d'étude de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux...). [*L'étude du dénombrement des permutations, arrangements et combinaisons est hors programme. On s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités, et non des exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement. Dans certaines situations, par exemple l'étude de caractères d'une population, les événements élémentaires ne sont pas donnés a priori ; on les construit en effectuant une partition dans la population.*][2084]

- **Programme spécifique à la classe de Première B**
- Statistique

Cette partie du programme, bien adaptée aux objectifs de la section B, fournit un terrain pour des activités interdisciplinaires et pour la consolidation des techniques élémentaires de calcul : **pourcentages**, **proportionnalité**, usage de fractions…

- Séries statistiques à deux variables quantitatives : tableaux d'effectifs, nuage de points associés, point moyen. [*L'ajustement affine par moindres carrés et la corrélation linéaire ne sont pas au programme.*][2085]

- **Terminales A1 et B, C et E, D[2086].(septembre 1992 - juin 1994)**
- **Programme commun aux classes Terminales A1 et B, C et E, D**
- Combinatoire, dénombrements

Les activités menées dans les classes antérieures, notamment en statistique et en probabilités, ont fourni l'occasion de rencontrer quelques situations combinatoires très simples. En Terminale, l'objectif demeure **modeste** : il s'agit d'apprendre aux élèves à **organiser quelques données combinatoires de base** (listes, arrangements, permutations, combinaisons) et à expliquer les règles de **dénombrement** figurant au programme pour l'étude de quelques exemples simples, issus notamment du calcul des probabilités. Dans les situations combinatoires étudiées, on mettra en valeur les aspects algorithmiques, mais la mise en forme de tels algorithmes est hors programme.

- Cardinal du produit cartésien de deux ensembles finis. Cardinal de l'ensemble A^p des p-listes d'éléments d'un ensemble fini A. Cas où les éléments sont distincts deux à deux ; dénombrement des arrangements et des permutations, notation n ! [*Les élèves doivent savoir utiliser les propriétés élémentaires des opérations sur les parties d'un ensemble fini, mais l'étude systématique de ces opérations n'est pas au programme.*]

[2084] BOEN n° spécial 2, 2 mai 1991, tome 1, p.10-11 pour les Premières A1 et B, p.27 pour les Premières A2 et A3, p.39 pour les Premières S et E
[2085] BOEN n° spécial 2, 2 mai 1991, tome 1, p.11 pour la Terminale B
[2086] Arrêté du 27 mars 1991 publié au Journal Officiel du 5 avril 1991, p.4564-4566

- Parties de cardinal donné d'un ensemble fini : dénombrement des combinaisons, notation C_n^p ou $\binom{n}{p}$. Relations $C_n^p = C_n^{n-p}$, $C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$ et interprétation ensembliste de ces relations. Formule du binôme. [*Le cardinal d'un ensemble* E *est noté* $Card(E)$. *On mettra en valeur l'interprétation ensembliste de ces relations.*]

- <u>Probabilités</u>

Quelques notions de calcul des probabilités ont été introduites en Première ; en Terminale, on poursuit l'étude de **phénomènes aléatoires**, en disposant de quelques outils combinatoires (**arrangements, combinaisons**) et de nouveaux concepts probabilistes (**variables aléatoires, conditionnement**). Comme en Première, on s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités et non des exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement. Le programme se limite à des ensembles **finis** ; toute théorie formalisée est exclue. Les notions de probabilité-produit et d'indépendance de deux variables aléatoires sont hors programme. Aussi bien pour les variables aléatoires que pour les probabilités conditionnelles, **le programme ne porte que sur l'étude d'exemples**.

- a) **Variable aléatoire** (réelle) prenant un nombre fini de valeurs et loi de probabilité associée ; fonction de répartition, espérance mathématique, variance, écart-type. [*On prendra un point de vue très simple : certaines situations de probabilité s'exprimant commodément par l'affectation de probabilités* $p_1, p_2, ..., p_n$ *aux valeurs* $x_1, x_2, ..., x_n$ *d'une grandeur numérique associée à une expérience aléatoire ; on dit alors que* X *est une variable aléatoire. Les événements* $(X = x_1), (X = x_2), ..., (X = x_n)$ *sont les événements élémentaires de la loi de probabilité de* X. *Pour la fonction de répartition, on emploiera la convention* $F(x) = p(X \leq x)$.]

- b) **Probabilité conditionnelle** d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle : relation $p(A \cap B) = p(A / B) \times p(B)$. Indépendance de deux événements. Formule des probabilités totales : étant donné des événements $B_1, B_2, ..., B_n$ constituant une partition de E, pour tout événement A, $p(A) = p(A \cap B_1) + p(A \cap B_2) + ... + p(A \cap B_n)$, et, pour tout k, $p(A \cap B_k) = p(A / B_k) \times p(B_k)$. [*L'étude d'expériences aléatoires bien choisies (situation d'équiprobabilité…) amène à définir la probabilité de l'événement* A *sachant que l'événement* B *est réalisé, notée ou* $p_B(A)$ *ou encore* $p(A / B)$, *par la relation* $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)}$. *On mettra en évidence son utilité en observant que, dans de nombreuses situations, on connaît les probabilités conditionnelles de* A *par rapport aux événements* B_k, *ce qui permet de calculer* $p(A)$ *grâce à la formule des probabilités totales. La formule de Bayes est hors programme.*]

- Travaux pratiques

- Exemples simples d'emploi de partitions et de représentations (arbres, tableaux...) pour organiser et dénombrer des données.

- Exemples d'étude de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux, schéma de Bernoulli...).

- Exemples simples de description et d'études d'expériences aléatoires à l'aide d'une variable aléatoire. [*Lorsque l'étude d'une situation nécessite l'emploi d'une variable aléatoire ou de probabilités conditionnelles, des indications doivent être données sur la méthode à suivre. En outre, pour l'exploitation des probabilités conditionnelles on se bornera à des exemples où la partition utilisée* $(B_1, B_2, ..., B_n)$ *comporte au plus quatre éléments.*][2087]

▪ **Programme spécifique à la Terminale B**

▪ Statistique

L'objectif est d'exploiter les acquis de Première sur **les séries statistiques à une variable** et de fournir quelques outils pour l'étude des **séries à deux variables**.

▪ Séries statistiques à deux variables quantitatives : Tableau d'effectifs, fréquences marginales, fréquences conditionnelles. Nuage de points de $\mathbb{R}^2$ associé, point moyen. Ajustement affine par moindres carrés, droite de régression. Coefficient de corrélation linéaire. [*Sur les exemples étudiés on s'attachera à mettre en lumière la signification des notions introduites et la pertinence des méthodes mises en œuvre.*]

- Travaux pratiques : Exemples de calcul de moyennes et de corrélations linéaires portant sur des séries statistiques à deux variables. Exemples d'ajustement affine par moindres carrés de deux séries statistiques à une variable. [*On pourra aussi exploiter des situations nécessitant d'autres types d'ajustement, en les ramenant au cas de l'ajustement affine. Mais aucune connaissance spécifique n'est exigible des élèves sur ces questions, et toutes les indications utiles devront leur être fournies.*][2088]

[2087] BOEN n° spécial 2, 2 mai 1991, tome 1, p.19-20 pour les Terminales A1 et B, p.50-51 pour les Terminales C et E et p.69-71 pour la Terminale D

[2088] BOEN n° spécial 2, 2 mai 1991, tome 1, p.18-19 pour la Terminale B

- **<u>Terminales A2 et A3. (septembre 1992 - juin 1994)</u>**
- <u>Probabilités</u>

Quelques notions de calcul des probabilités ont été introduites en Première ; en Terminale, on poursuit l'étude de phénomènes aléatoires. Comme en première, on s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités et non des exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement. Le programme se limite à des ensembles finis ; toute théorie formalisée est exclue et les notions de probabilité conditionnelle, d'indépendance, de probabilité produit et de variable aléatoire ne sont pas au programme.

- Événements disjoints (ou incompatibles), évènement contraire, réunion et intersection de deux événements. [*Les élèves doivent savoir calculer la probabilité de la réunion d'événements disjoints, d'un événement contraire* $\overline{A}$*, et savoir utiliser la formule reliant les probabilités de* $A \cup B$ *et de* $A \cap B$.] Cas où les événements sont équiprobables.

    - <u>Travaux pratiques</u>
    - Exemples simples d'emplois de partitions et de représentations (arbres, tableaux...) pour organiser et dénombrer des données relatives à la description d'une expérience aléatoire. Exemples simples d'étude de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux, questionnaires...). [*L'étude générale du dénombrement des permutations, arrangements et combinaisons est hors programme. On s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités, et non des exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement. Dans certaines situations, par exemple l'étude de caractères d'une population, les événements élémentaires ne sont pas donnés a priori ; on les construit en effectuant une partition dans la population.*][2089]

[2089] BOEN n° spécial 2, 2 mai 1991, tome 1, p.30 pour les Terminales A2 et A3

Premières et Terminales L, S et ES : 1993 - 1998 ou 2001

- **Première L. (septembre 1993 - juin 2001)**
- Le programme reprend celui de l'ancienne classe de Première A1.[2090]

- **Terminale L. (septembre 1994 - juin 2002)**
- Le programme reprend celui de l'ancienne classe de Terminale A1.

- **Première S. (septembre 1993 - juin 2001)**
- Le programme reprend celui de l'ancienne classe de Première S.

- **Terminale S. (septembre 1994 - juin 1998)**
- Le programme reprend celui des anciennes Terminales C, D, E.

- **Première ES (septembre 1993 - juin 2001)**
- Statistiques descriptives. Probabilités

Les statistiques et les probabilités jouent un rôle important comme outil d'aide à la prise de décision dans un contexte donné. Mais statistiques et probabilités ne dictent jamais les décisions à prendre ; les quelques cas qui peuvent en donner l'impression sont ceux pour lesquelles les règles de décision ont été arrêtées à l'avance. Les élèves doivent comprendre que les statistiques n'arrivent pas toutes faites, mais procèdent de choix raisonnés successifs. À chaque étape du traitement allant des données observées aux conclusions statistiques, un gain en signification a pour prix la perte d'une partie des informations. Pour les élèves, le meilleur moyen d'acquérir cette expérience est d'avoir au moins une fois, mené eux-mêmes une étude statistique simple, allant jusqu'à son terme : l'élaboration d'une réponse à une question posée au départ.

[2090] Il est spécifié, dans un chapitre du programme de Première L intitulé "Programme de l'option" : "II. Compléments de probabilités : Réunion et intersection de deux événements. [Les élèves doivent savoir utiliser la formule reliant les probabilités de $A \cup B$ et $A \cap B$." Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, séries ES, L, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, éditions du CNDP, 1998, p.90

- <u>Statistiques descriptives</u>
- <u>1. Séries statistiques à une variable</u>

• Vocabulaire spécifique. Population, individus ; caractères qualitatifs, caractères ordonnés, caractères quantitatifs, continus ou discrets. Effectifs et fréquences, mode. [*Cette partie complète les notions déjà acquises en Seconde. L'élève doit savoir qu'on ne peut effectuer des opérations d'addition et de multiplication que sur des caractères quantitatifs.*] Regroupement en classes. Classes de même effectif et classes de bornes fixées, classes de même amplitude. [*L'élève doit savoir que des regroupements différents peuvent mettre en évidence des phénomènes différents*.] Représentations graphiques usuelles. Paramètres de position et de dispersion. Médiane pour des caractères ordonnés. Moyennes, variance, écart type pour des caractères quantitatifs. [*Sur des exemples, on pourra comparer les sensibilités aux valeurs extrêmes des paramètres choisis pour l'étude effectuée.*]

- <u>Série statistique à deux variables</u>

• Présentation de l'information sous diverses formes. [*Seuls sont envisagés des couples de caractères discrets ou discrétisés par des regroupements en classes.*] Vocabulaire spécifique des tableaux : cases, lignes, colonnes. [*L'élève doit savoir passer d'une liste d'informations à un tableau, et réciproquement.*] Notation N_{23}, pour désigner le contenu de la case située au croisement de la ligne 2 et de la colonne 3, (pas de notation générale N_{ij}). [*Bien que déjà rencontrés les années précédentes, l'apprentissage de la lecture de tableaux risque de ne pas être achevé pour un certain nombre d'élèves.*]

• Tableaux usuels. Tableau d'effectifs. Répartition marginale. [*Face à un tableau de fréquence, l'élève doit savoir se repérer en cherchant les "100 %" lorsqu'ils ne figurent pas explicitement (est-ce le total par ligne ? par colonne ? pour l'ensemble des cases ?).*] Tableaux des fréquences par rapport à l'effectif total ; fréquences marginales. Tableaux des fréquences par rapport aux effectifs partiels (total par lignes ou total par colonnes). [*La connaissance des différents types de tableaux usuels est nécessaire en particulier pour reconnaître les cas où les additions de lignes ou de colonnes ont des interprétations légitimes.*]

• Sous et sur-représentation. Tableau théorique obtenu par produit des fréquences marginales. Lien avec la proportionnalité. [*Le tableau des écarts (différence case par case entre tableau réel et tableau théorique) introduit les notions de sous et sur-représentation.*] Observations de sous et sur-représentation par comparaison de tableaux ou par construction d'un tableau des écarts. [*Il s'agit seulement ici de préciser un vocabulaire utilisé en économie et de réinvestir la notion de proportionnalité. On approche ainsi les statistiques inductives mais celles-ci ne sont pas au programme de Première. Les notions d'estimation et d'indépendance seront vues l'année suivante.*]

- <u>Probabilités</u>

Le lien avec les statistiques se fait par le biais du rapprochement entre fréquence et probabilité. Le programme est limité aux espaces probabilisés finis. On évitera tout développement théorique et les exemples choisis seront exempts de difficultés combinatoires, de manière à ce que les concepts plutôt que les techniques soient mis en valeur.

- Introduction : Evénements, évènements élémentaires. La probabilité d'un évènement s'obtient par addition de probabilités d'événements élémentaires.

- Evénements incompatibles, évènements contraires. Evènements "A et B" ; "A ou B". [*On pourra partir de la répétition d'une expérience aléatoire et introduire la notion de probabilité en soulignant les propriétés des fréquences et la relative stabilité de la fréquence d'un évènement donné lorsqu'on répète l'expérience un grand nombre de fois. Dans ce cas on s'appuiera sur une notion intuitive et non formalisée de l'idée de répétition sans poser le problème de l'indépendance des expériences et on procédera surtout par travaux pratiques (utilisation de calculatrices, lancers de pièces...). On pourra également partir du recensement d'une population.*]

- Prolongement : à partir du recensement d'une population (à deux caractères) donné aux élèves sous forme de tableau, chaque individu étant supposé avoir la même probabilité d'être tiré au sort, on pourra poser des questions de probabilité. [*L'élève sera progressivement amené à passer de l'ensemble des individus (événements élémentaires équiprobables) à l'ensemble des cases du tableau. Il n'est pas indispensable que l'élève réalise ici qu'il se situe dans un nouvel espace probabilisé, dont les cases du tableau constituent les évènements élémentaires.*]

- Cas où une partie de l'information est connue. [*Sans faire d'exposé théorique, on pourra cependant être plus explicite dans le cas, souvent rencontré où, une partie de l'information étant donnée, on se trouve alors limité à une colonne ou une ligne du tableau. On pourra alors parler de changement d'ensemble de référence et de nouvelle probabilité associée. Cette activité sera reprise en Terminale pour mettre en place la notion fondamentale de probabilité conditionnelle, notion dont l'étude ne figure pas au programme de Première.*][2091]

[2091] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, séries ES, L, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, éditions du CNDP, 1998, p.44-46

- **Terminale ES.**[2092] **(Terminale économique et sociale) (septembre 1994 - juin 1998)**
- Statistique, probabilités
- 1. Statistique descriptive

Les méthodes de la statistique descriptive sont appliquées au traitement de l'information chiffrée, provenant notamment de la vie économique et sociale. Les activités feront largement usage des moyens informatiques disponibles et seront un lieu privilégié de travail interdisciplinaire. Il est souhaitable que les documents utilisés soient authentiques.

Comme dans les classes antérieures, on entraînera les élèves à la pratique de la démarche propre à la statistique : lecture de données, choix des résumés, exécution des calculs, présentation des résultats, contrôle et analyse critique de ces résultats.

- Séries statistiques à deux variables
- Croisement de deux caractères d'une population : construction du nuage de points associé et point moyen. [*À l'occasion de l'étude des séries statistiques à deux variables, on rappellera l'utilisation des paramètres de position et de dispersion (médiane, moyenne, variance...) attachés à chacun des caractères de la population étudiée.*] Ajustement affine par moindres carrés, droites de régression. Coefficient de corrélation linéaire. [*Il s'agit surtout de présenter le problème de la corrélation. On admettra les formules donnant les droites de régression et le coefficient de corrélation.*]
    - Travaux pratiques
    - Exemples de calcul de moyennes et de corrélations linéaires portant sur des séries statistiques à deux variables. Exemples d'ajustement affine par moindres carrés de deux séries statistiques à une variable. [*On pourra aussi exploiter des situations nécessitant d'autres types d'ajustement, en les ramenant au cas de l'ajustement affine. Mais aucune connaissance spécifique n'est exigible des élèves sur ces questions, et toutes les indications utiles devront être fournies.*]

- 2. Probabilités

On poursuit l'étude des phénomènes aléatoires en introduisant les notions de variable aléatoire et de probabilité conditionnelle.

- a) **Variable aléatoire** prenant un nombre fini de valeurs : loi de probabilité associée ; fonction de répartition ; espérance mathématique, variance, écart-type. [*La notion de variable aléatoire pourra être introduite de la façon suivante : une variable aléatoire X est une grandeur numérique, associée à une expérience (ou à un phénomène) aléatoire, susceptible de prendre un nombre fini de valeurs a_1 , ... a_n et telle qu'une probabilité $p_k = p(X = a_k)$ soit affectée à chacun des événements $(X = a_k)$, $k = 1, ..., n$. On obtient ainsi la loi de probabilité de X et sa fonction de répartition $F(x) = p(X \le x)$.*]

[2092] Programme de mathématiques de Terminale ES, série Economique et Sociale, arrêté du 10 juin 1994 publié au Journal Officiel le 22 juin 1994, BOEN spécial n°7 du 7 juillet 1994

- b) **Probabilité conditionnelle** d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle ; notation $p(A \ / \ B)$ ou $p_B(A)$; relation $p(A \cap B) = p(A \ / \ B) \times p(B)$. Indépendance de deux événements. [*L'étude de certaines expériences aléatoires amène à définir la probabilité de l'événement* A *sachant que l'événement* B *est réalisé par la relation* $p(A \ / \ B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)}$. *On illustrera l'intérêt de cette notion à travers des exemples pour lesquels on dispose d'une famille* $B_1, ..., B_n$ *d'événements formant une partition de l'espace des événements élémentaires. À partir de la formule des probabilités totales* $p(A) = p(A \cap B_1) + p(A \cap B_2) + ... + p(A \cap B_n)$, *on donnera le calcul de* $p(A)$ *quand* $p(B_k)$ *et* $p(A \ / \ B_k)$ *sont connus* $(1 \le k \le n)$. *La formule de Bayes est hors programme.*]

- <u>Travaux pratiques</u>

- Exemples d'étude de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urne, jeux, schéma de Bernoulli...). Exemples simples de description et d'étude d'expériences aléatoires à l'aide d'une variable aléatoire. [*Lorsque l'étude d'une situation nécessite l'emploi d'une variable aléatoire ou de probabilités conditionnelles, des indications doivent être données sur la méthode à suivre. En outre, pour l'exploitation des probabilités conditionnelles, on se bornera à des exemples où la partition* $(B_1, B_2, ..., B_n)$ *utilisée comporte un petit nombre d'éléments.*]

- **Enseignement de spécialité**

Les paragraphes a), b), c) et les travaux pratiques suivants ne sont au programme que de l'enseignement de spécialité.

L'objectif est d'étudier : quelques éléments de combinatoire ; le schéma de Bernoulli et la loi binomiale ; une première approche de la loi des grands nombres.

- a) Combinatoire, dénombrements : Dénombrement des arrangements et des permutations, notation n ! [*Ces éléments de combinatoire ont un objectif très modeste ; ils pourront être introduits à l'occasion de l'étude du jeu de pile ou face et de la loi binomiale.*] Parties de cardinal donné d'un ensemble fini. Dénombrement des combinaisons ; notation C_n^p ou $\binom{n}{p}$. Formule du binôme, triangle de Pascal.

- b) Schéma de Bernoulli, loi binomiale : Variable de Bernoulli ; loi, espérance. Schéma de Bernoulli ; loi binomiale, espérance.

- c) Loi des grands nombres : Dans le cas du schéma de Bernoulli, mise en évidence expérimentale de la convergence de la fréquence empirique du nombre de succès vers la probabilité théorique. [*La formulation mathématique de la loi des grands nombres est hors programme. On s'appuiera sur des expériences aléatoires (tirage dans une urne, simulation sur ordinateur…).*]

- Travaux pratiques

- Exemples simples de problèmes de dénombrement. Exemples de situations se ramenant à un modèle de jeu de pile ou face (erreurs de mesure...). Exemples d'étude de variables aléatoires de loi binomiale.[2093]

[2093] BOEN n°7, 7 juillet 1994, annexe, p.12-14

Terminales S et ES : 1998 - 2002

- **Terminale S.[2094] (septembre 1998 - juin 2002)**
- **Combinatoire, probabilités**
- 1. Combinatoire, dénombrements

Les activités menées dans les classes antérieures, notamment en statistique et en probabilités, ont fourni l'occasion de rencontrer quelques situations combinatoires très simples. En Terminale, l'objectif demeure modeste : il s'agit d'apprendre aux élèves à organiser quelques données combinatoires de base et à expliquer les règles de dénombrement figurant au programme pour l'étude de quelques exemples simples, issus notamment du calcul des probabilités.

Dans les situations combinatoires étudiées, on mettra en valeur les aspects algorithmiques, mais la mise en forme de tels algorithmes est hors programme.

- Utilisation d'arbres, de tableaux, de diagrammes pour des exemples simples de dénombrement. [*Ces outils de base permettent d'aborder les notions d'arrangement et de permutation, mais aucune connaissance théorique de ces notions n'est exigible.*]
- Combinaisons. Notations n ! et C_n^p ou $\binom{n}{p}$.
- Relations $C_n^p = C_n^{n-p}$, $C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$. Formule du binôme sur ℂ.
-

- 2. Probabilités

Quelques notions de calcul des probabilités ont été introduites en Première ; en Terminale, on poursuit l'étude de phénomènes aléatoires, en disposant de quelques outils combinatoires et de nouveaux concepts probabilistes (variables aléatoires, conditionnement). Comme en Première, on s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités et non des exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement.

Le programme se limite à des ensembles finis ; toute théorie formalisée est exclue. Les notions de probabilité-produit et d'indépendance de deux variables aléatoires sont hors programme. Aussi bien pour les variables aléatoires que pour les probabilités conditionnelles, le programme ne porte que sur l'étude d'exemples.

- a) Calculs de probabilités. [*On introduira les arbres pondérés. On en explicitera les règles de fonctionnement pour leur utilisation comme outil de démonstration.*]
- b) Variable aléatoire (réelle) prenant un nombre fini de valeurs et loi de probabilité associée ; fonction de répartition, espérance mathématique, variance, écart-type. [*On prendra un point de vue très simple : certaines situations de probabilité s'exprimant commodément par l'affectation de probabilités* $p_1, p_2, ..., p_n$ *aux valeurs* $x_1, x_2, ..., x_n$ *d'une grandeur numérique associée à une expérience aléatoire ; on dit alors que* X *est une variable aléatoire. Les événements* $(X = x_1), (X = x_2), ..., (X = x_n)$ *sont les événements élémentaires de la loi de probabilité de* X. *Pour la fonction de répartition, on emploiera la convention* $F(x) = p(X \leq x)$.]

[2094] Arrêté du 15 mai 1997

- c) Probabilité conditionnelle d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle : relation $p(A \cap B) = p(A / B) \times p(B)$. Indépendance de deux événements. [*L'étude d'expériences aléatoires bien choisies (situation d'équiprobabilité...) amène à définir la probabilité de l'événement* A *sachant que l'événement* B *est réalisé, notée ou* $p_B(A)$ *ou encore* $p(A / B)$, *par la relation* $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)}$. *Les calculs de probabilités conditionnelles pourront s'appuyer, entre autres, sur l'utilisation d'arbres pondérés.*]

  - <u>Travaux pratiques</u>
  - Exemples simples d'emploi de partitions et de représentations (arbres, tableaux...) pour organiser et dénombrer des données.
  - Exemples d'étude de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux, schéma de Bernoulli...).
  - Exemples simples de description et d'études d'expériences aléatoires à l'aide d'une variable aléatoire. [*Lorsque l'étude d'une situation nécessite l'emploi d'une variable aléatoire ou de probabilités conditionnelles, des indications doivent être données sur la méthode à suivre.*][2095]

[2095] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, séries ES, L, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, éditions du CNDP, 1998, p.177-178

- **<u>Terminale ES.[2096] (septembre 1998 - juin 2002)</u>**
- **<u>Statistique, probabilités</u>**
- **<u>A - Statistique descriptive</u>**

Les méthodes de la statistique descriptive sont appliquées au traitement de l'information chiffrée, provenant notamment de la vie économique et sociale. Les activités feront largement usage des moyens informatiques disponibles et seront un lieu privilégié de travail interdisciplinaire. Il est souhaitable que les documents utilisés soient authentiques.

Les séries statistiques à deux variables ont été abordées en classe de Première par les tableaux d'effectifs ou de fréquences, les fréquences marginales et conditionnelles, les problèmes de sous et sur représentation. En classe Terminale, l'objectif est de sensibiliser les élèves aux problèmes de traitements statistiques.

- <u>Séries statistiques à deux variables</u>
  - Nuage de points associé à une série statistique à deux variables. Point moyen. [*À cette occasion, on rappellera l'utilisation des paramètres de position et de dispersion attachés à chacune des variables.*]
  - Ajustement affine.
  - Calcul de la somme des résidus $\sum (y_i - ax_i - b)^2$ associée à de tels ajustements.
  - Ajustement affine par moindres carrés. [*L'objectif est de faire percevoir le sens de l'expression "moindres carrés". Les formules pour l'ajustement par moindres carrés seront admises et exprimées en terme de variance et covariance. Elles seront démontrées dans l'enseignement de spécialité.*]
  - Coefficient de corrélation linéaire. [*On l'interprétera en exprimant la somme des carrés des résidus à l'aide de son carré, et on montrera que cette somme est nulle si et seulement si le coefficient de corrélation linéaire est égal à 1 ou à −1 ; les variables sont alors reliées par une relation affine.*]
  - <u>Travaux pratiques</u>
  - Exemples de comparaison des prévisions faites à partir de plusieurs ajustements d'une même série statistique à deux variables.
  - Exemples de comparaison de la somme des résidus pour divers ajustements affines par des méthodes graphiques.

[2096] Arrêté du 15 mai 1997

Enseignement de spécialité

▪ Ajustement affine par moindres carrés : démonstration. [*On pourra traiter la démonstration soit comme exemple de problème d'optimisation d'une fonction de deux variables, soit comme application géométrique de la moindre distance d'un point à un plan.*]

- Travaux pratiques
- Exemples de changements d'origine, d'échelle sur l'ajustement affine par moindres carrés. [*On pourra par exemple centrer et réduire les variables.*]
- Exemples d'ajustement. [*On pourra proposer des situations qui suggèrent des ajustements autres qu'affines. Ce pourra être l'occasion d'utiliser les papiers semi-log ou log-log. On pourra exploiter sur des exemples des situations d'ajustements se ramenant à des ajustements affines. Mais aucune connaissance spécifique n'est exigible des élèves sur ces questions, et toutes les indications utiles doivent être données.*]

▪ **B - Probabilités**

En Terminale, on poursuit l'étude des phénomènes aléatoires en introduisant les notions de variable aléatoire et de probabilité conditionnelle. Le programme se limite à des ensembles finis ; toute théorie formalisée est exclue. Comme en Première, on s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités et non d'exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement : arbres et tableaux seront largement exploités. En classe de Première, le travail fait sur les fréquences marginales et par rapport à des effectifs partiels, les problèmes de sous et sur représentation, a préparé tant la notion de probabilité conditionnelle qu'à celle d'indépendance.

▪ a) Calculs de probabilités. [*On introduira les arbres pondérés. Prenant appui sur le travail fait en Première, on en explicitera les règles de fonctionnement pour leur utilisation comme outil de calcul.*]

▪ b) Probabilité conditionnelle d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle : notation $p_B(A)$ ou $p(A / B)$; relation $\frac{p(A \cap B)}{p(B)} = p_B(A)$. Indépendance de deux événements. [*L'étude de certaines expériences aléatoires amène à définir la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé par la relation $\frac{p(A \cap B)}{p(B)} = p_B(A)$. Le calcul des probabilités conditionnelles pourra s'appuyer, entre autres, sur l'utilisation d'arbres pondérés. On illustrera l'intérêt de cette notion à travers des exemples pour lesquels on dispose d'une partition B_i (on se limitera à un petit nombre d'éléments) de l'espace des événements élémentaires. À partir de la formule des probabilités totales : $p(A) = p(A \cap B_1) + p(A \cap B_2) + ... + p(A \cap B_n)$ on calculera $p(A)$ quand les $p(B_i)$ et $p(A / B_i)$ sont connus ($1 \leq i \leq n$). La formule de Bayes est hors programme.*]

▪ c) Variable aléatoire prenant un nombre fini de valeurs : loi de probabilité associée, fonction de répartition, espérance variance et écart-type. [*On prendra un point de vue très simple : certaines situations de probabilité s'exprimant commodément par l'affectation de probabilités $p_1, p_2, ..., p_n$ aux valeurs $x_1, x_2, ..., x_n$ d'une grandeur numérique X associée à une expérience aléatoire ; on dit alors que X est une variable aléatoire. Pour la fonction de répartition, on emploiera la convention $F(x) = p(X \leq x)$.*]

- d) Répétition d'un schéma de Bernoulli. [*On se limitera à de faibles valeurs de* n_i *lorsque le schéma en arbre peut être réalisé dans sa totalité : ainsi le dénombrement des façons d'obtenir* k *succès sur* n *épreuves ne comporte aucune difficulté. Un travail plus approfondi est proposé en enseignement de spécialité.*]
    - Travaux pratiques
    - Exemples d'étude de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urne, jeux, schéma de Bernoulli...). Exemples simples de description et d'étude d'expériences aléatoires à l'aide d'une variable aléatoire. [*Lorsque l'étude d'une situation nécessite l'emploi d'une variable aléatoire ou de probabilités conditionnelles, des indications doivent être données sur la méthode à suivre. En outre, pour l'exploitation des probabilités conditionnelles, on se bornera à des exemples où la partition* $(B_1, B_2, ..., B_n)$ *utilisée comporte un petit nombre d'éléments. Lorsqu'on rencontrera la loi binomiale, on se limitera à de faibles valeurs de n ou on utilisera des logiciels adaptés*]

- **Enseignement de spécialité**
- Combinatoire : dénombrement des combinaisons, notation n ! C_n^p ou $\binom{n}{p}$.
- Relations $C_n^p = C_n^{n-p}$, $C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$, formule du binôme. [*L'objectif est modeste ; il s'agit d'apprendre à organiser quelques données combinatoires de base et à expliquer les règles de dénombrement figurant au programme pour l'étude de quelques exemples simples issus notamment du calcul des probabilités. On peut aborder les notions d'arrangement et de permutation, mais aucune connaissance n'est exigible des élèves*.]
- Schéma de Bernoulli et loi binomiale. [*L'objectif est d'apprendre aux élèves que la répétition d'un schéma de Bernoulli se modélise par la loi binomiale. On exploitera les représentations en arbres. Sur les exemples étudiés, on fera représenter la loi binomiale par un diagramme en bâtons.*]
    - Travaux pratiques
    - Exemples simples de problèmes de dénombrement. Exemples simples d'étude de situations modélisées par une loi binomiale. [*On utilisera diagrammes, tableaux, arbres.*][2097]

[2097] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, séries ES, L, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, éditions du CNDP, 1998, p.80-82

Seconde, Premières et Terminales L, S, ES depuis la rentrée 2000

- **Seconde. (Depuis septembre 2000)**

En seconde le travail sera centré sur : la réflexion conduisant au choix de résumés numériques d'une série statistique quantitative ; la notion de fluctuation d'échantillonnage vue ici sous l'aspect élémentaire de la variabilité de la distribution des fréquences ; la simulation à l'aide du générateur aléatoire d'une calculatrice. La simulation remplaçant l'expérimentation permet, avec une grande économie de moyens, d'observer des résultats associés à la réalisation d'un très grand nombre d'expériences. On verra ici la diversité des situations simulables à partir d'une liste de chiffres.

L'enseignant traitera des données en nombre suffisant pour que cela justifie une étude statistique ; il proposera des sujets d'étude et des simulations en fonction de l'intérêt des élèves, de l'actualité et de ses goûts. La notion de fluctuation d'échantillonnage et de simulation ne doit pas faire l'objet d'un cours. L'élève pourra se faire un "cahier de statistique" où il consignera une grande partie des traitements de données et des expériences de simulation qu'il fait, des raisons qui conduisent à faire des simulations ou traiter des données, l'observation et la synthèse de ses propres expériences et de celles de sa classe. Ce cahier sera complété en première et terminale et pourra faire partie des procédures d'évaluation annuelle. En classe de première et de terminale, dans toutes les filières, on réfléchira sur la synthèse des données à l'aide du couple moyenne, écart-type qui sera vu à propos de phénomènes aléatoires gaussiens et par moyenne ou médiane et intervalle inter-quartille sinon. On amorcera une réflexion sur le problème de recueil des données et sur la notion de preuve statistique ; on fera un lien entre statistique et probabilité. L'enseignement de la statistique sera présent dans toutes les filières mais sous des formes diverses.

- Résumé numérique par une ou plusieurs mesures de tendance centrale (moyenne, médiane, classe modale, moyenne élaguée) et une mesure de dispersion (on se restreindra en classe de seconde à l'étendue). [*Utiliser les propriétés de linéarité de la moyenne d'une série statistique. Calculer la moyenne d'une série à partir des moyennes de sous-groupes. Calcul de la moyenne à partir de la distribution des fréquences. L'objectif est de faire réfléchir les élèves sur la nature des données traitées, et de s'appuyer sur des représentations graphiques pour justifier un choix de résumé. On peut commencer à utiliser le symbole* $\sum$. *On commentera quelques cas où la médiane et la moyenne diffèrent sensiblement. On remarquera que la médiane d'une série de fréquences ne peut se déduire de la médiane de sous séries. Le calcul de la médiane nécessite de trier les données, ce qui pose des problèmes de nature algorithmique.*]

- Définition de la distribution des fréquences d'une série prenant un petit nombre de valeurs et de la fréquence d'un événement.

- Simulation et fluctuation d'échantillonnage. [*Concevoir et mettre en œuvre des simulations simples à partir d'échantillons de chiffres au hasard. La touche "random" d'une calculatrice pourra être présentée comme une procédure qui, chaque fois qu'on l'actionne, fournit une liste de n chiffres (composant la partie décimale du nombre affiché). Si on appelle la procédure un très grand nombre de fois, la suite produite sera sans ordre ni périodicité et les fréquences des dix chiffres seront sensiblement égales. Chaque élève produira des simulations de taille n (n allant de 10 à 100 suivant les cas) à partir de sa calculatrice ; ces simulations pourront être regroupées en une simulation ou plusieurs simulations de taille N, après avoir constaté la variabilité des résultats de chacune d'elles. L'enseignant pourra alors* *éventuellement donner les résultats de simulation de même taille N préparées à l'avance et obtenues à partir de simulations sur ordinateurs.*][2098]

- **<u>Première L.[2099] (Depuis septembre 2001)</u>**
- **<u>Partie obligatoire</u>**
- <u>Statistique</u>

En seconde, les élèves ont abordé les notions de fluctuation d'échantillonnage et de simulation. On va maintenant définir de nouveaux paramètres à associer à une série de données numériques ; pour l'interprétation des valeurs de ces paramètres, on gardera à l'esprit qu'ils fluctuent d'une série de données à une autre.

L'objectif de ce chapitre est : de familiariser les élèves avec les questions de statistique ; de montrer, à travers la notion de phénomènes gaussiens, la nature de l'information prévisionnelle apportée par un écart-type, d'étudier des tableaux de pourcentages.

- Diagrammes en boîtes. Intervalle inter-quartile
    - Définition de l'intervalle interquartile. [*On étudiera des données recueillies par les élèves, tout en choisissant des situations permettant de limiter le temps de recueil de ces données. À cette occasion, on s'attachera à : définir une problématique ou une question précise motivant un recueil de données expérimentales ; définir les données à recueillir, leur codage et les traitements statistiques qu'on appliquera pour avoir des éléments de réponses à la question posée ; élaborer un protocole de recueil et aborder les problèmes que cela pose.*]
    - Construction de diagrammes en boîtes (aussi appelés boîtes à moustaches ou boîtes à pattes). [*Proposition d'exemples : battements cardiaques, estimation de longueurs, durée des repas du soir, nombre et durée de conversations téléphoniques, temps de passage en caisse dans une grande surface, etc.*]
- Variance, écart-type
    - Introduction de l'écart-type pour des données gaussiennes. [*L'objectif est ici de rendre les élèves capables de comprendre l'information apportée par la valeur de l'écart-type lors de mesures issues de la biologie ou du contrôle industriel.*]
    - Définition de la plage de normalité pour un niveau de confiance donné. [*On pourra prendre comme exemple de référence l'étude des courbes de taille et/ou de poids dans les carnets de santé des enfants, en se limitant éventuellement à des âges inférieurs à quatre ou six ans. On se limitera ici aux exemples de résultats fournis par les laboratoires biologiques lors de certains examens. Pour l'interprétation lorsque le niveau de confiance est 0,95, on notera que le choix de ce dernier résulte d'un consensus pour avoir des formules simples et implique qu'environ une personne sur vingt sorte de cette plage.*]
- Tableaux croisés
    - Analyse d'un tableau de grands effectifs. [*On ne parlera pas des tableaux théoriques ou dits de proportionnalité ; les commentaires sur les pourcentages des lignes (resp. des colonnes) se feront simplement à partir des distributions de fréquences associées aux marges horizontales (resp. verticales)*).]

[2098] BOEN n°6, 12 août 1999, annexe, p.29-30

[2099] Arrêté du 9 août 2000 publié au Journal Officiel du 22 août 2000

- Construction et interprétation : des marges ; du tableau des pourcentages en divisant chaque cellule par la somme de toutes les cellules ; du tableau des pourcentages par ligne en divisant chaque cellule par la somme des cellules de la même ligne ; du tableau des pourcentages par colonnes en divisant chaque cellule par la somme des cellules de la même colonne. [*On pourra prendre comme exemple de référence l'étude de résultats d'élection (classification selon les régions ou les classes d'âge des votes à une élection où plusieurs candidats sont en présence).*]

- **Partie optionnelle**
- Probabilité
- Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements. [*Le lien entre loi de probabilité et distribution de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres. Un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres peut être par exemple : Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences obtenues sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand.*]
- Modélisation d'expériences de référence menant à l'équiprobabilité ; utilisation de modèles définis à partir de fréquences observées. [*On mènera de pair simulation et étude théorique sur des exemples tels la somme de deux dés. On indiquera que simuler une expérience consiste à simuler un modèle de cette expérience. On pourra ne pas se limiter à l'étude d'une seule situation et envisager d'autres expériences (produit de deux dés, somme de trois dés...). On pourra repérer les difficultés soulevées par le choix d'un modèle mais sans s'y attarder : on utilisera directement des modèles que la statistique a permis de choisir.*][2100]

- **Terminale L.[2101] (Depuis septembre 2002)**
- Probabilité et statistique
- Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements. [*Le lien entre loi de probabilité et distribution de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres. Un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres peut être par exemple : Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences obtenues sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand.*]
- Modélisation d'expériences de référence menant à l'équiprobabilité ; utilisation de modèles définis à partir de fréquences observées. [*On mènera de pair simulation et étude théorique sur des exemples tels la somme de deux dés. On conviendra, en conformité avec l'intuition, que pour des expériences indépendantes, la probabilité de la liste des résultats est le produit des probabilités de chaque résultat.*]
- Lois de Bernoulli. [*On donnera des exemples variés où interviennent des lois de Bernoulli et des lois binomiales.*]

[2100] BOEN Hors Série n°7 du 31 août 2000, Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, séries ES, L, S collection horaires, objectifs, programmes, instructions, éditions du CNDP, 2000, p.68-71

[2101] Arrêté du 20 juillet 2001

- Conditionnement par rapport à un événement. Indépendance. Expériences indépendantes. [*On définira l'indépendance de* B *vis-à-vis de* A *par* $P_A(B) = P(B)$. *On justifiera la définition de la probabilité de* B *sachant* A, *notée* $P_A(B)$, *par des calculs fréquentiels. L'élève sera entraîné à utiliser à bon escient les représentations telles que tableaux, arbres, diagrammes... efficaces pour résoudre des problèmes de probabilités. Un arbre de probabilité correctement construit constitue une preuve.*]

- Lois binomiales. [*On se limitera pour les calculs sur ces lois à des petites valeurs de* n *(*$n < 5$*) ; on pourra utiliser le triangle de Pascal ou des arbres.*][2102]

- **Première S.[2103] (Depuis septembre 2001)**

La partie du programme consacrée aux probabilités et à la statistique est centrée :

- sur la mise en place d'éléments de base indispensables pour comprendre ou pratiquer la statistique partout où elle est présente.

- sur l'acquisition de concepts de probabilité permettant de comprendre et d'expliquer certains faits simples observés expérimentalement ou par simulation.

Le programme de la classe de première introduit quelques outils descriptifs nouveaux :

- les diagrammes en boîtes qui permettent d'appréhender aisément certaines caractéristiques des répartitions des caractères étudiés et qui complètent la panoplie des outils graphiques les plus classiquement utilisés ;

- deux mesures de dispersion : l'écart-type et l'intervalle interquartile.

Ces éléments de statistique pourront notamment être travaillés pour des séries construites à partir de séries simulées ; on rencontre ainsi des répartitions variées et on prépare la notion d'estimateur. Cette partie descriptive ne doit pas faire l'objet de longs développements numériques, ni être déconnectée du reste du programme de probabilité et statistique.

- Statistique

- Variance et écart-type.

- Diagrammes en boîtes ; intervalle inter-quartile. Influence sur l'écart-type et l'intervalle interquartile d'une transformation affine des données. [*On cherchera des résumés pertinents et on commentera les diagrammes en boîtes de quantités numériques associées à des séries simulées ou non. On observera l'influence des valeurs extrêmes d'une série sur l'écart-type ainsi que la fluctuation de l'écart-type entre séries de même taille. L'usage d'un tableur ou d'une calculatrice permettent d'observer dynamiquement et en temps réel, les effets des modifications des données. L'objectif est de résumer une série par un couple (mesure de tendance centrale ; mesure de dispersion). Deux choix usuels sont couramment proposés : le couple (médiane ; intervalle interquartile), robuste par rapport aux valeurs extrêmes de la série, et le couple (moyenne ; écart-type). On démontrera que la moyenne est le réel qui minimise* $\sum (x_i - x)^2$ *alors qu'elle ne minimise pas* $\sum |x_i - x|$. *On notera s l'écart-type d'une série, plutôt que* σ, *réservé à l'écart-type d'une loi de probabilité.*]

2102 BOEN Hors Série n°3 du 30 août 2001, p.65-66

2103 arrêté du 9 août 2000 publié au Journal Officiel du 22 août 2000

- <u>Probabilités</u>

- Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Espérance, variance, écart-type d'une loi de probabilité. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements. Cas de l'équiprobabilité. [*Le lien entre loi de probabilité et distribution de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres. On expliquera ainsi la convergence des moyennes vers l'espérance et des variances empiriques vers les variances théoriques ; on illustrera ceci par des simulations dans des cas simples. On pourra aussi illustrer cette loi avec les diagrammes en boîtes obtenus en simulant par exemple 100 sondages de taille n, pour n = 10 ; 100 ; 1000. On pourra par exemple choisir comme énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres la proposition suivante : Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences obtenues sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand.*]

- Variable aléatoire, loi d'une variable aléatoire, espérance, variance, écart-type.

- Modélisation d'expériences de référence (lancers d'un ou plusieurs dés ou pièces discernables ou non, tirage au hasard dans une urne, choix de chiffres au hasard, etc.) [On simulera des lois de probabilités simples obtenues comme images d'une loi équirépartie par une variable aléatoire (sondage, somme des faces de deux dés, etc.). *On indiquera que simuler une expérience consiste à simuler un modèle de cette expérience. La modélisation avec des lois ne découlant pas d'une loi équirépartie est hors programme. On évitera le calcul systématique et sans but précis de l'espérance et de la variance de lois de probabilité.*][2104]

[2104] BOEN Hors Série n°7 du 31 août 2000, p.175

- **Terminale S.[2105] (Depuis septembre 2002)**
- Probabilités et statistique

Après avoir introduit en classe de seconde la nature du questionnement statistique à partir de travaux sur la fluctuation d'échantillonnage, on poursuit ici la présentation entreprise en Première des concepts fondamentaux de probabilité dans le cas fini avec la notion de conditionnement et d'indépendance et l'étude de quelques lois de probabilité. On vise aussi, en complément à l'usage des simulations introduit dès la Seconde, une première sensibilisation à d'autres classes de problèmes, notamment celui de l'adéquation d'une loi de probabilité à des données expérimentales.

- **Conditionnement et indépendance**

  - Conditionnement par un événement de probabilité non nulle puis indépendance de deux événements. Indépendance de deux variables aléatoires. [*On justifiera la définition de la probabilité de B sachant A, notée $P_A(B)$, par des calculs fréquentiels. On utilisera à bon escient les représentations telles que tableaux, arbres, diagrammes... efficaces pour résoudre des problèmes de probabilités. Un arbre de probabilité correctement construit constitue une preuve.*]

  - Formule des probabilités totales. [*Application à la problématique des tests de dépistage en médecine et à la loi de l'équilibre génétique lors d'appariements au hasard. Les élèves doivent savoir appliquer sans aide la formule des probabilités totales dans des cas simples.*]

  - Statistique et modélisation. Expériences indépendantes. Cas de la répétition d'expériences identiques et indépendantes. [*Application aux expériences de références vues en seconde et première (dés, pièces, urnes...). On conviendra, en conformité avec l'intuition, que pour des expériences indépendantes, la probabilité de la liste des résultats est le produit des probabilités de chaque résultat.*]

- **Lois de probabilité**

  - Exemples de lois discrètes. Introduction des combinaisons, notées $\binom{n}{p}$ ou C_n^p.

  Formule du binôme. On introduira la notation $n!$. L'élève devra savoir retrouver les formules $\binom{n}{p} = \binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p}$, $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$. [*Le symbole $\binom{n}{p}$ peut être désigné par la locution " p parmi n ". Pour les dénombrements intervenant dans les problèmes, on en restera à des situations élémentaires résolubles à l'aide d'arbres, de diagrammes ou de combinaisons.*]

  - Loi de Bernoulli, loi binomiale, espérance et variance de ces lois. [*On appliquera ces résultats à des situations variées. La formule donnant l'espérance sera conjecturée puis admise ; la formule de la variance sera admise*.]

  - Exemples de lois continues. Lois continues à densité sur [0 ; 1] ; loi de durée de vie sans vieillissement. [*Application à la désintégration radioactive : loi exponentielle de désintégration des noyaux. Ce paragraphe est une application de ce qui aura été fait en début d'année sur l'exponentielle et le calcul intégral.*]

[2105] Arrêté du 20 juillet 2001

- **Statistique et simulation**

- [*Étude d'un exemple traitant de l'adéquation de données expérimentales à une loi équirépartie. L'élève devra être capable de poser le problème de l'adéquation à une loi équirépartie et de se reporter aux résultats de simulation qu'on lui fournit. Le vocabulaire des tests (hypothèse nulle, risque de première espèce) est hors programme.*][2106]

- <u>**Première ES.[2107] (Depuis septembre 2001)**</u>

- <u>Statistique</u>

- Étude de séries de données : nature des données (effectifs, données moyennes, indices, pourcentages…) ; lissage par moyennes mobiles ; histogrammes à pas non constants ; diagrammes en boîtes. [*On s'intéressera en particulier aux séries chronologiques. On effectuera à l'aide d'un tableur le lissage par moyennes mobiles et on observera directement son effet sur la courbe représentant la série. Les histogrammes à pas non constants ne seront pas développés pour eux-mêmes, mais le regroupement en classes inégales s'imposera lors de l'étude d'exemples comme des pyramides des âges ou des salaires. On apprendra à interpréter diverses formes de diagrammes en boîtes à partir d'exemples. En liaison avec le paragraphe "probabilité", on étudiera plusieurs séries obtenues par simulation d'un modèle ; on comparera les diagrammes en boîte. L'utilisation d'un logiciel informatique est indispensable pour accéder à une simulation sur un nombre important d'expériences. Sans développer de technicité particulière à propos des histogrammes à pas non constants, on montrera l'intérêt d'une représentation pour laquelle l'aire est proportionnelle à l'effectif.*]

- Effet de structure lors du calcul des moyennes. [*On observera dynamiquement et en temps réel, les effets de modifications des données.*]

- Mesures de dispersion : intervalle interquartile, écart-type. [*L'objectif est de résumer une série par un couple (mesure de tendance centrale ; mesure de dispersion). Deux choix usuels sont couramment proposés : le couple (médiane ; intervalle interquartile), robuste par rapport aux valeurs extrêmes de la série, et le couple (moyenne ; écart-type). On démontrera que la moyenne est le réel qui minimise* $\sum (x_i - x)^2$ *alors qu'elle ne minimise pas* $\sum |x_i - x|$. *On notera s l'écart-type d'une série, plutôt que* σ, *réservé à l'écart-type d'une loi de probabilité.*]

- Tableau à double entrée : étude fréquentielle ; lien entre arbre et tableau à double entrée ; notion de fréquence de A sachant B. [*La fréquence de A sachant B sera notée* $f_B(A)$ *; elle prépare à la notion de probabilité conditionnelle qui sera traitée en terminale.*]

[2106] BOEN Hors Série n°4 du 30 août 2001, p.64-65
[2107] Arrêté du 9 août 2000 publié au Journal Officiel du 22 août 2000

▪ Probabilités

▪ Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements. [*Le lien entre loi de probabilité et distribution de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres. Un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres peut être par exemple : Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences obtenues sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand.*]

▪ Modélisation d'expériences de référence menant à l'équiprobabilité ; utilisation de modèles définis à partir de fréquences observées. [*On mènera de pair simulation et étude théorique sur des exemples tels la somme de deux dés. On indiquera que simuler une expérience consiste à simuler un modèle de cette expérience. On pourra ne pas se limiter à l'étude d'une seule situation et envisager d'autres expériences (produit de deux dés, somme de trois dés...). On pourra repérer les difficultés soulevées par le choix d'un modèle mais sans s'y attarder : on utilisera directement des modèles que la statistique a permis de choisir.*][2108]

▪ **Terminale ES.[2109] (Depuis septembre 2002)**

▪ Statistique et probabilités

▪ Nuage de points associé à deux variables numériques. Point moyen. [On proposera aussi des exemples où la représentation directe en $(x\ ;\ y)$ n'est pas possible et où il convient par exemple de représenter $(x\ ;\ Ln\ y)$ ou $(Ln\ x\ ;\ y)$ et on fera le lien avec des repères semi-logarithmiques.]

▪ Ajustement affine par moindres carrés. [*On fera percevoir le sens de l'expression "moindres carrés" par le calcul sur tableur, pour un exemple simple, de la somme* $\sum (y_i - ax_i - b)^2$. *On évoquera sur des exemples l'intérêt éventuel et l'effet d'une transformation affine des données sur les paramètres* a *et* b. *On étudiera avec des simulations la sensibilité des paramètres aux valeurs extrêmes. On proposera des exemples où une transformation des données conduit à proposer un ajustement affine sur les données transformées. L'objectif est de faire des interpolations ou des extrapolations. On admettra les formules donnant les paramètres de la droite des moindres carrés : coefficient directeur et ordonnée à l'origine. On traitera essentiellement des cas où, pour une valeur de* x, *on observe une seule valeur de* y *(par exemple les séries chronologiques). Le coefficient de corrélation linéaire est hors programme (son interprétation est délicate, notamment pour juger de la qualité d'un ajustement affine).*]

▪ On proposera un ou deux exemples où les points $(x_i\ ;\ y_i)$ du nuage sont "presque" alignés et où cet alignement peut s'expliquer par la dépendance "presque" affine à une troisième variable. [*On verra ainsi que pouvoir prédire* y *à partir de* x *ne prouve pas qu'il y ait un lien de causalité entre* x *et* y.]

[2108] BOEN Hors Série n°8 du 31 août 2000, p.7
[2109] Arrêté du 20 juillet 2001

- Simulation. [*On étudiera un exemple traitant de l'adéquation de données expérimentales à une loi équirépartie. L'élève devra être capable de poser le problème de l'adéquation à une loi équirépartie et de se reporter aux résultats de simulation qu'on lui fournira. Le vocabulaire des tests (hypothèse nulle, risque de première espèce) est hors programme.*]

- Conditionnement et indépendance. [*On justifiera la définition de la probabilité de* B *sachant* A*, notée* $P_A(B)$*, par des calculs fréquentiels. On utilisera à bon escient les représentations telles que tableaux, arbres, diagrammes... efficaces pour résoudre des problèmes de probabilités. Un arbre de probabilité correctement construit constitue une preuve.*]

- Conditionnement par un événement de probabilité non nulle puis indépendance de deux événements. Formule des probabilités totales. [*On appliquera entre autre cette formule à la problématique des tests de dépistage. Les élèves doivent savoir appliquer la formule des probabilités totales sans aide dans des cas simples.*]

- Modélisation d'expériences indépendantes. Cas de la répétition d'expériences identiques et indépendantes. [*On retravaillera les expériences de références vues en seconde et première (dés, pièces, urnes...). On conviendra, en conformité avec l'intuition, que pour des expériences indépendantes, la probabilité de la liste des résultats est le produit des probabilités de chaque résultat.*]

- Lois de probabilités discrètes. [*Les situations abordées à ce niveau ne nécessitent pas le langage formalisé des variables aléatoires ; ces dernières ne figurent pas au programme.*]

- Espérance et variance d'une loi numérique. [*À l'aide de simulations et de la toi des grands nombres, on fera le lien avec moyenne et variance d'une série de données.*]

- Expériences et lois de Bernoulli. Lois binomiales. [*On se limitera pour les calculs sur ces lois à des petites valeurs de* n $(n < 5)$ *; on pourra utiliser des arbres. On donnera des exemples variés où interviennent des lois de Bernoulli et des lois binomiales.*][2110]

[2110] BOEN Hors Série n°4 du 30 août 2001, p.57-58

Programmes officiels de mathématiques pour les brevets de technicien et de technicien supérieur en électrotechnique, pour la période 1953 - 2003

Brevet de technicien électrotechnicien : de 1953 - 1954 (1ère année) à 1963 - 1964 (2e année)

I - Algèbre et analyse

- Division par $(x - a)$.
- Opérations sur les nombres complexes, représentation de la fonction exponentielle en nombres complexes, en vue de leur application à l'électricité.
- Intégrale définie. Applications à la mécanique et à l'électricité.
- Notions sur les équations différentielles. Applications aux problèmes simples de mécanique et d'électricité.

II - Géométrie pure et géométrie analytique

- Coordonnées (plan et espace). Divers systèmes de coordonnées.
- Problèmes d'angles et de distance.
- Constructions de courbes $y = f(x)$, $\varphi = f(\theta)$.
- Courbure.
- Coniques. (Équations réduites). Hélice. Hélicoïde.

III - Calcul numérique

- Calcul de l'erreur (absolue et relative) commise sur le résultat des opérations arithmétiques.
- Calcul approché d'un polynôme.
- Calcul de l'aire d'une courbe plane, du volume de solides simples au moyen d'intégrales définies. Centre de gravité. Moyennes.
- Abaques cartésiennes et à points alignés.[2111]

[2111] Brochure du Ministère de l'éducation Nationale, Programme d'études d'examens et de concours, Lycées techniques classes de Première et terminale industrielle, BT électrotechnique, édition du Ministère de l'éducation nationale, 1954, p.24-25

Brevet de technicien supérieur en électrotechnique : de 1964 - 1965 (1ère année) à 1987 - 1988 (2e année)

I - Vecteurs

- Définitions - Opérations - Produit scalaire - Produit vectoriel - Produit mixte - Barycentre - Réduction d'un système de vecteurs glissants - Dérivées vectorielles.

II - Nombres complexes

- Définition - Représentation géométrique - Module et argument - Opérations - Nombre j - Formule de Moivre - Racines nèmes.
- Utilisation du symbole $e^{j\theta}$.
- Résolution de l'équation du deuxième degré.
- Droite $y = a + jbx$, cercle $z = \dfrac{1}{a + jbx}$, cercle $z = \dfrac{a + jbx}{c + jdx}$.

III - Fonction d'une variable réelle

- Révision des propriétés antérieurement apprises : limites, continuité, dérivation.
- Fonction inverse d'une fonction continue monotone ; fonctions circulaires inverses.
- Formule des accroissements finis, formules de TAYLOR et de MAC-LAURIN.
- Application au calcul d'erreur. Différentielle d'une fonction d'une variable.
- Fonction intégrale au sens de RIEMANN (sans démonstration).
- Formule de la moyenne, valeur moyenne d'une fonction, valeur efficace.
- Généralisation de l'intégrale définie.
- Fonctions usuelles : polynômes, fonction logarithmique.
- Fonction exponentielle, fonctions hyperboliques et hyperboliques inverses.
- Croissances comparées des fonctions e^x, x^p, $Log\ x$.
- Recherche des primitives : changement de variable, intégration par parties, intégration des fractions rationnelles. Applications : calcul d'aires de surfaces planes, de volumes de révolution, détermination de centre de gravité, calcul de moments d'inertie.

IV - Équations différentielles

- Équations différentielles du premier ordre à variables séparées, homogènes, linéaires.
- Équations différentielles du deuxième ordre linéaires à coefficients constants.

V - Développements limités

- Développements limités usuels, méthodes générales de calcul. Application au calcul des limites et à l'étude locale d'une fonction $y = f(x)$.

VI - Fonctions de plusieurs variables

- Dérivées partielles. Formule des accroissements finis et formule de TAYLOR. Différentielles, application au calcul d'erreur.

VII - Séries

- Notions sommaires sur les séries numériques et les séries entières. Séries de FOURIER : calcul des coefficients, énoncés de conditions suffisantes de convergence. Applications.

VIII - Calcul numérique

- Usage des tables de valeurs numériques, interpolation. Règle à calcul.
- Résolution d'une équation, méthode de NEWTON, de LAGRANGE, par itération.
- Calcul numérique approché d'une intégrale définie.
- Échelles fonctionnelles : abaques cartésiens à deux ou trois variables.
- Abaques à points alignés.

IX - Géométrie analytique

- Exercices simples sur la droite, le cercle, les coniques.
- Courbes $y = f(x)$.
- Courbes définies paramétriquement (courbes de LISSAJOUS).
- Longueur d'un arc de courbe, aire d'une surface de révolution.
- Coordonnées polaires, courbes $r = f(\theta)$.
- Courbure des courbes planes, rayon de courbure.

X - Algèbre linéaire

- Notions sommaires sur la notation matricielle, pratique des opérations.
- Cas des matrices carrées, déterminant attaché à une matrice carrée.
- Système de CRAMER, inverse d'une matrice.

XI - Notions de statistique

- Notions sommaires de statistique descriptive.
- Distributions expérimentales : histogrammes, courbes de fréquences, fréquences cumulées.
- Valeurs typiques : moyenne - mode – médiane.
- Indices de dispersion : étendues - quantiles - variance - écart-type.
- Applications : <u>cartes de contrôles</u> - assemblages.[2112]

[2112] Programme d'études d'examens et de concours, Brevet de technicien supérieur en Électrotechnique, Institut Pédagogique National, 1964, p.24-26

Brevet de technicien supérieur en électrotechnique : depuis 1987 - 1988 (1ère année) et 1988 - 1989 (2ème année)

Le programme de mathématiques du BTS électrotechnique comprend onze modules : {nombres complexes 3 ; suites et séries numériques 2 ; fonctions d'une variable réelle 2 ; calcul différentiel et intégral 3 ; analyse spectrale : séries de FOURIER ; analyse spectrale : transformation de LAPLACE ; équations différentielles 2 ; fonctions de deux ou trois variables ; algèbre linéaire 2 ; calcul des probabilités 2 ; calcul vectoriel.}[2113]

Module "calcul des probabilités 2"[2114]

Il s'agit d'une initiation aux phénomènes aléatoires où toute ambition théorique et toute technicité sont exclues. L'objectif est que les élèves sachent traiter quelques problèmes simples concernant les variables aléatoires dont la loi figure au programme et utiliser les tables de ces lois. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent un large éventail de tels problèmes, et on évitera les situations artificielles.

PROGRAMME

Probabilités sur les ensembles finis : vocabulaire des événements, probabilité.

Probabilité conditionnelle, événements indépendants.

Cas équiprobable. Arrangements, combinaisons.

Variables aléatoires à valeurs réelles : loi de probabilité, fonction de répartition. Espérance mathématique, variance, écart-type.

Loi binomiale, loi de POISSON, loi normale.

Somme de deux variables aléatoires, espérance de la somme, variance de la somme de deux variables indépendantes.

TRAVAUX PRATIQUES

Emploi de dénombrements pour le calcul des probabilités.

Exemples d'étude de situations de probabilités faisant intervenir des variables aléatoires suivant une loi binomiale, de POISSON ou normale.

[2113] Arrêté du 30 mars 1989 fixant les objectifs, les contenus de l'enseignement et le référentiel des capacités du domaine des mathématiques pour les brevets de technicien supérieur, Journal Officiel du 27 avril 1989

[2114] Horaires/objectifs/Programmes/Instructions : Brevet de technicien supérieur électrotechnique, brochure éditée par le Ministère de l'Education Nationale, direction des lycées et collèges, éditions du CNDP, 1993, p.82

Programmes de probabilités et de méthodes statistiques du module MA 301 de l'ESIEE de Paris dans les années 2000

Partie I : Probabilités

I. Espaces de probabilité

- 1) Mesure de probabilités
  - a) Événements
  - b) Tribus
  - c) Probabilité
- 2) Probabilité sur un ensemble fini ou dénombrable
  - a) Généralités
  - b) Dénombrement
  - c) Probabilités conditionnelles
- 3) Variables aléatoires
  - a) Généralités
  - b) Loi d'une variable aléatoire
  - c) Mesure de STIELJÈS sur $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$
- 4) Espérance d'une variable aléatoire
  - a) Intégration par rapport à une mesure de probabilité
  - b) Intégrale par rapport à une loi de probabilité
  - c) Moments d'une variable aléatoire

II. Variables aléatoires discrètes

- 1) Loi d'une variable aléatoire discrète
  - a) Histogramme
  - b) Moments
  - c) Fonctions génératrices
  - d) Lois discrètes usuelles
- 2) Couples de variables aléatoires discrètes
  - a) Loi jointe
  - b) Covariance entre deux variables aléatoires discrètes
  - c) Somme de variables aléatoires
  - d) Probabilités conditionnelles

III. Variables aléatoires à densité sur ℝ
1) Loi d'une variable aléatoire réelle
a) densité de probabilité
b) Moments d'une variable aléatoire à densité
c) Lois à densité usuelles
2) Fonction caractéristique
a) Définition et calcul
b) Formule d'inversion
3) Couples de variables aléatoires à densité
a) Densité jointe
b) Indépendance entre deux variables aléatoires à densité
4) Somme de variables aléatoires indépendantes
a) Loi de la somme de deux variables aléatoires indépendantes
b) Fonction caractéristique de la somme de n variables aléatoires indépendantes
5) Densité conditionnelle

IV. Convergences de variables aléatoires
1) Convergence en probabilité de variables aléatoires
2) Convergence en loi
3) Théorème de la limite centrale

Partie II : Méthodes statistiques

- 1 Statistique descriptive
  - 1.1 Les données
    - 1.1.1 Individu, population et échantillon
    - 1.1.2 Caractère
  - 1.2 Description d'une variable quantitative
    - 1.2.1 Tendance centrale
    - 1.2.2 Dispersion
    - 1.2.3 Caractéristiques visuelles
    - 1.2.4 Application
  - 1.3 Régression linéaire
    - 1.3.1 Généralités
    - 1.3.2 Régression linéaire simple
    - 1.3.3 Application
- 2 Estimation
  - 2.1 Modèle statistique paramétrique
    - 2.1.1 Vraisemblance
    - 2.1.2 Échantillon
  - 2.2 Estimation ponctuelle
    - 2.2.1 Estimateurs
    - 2.2.2 Caractéristiques d'un estimateur
    - 2.2.3 Propriétés asymptotiques des estimateurs
  - 2.3 Intervalles de confiance
    - 2.3.1 Définition
    - 2.3.2 Intervalle de confiance asymptotique
    - 2.3.3 Estimation d'une proportion
  - 2.4 Application aux échantillons gaussiens
    - 2.4.1 Rappels et compléments sur les lois gaussiennes
    - 2.4.2 Échantillons gaussiens
  - 2.5 Application
- 3 Tests d'hypothèses
  - 3.1 Tests paramétriques
    - 3.1.1 Généralités
    - 3.1.2 Test bayésien de détection
    - 3.1.3 Test de NEYMAN et PEARSON
    - 3.1.4 Test d'hypothèses multiples
  - 3.2 Tests usuels
    - 3.2.1 Tests sur la moyenne d'un échantillon
    - 3.2.2 Test sur l'écart type d'un échantillon
    - 3.2.3 Test sur une proportion
    - 3.2.4 Tests sur 2 échantillons
    - 3.2.5 Test sur l'égalité de 2 proportions
  - 3.3 Test du khi-2
    - 3.3.1 Loi multinomiale
    - 3.3.2 Statistique du khi-2
    - 3.3.3 Tests d'ajustement du khi-2
    - 3.3.4 Application