CHAPITRE 6

Mathématisation du hasard et du probable. Processus de rationalisation des prises de décision en situation d'incertitude et en situation de risque. Calcul des espérances. Constitution du calcul des probabilités : étude socio-historique

> *« La théorie mathématique des probabilités est la science du hasard. »*[602]

Précisons tout d'abord le statut de ce chapitre. Il s'agit de l'élaboration d'un cadre socio-historique nécessaire à notre étude : les pages qui le constituent ne prétendent en aucune façon présenter une recherche historique de “première main” relative aux processus de domestication mathématique du hasard, du probable, des prises de décision en situation d'incertitude et en situation de risque grâce au calcul des espérances et à la constitution du calcul des probabilités comme science. Ce chapitre, qui n'est qu'un moyen et non une fin - laquelle est l'analyse des performances des étudiants - doit être mis en relation d'une part, avec l'analyse socio-historique des différentes formes de diffusion et d'enseignement du calcul des probabilités[603] et d'autre part, avec les problèmes d'appropriation de ce savoir par des élèves de BTS[604], problèmes qui sont susceptibles, nous l'avons évoqué, d'avoir également pu être rencontrés par les savants qui ont contribué à élaborer ce savoir. Notre présentation, qui ne prétend nullement être exhaustive, intègre l'idée que le calcul des probabilités n'a pu émerger et se développer que grâce aux idées géniales de quelques grands hommes : ces idées ont en effet été rendues possibles grâce aux diverses sollicitations scientifiques, culturelles et sociales que ces savants ont connues. Notre argumentation s'appuie sur des ouvrages d'anthropologues, de philosophes, de mathématiciens et sur un certain nombre de travaux élaborés dans le cadre du séminaire de l'histoire du calcul des probabilités de l'École des Hautes Études en Sciences Sociales. En plus des textes des nombreux savants ayant apporté leur contribution à l'élaboration du savoir probabiliste, nous nous référons aux analyses de chercheurs, mathématiciens, philosophes, historiens des sciences, contemporains ou non. Soulignons les difficultés de notre approche

[602] D. DACUNHA-CASTELLE, *Chemins de l'aléatoire*, *op. cit.*, p.7
[603] - deuxième partie, chapitres 7 et 8 -
[604] - troisième partie -

socio-historique qui exige de mettre en œuvre à la fois une connaissance interne du développement du savoir probabiliste et celle de ses contextes économiques et politiques.

Le calcul des probabilités est aujourd'hui constitué en une théorie axiomatisée depuis les travaux d'Andreï Nikolaïevitch KOLMOGOROV publiés en 1933, c'est-à-dire sous la forme d'une construction rationnelle et systématique purement formelle, donc dépourvue de tout contenu empirique et sur la cohérence de laquelle la communauté des mathématiciens contemporains s'accorde. On peut alors penser que les travaux probabilistes qui l'ont précédée n'offrent qu'un intérêt historiographique… Or c'est précisément parce que cette théorie mathématique est entièrement formalisée et qu'elle ne dit rien de la signification de ses objets, que la connaissance de sa construction historique apparaît essentielle pour qui veut, non seulement l'utiliser, mais également comprendre la portée et les limites des applications du calcul des probabilités. À ce titre elle est essentielle pour le didacticien, essentielle pour les étudiants, essentielle pour qui veut, non seulement appliquer des formules mathématiques mais aussi comprendre ce qu'est une démarche probabiliste[605].

Pour Gilles Gaston GRANGER[606] comme pour Giorgio ISRAEL[607], la question du hasard est traditionnellement traitée d'un double point de vue : ontologique d'une part, comme propriété du monde, épistémologique d'autre part comme limitation de notre connaissance de ce monde. À la question de savoir si le hasard est une propriété des relations entre les choses ou une propriété de notre relation avec les choses, s'il est "dans les choses" ou "dans les jugements humains sur les choses", correspond la question de savoir dans quelle mesure le calcul des probabilités peut s'appliquer aux événements eux-mêmes (signification objective) ou aux jugements que nous formons à leur sujet (signification subjective), question qui engage un certain type de représentation du réel et qui interroge l'étendue du pouvoir dont dispose la raison pour maîtriser rationnellement un avenir incertain. Reprenant la terminologie adoptée par Norbert MEUSNIER[608], nous parlerons de probabilisme épistémique pour qualifier le rapport à la connaissance et au jugement sur les choses. Ce concept, décliné également à travers les expressions d'ignorance épistémique, d'incertitude épistémique, de probabilité épistémique, sous-entend l'existence de degrés de croyance. Norbert MEUSNIER distingue probabilité épistémique et probabilité ontique. Alors que la probabilité épistémique consiste en une

---

605 - *cf.* la préface du livre de J. HARTONG, *Probabilités et statistiques, de l'intuition aux applications*, éditions Diderot multimédia, 1996 -

606 G.G. GRANGER, *Le probable, le possible et le virtuel*, éditions O. Jacob, 1995, p.170

607 G. ISRAEL, *La mathématisation du réel*, éditions du Seuil, 1996

608 N. MEUSNIER, *La passe de l'espérance, l'émergence d'une mathématique du probable au XVII^e^ siècle*, Revue Mathématiques, Informatique, Sciences humaines, n°135, 1995, p.5-28

estimation subjective de la probabilité d'un événement, la probabilité ontique est une probabilité objective au sens ontologique du terme : c'est l'idée qu'il existe une probabilité dans les choses elles-mêmes ; c'est notamment la probabilité telle qu'elle est utilisée en mécanique quantique (conception de l'école de Copenhague), c'est le contraire d'un doute, c'est dans les choses elles-mêmes qu'il y a de l'aléatoire ; ce n'est pas un aléatoire traduisant notre ignorance.

Cette interrogation relative au rapport entre une théorie et le réel est notamment au cœur de la réflexion probabiliste de COURNOT[609] et est inscrite historiquement dans un contexte marqué par la mise en cause de la légitimité des applications du calcul des probabilités. En effet l'histoire de l'édification du calcul des probabilités, comme toute élaboration scientifique, ne s'est pas faite et ne se fait pas sous la forme d'un développement linéaire et autonome d'une théorie purement mathématique : ses principes se constituent au contraire à partir d'un ensemble d'applications partielles d'instruments mathématiques à des domaines hétérogènes tels que les jeux de hasard, le partage de la mise lorsqu'un joueur désire se retirer avant la fin de la partie, les contrats d'assurance, les rentes viagères, la question de la fiabilité des jugements et des témoignages, applications dont la légitimité a fait l'objet de discussions et de controverses dont témoignent par exemple les doutes soulevés par D'ALEMBERT[610] (nous les examinerons dans le détail) sur l'applicabilité du calcul des probabilités. Or, après les grandes synthèses opérées par CONDORCET d'une part, LAPLACE d'autre part, on aurait pu penser que ces controverses s'atténueraient : cela n'a pas été le cas. Ainsi, au début du XIX^{e} siècle, le calcul des probabilités est en butte aux attaques de la part de savants, de mathématiciens et de philosophes au premier rang desquels, par la notoriété et par la virulence des attaques, figure Auguste COMTE. La fin du XIX^{e} siècle consacre cependant la pertinence de la description probabiliste du monde à la fois dans les sciences de la vie et de la terre et dans les sciences physiques. Enfin l'insertion de la notion de probabilité dans la théorie des ensembles se fait avec Emile BOREL[611] et l'œuvre décisive de KOLMOGOROV s'inscrit pour une part dans une postérité inspirée à la fois de BOREL et de LEBESGUE.

609 - 1801-1877 -

610 *cf.* E. BRIAN, *L'objet du doute, Les articles de D'Alembert sur l'analyse des hasards dans les quatre premiers tomes de l'Encyclopédie*, *op. cit.*, p.163- 178

611 - 1871-1956 -

Section I. Présentation du concept de “formes de croyance et de rationalité” utilisé comme outil d’analyse et d’interprétation pour une histoire sociale des sciences du hasard, du probable, de la décision

> *« La rationalité n’est pas donnée avant la science pour en conduire et fixer, comme de l’extérieur, le mouvement. Elle est immanente au mouvement des diverses disciplines scientifiques ; elle se fabrique dans et par leurs démarches, dans le contact avec leurs “réels” et la résistance de ces réels. »*[612]

Le passage des différentes formes de croyance (mythes cosmogoniques, religions) à l’avènement de la pensée rationnelle, peut être examiné au regard de la typologie élaborée par Jean Pierre VERNANT au sujet des formes de rationalité dans la Grèce antique. L’auteur propose en effet une histoire des formes de la pensée rationnelle dans leur diversité, leurs variations et leurs transformations, qui intègre l’idée qu’ont toujours co-existé, de manière solidaire, rationalité et “irrationalité”. Ces formes de pensée varient en fonction des objets auxquels elles s’appliquent : elles sont différentes suivant qu’elles utilisent la langue commune ou le langage mathématique ; de plus, ces formes de pensée apparaissent étroitement liées au niveau technique du développement de la science qui révèle l’histoire technique et économique des sociétés humaines[613]. La raison[614] apparaît ainsi immanente à l’histoire humaine à tous ses niveaux : elle ne peut être séparée des efforts produits par l’homme pour comprendre la nature et le monde social. Le progrès d’une science, l’extension de son domaine, l’enrichissement de son objet et la transformation de son langage permettant la mise en place de nouvelles opérations entraînent nécessairement la mise en question de ses principes fondateurs et directeurs[615].

---

612 J.P. VERNANT, *L’avènement de la pensée rationnelle*, in *Entre mythe et politique*, collection Points, éditions du Seuil, 1996, p.263

613 *« L’épistémologie moderne a montré de façon convaincante qu’en aucun secteur de la science il n’est possible de séparer les formes de la pensée, ses outils et son langage, les objets enfin auxquels cette pensée s’applique. »* J.P. VERNANT, *Raison d’hier et d’aujourd’hui*, in *Entre mythe et politique*, *op. cit.*, p.231

614 *« Ce que l’historien appelle raison, ce sont des modes définis de pensée, des disciplines intellectuelles, des techniques mentales propres à des domaines particuliers de l’expérience et du savoir. Formes diverses d’argumentation, de démonstration, de réfutation, modes particuliers d’enquête sur les faits, d’administration de la preuve et des preuves, différents types de vérification expérimentale. »* J.P. VERNANT, *Raison d’hier et d’aujourd’hui*, in *Entre mythe et politique*, *op. cit.*, p.230

615 *« La raison se fabrique et se transforme elle-même en fabriquant les outils techniques et les instruments intellectuels de sa compréhension des choses ; elle se construit en même temps qu’elle élabore les divers domaines de la connaissance scientifique. »* J.P. VERNANT, *Raison d’hier et d’aujourd’hui*, in *Entre mythe et politique*, *op. cit.*, p.231

Pour J.P. VERNANT, c'est au VI^{e} siècle avant J.C., dans les cités grecques du Proche-Orient, qu'émerge un mode nouveau de pensée, émergence indissociable de la priorité de plus en plus importante accordée à la forme écrite sur la forme orale. La poésie, forme de narration mythique, chantée, dansée et rythmée, domine alors la scène intellectuelle[616] où l'aède inspiré est la mémoire collective du groupe. Dans ce cadre, les phénomènes sont expliqués à l'aide de récits dramatiques mettant en jeu les personnages que les pratiques cultuelles consacrent[617] : cette manière de rendre raison des phénomènes est non seulement liée aux formes de poésie orale et de narration mais également à un type de croyance religieuse construite sur l'idée qu'à l'origine, le monde n'était que chaos d'où s'est dégagé puis imposé un pouvoir souverain instituant l'ordre et la stabilité. Selon ce mythe fondateur, c'est au terme de plusieurs générations divines et de luttes pour la souveraineté, que Zeus, le plus puissant de tous les dieux, a réussi à s'installer et à distribuer les pouvoirs. J.P. VERNANT appelle ce type de rationalité, où l'idée de pouvoir et de puissance est fondamentale, une rationalité du *kratos* : elle nécessite de ne se référer qu'aux dieux souverains.

Une succession de transformations intervient alors. Apparition de récits en prose à prétention explicative : argumentation orale et maîtrise des règles langagières les caractérisent. La nécessité d'une rigueur démonstrative interne de l'exposé conduit à l'élaboration progressive d'une logique du discours : il s'agit d'une rationalité rhétorique, immanente au langage. En effet, au V^{e} siècle avant J.C., se constitue un champ politique à l'occasion notamment des débats à l'assemblée et des délibérations de justice où se règlent des affaires qui auparavant relevaient des rapports de forces entre individus ou groupes opposés. J.P. VERNANT souligne d'ailleurs les correspondances qui existent entre les transformations des formes de rationalité et les changements qui se produisent à tous les niveaux de la vie sociale et de la vie politique : *« Ce n'est certainement pas le fait du hasard si la raison surgit en Grèce comme une conséquence de cette forme si originale d'institutions politiques qu'on appelle la cité. Avec la cité, et pour la première fois dans l'histoire de l'homme, le groupe humain considère que ses affaires communes ne peuvent être réglées, les décisions d'intérêt général prises, qu'au terme d'un débat public et contradictoire, ouvert à tous et où les discours argumentés s'opposent les uns aux autres. Si la pensée rationnelle est apparue dans des cités grecques d'Asie Mineure comme Milet, c'est parce que les règles du jeu politique dans le cadre de la cité - le débat public argumenté, librement contradictoire - étaient devenues aussi celles du jeu*

616 *« Nous trouvons là l'épopée, la poésie lyrique et une poésie de forme à la fois épique et sapientielle comme chez Hésiode. Les poètes sont des chanteurs et tout se transmet oralement. »* J.P. VERNANT, *L'avènement de la pensée rationnelle*, in *Entre mythe et politique*, *op. cit.*, p.254

617 - les divinités, les héros -

intellectuel. »[618] La cité grecque établit des tribunaux où des juges élus arbitrent entre les parties qui se combattent dorénavant au moyen d'arguments, ce qui donne naissance à la rhétorique qui a pour fin la persuasion (*peithô*). Cette forme de discours intéressé, persuasif et argumenté a généralement peu de rapports avec la vérité : elle consiste, en enserrant son adversaire dans les liens d'une dialectique astucieuse, à le contraindre au silence, à la vaincre. J.P. VERNANT souligne l'existence d'une divinité liée à la force de persuasion : *Peithô*, la Persuasion. *« Cette divinité est une puissance religieuse, mais en même temps cette puissance religieuse s'exprime au tribunal, à l'agora ou à l'ecclesia, puisque partout il faut développer un discours suffisamment argumenté pour provoquer chez les auditeurs la persuasion. »*[619]

L'étape suivante est celle du passage du discours en prose au texte écrit. Alors que la poésie est susceptible de déclencher émotion et sympathie, ce qui, d'après PLATON, permet les manipulations[620], le texte écrit, parce qu'il rend possible la réflexion critique, les objections et les controverses, exige en retour, cohérence et non-contradiction : *« C'est un changement fondamental car l'écriture instaure à la fois un nouveau mode de discours, de logique du discours, et un nouveau mode de communication entre l'auteur et son public. C'est une forme beaucoup plus distante et critique. »*[621]

Une autre transformation intervient ensuite : il s'agit du passage d'une forme narrative à une forme de textes dont l'ambition est de rendre raison des apparences et de l'ordre des choses[622]. Les textes cessent d'être des narrations et vont prendre la forme d'exposés explicatifs très différents de la forme poétique. De plus, au lieu de placer à l'origine le chaos et de faire naître de ce chaos un dieu souverain imposant l'ordre, il est question de rechercher les principes explicatifs, voire le principe fondateur, des phénomènes : pour certains, ce principe primordial est l'eau, pour d'autres le feu. J.P. VERNANT reconnaît ici l'idée d'*archẽ* dont la spécificité est d'avoir deux sens : *« Le mot désigne à la fois le pouvoir, la suprématie mais aussi le principe, le fondement. À partir de ce moment les Grecs vont rechercher le principe. Ce qui veut dire que, derrière les apparences, pour les expliquer, on ne recherche plus un prince venu les*

---

[618] J.P. VERNANT, *Raison d'hier et d'aujourd'hui*, in *Entre mythe et politique*, *op. cit.*, p.233

[619] J.P. VERNANT, *Formes de croyance et de rationalité en Grèce*, in *Entre mythe et politique*, *op. cit.*, p.247

[620] *« [Hésiode, Homère et les autres poètes] ont composé des fables menteuses que l'on a racontées et qu'on raconte encore aux hommes. […] Toutes les œuvres de ce genre ruinent, ce semble, l'esprit de ceux qui les écoutent, lorsqu'ils n'ont point l'antidote, c'est-à-dire la connaissance de celles qu'elles sont réellement. »* PLATON, *La République*, éditions Garnier Flammarion, 1966, Livre II, 377b-378b, p.127 et Livre X, p.359

[621] J.P. VERNANT, *L'avènement de la pensée rationnelle*, in *Entre mythe et politique*, *op. cit.*, p.255

[622] - Par exemple, expliquer l'existence du jour et de la nuit, des saisons, de la foudre, etc. -

stabiliser et les fixer. Ce que l'on recherche c'est le principe qui les fonde. »[623] Cette *archẽ* va prendre la forme de la loi et de la règle (*nomos*). À partir de là, notamment avec les penseurs milésiens, un mode de pensée va tenter de dégager, sous le jeu des apparences, des éléments stables, permanents et premiers, qui contiennent la loi d'équilibre de l'univers même lorsque celui-ci connaît des phases : dans ce dernier cas, ce sera la loi du cycle. J.P. VERNANT souligne que pour élaborer une telle conception du monde, les Grecs ont dû modifier leur vocabulaire : ils ont alors utilisé, non plus les noms des divinités traditionnelles mais ceux de qualités sensibles, rendues abstraites et substantialisées par l'emploi de l'article : le chaud, le froid, etc. Ainsi, pour désigner l'eau, ce ne sera pas Poséidon, mais *hudõr*, le nom qui désigne l'élément. Apparaissent ainsi des catégories conceptuelles qui vont être généralisées. Dès lors, le système va être réorganisé afin d'aboutir à un réseau de principes, voire parfois à un seul principe dominant. Les penseurs grecs du VI^e^ siècle avant J.C. ont alors essayé de montrer comment ces principes se combinaient suivant un ordre qui est l'ordre constant de la nature. L'idée que c'est la loi qui gouverne le monde et non pas Zeus va alors progressivement s'imposer. C'est également à ce moment que s'instaure une nouvelle logique du questionnement : elle est différente de la précédente en ce sens que, contrairement aux récits mythiques, les textes ont désormais pour ambition de répondre à des *problèmata*. Par exemple, "pourquoi, parfois, y a-t-il arc-en-ciel ?" Il y a donc formulation de questions et nécessité d'y répondre. Les Grecs vont ainsi être amenés à réfléchir à un double niveau : celui de la nature (*phusis*) et des "phénomènes" qui y résident (le *phainomenon*, ce qui apparaît), et au niveau de ce qui est "en dessous" des phénomènes. Cet "en dessous" est également de l'ordre des phénomènes mais jouit d'une stabilité que les phénomènes n'ont pas : leur recherche est donc double. Au niveau de phénomènes physiques, les Grecs restent à une consistance qui est encore celle de la nature mais la rationalité ne va plus fonder l'univers visible sur un espace qui est sacral et sur un temps qui est celui des dieux : il leur faut trouver des explications qui s'insèrent dans le temps des hommes. Ils vont également rechercher des principes permettant d'expliquer certains phénomènes physiques : leurs schémas explicatifs visent à déceler ce qui se cache sous les apparences, ce qui est invisible n'étant pas d'un ordre radicalement différent de celui des apparences. Ils vont continuer à utiliser les mêmes éléments qu'auparavant mais grâce à un vocabulaire plus abstrait et à des schémas explicatifs plus précis, ils vont proposer des principes d'ordre sous-jacent inédits : c'est en ce sens que J.P. VERNANT perçoit une innovation dans la rationalité. À partir de ce moment, vont alors se développer la curiosité pour l'ensemble des phénomènes physiques ainsi qu'un questionnement intellectuel qui, en empruntant des voies inédites, vont conduire à construire

[623] J.P. VERNANT, *L'avènement de la pensée rationnelle*, in *Entre mythe et politique*, *op. cit.*, p.257

progressivement la science. Il y a, par exemple, instauration du dialogue entre le maître et l'élève : celui-ci n'est plus mû par la *peithô* sophistique mais par la *pistis*, c'est-à-dire par la confiance réciproque. Le maître essaie, par un processus de discussion contradictoire, par un jeu de questions-réponses, de faire émerger, non la victoire d'un individu mais celle de la vérité, vérité qui pourra également être atteinte au cours d'un processus démonstratif[624]. Les penseurs grecs ont ainsi défini une activité intellectuelle visant à la fois à rendre raison des phénomènes, à développer la production d'enquêtes donnant lieu à de grands recueils d'observations (*historia*) et à instaurer un discours argumenté (*logos*), obéissant à certaines règles (non-contradiction, cohérence, logique). Soulignons que chez PLATON, la cohérence interne du discours se rattache à l'idée qu'il existe des réalités transcendantes. À l'origine, *logos* et *mûthos* étaient synonymes, désignant tous deux "une parole". PLATON les a ensuite distingués : *logos* désignant alors le discours cohérent et consistant, *mûthos* désignant une fable sans cohérence ou un récit comportant des contradictions. Mais en même temps, PLATON déclare que certains vieux *muthoi*, ceux par exemple qui laissent penser que l'âme est immortelle ou qu'il existe un châtiment après la mort, doivent être conservés et que nous devons croire en eux. Ainsi, après avoir insisté sur le fait que le procès de rationalisation initié par les Grecs relève d'un idéal[625], J.P. VERNANT souligne combien il est difficile de séparer, de façon radicale, un domaine qui serait celui de la croyance et un domaine qui serait celui de la rationalité, de séparer *mûthos* et *logos*. Ainsi, non seulement "la mentalité primitive" mais également les formes de rationalisation dans les différentes formes de société ou dans différentes périodes d'une société donnée peuvent très bien à la fois se combattre et s'entre mêler.[626]

Pour Gaston BACHELARD, chacun des concepts auxquels nous recourons pour penser le monde a un "profil épistémologique"[627], c'est-à-dire résulte de la

---

[624] - Cette idée, qui est liée au développement des mathématiques, trouve dans les éléments d'Euclide sa meilleure expression : les axiomes étant posés, le reste s'ensuit nécessairement et conduit à la vérité. -

[625] *« Un idéal qu'il faut suivre, une sorte de champ que l'on trace, en sachant que, chaque fois, le réel résiste. »* J.P. VERNANT, *L'avènement de la pensée rationnelle*, in *Entre mythe et politique*, *op. cit.*, p.260

[626] *« Donc, là-même où la rationalité paraît dégagée dans ses lignes les plus pures, là aussi s'impose tout d'un coup la croyance, sous sa forme que nous appellerions faute de mieux religieuse, la confiance en quelque chose qui nous dépasse. Dans tous ces champs, le croire a ses formes propres et s'articule à des types de rationalité différents. Il n'y a pas d'un côté le croire, et de l'autre la raison, il y a des types de croyance qui impliquent un type de rationalité, il y a des types de rationalité différents, qui vont déboucher sur ce que seront dans le monde occidental la tradition philosophique et la tradition scientifique ; mais ces types de rationalité ne fonctionnent pas et ne se conçoivent pas sans qu'à un moment ne se réintroduise du croire, mais un type de croire différent peut-être de celui qu'on trouvait chez les sophistes ou dans le mythe. »* J.P. VERNANT, *Formes de croyance et de rationalité en Grèce*, in *Entre mythe et politique*, *op. cit.*, p.251

[627] G. BACHELARD, La philosophie du non, Paris, PUF, 1988, p.41-51

présence simultanée en nous, selon des proportions variables, de concepts qui sont d'âge et de formation distincts. Ainsi, même dans les civilisations les plus "évoluées", mentalité "moderne" et mentalité "archaïque" coexisteraient en chacun de nous, la pensée scientifique étant un combat permanent pour essayer d'atténuer et d'éradiquer la pensée "archaïque" qui invente les causes au lieu de les rechercher. D'où la thèse bachelardienne : les obstacles épistémologiques resurgissent constamment, et l'esprit scientifique est une lutte constante pour essayer de les réduire.

Cette thèse diffère sensiblement de celle d'Auguste COMTE pour qui la mentalité "archaïque" tend à disparaître complètement pour laisser la place à une mentalité "moderne". On sait que pour A. COMTE, toute connaissance humaine passe successivement par trois états théoriques différents : *« l'état théologique, ou fictif, l'état métaphysique, ou abstrait, l'état scientifique, ou positif »*[628] et qu'à chacun de ces stades, la réalité est appréhendée différemment. Pour A. COMTE, ces trois systèmes généraux de conception s'excluent mutuellement : le premier est le point de départ nécessaire de l'intelligence humaine, le troisième son état fixe et définitif ; le second sert uniquement de transition. L'état théologique est caractérisé par la croyance en des agents doués de volonté qui expliquent tous les phénomènes frappants de la nature. L'esprit humain explique ces phénomènes en les attribuant à des êtres ou à des forces comparables à l'homme lui-même. Pour essayer de comprendre ces phénomènes, on les renvoie à des divinités, à des forces mystérieuses, impersonnelles et diffuses. L'état métaphysique marque la rupture avec l'état théologique. A. COMTE voit dans l'esprit métaphysique, le règne de l'abstraction et une modification de l'esprit théologique : même recherche des causes premières mais au lieu d'imaginer, on argumente. Les puissances divines sont remplacées par des qualités cachées, par des forces abstraites. L'état métaphysique détruit les mythes et par là prépare le terrain aux sciences ; il remplace les mythes par des constructions arbitraires bien que conceptuelles. L'état positif renonce à découvrir les causes des phénomènes et à en comprendre les effets pour s'attacher seulement à la détermination des lois qui commandent ces phénomènes, lois qui seront alors systématisées en langage mathématique. Rappelons que pour A. COMTE, le but de la science est l'accroissement du savoir qui lui-même a pour but l'action : il s'agit de savoir pour prévoir et de prévoir pour agir. Un des problèmes posés par la théorie des trois états d'Auguste COMTE réside dans le fait qu'il s'agit de trois états qui s'excluent mutuellement : *« Les trois méthodes diffèrent essentiellement, s'opposent radicalement, s'excluent mutuellement. »*[629] Il fait une distinction relativement nette là où il

---

628 A. COMTE, *Philosophie première, Cours de philosophie positive, leçons 1 à 45*, éditions Hermann, 1975, p.21
629 A. COMTE, *Philosophie première, Cours de philosophie positive, leçons 1 à 45*, *op. cit.*, p.21

peut y avoir superposition, recoupements, et même entremêlements. Son idée est que les sciences passent, chacune et à des moments différents, de l'état théologique à l'état positif. De plus pour A. COMTE, les étapes du développement général de l'esprit humain se retrouvent dans le développement de chaque individu[630] : *« Le point de départ étant nécessairement le même dans l'éducation de l'individu que dans celle de l'espèce, les diverses phases principales de la première doivent représenter les époques fondamentales de la seconde. Or, chacun de nous, en contemplant sa propre histoire, ne se souvient-il pas qu'il a été successivement, quant à ses notions les plus importantes, théologien dans son enfance, métaphysicien dans sa jeunesse, et physicien dans sa virilité ? »*[631] Une des objections faites à Auguste COMTE est la possibilité d'une coexistence, chez le même individu, à la fois d'une dimension positive (la recherche de lois) et d'une dimension théologique : en effet, l'une n'empêche pas forcément l'autre comme le soutient également J.P. VERNANT. Pour Jürgen HABERMAS, la science positive, en se donnant pour seul objet l'établissement de lois qui relient les faits entre eux, est une forme de "rationalité appauvrie" et les paradigmes relationnel et logiciste qui sont mobilisés représentent "l'orthodoxie positiviste". Celle-ci, en réduisant l'explication à une description en termes d'énoncés formels, ne permet pas à la science d'assurer un rôle explicatif à travers la production de théories causales. Pour HABERMAS, la rationalité positiviste empêche l'interrogation sur le sens. Le "comment" ne suffit pas, il faut aussi connaître le "pourquoi". On retrouve ici la problématique du rapport entre décrire et expliquer. Ce débat sur le "comment" et le "pourquoi" dans les

---

[630] On peut remarquer que J. PIAGET est proche de la thèse d'Auguste COMTE. Pour l'auteur de *La genèse de l'idée de hasard* chez l'enfant, le temps du développement cognitif est une construction linéaire, majorante et épurée : une structure rationnelle vient en remplacer une autre qui ne l'était pas ou qui l'était moins. Pour M. SERRES, au contraire, *« le temps ne coule pas toujours selon une ligne* [...] *ni selon un plan, mais selon une variété extrêmement complexe, comme s'il montrait des points d'arrêt, des ruptures, des puits, des cheminées d'accélération foudroyante, des déchirures, des lacunes, le tout ensemencé aléatoirement, au moins dans un désordre visible. »* (M. SERRES, *Eclaircissements*, entretiens avec B. LATOUR, PARIS, éditions F. Bourin, 1992, p.89) Il propose la métaphore d'un temps qui se plie et qui se tord comme "un mouchoir chiffonné" au fond d'une poche : *« Si vous prenez un mouchoir et que vous l'étalez pour le repasser, vous pouvez définir sur lui des distances et des proximités fixes.* [...] *Prenez ensuite le même mouchoir et chiffonnez-le, en le mettant dans votre poche : deux points très éloignés se trouvent tout à coup voisins, superposés même ; et si, de plus, vous le déchirez en de certains endroits, deux points très rapprochés peuvent s'éloigner beaucoup. »* (M. SERRES, *op. cit.*, p.89) Pour M. SERRES, "un pli du temps" peut ainsi révéler l'équivalente modernité de deux éléments très éloignés mais aussi la proximité du moderne et de l'archaïque : *« Considérez une voiture automobile d'un modèle récent : elle forme un agrégat disparate de solutions scientifiques et techniques d'âges différents ; on peut la dater pièce à pièce : tel organe fut inventé au début du siècle, l'autre il y a dix ans et le cycle de Carnot a presque deux cents ans. Sans compter que la roue remonte au néolithique. L'ensemble n'est contemporain que par le montage, le dessin, l'habillement, parfois seulement par la vanité de la publicité. »* (M. SERRES, *op. cit.*, p.72) Pour M. SERRES, non seulement ce constat s'applique à l'histoire des sciences mais il s'applique également au niveau individuel.

[631] A. COMTE, *Philosophie première, Cours de philosophie positive, leçons 1 à 45*, *op. cit.*, p.22

sciences est évidemment délicat. Pour A. COMTE, la science ne peut avoir pour seule ambition que la mise en évidence de relations constantes entre phénomènes dans la mesure où l'esprit humain est incapable de percer la nature intime des phénomènes, d'expliquer, par exemple, ce qui dans un phénomène produit un autre phénomène : autrement dit, l'esprit humain est incapable de répondre à la question du "pourquoi" et la seule chose à laquelle il peut prétendre est de se limiter à la description du "comment", à la recherche des lois et d'abandonner la recherche des causes, du "pourquoi". Alors que les partisans de cette thèse positiviste, notamment D. HUME et les philosophes empiristes, soutiennent que la recherche des causes est aporétique, J. HABERMAS critique cet abandon et considère que *« le positivisme est un reniement de la réflexion. »*[632]

La théorie proposée par J.P. VERNANT, qui met en évidence l'existence de différentes formes de croyance et de rationalité, peut maintenant nous servir d'outil de lecture et d'analyse afin de rendre compte des étapes qui ont conduit à la constitution du calcul des probabilités comme science. Cette théorie, élaborée dans le contexte particulier de la Grèce antique, se révèle, sinon universelle du moins suffisamment opérationnelle pour analyser les étapes de la construction de la science du probable, à condition toutefois d'être enrichie par un certain nombre de conceptions de la rationalité spécifiques à l'analyse de la modernité, conceptions empruntées notamment aux travaux de Thomas HOBBES, Max WEBER et Jürgen HABERMAS.

La conception hobbesienne de la rationalité ne retient qu'une seule forme et la réduit à la seule modalité stratégique[633]. Selon T. HOBBES, agit rationnellement celui qui conduit ses intérêts, quels qu'ils soient, de la façon la plus efficiente possible, minimisant les coûts et maximisant les gains ; celui qui calcule l'organisation de son action en fonction d'impératifs exclusivement "économiques" ; celui qui fait usage de façon performante de moyens adéquats en vue d'une fin, en l'occurrence de la réalisation de désirs qui, eux, ne sont pas produits par la raison. Alors qu'anthropologues, ethnologues et sociologues affirment que l'activité humaine obéit à des logiques hétérogènes qui ne se laissent pas ramener à la seule poursuite d'intérêts personnels, la conception hobbesienne de la rationalité repose sur une anthropologie où le sujet, considéré comme une entité autosuffisante, ne serait mû que par ses seuls intérêts égoïstes : cette conception unidimensionnelle, caractéristique d'une logique utilitariste, apparaît éminemment réductrice.

La conception webérienne de la rationalité qui caractérise la forme capitaliste de l'activité économique est la forme bureaucratique de la

[632] J. HABERMAS, *Connaissance et Intérêt*, éditions Tel Gallimard, 1976, p.31
[633] - calculatrice, intelligente, utilitariste, instrumentale, performante -

domination. Pour M. WEBER, la rationalisation se définit par l'augmentation du rôle de la rationalité formelle dans toutes les sphères de la vie sociale ; l'ensemble de ce processus mène à une régularité et à une prévisibilité croissante des conduites. Ainsi, le constat est celui de la disparition ou de la diminution des contraintes traditionnelles et affectives, voire des actions rationnelles par rapport à des valeurs (Wertrationalität), et de l'entrée dans un monde social où les acteurs sont de plus en plus orientés par leurs seuls intérêts instrumentaux, notamment par des actions rationnelles par rapport aux fins (Zweckrationalität). À terme, l'accroissement et l'autonomisation des domaines d'action soumis aux seuls impératifs de la rationalité formelle mènent à la perte de liberté des hommes, contraints d'agir en fonction de critères externes s'imposant à eux. Par ailleurs, la sécularisation des images du monde conduit à une existence dépourvue de la capacité d'octroyer une signification ultime au monde : elle mène donc à la perte de sens. Malgré son souci de séparer analyses scientifiques et prises de position personnelles, Max WEBER n'a jamais caché sa répugnance à l'idée d'une société entièrement dominée par les lois de la rationalité instrumentale : en ce sens, sa conception de la rationalité met fin à une certaine représentation du progrès propre aux Lumières. Pour M. WEBER, le désenchantement du monde et la rationalisation induisent une dépersonnalisation des relations sociales, une augmentation du pouvoir technique sur la nature et sur les hommes, un développement du calcul et de la spécialisation. À la fin de *L'éthique protestante et l'esprit du capitalisme*, il montre comment un capitalisme et une bureaucratie qui prospère dans son sillage, désormais détachés des contextes motivationnels qui avaient initialement assuré leur promotion en fonctionnant pour ainsi dire "d'eux-mêmes", conduisent à enfermer les individus dans une "cage d'acier". Or, la solution préconisée par M. WEBER pour limiter les effets de l'appareil bureaucratique, pour relativiser l'emprise des puissances issues de l'univers économique et dégager la possibilité d'une émancipation humaine capable de contrer le processus de rationalisation, consiste essentiellement en l'instauration d'un pouvoir de type charismatique. Une certaine conception de la nation s'articule à cette idée, notamment la grandeur d'un État national. Pour M. WEBER, dans un monde moderne désenchanté, libéré des puissances mystérieuses et imprévisibles, celle-ci constitue en effet un des seuls buts dans la promotion duquel peut se retrouver l'aspiration à la liberté et à la dignité de la personne. Il est alors intéressant de confronter cette conception avec sa définition des formes de pouvoir : sa typologie ne mentionne en effet que trois formes de pouvoir légitime - traditionnelle, charismatique, légale-bureaucratique - et n'accorde aucune place à l'expérience démocratique[634]. Ce pessimisme wébérien, qui pose la question de

[634] Nombre d'arguments critiques traditionnellement invoqués contre la démocratie apparaissent dans certains de ses textes : régime favorisant l'incompétence et l'irresponsabilité, laissant le pouvoir à une opinion publique inconsistante, à la démagogie.

l'articulation entre processus de rationalisation et possibilité d'émancipation, va se trouver relativisé dans l'œuvre de Jürgen HABERMAS pour qui la formulation en termes de rationalité instrumentale de l'évolution du monde moderne nécessite de faire intervenir l'idée d'une rationalité autre se déployant également dans la modernité : la rationalité communicationnelle.

Nous avons déjà présenté, dans la première partie de cette thèse[635], la contribution de J. HABERMAS relative au fondement, sur les bases d'une entente communicationnelle ancrée sur la raison, de l'espace de la démocratie. Nous complétons cette présentation en évoquant ici, rapidement, sa conception dualiste de la modernité qui a pour objet la distinction entre travail et interaction et qui l'a amené à distinguer deux processus différents de rationalisation et donc deux formes de rationalité : la forme "instrumentale" et la forme "discursive" ("communicationnelle"), formes non seulement différentes, mais aussi essentiellement contradictoires entre elles.

J. HABERMAS récuse l'idée que la technique et la science puissent se détacher de leur rôle de domination sociale et se mettre au service de l'émancipation : d'après lui, cette possibilité constitue une utopie tant les développements de la science et de la technique dépendent d'une rationalité téléologique fondée sur le modèle du travail organisé autour d'actions finalisées. Par ailleurs, J. HABERMAS considère qu'à côté de la rationalisation instrumentale, existe un autre type d'actions communicationnelles, profondément rationnel, dont le modèle initial se trouve dans l'interaction. *« Il y a* [...] *deux registres sur lesquels l'analyse de la rationalité peut s'appliquer aux concepts de savoir propositionnel et de monde objectif. Entre ces deux cas, cependant, la différence réside dans le mode d'application du savoir propositionnel. L'application de ce savoir peut en effet être considérée sous deux aspects : c'est tantôt la manipulation instrumentale, et tantôt l'entente communicationnelle, qui apparaît comme le télos interne de la rationalité. »*[636]

Dans la *Théorie de l'agir communicationnel*, l'auteur développe l'idée selon laquelle la pénétration de la forme communicationnelle serait un trait structural de la modernité dans son ensemble, trait susceptible d'être retrouvé de façon transversale dans des contextes sociaux distincts. Par rapport à la vision "élitiste" de *L'espace public*, centrée sur la constitution du public savant et bourgeois, il apparaît que J. HABERMAS s'est approché de la thèse selon laquelle la rationalité communicationnelle travaille les différents secteurs de la société moderne, de la famille aux relations de travail, de l'école aux media, etc., et qu'elle est porteuse d'une modification de l'ensemble des relations sociales

[635] *cf.* paragraphe consacré à l'instruction publique et à la socialisation démocratique.
[636] J. HABERMAS, *Théorie de l'agir communicationnel*, tome 1, éditions Fayard, 1987, p.27

prises dans leur variété de formes. Le développement d'espaces sociaux où la place de la discussion est centrale permet la mise en cause de l'existant, la confrontation de points de vue divergents, l'intelligence critique du présent compris comme processus intersubjectif. Il n'est cependant pas facile de décrire tous les faits sociaux qui correspondent à cette rationalité communicationnelle. Pour ce qui constitue notre objet d'étude, il est intéressant de noter que les recherches historique, sociologique, scientifique, dans la mesure où elles reposent sur la critique incessante des hypothèses émises par les uns ou par les autres, illustrent ce principe dans le champ de la connaissance. De même, la rationalité attribuée au régime démocratique est probablement fondée en partie sur des intuitions du genre de celles que les formulations qui précèdent permettent de mettre en forme : selon J. HABERMAS, une décision politique a plus de chance d'être rationnelle si elle résulte d'une délibération collective plutôt que du caprice d'un autocrate. Ici, le procédé reposant sur la discussion ne constitue d'ailleurs pas qu'une trouvaille astucieuse pour parvenir à une décision correcte, il est supposé en lui-même porteur de justesse normative et de rationalité. La thèse de Jürgen HABERMAS relative à l'existence de ces deux formes de rationalité, permet ainsi, au plan théorique, la possibilité d'une critique sociale et, au plan pratique, un rééquilibrage volontariste de la modernité dans le sens d'une prise en compte de la puissance individuelle et collective d'agir en sujet historique.

L'ensemble de ces références - J.P. VERNANT, M. SERRES, M. WEBER, J. HABERMAS - relatives à l'existence de formes de croyance et de rationalité, bien qu'incomplètes, puisqu'il n'a pas été fait référence notamment ni aux thèses de Michel FOUCAULT, ni à celles d'autres membres de l'école de Francfort, va maintenant nous servir d'outil de lecture et d'analyse afin de rendre compte des étapes qui ont conduit progressivement à la mathématisation du hasard et du probable, au processus de rationalisation des prises de décision en situation d'incertitude et en situation de risque, au calcul des espérances et à la constitution du calcul des probabilités comme science.

Section II. Questionnements anthropologiques et philosophiques sur le hasard

§.1. L'origine du mot hasard

Une première hypothèse, quant à l'origine du mot "hasard", celle reprise le plus fréquemment, sans doute parce qu'elle se trouve dans le dictionnaire historique de la langue française, présente ce mot comme un emprunt (1150, *hasart*) à l'arabe *az-zahr* qui signifie "jeu de dés" par l'intermédiaire de l'espagnol *azar* (1283) "jeu de dés" et "coup défavorable au jeu de dés". *« Le mot arabe vient de zahr "fleur" (espagnol azahar "fleur d'oranger"), les dés ayant porté une fleur sur l'une des faces, soit du verbe yasara "jouer à un jeu de* *hasard". Le h est dû au fait qu'au Moyen-Âge les mots à initiale vocalique, d'origine étrangère, étaient régulièrement écrits avec h. »*[637] Hasard aurait donc son étymologie dans le nom des jeux d'osselets ou de dés.

Une autre hypothèse, assez proche de la précédente, fait référence à un jeu de dés trouvé par les croisés dans un château occupé par les infidèles : il s'agirait du château de Hazard près d'Alep en Syrie. Dans l'Occident médiéval, c'était le dieu des chrétiens qui exprimait sa volonté par l'intermédiaire des Sorts et qui arrêtait les dés afin de favoriser le juste. On distinguait les "sorts consultatifs" (comment agir), les "sorts divinatoires" (prédire l'avenir), les "sorts diviseurs" (relatifs aux partages). Ces "jugements de Dieu" furent interdits par Saint Louis - qui interdit également la fabrication des dés - au moment où refluait le courant qui avait emporté la chevalerie chrétienne jusqu'en Terre Sainte. Or la découverte, par les chrétiens, d'un jeu de dés dans un château occupé par des infidèles, posa une question redoutable : lorsqu'un infidèle lance les dés au château de Hazard, qui les arrête ? Il n'était pas possible que le vrai dieu, celui des croisés, s'occupe des dés appartenant aux musulmans ! Existerait-il des causes qui échapperaient au pouvoir de Dieu et qui seraient étrangères à l'univers de la pensée médiévale ? Un concept nouveau - le "hazard" - serait alors apparu, conservant dans son nom le souvenir du lieu de sa naissance et conservant, du jeu de dés, une métaphore qui lui servirait d'emblème.

Précisons également que nos recherches relatives à un éventuel rapport entre la notion de hasard et le personnage biblique EL EAZAR (ELEAZAR), troisième fils d'AARON, frère de MOÏSE, n'ont pas abouti. Souhaitons que des spécialistes en histoire des religions s'emparent un jour de cette question.

§.2. Hasard et expériences quotidiennes

Une branche qui tombe d'un arbre…

Une branche qui tombe d'un arbre, cela n'intéresse personne, mais si elle tombe sur un homme, cela constitue un événement et la question du hasard est alors posée. Pour Henri BERGSON, le hasard est un mécanisme se comportant comme s'il avait une intention. Dans ce cadre, subjectif, le hasard est invoqué chaque fois que survient un événement qui a des causes naturelles mais qui a, pour un homme, un effet défavorable ou favorable, comme si le cours des choses avait été dirigé par une intention. *« Une énorme tuile, arrachée par le vent, tombe et assomme un passant. Nous disons que c'est un hasard. Le dirions-nous, si la tuile s'était simplement brisée sur le sol ? Peut-être, mais c'est que nous penserions vaguement alors à un homme qui aurait pu se trouver*

[637] *Dictionnaire historique de la langue française*, Le Robert, 1994, p.946

là, ou parce que, pour une raison ou pour une autre, ce point spécial du trottoir nous intéressait particulièrement, de telle sorte que la tuile semble l'avoir choisi pour y tomber. Dans les deux cas, il n'y a de hasard que parce qu'un intérêt humain est en jeu et parce que les choses se sont passées comme si l'homme avait été pris en considération, soit en vue de lui rendre service, soit plutôt avec l'intention de lui nuire. Ne pensez qu'au vent arrachant la tuile, à la tuile tombant sur le trottoir, au choc de la tuile contre le sol : vous ne voyez plus que du mécanisme, le hasard s'évanouit. Pour qu'il intervienne, il faut que, l'effet ayant une signification humaine, cette signification rejaillisse sur la cause et le colore, pour ainsi dire, d'humanité. Le hasard est donc le mécanisme se comportant comme s'il avait une intention. »[638] Remarquons avec Thierry MARTIN[639], au sujet de la chute d'une tuile à laquelle fait référence Henri BERGSON, qu'Antoine Augustin COURNOT recourt au même exemple[640], mais en l'interprétant différemment, débarrassé de tout contenu subjectif ou psychologique. COURNOT dirait, contre BERGSON, que la chute de la tuile est objectivement un hasard, qu'elle tombe ou non sur la tête du passant, à un mètre ou deux mètres de lui : en effet, COURNOT est probabiliste et sait qu'une combinaison remarquable[641] est seulement celle que l'on remarque et non celle qui a en elle-même une probabilité différente des autres.

<u>Le lancer d'un dé…</u>

Considérons un cube : si on le lance une douzaine de fois, on obtient douze résultats identiques, le cube s'immobilisant chaque fois une face tournée vers le haut. Il s'agit d'un résultat prévisible et non aléatoire. Inscrivons les chiffres de 1 à 6 sur les faces de ce cube et renouvelons l'expérience. Le lancer de ce cube, devenu dé, produit une nouvelle classe de résultats imprévisibles : le chiffre associé à la face tournée vers le haut. Le hasard apparaît par le simple fait d'écrire des chiffres sur un cube. Une symétrie "naturelle" a été brisée. Que le cube soit ou non un dé, ses faces restent équivalentes du point de vue de la dynamique du système : aucun paramètre du mouvement ne peut être isolé et attaché à la position d'une face particulière. Lorsque le cube devient dé, lorsque nous lisons un résultat différent sur chaque face, nous élargissons le système expérimental en lui affectant une nouvelle structure de signification. Ce système acquiert dès lors la propriété de générer des résultats qui ne sont pas corrélés avec les causes qui les ont directement produits. Nous lançons un dé mais la Nature fait tourner un cube : c'est de cette propriété, repérée et exploitée comme

---

[638] H. BERGSON, *Les deux sources de la morale et de la religion*, éditions Félix Alcan, 2e édition, 1932, p.155-156

[639] T. MARTIN, *Probabilités et critique philosophique selon Cournot*, éditions Vrin, 1997, p.127-128 et 148

[640] A.A. COURNOT, *Matérialisme, vitalisme, rationalisme, Œuvres complètes*, tome V, éditions Vrin, 1979, p.175

[641] - ici, la rencontre entre une tuile et la tête d'un passant -

telle, que jaillit le hasard. Six faces équivalentes associées à six significations différentes "génèrent" le hasard. On peut ainsi multiplier les exemples de "générateurs de hasard" : ils relèvent tous de l'application de différences observables à des objets équivalents du point de vue de leurs apparitions possibles et imprévisibles.

Le tirage au sort…

Le hasard du tirage au sort (prélèvement d'une boule dans une urne, d'un billet dans une loterie, d'une carte dans un jeu, d'un objet dans un tas d'objets identiques, d'un individu dans une population, etc.) se caractérise par le fait que tous les éléments ont des chances égales d'être tirés. Il s'agit là de "choix au hasard", méthode également désignée sous le nom de "prélèvement au hasard" dans une population.

Parmi les questionnements que les hommes se sont posés et se posent au sujet du hasard, nombreux sont ceux qui tournent autour de la question des origines, voire de son existence même. Y-a-t-il ou non une cause divine au résultat donné par le lancer d'un dé ou lors d'un tirage au sort ? Est-il le produit de la rencontre accidentelle d'événements indépendants ? N'est-il que le nom donné à notre ignorance ? S'agit-il d'un hasard contingent, c'est-à-dire sans raison[642], d'un hasard radical ? Existe-t-il des formes de hasard spécifiques à l'étude de certains domaines comme la microphysique, le chaos ? Et d'abord, le hasard existe-t-il ?

§.3. L'absence ou la négation du hasard

"Mentalité primitive" et pensée infantile

De manière très classique, il est convenu de considérer deux sortes de terrains psychologiques auxquels la notion de hasard paraît étrangère : il s'agit d'une part de la "mentalité primitive" et d'autre part de la pensée du jeune enfant. L'existence d'une structure mentale propre à la "mentalité primitive" a fait l'objet des nombreux travaux notamment de la part de Lucien LÉVY-BRUHL[643]. Quant aux recherches en psychologie cognitive, notamment, comme nous l'avons évoqué précédemment, celles conduites par Jean PIAGET et Bärbel INHELDER[644], elles ont montré l'existence d'une structure mentale propre à l'enfant. Un tel rapprochement est-il pour autant pertinent ? Car pour être classique, le principe de la double opposition - "primitif"/civilisé, enfant/adulte -

642 C'est en ce sens que la suite des nombres premiers peut être qualifiée de contingente : il n'y a en effet pas de méthode rationnelle, pas de "raison", permettant, par exemple de trouver rapidement le millième nombre premier sans avoir au préalable mis en évidence les neuf cents quatre vingt dix-neuf nombres premiers précédents…

643 L. LÉVY-BRUHL, *La mentalité primitive*, PUF, 1960

644 J. PIAGET et B. INHELDER, *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*, PUF, 1974

qu'implique cette distinction, n'en demeure pas moins problématique. Lucien LÉVY-BRUHL, vers la fin de sa vie, a courageusement remis en cause un certain nombre de ses propres thèses - notamment lorsqu'il considérait le "primitif" comme un être "inférieur" - et a alors défendu l'idée selon laquelle la "mentalité primitive" est présente dans tout esprit humain, idée partagée nous l'avons soulignée par J.P. VERNANT, G. BACHELARD et M. SERRES. De même, la pensée du jeune enfant s'oppose beaucoup moins à celle de l'adulte qu'elle ne la prépare : il s'agit d'une maturation fonctionnelle et Jean PIAGET admet que malgré les décalages qui séparent les différentes étapes du développement de la pensée de l'enfant, il existe une continuité entre ces étapes qu'il nomme des stades. Rappelons que dans la théorie piagétienne, les stades généraux de l'intelligence sont des structures d'ensemble dont l'ordre de succession, et non pas la date d'apparition, est constant : toute structure nouvelle n'est possible qu'à partir d'une structure antérieurement constituée.

§.3.1. L'absence de hasard dans la "mentalité primitive"

Pour Lucien LÉVY-BRUHL, un des caractères essentiels de la "mentalité primitive" est l'absence de hasard : la "mentalité primitive" est "mystique" et "prélogique". "Mystique", c'est-à-dire fondée sur des croyances en des forces surnaturelles ; "prélogique" car indifférente à la contradiction. La "mentalité primitive" a pour principe "la participation" : c'est l'idée que les êtres et les objets peuvent être à la fois eux-mêmes et autre chose qu'eux-mêmes. Par exemple, un Indien Bororo pense qu'il est à la fois un homme et un perroquet, parce qu'il participe intimement à la nature de cet animal qui est son totem[645]. Cet indien peut être à la fois là où il dort et là où son rêve le situe. Pour Lucien LÉVY-BRUHL, une des conséquences du "principe de participation" est que les "primitifs" ont une "conception occasionnaliste", pour reprendre une expression de MALEBRANCHE, de la causalité naturelle : ce que nous considérons comme la cause d'un phénomène, serait simplement pour eux une circonstance qui a donné l'occasion d'intervenir à une puissance surnaturelle et qui serait la véritable raison de l'événement. Pour Lucien LÉVY-BRUHL la pensée "primitive" est une pensée "surdéterministe", c'est-à-dire une pensée qui n'accepte pas qu'il puisse exister un feuilletage du réel et des domaines qui n'interfèrent pas les uns avec les autres. Dans la "mentalité primitive", tout interfère et strictement rien n'est laissé au hasard : tout peut s'expliquer grâce à l'invention de causes surnaturelles. Si la foudre tombe sur une case et déclenche un incendie, c'est qu'un esprit irrité l'a frappée. *« En Nouvelle-Guinée, un arbre tombe : c'est un sorcier qui l'a fait tomber, quand même l'arbre serait tout pourri, ou si c'est un coup de vent qui l'a brisé. »*[646] Si un homme a un accident, on cherche quel est le sorcier qui lui a jeté un sort. *« En effet, il n'y a pas de hasard : l'idée de*

[645] - animal considéré comme ancêtre mythique ou parent lointain -
[646] L. LÉVY-BRUHL, *La mentalité primitive*, *op. cit.*, p.30

l'accident ne vient même pas à l'esprit des indigènes, tandis que l'idée de maléfice leur est au contraire toujours présente. »[647] Le monde du "primitif" serait donc habité par des influences mystiques favorables ou défavorables. Siré KAMARA, griot, tient les propos suivants : *« En Afrique, tout est fait pour qu'il n'y ait pas de place pour le hasard. Toutes les choses sont expliquées. Il y a une explication derrière toute chose. C'est les croyances, c'est les mythes. Et donc le hasard n'a pas sa place là. On donne une explication, par exemple, quand on met les mains sur la tête, on dit, "non, il ne faut pas mettre les mains sur la tête parc'que ça appelle le malheur". Ça peut être aut'chose, ça peut être une autre explication mais toujours est-il, qu'on interdit et on donne une explication et très souvent dans toutes les scènes de la vie quotidienne c'est à peu près ça. Et il y a des endroits dans la forêt où on estime que c'est dangereux d'aller et on dit "non c'est un endroit protégé par les esprits". Donc la place qui est accordée à l'esprit, à l'imaginaire, est prépondérante dans la culture africaine. On parlerait difficilement du hasard dans ces conditions. »*[648]

Remarquons que l'on retrouve ces mêmes éléments dans la pensée du jeune enfant jusqu'à un âge de sept-huit ans. Ensuite, les choses vont évoluer dans le sens de la découverte du hasard lors des stades ultérieurs de son développement.

§.3.2. L'absence de hasard dans la problématique destinale

Considérons maintenant l'incompatibilité des notions de hasard et de destin. Le mot latin *fatum* signifie "destin". *Fatum* est le participe passé substantivé du verbe *fari* qui signifie dire, parler. Le *fatum*, c'est ce qui est dit ou écrit et dont le déroulement suit un cours inéluctable, imprévisible, irréversible : c'est *« le grand rouleau où tout est écrit »*[649] auquel Jacques - le valet - fait référence dans l'œuvre de DIDEROT, *Jacques le fataliste*. Reste à distinguer la conception "aveugle" du destin chez les Grecs de la conception finaliste et rationnelle du destin stoïcien.

§.3.2.1. Le destin tragique

Le destin, dans la mythologie grecque, peut être défini comme un enchaînement de causes et d'effets qui conduisent à la mort : le destin a à voir avec la mort et s'attache à des familles. Pour l'individu voué au destin, la finalité qui s'empare de lui est externe et le hasard n'a aucune place. ŒDIPE est le fils de LAÏOS, roi de Thèbes, et de JOCASTE. ŒDIPE est écarté à sa naissance en raison d'un oracle affirmant qu'il tuera son père et couchera avec sa mère. Il est alors recueilli et élevé par le roi et la reine de Corinthe. Devenu adulte, il consulte

[647] L. LÉVY-BRUHL, *La mentalité primitive*, *op. cit.*, p.36
[648] "*Sur les traces du hasard*", in "*Les nuits magnétiques*", France Culture, 21 mai 1997
[649] DIDEROT, *Jacques le fataliste*, éditions Booking International, Paris, 1993, p.23

l'oracle de Delphes qui lui annonce qu'il tuera son père et qu'il couchera avec sa mère. Voulant éviter ce sort, il fuit ce qu'il croit être son pays et ce qu'il croit être ses parents et cette fuite le précipite précisément dans le sort qu'il voulait éviter. C'est en se dirigeant sur Thèbes qu'une altercation l'amène, sans qu'il le sache, à tuer LAÏOS, son véritable père. JOCASTE, veuve de LAÏOS et mère d'ŒDIPE va alors épouser ŒDIPE qui devient roi de Thèbes. SOPHOCLE, dans la tragédie ŒDIPE-roi, présente ŒDIPE au sommet de sa majesté, ignorant tout et passionné de vérité. Sa volonté de faire le bien l'incite à conduire une enquête. TIRÉSIAS, devin aveugle, avertit ŒDIPE : *« L'assassin que tu cherches, l'homme que tu as maudit, le meurtrier du roi Laïos, cet homme vit ici. On le croit étranger, il est de Thèbes. Mais le jour où il saura la vérité, tout s'éteindra pour lui ; il était riche, il sera pauvre ; il partira sur les routes, il mendiera sur un sol étranger, il se révèlera le père et le frère de ses propres enfants, le mari et le fils de sa femme, et le meurtrier de son père. »*[650] Peu à peu l'enquête révèle à ŒDIPE l'horreur de sa propre situation et le souverain rayonnant qu'il a été devient désespéré et se détruit : il se crève les yeux pour ne plus voir ce monde où il n'a plus sa place et voit JOCASTE se pendre. Le hasard n'a aucune place dans une telle mécanique où le destin est implacable. Les héros sont destinés à la mort et au malheur sans aucun recours. Dans le destin tragique, il est important de souligner que les dieux eux-mêmes sont impuissants contre le destin : ils ne peuvent le changer.

§.3.2.2. Le destin stoïcien

La différence entre le destin tragique et le destin stoïcien est que le destin tragique frappe à l'aveugle : il considère les justes et les injustes, les bons et les méchants, les innocents et les coupables. Des choses doivent avoir lieu… Comme dans le destin grec, tout ce qui arrive, arrive immanquablement à la nuance près que dans le cas du destin grec, la force qui distribue aux hommes leur sort, le distribue de manière "irrationnelle" alors que dans le cas du destin stoïcien, la distribution apparaît rationnelle au sens de raisonnable : le destin stoïcien est bonté. La force qui distribue aux hommes leur sort devient, pour les stoïciens, l'universelle raison (*logos*) selon laquelle les événements passés sont arrivés, les présents arrivent et les futurs arriveront, attendu que ce qui arrive est bon précisément parce que cela arrive et que si cela n'était pas bon alors cela n'arriverait pas… Une telle conception, en affirmant le destin, récuse le hasard. Si le *logos*, comme principe de l'être, assigne à chaque chose sa place, la raison du Sage saura comprendre qu'aucun événement ne se produit par hasard, et là où l'ignorant se révolte, le Sage comprend et acquiesce à l'ordre.

[650] SOPHOCLE, *Œdipe-roi*, Collection du Répertoire de la Comédie française, Création du festival d'Avignon, 1972, p.22-23

§.3.2.3. La Providence divine

Ce qui distingue fondamentalement le destin tragique du destin religieux, c'est que dans le premier cas les dieux sont aussi dominés par le destin alors que dans le second cas Dieu domine le destin. Quant au destin stoïcien, il ne s'oppose nullement à la Providence puisqu'il est Providence.

C'est au XVIe siècle, dans un contexte chrétien, que Juste LIPSE, de l'université de Louvain, publie le traité *De la constance* dans lequel il développe une théorie d'essence stoïcienne sur la Providence[651] et les destins. Pour Juste LIPSE, la Providence désigne l'intelligence divine envisagée du point de vue des objets auxquels elle s'applique, comme *« le soin vigilant et perpétuel, mais tranquille, avec lequel elle connaît toutes choses, les dirige et les gouverne enchaînées par un ordre immuable que nous ne connaissons pas. »*[652] Cet ordre immuable est envisagé de deux points de vue :

- en Dieu qui le pose et le connaît, c'est la Providence ;
- dans les choses particulières, c'est le destin.

Le destin est *« la nécessité de toutes les choses et de toutes les actions qu'aucune force ne peut rompre »*[653] qui dérive de la force spirituelle qui gouverne l'univers avec ordre : *« J'appelle ainsi destin le décret éternel de la Providence qui ne peut pas davantage être enfreint par les créatures que révoqué par la Providence elle-même. »*[654] Soulignons le lien de dérivation établi ici entre Providence et destin. La Providence est antérieure, logiquement et chronologiquement, au destin, et supérieure à lui. Elle n'est pas nécessairement source, elle est raison et principe. Dans la mesure où la pensée de Juste LIPSE a influencé grand nombre de théologiens chrétiens, il semble légitime de se demander dans quelle mesure la conception chrétienne de la Providence, notamment au Moyen-âge, pourrait ou non être rapprochée de la conception stoïcienne du destin.

Ainsi, au terme de cette évocation, on peut s'interroger sur le statut du hasard dans la pensée religieuse :

- Dans la pensée chrétienne tout d'abord : l'idée de Providence récuse celle du hasard. *« Car tu sais bien qu'il y a une intelligence éternelle que*

[651] Providence : du latin *providere*, "pouvoir". Dans la théologie chrétienne, la Providence est la sagesse suprême par laquelle Dieu conduirait toutes choses.
[652] J. LIPSE, *De Constantia libri duo qui alloquium praecipue continent in publicis malis*, Anvers, 1584, (traduction L. DU BOIS), 1873, I, 13, cité par Jacqueline LAGRÉE, *Juste Lipse, Destins et Providence*, in *Le stoïcisme au XVIe et au XVIIe siècle*, tome 1, (sous la direction de P.F. MOREAU), éditions Albin Michel, 1999, p.77-93
[653] J. LIPSE, *op. cit.*, I, 19
[654] J. LIPSE, *op. cit.*, I, 19

nous appelons Dieu : qui règle, gouverne et dispose les sphères pérennes des cieux, la course errante des astres, les successions alternées des éléments, enfin toutes les choses d'en haut et d'en bas. Penses-tu que le hasard ou la fortune dominent dans ce superbe corps du monde ? »[655]

- Dans la pensée musulmane avec la notion de *mektoub*. La légende "ce soir à Samarcande" illustre assez bien semble-t-il, cette implacabilité. Sur la place d'une ville, un soldat rencontre une femme munie d'une écharpe rouge. Il revient en courant vers le roi et lui dit : "permets-moi de fuir loin d'ici car j'ai rencontré une jeune fille ; c'était la mort. Elle me cherche ici à Bagdad, je vais m'enfuir à Samarcande. Le roi l'autorise à partir, puis à son tour, rencontre la jeune fille à l'écharpe rouge à qui il demande pourquoi elle a terrifié son soldat. La jeune fille lui répond alors : "je n'ai pas voulu lui faire peur, mais quand je l'ai vu ici à Bagdad, j'ai été très étonnée parce que je l'attends ce soir à Samarcande".

§.4. De quelques conceptions du hasard dans la pensée grecque

De nombreux penseurs grecs se sont intéressés à la question du hasard, notamment DÉMOCRITE, ARISTOTE, ÉPICURE et LUCRÈCE. Leurs réflexions permettent notamment de distinguer le hasard-rencontre, c'est-à-dire le hasard défini comme la rencontre accidentelle entre plusieurs séries de faits ou de causes indépendantes et le hasard-créateur.

§.4.1. La conception du hasard chez DEMOCRITE

L'hypothèse, développée par DÉMOCRITE[656], suppose que la matière est constituée d'objets indissociables, extrêmement petits et en nombre infini : les atomes. L'une des propriétés fondamentales de la matière ainsi conçue est l'existence du vide dans lequel les atomes se meuvent de manière incessante. Dans cette conception, les trajectoires des atomes sont imprévisibles et indépendantes et les rencontres d'atomes, qui produisent les réalités complexes (les mondes), sont dues au hasard. Nous montrons plus loin, comment cette conception du hasard-rencontre se trouve complétée par celle du hasard-créateur chez les épicuriens et notamment chez LUCRÈCE. Par contre, il faut préciser que cette conceptualisation ne trouve aucune place chez ARISTOTE pour lequel il n'existe qu'un monde, le monde, tandis que pour DÉMOCRITE il existe une infinité de mondes.

[655] J. LIPSE, *op. cit.*, I, 13
[656] - 420 avant J.C. -

§.4.2. La conception du hasard chez ARISTOTE

C'est dans le livre II de la Physique qu'ARISTOTE s'intéresse à certains faits exceptionnels qui se produisent dans la nature et c'est en essayant d'analyser leurs causes qu'apparaît l'examen du hasard et de la fortune. Pour ARISTOTE, l'essence de ces faits ne réside pas seulement dans la rareté, ils se produisent "par accident". La cause n'est pas inscrite par nature dans le phénomène mais n'est pas pour autant indéterminée : le hasard est cause par accident. *« La fortune et le hasard sont des causes par accident, pour des choses susceptibles de ne se produire ni absolument, ni fréquemment, et en outre susceptibles d'être produites en vue d'une fin. »*[657] Il donne l'exemple d'un créancier qui se rend à l'Agora pour participer aux discussions publiques et qui rencontre son débiteur : c'est l'occasion de lui réclamer son argent même si ce n'est pas pour cette raison qu'il est venu. ARISTOTE dit que la rencontre a lieu par fortune, que c'est la fortune qui en est la cause, mais en tant qu'indéterminée. ARISTOTE établit une différence entre le hasard proprement dit (automaton) et la fortune (tychè). *« Tout effet de fortune est de hasard, mais tout fait de hasard n'est pas de fortune »*[658] Le hasard (automaton) concerne aussi bien les animaux et les êtres inanimés. Si on jette en l'air, n'importe comment le trépied, il peut arriver qu'il retombe sur ses pieds : *« La chute du trépied est un hasard, si après sa chute il est debout pour servir de siège, sans qu'il soit tombé pour servir de siège. »*[659] Le trépied est tombé de lui-même pour rien, autrement dit, conclut ARISTOTE, il est tombé par hasard sur ses pieds. La connexion entre l'accident et le hasard est ici manifeste. Chez ARISTOTE, la cause est toujours en même temps cause finale si bien que les faits de hasard sont cause sans finalité (puisque causés par accident), mais imitant la finalité. Quant à la fortune (tychè), elle ne s'applique, selon ARISTOTE, qu'à l'homme, en tant qu'il est le vivant pourvu du *logos*. *« On voit donc que la fortune est une cause par accident, survenant dans les choses qui, étant en vue de quelque fin, relèvent en outre du choix. Par suite la pensée et la fortune sont du même ordre, car le choix ne va pas sans pensée. »*[660] On parle de fortune (et même de "bonne fortune") pour quelqu'un qui aurait pu imaginer, par exemple, que c'était sur l'agora qu'il allait trouver une personne qui lui devait de l'argent. La fortune ne se déploie que dans le domaine de l'activité pratique. *« Aucun être inanimé, aucune bête, aucun enfant n'est l'agent d'effets de fortune, parce qu'il n'a pas la faculté de choisir. »*[661] *« La fortune n'est d'ailleurs qu'une espèce du genre hasard, la fortune appartenant*

[657] ARISTOTE, *Physique (I-IV)*, (traduction H. CARTERON), Paris, Les Belles Lettres, 1926, p.197a
[658] ARISTOTE, *Physique (I-IV)*, *op. cit.*, p.197b
[659] ARISTOTE, *Physique (I-IV)*, *op. cit.*, p.197b
[660] ARISTOTE, *Physique (I-IV)*, *op. cit.*, p.197a
[661] ARISTOTE, *Physique (I-IV)*, *op. cit.*, p.197b

au domaine des choses qui suivent les résolutions libres, le hasard au domaine des choses qui arrivent pour une fin, sans être choisies. »[662]

Comme le souligne G.G. GRANGER, cette conception du hasard dans la nature par ARISTOTE appartient au domaine de la pensée antique et doit être située à l'âge d'une proto-science. Une autre conception, celle d'Augustin COURNOT, est exposée plus loin : *« Elle se développe dans le contexte d'une science de l'empirie déjà très avancée dans les domaines mécanique et physique, et dominée, aux yeux de Cournot lui-même, par une mathématique lagrangienne puissante et novatrice. »*[663]

§.4.3. La conception du hasard chez LUCRECE

LUCRÈCE a repris la théorie de DÉMOCRITE et d'ÉPICURE[664] selon laquelle l'univers est formé de corps et de vide et où tout s'explique par des causes matérielles. Dans ce cadre, les éléments premiers de la matière, les atomes, réalités indestructibles, insécables et en nombre fini, se distinguent les uns des autres, notamment par leur masse. Pour DÉMOCRITE, nous l'avons rappelé, l'agitation des atomes dans le vide est incessante et ce sont les rencontres d'atomes qui produisent les réalités complexes, les mondes, dont nous constatons l'existence. Le problème qui a alors été posé est le suivant : si les atomes sont emportés de haut en bas en ligne droite à travers le vide en vertu de leur poids propre, comment peuvent-ils se rencontrer ? ÉPICURE (avant LUCRÈCE semble-t-il) a alors attribué aux atomes la propriété de déclinaison, en grec *parenklisis*, en latin *clinamen*. Ainsi, sans qu'il n'y ait aucune cause, il existerait une très légère déviation des atomes qui leur permettrait de quitter insensiblement la verticale. Le *clinamen* est la déviation de la ligne de chute des atomes qui s'éloignent de la trajectoire verticale qu'ils devraient suivre. Pour ÉPICURE et son disciple LUCRÈCE, ce processus physique se passe de toute intervention divine et de toute Providence et obéit à un devenir. Cette déviation génère des rencontres : le plus souvent il ne va rien se produire, les atomes, compte tenu de leurs formes différentes ne vont pas se combiner, mais parfois, et de façon imprévisible, les choses vont se composer et générer un monde. *« Dans la chute en ligne droite qui emporte les atomes à travers le vide, en vertu*

---

[662] ARISTOTE, *Physique (I-IV)*, *op. cit.*, p.54

[663] G.G. GRANGER, *Le probable, le possible et le virtuel*, *op. cit.*, p.171

[664] *« Chez Épicure, à la différence de Démocrite, l'atome a une pesanteur essentielle. Ensuite, les figures des atomes ne sont pas en nombre infini mais fini. L'atome, en fait, indivisible, ne l'est pas en droit. Enfin l'atome possède une source contingente de mouvement, la "déclinaison".* […] *Le souci d'Épicure est d'affirmer une autonomie de l'homme : toute sa construction physique doit fournir des arguments à cette affirmation.* […] *Ainsi était donné un monde sans finalité, sans Providence, sans destin, où ne jouaient que des causes mécaniques et le hasard où l'âme même et les dieux étaient décrits comme des édifices complexes d'atomes matériels. »* P. NIZAN, *Démocrite, Épicure, Lucrèce, Les matérialistes de l'antiquité*, éditions Arléa, 1999, p.35-36

de leur poids propre, ceux-ci, à un moment indéterminé, s'écartent tant soit peu de la verticale, juste assez pour qu'on puisse dire que leur mouvement soit modifié. Sans cette déclinaison, tous, comme des gouttes de pluie, tomberaient de haut en bas à travers les profondeurs du vide ; entre eux nulle collision n'aurait pu naître, nul choc se produire ; et jamais la nature n'eût été créée. »[665]
Dans la mesure où ce qui se produit est sans lien avec une quelconque causalité, dans la mesure où la déclinaison est physiquement nécessaire, on se trouve ici en présence d'un hasard-radical. Pour ÉPICURE et LUCRÈCE, ce n'est pas un postulat mais une évidence : le monde est dépourvu de causalité divine et la nature, libérée de la Providence, est régie par le hasard et la nécessité. Ainsi, les épicuriens ajoutent au hasard-rencontre de DÉMOCRITE, le hasard-créateur qui est un hasard-radical. Se pose alors la question de savoir comment la raison peut admettre le hasard radical, dont une des caractéristiques est l'absence de causes et comment se fait-il que les épicuriens aient admis le *clinamen* ? Pour Marcel CONCHE, qui a bien voulu nous éclairer sur ce point, la réponse à cette question réside dans le fait que les épicuriens font les hypothèses juste nécessaires pour expliquer ce qu'ils voient : leur problème est d'expliquer le monde, d'expliquer par exemple la spontanéité du mouvement des animaux, la liberté de l'homme. Les épicuriens ont donc été amenés à faire cette supposition parce que, s'ils ne la faisaient pas, il y aurait eu un grand nombre de choses inexplicables. En ce sens, le hasard-créateur, hasard-radical, est une notion rationnelle de leur point de vue.

Précisons la différence entre le point de vue des épicuriens et celui d'ARISTOTE. Alors que pour DÉMOCRITE et les épicuriens, le hasard est l'essence même de la créativité de la nature, pour ARISTOTE la nature se caractérise par des constantes et si parfois le hasard engendre quelques accidents, cela demeure exceptionnel et non essentiel. Enfin chez ARISTOTE il y a une finalité alors que pour DÉMOCRITE, ÉPICURE, LUCRÈCE, il y a absence de finalité comme le souligne Marcel CONCHE : *« Toutes choses dans la nature se font sans dessein, aucun plan ne les précède, aucune intelligence ne les dirige. Aussi ne sont-elles concevables qu'après avoir été. Ce dont le finalisme et le providentialisme ne peuvent rendre compte, c'est de cette conception des choses. Ils se donnent toujours l'avenir d'avance - comme si la nature n'était qu'une exécutante et non un champ d'initiatives. Ils escamotent le temps, alors que celui-ci n'a de réalité que par les événements même et qu'il faut attendre pour savoir ce qui va arriver. »*[666]

---

[665] LUCRÈCE, *De la Nature*, Livre II, éditions Les belles lettres, 1972, p.50
[666] M. CONCHE, *Lucrèce*, éditions de Mégare, 1996, p.56

Section III. Questionnements anthropologiques et philosophiques sur quelques catégories de la modalité

§.1. Le possible et l'impossible, la nécessité et la contingence

L'histoire des conceptions philosophiques de la modalité apparaît étroitement liée à celle des doctrines qui soutiennent la nécessité de ce qui est et de nos actions, dans leur opposition aux doctrines qui admettent qu'il y a, dans la Nature ou en nous, une forme de contingence, c'est-à-dire un conflit philosophique traditionnel entre déterminisme et libre-arbitre. L'origine peut en être trouvée chez les Anciens à partir de l'aporie célèbre, dite "argument dominateur", qui est à l'origine de nombreux débats rapportés notamment par CICÉRON[667].

Précisons tout d'abord le sens du mot possible tel qu'il se rencontre dans les exposés historiques des doctrines philosophiques anciennes : *« Est dit possible ce qui est en puissance et non en acte. »*[668] Considérons ensuite le célèbre problème de logique évoqué ci-dessus, problème connu sous le nom d'"argument dominateur" (ou argument du Dominateur), imaginé par le philosophe de l'école de Mégare DIODORE KRONOS et rapporté par le stoïcien ÉPICTÈTE[669]. Ce problème, qui traite de la compatibilité éventuelle de trois propositions (A, B et C), se révèle en fait aporétique.

(A) Toute proposition vraie concernant le passé est nécessaire.
(B) L'impossible ne suit pas logiquement du possible.
(C) Est possible ce qui n'est pas actuellement vrai et ne le sera pas.

La volonté de DIODORE, en posant ce problème, peut s'interpréter comme la tentative de prouver qu'il n'y a que du nécessaire ou de l'impossible, ou que de l'être et du non-être et non pas de "l'être en puissance". Ainsi, considérons la proposition "il pleuvra demain" : elle doit être vraie ou fausse. Si elle est vraie, il est nécessaire qu'il pleuve ; si elle est fausse, il est impossible qu'il pleuve. DIODORE entend ainsi montrer qu'est seul possible ce qui est vrai ou sera vrai, ce que les Anciens ont compris comme impliquant que tous les événements futurs seront nécessaires. Tout serait alors prédéterminé et règnerait alors un fatalisme logique ne laissant aucune place à la contingence. Il s'opère donc un glissement de la nécessité logique à la prédétermination et au destin, d'où les difficultés éprouvées aussi bien par les stoïciens qui entendent maintenir à la fois la liberté du sujet humain et la providence divine, que par les aristotéliciens qui accordent

667 CICÉRON, *Du Destin*, (traduction A. YON), éditions Les Belles Lettres, 1950
668 A. LALANDE, *Vocabulaire technique et critique de la philosophie*, PUF, 1976, p.796
669 ÉPICTÈTE, *Epicteti dissertationes*, éditions Schenkl, collection Teubner, Leipzig, 1916

un statut positif à la contingence. Le problème logique initial devient donc un problème théologique et moral : en effet, “l’argument dominateur” débouche facilement sur “l’argument paresseux” synonyme de résignation. Si tout est prédéterminé, à quoi bon agir en tel ou tel sens dès lors que l’issue est déjà “écrite” ? On retrouve les caractéristiques du “destin stoïcien” évoqué dans un paragraphe précédent et remarquablement exprimé ici par CICÉRON : *« Si c’est votre destin de guérir de cette maladie, que vous fassiez ou non venir le médecin, vous en guérirez. Pareillement, si c’est votre destin de ne pas guérir de cette maladie, que vous fassiez ou non venir le médecin, vous n’en guérirez pas. Et l’un des deux est votre destin. Donc il ne sert à rien de faire venir le médecin. »*[670] Ainsi pour échapper à une prédétermination absolue, échapper au fatalisme induit par “l’argument paresseux” et préserver la liberté de l’action humaine, il faut arriver à maintenir une part de contingence ce qui n’est pas sans générer un certain nombre de difficultés notamment pour ceux qui entendent maintenir une certaine forme de destin.

Pour sortir de l’aporie, DIODORE, accepte les propositions (A) et (B), rejette la proposition (C) et soutient que la possibilité ne peut concerner quelque chose qui n’est, en fait, à aucun moment. D’où la proposition (D) destinée à remplacer la proposition (C) ce qui fait que DIODORE considère alors les trois propositions suivantes :

(A) Toute proposition vraie concernant le passé est nécessaire.

(B) L’impossible ne suit pas logiquement du possible.

(D) Rien n’est possible qui ne soit vrai actuellement et ne doit pas l’être dans l’avenir.

Ainsi, en éliminant, par la proposition (A), le possible du passé puisque celui-ci est irrévocable (ce qui implique que tout énoncé qui porte sur un événement passé est nécessaire s’il est vrai) et en soutenant logiquement par la proposition (B) que tout possible implique sa possible réalisation (à moins d’être contradictoire, donc impossible), la prise en compte de la proposition (D) revient à nier qu’il y ait du possible en réduisant le possible au factuel présent ou à venir : le possible se réduit au déjà réalisé ou au nécessaire puisque aucun futur non réalisé n’est possible. CICÉRON rapporte ainsi la conclusion de DIODORE : *« Celui-ci, en effet, dit que cela seul est possible qui est vrai ou le deviendra ; et tout ce qui n’arrivera pas, il le déclare impossible. »*[671] En assimilant le possible à tout ce qui est ou sera vrai, DIODORE adopte deux principes qui ont guidé l’analyse des concepts modaux (le possible, l’impossible, le nécessaire, le contingent, le probable) à travers l’histoire de la philosophie :

- Le premier principe rattache la modalité au temps : “possible” signifie ce qui est vrai à un moment quelconque du temps, “nécessaire” ce

[670] CICÉRON, *Du Destin*, Livre XII-28, *op. cit.*, p.15
[671] CICÉRON, *Du Destin*, *op. cit.*, p.7

qui est vrai à tous les moments du temps, la nécessité équivalant à l'omnitemporalité ou à l'éternité. C'est notamment la conception kantienne des modalités : *« Le schème de la possibilité est l'accord de la synthèse des représentations diverses avec les conditions du temps en général (comme, par exemple, que les contraires ne peuvent exister en même temps dans une chose, mais seulement l'un après l'autre) ; c'est par conséquent la détermination de la représentation d'une chose par rapport à quelque temps. Le schème de la réalité est l'existence à un temps déterminé. Le schème de la nécessité est l'existence d'un objet en tout temps. »*[672]

- Le second principe, étroitement lié au premier, est celui de la réalisation possible du possible : toute possibilité véritable peut se réaliser à un moment quelconque. Ce principe de l'actualisation de tout possible authentique est appelé "principe de plénitude".

Par ailleurs, Jules VUILLEMIN[673] a montré comment le rejet de l'une ou l'autre des propositions du Dominateur se rapporte, chez les Anciens, soit à l'affirmation d'une forme de nécessitarisme (c'est le cas pour les mégariques et les stoïciens) soit à une forme de doctrine de la contingence (c'est le cas pour les aristotéliciens, les épicuriens et les académiciens). Considérons deux des solutions les plus remarquables et remarquées : celle de CHRYSIPPE DE SOLES et celle d'ARISTOTE.

- CHRYSIPPE rejette la proposition (B) au prix d'une redéfinition de la notion d'impossibilité, entendue non pas au sens de ce qui n'arrive nécessairement pas, mais au sens de ce qui ne peut pas arriver selon les circonstances extérieures dues au destin : il n'y a de nécessité que du destin et de liberté que conformément au destin. Afin de maintenir la doctrine stoïcienne du destin, donc la nécessité de ce qui arrive, mais aussi celle de la divination, CHRYSIPPE, qui entend sauver la liberté d'action et se dégager de "l'argument paresseux", soutient que l'impossible peut suivre du possible, quitte à affirmer que ce possible ne se réalisera jamais. La question logique se retrouve ainsi étroitement liée à la physique, à la théologie et à la morale. Il faut, dans ce qui détermine les hommes à agir en tel sens plutôt qu'en tel autre, distinguer deux grands types de causes : les causes parfaites et principales (qui gouvernent le monde physique : elles nécessitent absolument) et les causes auxiliaires et prochaines (à l'œuvre dans les destins individuels : elles inclinent sans nécessiter). Ainsi, pour CHRYSIPPE, les causes antécédentes qui gouvernent nos actions sont des causes auxiliaires et prochaines auxquelles nous pouvons ou non assentir,

672 E. KANT, *Critique de la raison pure*, éditions Garnier Flammarion, 1976, p.191
673 J. VUILLEMIN, *Nécessité ou contingence, L'aporie de Diodore et les systèmes philosophiques*, éditions de Minuit, 1984

même s'il a été prévu que nous y assentirions ou non et s'il a également été prévu en quel sens nous agirions.

- ARISTOTE résume sa position à l'aide d'un exemple devenu célèbre : *« Nécessairement il y aura demain une bataille navale ou il n'y en aura pas ; mais il n'est pas nécessaire qu'il y ait demain une bataille navale, pas plus qu'il n'est nécessaire qu'il n'y en ait pas. Mais qu'il y ait ou qu'il n'y ait pas demain une bataille navale, voilà qui est nécessaire. »*[674] Nous en proposons la reformulation suivante : au sujet des événements futurs il n'est pas vrai de dire que nécessairement l'une des deux propositions au sujet de cet événement soit d'ores et déjà vraie et l'autre fausse. Seule l'alternative est elle-même nécessaire, les deux termes de l'alternative ne l'étant pas : nécessairement, il y aura ou il n'y aura pas de bataille navale demain. Chacune des deux propositions contradictoires est en conséquence possible : c'est seulement en puissance que l'une des deux propositions est vraie et l'autre fausse. La solution d'ARISTOTE consiste donc à distinguer la nécessité absolue ("tout ce qui est doit nécessairement exister") de la nécessité conditionnelle relative à l'événement ("que ce qui est soit, quand il est, et ne soit pas quand il n'est pas"). Les énoncés au futur n'ont qu'une nécessité conditionnelle, et c'est en ce sens qu'il n'y a pas de valeur de vérité déjà donnée pour les énoncés portant sur le futur. Si rien ne rend inéluctable un événement futur, cet événement ne sera nécessaire que s'il a lieu et quand il aura lieu. Conclusion : la valeur de vérité des énoncés portant sur des événements futurs singuliers doit rester indéterminée même s'il se peut que l'un soit plus vraisemblable que l'autre, sinon tout deviendra nécessaire. En défendant cette thèse, ARISTOTE s'affirme un défenseur de la contingence qu'il définit de la manière suivante : *« Par être contingent et par le contingent, j'entends ce qui n'est pas nécessaire et qui peut être supposé exister sans qu'il y ait à cela d'impossibilité* […]. *Être contingent se dit de deux façons. En un premier sens, c'est ce qui arrive le plus souvent et manque de nécessité* [...]. *En un autre sens, le contingent c'est l'indéterminé, ce qui peut être ainsi et non ainsi* [...] *ou, d'une manière générale, ce qui arrive par hasard, car rien de tout cela ne se produit naturellement dans tel sens plutôt que dans le sens opposé. »*[675] Ainsi la contingence ontologique est le fait des êtres en puissance dans le monde sublunaire, la nécessité absolue ne s'appliquant qu'aux êtres en acte dans le monde supra-lunaire. Si l'avenir était entièrement prévisible ou prédéterminé et si, dans le domaine des choses humaines, régnait la même nécessité que dans le mouvement des astres, alors l'action humaine

[674] ARISTOTE, *De l'interprétation*, in *Organon* I, 9, (traduction J. TRICOT), librairie Vrin, 1977, p.102
[675] ARISTOTE, *Premiers analytiques*, in *Organon* III, 13, (traduction J. TRICOT), librairie Vrin, 1971, p.59-62

relèverait aussi des sciences physico-mathématiques dans lesquelles on démontre mais ne délibère pas, puisqu'elles portent sur le nécessaire c'est-à-dire sur ce qui ne peut être autrement qu'il n'est. L'opinion a également son mot à dire dans le domaine des choses humaines : si nous délibérons sur ce qu'il y a lieu de faire et optons pour telle solution plutôt que pour telle autre, c'est bien parce que l'avenir est "ouvert". Une autre modalité que le nécessaire, le possible et le contingent, doit alors également être prise en considération : il s'agit de la modalité du probable qui, pour ARISTOTE, s'applique aux événements contingents du monde sublunaire.

§.2. La rhétorique du probable ; la probabilité

Pour Alain REY, linguiste qui a dirigé l'élaboration du Dictionnaire historique de la langue française, l'histoire du mot probable[676] révèle son enracinement dans le subjectif à travers l'évocation de concepts fondamentaux tels que la crédibilité (et ses nuances : de la croyance admissible - conjectures - à la croyance possible), la probité (être probe), le jugement éthique (approuver), le jugement de vérité ainsi que les procédures de vérification permettant de parvenir à un tel jugement (prouver), l'épreuve (éprouver), le probable, la probabilité. C'est en fait l'étude du mot latin *probus* qui permet de mettre au jour l'ensemble des concepts dérivés évoqués ci-dessus. Dans le mot *probus*, le préfixe *pro* marque à la fois, un dynamisme, une action positive qui se développe dans l'espace et le temps. Par exemple, dans le domaine agricole, *probus ager* désigne un champ où les graines germent puis poussent bien : ce qui est *probus* répond à l'attente et est de qualité. Appliqué aux relations humaines, le mot exprime la bonté, la droiture, l'honnêteté (probité), la réponse positive à l'attente. On trouve ensuite des mots comme *probatio* (la preuve) ; *probare* (puis *approbare, reprobare*) qui signifie à la fois "prouver" et "approuver" ; *probabilis* qui va donner probable et probabilisme avec ses

[676] Dictionnaire Le Robert, édition 1992, tome 1, p.1636

différents sens : le sens des Jésuites[677] est voisin de celui de la philosophie et de la théologie scolastiques[678], puis, au XVIIIe siècle, avec Jakob BERNOULLI, son sens mathématique. Par ailleurs, rappelons que nous devons à CICÉRON d'avoir regroupé sous le même terme latin *probabilis* deux notions que les philosophes grecs distinguaient : *eulogon* et *pithanon*. Est *eulogon* ce qu'il semble raisonnable de dire : le vraisemblable. Est *pithanon*, ce qui est persuasif. Si ces notions renvoient à des situations d'incertitude, elles n'y renvoient pas toutes les deux sous la même modalité et marquent une différence, notamment au sein de la Nouvelle Académie, entre ARCÉSILAS et CARNÉADE. Pour ARCÉSILAS, la nécessaire suspension du jugement provient de notre situation d'incertitude et de la force égale des discours opposés : on ne peut alors dépasser “ce qu'il semble raisonnable de dire”. Pour CARNÉADE, il faut, en plus, tenir compte du fait que nous ne pouvons nous fier à nos représentations qu'autant qu'elles sont plus ou

[677] Pour les Jésuites, le probabilisme désigne un système de théologie morale destiné à faire face aux difficultés d'appliquer les lois de la morale chrétienne aux divers cas de conscience des fidèles. Un certain nombre de théologiens médiévaux avaient en effet ressenti la nécessité de définir une interprétation de la loi et c'est en ce sens qu'ils se sont référés à la notion aristotélicienne de convenance, d'équité. Le principe le plus sûr doit toujours être appliqué avec le correctif de l'*épieikeia* : c'est la doctrine du tutiorisme, du choix du plus sûr. C'est dans le commentaire de cet enseignement que le probabilisme est apparu à la faculté de théologie de Salamanque vers la fin du XVIe siècle : l'initiateur en fut le dominicain MEDINA pour qui, si une opinion est probable, il est permis de la suivre, quand bien même l'opinion opposée serait plus probable. Au tutiorisme succède une interprétation moins rigoureuse de la loi qui accepte comme moralement licites des opinions seulement probables. Puis, avec VAZQUEZ le probabilisme reçoit un développement systématique organisé autour de l'idée que les lois morales doivent être appliquées différemment selon qu'il s'agit d'un homme instruit ou d'un ignorant : le sujet moral peut alors suivre une opinion d'emprunt, contraire à la sienne propre, en fonction de sa seule probabilité auprès d'autres esprits. SUAREZ prolonge cette idée en fonction du caractère de la loi et de son degré d'obscurité. Le probabilisme devient donc un refus du rigorisme moral des théologiens classiques. Puis, dans le contexte polémique des assemblées de théologiens catholiques réunies à propos du molinisme, un amalgame imprévu se produit : le probabilisme est reçu comme le complément et l'application, en matière de théologie morale, des thèses de MOLINA en théologie dogmatique. Cet événement est à la source du développement de la casuistique qui traite des cas de morale pratique en fonction du probable possible et non de la règle la plus sûre. De fait, le laxisme représente la tendance extrême du probabilisme et c'est pourquoi les Jansénistes (PASCAL en 1656, NICOLE en 1658) et les Dominicains dénoncent le probabilisme comme une “morale relâchée” et s'efforcent de la faire condamner à Rome. En 1679, le pape Innocent XI condamne soixante-cinq thèses de “morale relâchée” : les quatre premières concernent l'usage de la probabilité sur ces matières. Le débat n'est pas clos pour autant : en 1694, GONZÁLEZ qui dirige la Compagnie de Jésus, adversaire du probabilisme, publie un ouvrage intitulé *Fondement de la théologie morale* dans lequel il expose une interprétation de la loi qu'il nomme “probabilioriste” : une plus grande probabilité est requise pour que soit admise l'opinion moins sûre. La position de GONZÁLEZ, qui se présentait comme médiane entre celle des rigoristes et celle des laxistes, ne fit pas l'unanimité et entraîna de graves conflits à l'intérieur de la Compagnie des Jésuites. Des systèmes divers s'édifièrent alors et s'écroulèrent : le probabiliorisme permit cependant aux partisans d'une morale “mitigée” de continuer à défendre, en partie, leur point de vue contre les tutioristes extrémistes. Référence : article “*Probabilisme*” de l'Encyclopædia Universalis de J.R. ARBOGATHE, Thesaurus, Tome 27, éditions 2002, p.3724

[678] - Probable désigne ici la qualité que procure à un jugement une ou plusieurs autorités reconnues : le fait d'être probable signifie être approuvable parce qu'approuvé par une autorité indiscutable. -

moins persuasives, c'est-à-dire probables. C'est en ce sens que Pierre RAYMOND soutient la thèse selon laquelle *la notion de probabilité* serait apparue et aurait été développée bien avant *le calcul des probabilités*, précisément dans l'Antiquité grecque, avec la philosophie probabiliste de CARNÉADE[679]. Pour CARNÉADE, le critère recherché pour adopter des opinions incertaines renvoie, pour un sujet, non au rapport que ses représentations entretiennent avec les objets mais au rapport qu'il entretient avec ses représentations. En d'autres termes, il est question du sentiment que le sujet éprouve à l'égard de ses propres idées : les éprouve-t-il comme certaines ou comme plus ou moins sûres ? D'où le sentiment que l'on retrouve dans une expression comme “il semble que…” *« Le critère qu'il* [*Carnéade*] *propose ne tient pas en un point, mais présente une “largeur”, c'est-à-dire des degrés. Selon la taille de l'objet, sa distance, l'acuité de notre vue, la précision des détails sera plus ou moins grande, et notre sentiment plus ou moins assuré. Le plus assuré sera en faveur d'une plus grande probabilité de l'opinion. »*[680] Le probable apparaît, chez CARNÉADE, comme un degré entre l'ignorance et le savoir et se place à l'intérieur d'un champ subjectif. La philosophie de CARNÉADE est souvent qualifiée de “probabilisme” étant donné que son refus de tout dogmatisme le conduit à demander à l'homme et au philosophe de s'en tenir au probable. Nous référant à la distinction élaborée par N. MEUSNIER, et déjà évoquée, le “probabilisme” de CARNÉADE nous apparaît relever d'une position épistémique dans la mesure où il se rapporte à la connaissance et au jugement sur les choses, c'est-à-dire, pour reprendre la terminologie de J.P. VERNANT, qu'il est une forme de rationalité rhétorique. Insistons en effet sur le fait que la probabilité dont il est question ici est de nature gnoséologique et non mathématique : en effet le probabilisme épistémique de CARNÉADE s'inscrit dans le cadre de la conception aristotélicienne pour laquelle il n'est pas possible d'appliquer le nombre aux catégories du sensible et à celles de l'indéterminé. Ce dernier point est sans doute à prendre en compte dans l'explication de l'absence d'ébauche d'une mathématisation du hasard par les mathématiciens grecs : nous y reviendrons.

§.3. L'aléatoire dans ses rapports au fortuit, au probable et au contingent

Pour Marcel CONCHE, un événement est “aléatoire” lorsqu'il existe une incertitude quant à sa réalisation future. Or, si un événement est aléatoire, ce n'est pas nécessairement par l'effet du hasard, donc ce n'est pas nécessairement un événement fortuit. Lors du lancement d'un dé, l'événement “sortie du six” est à la fois aléatoire et fortuit. Mais que dire de l'issue d'une discussion ? L'issue est aléatoire mais pas fortuite. Inversement, un événement fortuit peut être ou non aléatoire. La rencontre de deux séries événementielles indépendantes est un

[679] - philosophe, membre de l'école platonicienne devenue “Nouvelle Académie” : 120 avant J.C. -
[680] P. RAYMOND, *De la combinatoire aux probabilités*, éditions Maspéro, 1975, p.16

événement fortuit (au sens du hasard-rencontre de COURNOT) et aléatoire (dans la mesure où il existe une incertitude quant à son existence même). Mais un événement fortuit et non aléatoire[681] est parfaitement concevable : *« Il suffit, par exemple, d'imaginer deux trains dont l'un va percuter l'autre, sans que les conducteurs et les chefs de gare, faute de pouvoir communiquer entre eux, puissent empêcher l'accident. »*[682] Une telle analyse a pour objet de montrer que les extensions des deux concepts, "fortuit" et "aléatoire", ne se recouvrent pas.

De même, les notions d'aléatoire et de probable ne se recoupent pas non plus. Pour Marcel CONCHE, un événement, pour être aléatoire ou pour être probable, doit d'abord être possible, au sens d'une possibilité physique. *« Un événement est possible ou impossible : il n'y a pas de degrés alors qu'il y a des degrés de l'aléatoire et des degrés du probable. Entre le possible et l'impossible, il y a tous les degrés de l'aléatoire et tous les degrés du probable. »*[683] L'aléatoire paraît ainsi se recouper avec le probable. "Fort aléatoire" équivaut à "peu probable" : en effet s'il existe une forte incertitude quant à la réalisation future d'un événement celui-ci est peu probable. Pour Marcel CONCHE, "aléatoire" et "probable" ne sont cependant pas synonymes. *« Une discussion a lieu. Aboutira-t-elle à un résultat ? Dire : "cela est aléatoire" n'est pas dire : "cela est probable" ou : "cela est peu probable". Que la discussion aboutisse à un résultat est aléatoire. Est-ce probable ? Peu probable ? On n'affirme rien à ce sujet. Ce que l'on affirme est l'incertitude. Maintenant, à quel résultat aboutira la discussion : A, B ou C ? Cela est aléatoire : on marque, par ce mot, l'hésitation entre A, B ou C, hésitation qui d'ailleurs n'est pas notre hésitation, mais qui est dans la chose même. Le résultat sera-t-il A ? Cela est aléatoire. On peut dire aussi : cela est "probable", ou "peu probable". Mais, pour dire A "probable", il faut croire disposer d'une information que l'on n'a pas si l'on dit seulement A "aléatoire". Ainsi l'aléatoire marque l'hésitation entre des possibles et le degré d'incertitude ("fort", "assez", "très" aléatoire). Le probable implique une information quant aux chances de se réaliser des divers possibles. Si je dis : "que le résultat de la discussion soit A est peu probable", c'est que j'ai, à mon avis du moins, des raisons qui me permettent d'apprécier, d'estimer les chances de A. La notion de "probabilité" marque une conquête sur l'aléatoire ; elle permet de réduire, de rationaliser l'aléatoire. »*[684] M. CONCHE s'essaie ensuite à montrer de quelle façon s'exerce la maîtrise du probable sur l'aléatoire. Lorsqu'on lance un dé, le "trois" va-t-il sortir ? C'est possible et c'est probable. Avec le probable, une décision se fait. Le "trois" a une chance sur six de sortir : cela n'est pas

[681] - c'est-à-dire qui arrivera immanquablement -
[682] M. CONCHE, *L'aléatoire*, éditions du Mégare, 1990, p.2-3
[683] M. CONCHE, *L'aléatoire*, *op. cit.*, p.3
[684] M. CONCHE, *L'aléatoire*, *op. cit.*, p.3-4

aléatoire, c'est même certain. Le "trois" va-t-il sortir ? Cela est aléatoire. Cet exemple montre comment le probable introduit le non-aléatoire dans l'aléatoire.

Y-a-t-il enfin une différence entre aléatoire et contingent ? Pour M. CONCHE, "contingent" se dit de ce qui peut arriver ou ne pas arriver. En ce sens, l'arrivée du contingent est elle-même aléatoire. Considérons alors la situation suivante : *« Une élection a lieu. Pierre, Paul, Jean sont candidats. Pierre sera-t-il élu ? Peut-être : il peut l'être ou ne pas l'être. Qu'il soit élu est aléatoire, et, en même temps, est contingent. Alors, où est la différence ? Que Pierre soit élu, on peut dire que cela est "très", "fort", "assez" aléatoire ; on ne peut dire que cela est "très", "fort", "assez" contingent. »*[685] Ainsi un événement est contingent ou ne l'est pas : le contingent n'admet aucun degré alors que l'aléatoire en admet. Par ailleurs, comme ce qui est contingent[686] peut aussi être pratiquement certain[687], c'est-à-dire non aléatoire, ce qui est contingent n'est pas nécessairement aléatoire. Par contre, ce qui est aléatoire est contingent. En effet un événement est aléatoire lorsqu'il existe une incertitude quant à sa réalisation future : il peut donc arriver ou ne pas arriver, donc il est contingent. À l'issue de cette brève analyse, il apparaît que les concepts d'"aléatoire" et de "contingent" ne se recouvrent pas.

Section IV. La pensée du hasard au moyen-âge : interdits et transgressions

§.1. Le poids des interdits théologiques et juridiques liés aux réflexions sur le hasard et aux pratiques des jeux de hasard

Durant tout le Moyen-Âge, la domination de la religion chrétienne en Europe empêche les spéculations sur le hasard. Les jeux de hasard, jugés incompatibles avec le dogme de la toute puissance divine, sont condamnés par l'Église. De plus, pour l'Église chrétienne les jeux de hasard et de profit développent les passions et entretiennent l'esprit de lucre. Leur mathématisation est donc "théoriquement" impossible puisque leur nature même n'est pas compatible avec la théologie chrétienne. L'interdit qui frappe les jeux aboutit à une casuistique complète : bulles papales, recommandations des écrivains ecclésiastiques, prohibition des spectacles du jeu (IV^e^ concile de Latran en 1215). Cependant, malgré cette prohibition, la pratique des jeux de hasard demeure répandue : les interdits sont transgressés. Même dans les Livres Saints, un certain nombre de cas sont attestés où Dieu exprime sa volonté par

685 M. CONCHE, *L'aléatoire*, *op. cit.*, p.4
686 - par exemple, se présenter ou non à une élection -
687 - il s'agit alors d'une certitude morale -

l'intermédiaire du Sort : il est donc parfois légitime de recourir à cette voix pour consulter Dieu, la difficulté étant de définir les cas licites. Saint-THOMAS distingue trois sortes de Sort. Les "sorts consultatifs" pour savoir comment l'homme doit agir, les "sorts divinatoires" pour prédire l'avenir, et enfin les "sorts diviseurs". On a alors recours aux "sorts diviseurs" pour les partages, pour décider à qui doit revenir telle chose, ce que l'on doit lui attribuer (les possessions, les honneurs, les dignités). Dans certaines situations, il peut être légitime de recourir au Sort… Le problème est de savoir à quel moment on peut le faire : ainsi en cas de nécessité, il est permis d'implorer, avec révérence, le jugement de Dieu, par la voie du Sort. Mais, si ces conditions ne sont pas remplies, il s'agit au contraire d'un péché grave, car c'est une manière de "tenter" Dieu. C'est en vertu de cet interdit que les "jeux de sort" furent sévèrement réprimés : ils étaient mauvais par nature car ils "profanaient le Sort".

Cet interdit n'est pas spécifique au monde chrétien. Les jeux de hasard (*al-maysir*) sont formellement interdits dans la première communauté musulmane de Médine, interdiction confirmée dans les sociétés islamiques ultérieures par des *hadiths*. L'une des formes les plus courantes de ces jeux consiste par exemple à acheter un animal, à l'égorger, à le diviser en plusieurs parts et à les distribuer suivant un tirage au sort : le gagnant emporte des portions de l'animal tandis que le perdant s'acquitte du prix de celui-ci. Dans l'islam, les jeux de hasard sont interdits au moins pour trois sortes de raison :

- Parce que dans la vision islamiste du monde il n'y a pas de hasard et donc le destin domine l'homme. Dieu, qui a volontairement créé le monde, est maître du monde. *« Nous n'avons pas créé par jeu les cieux, la terre et l'entre-deux. Nous les avons vraiment créés. Mais la plupart ne le savent pas. »*[688] Dieu a agencé l'ensemble du créé dans une vision rigoureuse et le pouvoir de la raison est limité dans les causalités et les finalités qu'elle peut connaître.

- Le degré de souillure représenté par la pratique des jeux de hasard est très élevé : dans un *hadith*, le Prophète MOUHAMMAD compare celui qui s'adonne au *nard chîr* (forme particulière de jeu de hasard existant à l'époque de la Révélation) à une personne qui trempe ses mains dans le sang et la chair du porc.

- Pour des raisons sociales et morales : le principe sur lequel les jeux de hasard reposent est en contradiction avec les idéaux islamiques. Pour qu'un joueur gagne, il est nécessaire que d'autres participants perdent et l'enrichissement personnel passe donc par l'appauvrissement relatif des autres, voire par leur aliénation. Ce motif d'interdiction est fondamental et

---

[688] Sourate XLIV, versets 38 et 39, *Le Coran*, (traduction J. GROSJEAN), éditions Ph. LEBAUD, Paris, 1ère édition 1979, p.238

doit être rapporté à l'interdit qui frappe l'usure (*ribâ*[689]) et qui a pour fin d'éviter que des sujets s'enrichissent au détriment de leurs semblables. Soulignons que le but de cette prescription rejoint la finalité globale de la mission prophétique, à savoir la création d'une vie spirituelle et communautaire où sont prônées les valeurs d'entraide, de justice et de solidarité et où l'argent de la collectivité n'est pas monopolisé entre les mains d'une minorité. Par ailleurs, le Coran[690] condamne le *gharar*, contrat commercial fondé sur l'aléatoire : la *nitâj* et le *salam* sont des exemples de ce type de contrat. La *nitâj* est un contrat de vente sur des animaux en gestation ; le *salam* est la vente d'un produit qui n'est pas encore possédé. De telles pratiques commerciales, spéculatives, qui font intervenir des incertitudes et des risques sont ainsi prohibées pour des raisons morales.

§.2. L'attention nouvelle portée à un poème du XIII^{e} : *De Vetula* - comportant des calculs de combinaisons de cas favorables et implicitement de "fréquences" pour les jeux de hasard - révèle la transgression des interdits

L'analyse de l'émergence et du développement du calcul des probabilités doit dorénavant intégrer dans son *corpus* les travaux récents d'un chercheur canadien, D.R. BELLHOUSE, lequel a publié en août 2000, dans un numéro de la revue internationale de statistique[691], un article dans lequel il analyse le contenu d'un poème intitulé *De Vetula*, rédigé en 1250 par Richard DE FOURNIVAL, recteur de la cathédrale d'Amiens. La partie du texte latin concernant le dénombrement des différentes combinaisons obtenues lors du lancement de trois dés, allant de la ligne 405 à 459, a été traduit en anglais en 1967 (N. PRIOR) à partir d'une édition de 1534. La traduction du latin au français, est elle-même, issue de cette version.

[689] Le *Ribâ* est ainsi défini comme un avantage lésant un des contractants dans le cadre d'un prêt ou d'un troc.

[690] Est-il utile de rappeler que Le Coran, texte révélé au Prophète MOUHAMMAD, est pour la religion musulmane le texte fondateur dans lequel se trouve codifié l'essentiel des prescriptions à valeur normative ?

[691] D.R. BELLHOUSE, *De Vetula, a medieval manuscript containing probability calculations*, International Statistical Review, volume 68, n°2, August 2000, p.123-136

« Peut-être, cependant diras-tu que certains l'emportent sur d'autres »
« Parmi les nombres possibles pour les joueurs, pour la raison que »
« Puisque le dé a six faces et six nombres »
« Simples, sur trois dés il y en a dix huit, »
« Dont trois seulement peuvent se présenter sur les dés. »
« Ces nombres varient de diverses manières, et de là »
« Naissent deux fois huit nombres composés, qui cependant ne sont pas d'égale »
« Force, puisque les plus grands et les plus petits »
« D'entre eux viennent rarement, et les moyens fréquemment. »
« Et plus tous les autres se rapprochent autant que l'on veut des moyens, »
« Meilleurs ils sont et plus souvent ils se présentent. »
« Ceux-ci, quand ils se présentent, n'ont qu'une configuration des points, »
« Ceux-là en ont six, les autres, de manière intermédiaire entre les deux groupes, »
« De sorte qu'il y a deux plus grands nombres et autant de plus petits »
« Pour lesquels il n'y a qu'une seule configuration des points ; et deux suivants, »
« L'un plus grand, l'autre plus petit, qui en ont chacun deux ; »
« Que de nouveau, ensuite, ils en ont trois chacun, puis quatre chacun, »
« Et cinq chacun, selon qu'ils leur succèdent en s'approchant »
« Des quatre moyens, pour chacun desquels sont possibles six configurations des points. »
« […] *Et c'est ainsi* »
« Que de cinquante-six manières ils se différencient »
« En ce qui concerne les configurations des points ; et ces configurations, par deux cent »
« Seize manières de tomber, lesquelles ayant été réparties entre »
« Les nombres composés possibles pour les joueurs, »
« Selon qu'elles doivent être distribuées entre eux, »
« Tu connaîtras pleinement quelle valeur peut avoir »
« L'un quelconque d'entre eux, ou quelle perte. »[692]

Ce poème décrit en effet des calculs de combinaisons de cas favorables et implicitement de fréquences se rapportant aux jets de trois dés. Cette œuvre, apparemment très connue, notamment citée dans *Opus Maius* de Roger BACON, écrit entre 1266 et 1269, est susceptible d'avoir influencé certains travaux de Nicole D'ORESME[693], ce qui porterait à penser, selon D.R. BELLHOUSE, que dès le Moyen-Âge, un certain nombre de lecteurs pouvait comprendre les principes du calcul des "chances". Les faits relatés dans cet article suggèrent en effet que plusieurs notions comme celles de cas favorables et de cas possibles qui constituent des fondements du calcul des probabilités ont pu être développés dès le milieu du XIII^e^ siècle. De plus, dans les derniers vers que nous avons extraits, est évoquée l'idée que le nombre de configurations possibles obtenues avec trois dés est 56, ces configurations pouvant échoir de 216 manières. Chaque configuration est ainsi constituée d'un certain nombre d'éléments qui permet

---

692 D.R. BELLHOUSE, *De Vetula*, *op. cit.*, p.123-136, (traduction J.Y. GUILLAUMIN), Université de Franche-Comté, 2002
693 - 1320 - 1382 -

aux joueurs informés d'évaluer les enjeux qu'il est possible de mettre dans de tels paris.

On peut s'interroger pour savoir dans quelle mesure le *De Vetula* n'aurait pas influencé GALILÉE[694] dans la réponse qu'il a adressée au Grand Duc de Toscane, vers 1620, à propos de la résolution de ce même problème. GALILÉE adopte en effet la même démarche dans les mêmes termes et dans le même ordre que celle adoptée dans ce poème[695]. Soulignons également que GALILÉE a probablement eu connaissance des travaux de CARDAN sur ce sujet : celui-ci s'est attaché à faire le décompte des combinaisons favorables et à les rapporter à l'ensemble des combinaisons possibles de manière à "piloter" les paris des joueurs. Notons que si la notion de probabilité n'apparaît pas chez CARDAN, puisque seule la combinatoire est mobilisée, de nombreux commentateurs perçoivent dans ses travaux une intuition de la notion de fréquence.

Section V. L'émergence d'une théorie de la décision en situation d'incertitude et de risque s'inscrit dans un processus global de transformation de la société occidentale du XVII^e siècle

À l'exception remarquable de la contribution récente de D.R. BELLHOUSE, encore peu diffusée, les autres travaux érudits relatifs à l'histoire du calcul des probabilités s'accordent pour situer son émergence au XVII^e siècle à l'occasion de la correspondance entre Blaise PASCAL[696] et Pierre FERMAT[697], correspondance relative à la recherche de solutions au problème connu sous le nom de "problème des partis"[698], alors même que le mot *probabilité(s)*, tel qu'il apparaît, par exemple, dans l'œuvre de PASCAL, ne désigne nullement ce qui pourrait ressembler au concept contemporain de "calcul des probabilités". On a trop souvent tendance à faire de PASCAL le "père historique" du calcul des probabilités : c'est une conclusion hâtive des premiers historiens qui se sont notamment référés aux écrits de LEIBNIZ[699] lequel a imposé cette thèse. Or chez PASCAL, que ce soit dans la correspondance avec FERMAT et dans *Le Traité du*

694 - 1564-1642 -
695 GALILÉE, *Le Opere de Galileo Galilei*, Firenze, 1855, volume XIV, p.293-316. Texte original, manuscrit Palatini, Partie VI, tome 1, traduction française : M. LOUIS
696 - 1623-1662 -
697 - 1601-1661 -
698 Il faut comprendre **"parti"** au sens de "partage" et **"parties"** au sens de "manches d'un jeu".
699 *« Les mathématiciens de notre temps ont commencé à estimer les hasards à l'occasion des jeux. Le Chevalier de Méré, dont les Agréments et autres ouvrages ont été imprimés, homme d'un esprit pénétrant et qui était joueur et philosophe, y donna occasion en formant des questions sur les partis, pour savoir combien vaudrait le jeu s'il était interrompu dans tel ou tel état. Par-là, il engagea M. Pascal, son ami, à examiner un peu ces choses. »* LEIBNIZ, *Nouveaux Essais sur l'entendement, Livre IV*, chapitre XVI, Paris, éditions Garnier Flammarion, 1994, p.367-368

Triangle arithmétique[700], on ne perçoit la trace, élégamment mise en scène dans une perspective décisionnelle, que de l'idée d'"espérance de gain", liée à une notion idéaliste d'équitabilité.

Antoine Augustin COURNOT, prenant acte de l'élémentarité de la technique mathématique mise en œuvre dans le calcul des probabilités, s'interroge quant aux raisons qui ont fait que ce savoir n'ait pu voir le jour avant les XVII^e^ et XVIII^e^ siècles. Adoptant sur ce sujet une perspective de type internaliste[701], COURNOT développe l'idée selon laquelle la mathématisation du hasard serait marquée par un retard, retard qu'il qualifie de "pur effet du hasard". COURNOT soutient l'idée que les mathématiciens de l'Antiquité grecque auraient pu initier une théorie mathématique du hasard *« puisque rien ne s'opposait à ce qu'un Grec de Cos ou d'Alexandrie eût pour les spéculations sur les chances le même goût que pour les spéculations sur les sections du cône. »*[702] Par ailleurs, la démocratie athénienne (Ve-IVe siècle avant J.C.) faisait explicitement référence au hasard jusque dans sa constitution qui stipulait que les membres de l'Assemblée des Cinq Cents - le conseil (*boulè*) - devaient être tirés au sort chaque année parmi les citoyens ayant au moins quarante ans. Mais *"si rien ne s'opposait à…"*, *"rien, semble-t-il, ne contribuait non plus à…"*, car c'est la possibilité, pour la mathématique grecque, de prendre pour objet le hasard qui se trouve ici interrogée dans la mesure où cette mathématique ne se préoccupait guère d'utilité pratique, attentive qu'elle était par ailleurs à l'élégance idéale de la conceptualisation géométrique. Ainsi, il peut aujourd'hui apparaître surprenant, en considérant par exemple le fait qu'Athènes disposait d'une importante flotte maritime pour laquelle se développa un système d'assurances, que celui-ci demeura rudimentaire et ne déboucha pas sur une réflexion véritable relative aux risques et aux conséquences économiques des naufrages[703]. Un autre motif, également invoqué pour rendre raison de l'absence de mathématisation du hasard chez les penseurs grecs, se rapporte à la prégnance de la conception aristotélicienne selon laquelle, seul, le supra-lunaire (le mouvement des astres) relèverait des mathématiques et notamment de la géométrie. Dans cette

---

700 B. PASCAL, *Usage du triangle arithmétique pour déterminer les partis qu'on doit faire entre deux joueurs qui jouent en plusieurs parties*, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, 1963, p.57-62

701 Dans une perspective de type "internaliste", l'accent est mis sur la spécificité propre de l'activité scientifique : procédures logiques mises en œuvre, méthodes, élaboration progressive du contenu. Les "influences" extérieures sont ignorées. Dans cette perspective, la science est considérée comme un domaine autonome et ses relations avec le monde sont jugées accessoires.

702 A.A. COURNOT, *Matérialisme, vitalisme, rationalisme*, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.180

703 Pour Lorraine DASTON, cette remarque vaut également pour la période des XVe et XVIe siècles : *« Les assurances maritimes s'étendirent rapidement en Italie et aux Pays-Bas aux XVe et XVIe siècles, mais les assureurs ne rassemblèrent aucune statistique sur les naufrages. Et ils n'ont certainement pas créé de méthode mathématique pour estimer les primes. Ce sont plutôt les mathématiciens qui ont plus tard, beaucoup plus tard, influencé les assureurs. »* L. DASTON, *L'interprétation classique du calcul des probabilités*, Annales ESC, mai-juin 1989, n°3, p.716

conception, aucun phénomène sub-lunaire (un phénomène physique terrestre) ne peut être appréhendé mathématiquement : le fait d'appliquer le nombre aux catégories du sensible et à celles de l'indéterminé n'est même pas envisagé.

Ainsi, en invoquant un point de vue internaliste par lequel sont prises en compte les seules conditions techniques et instrumentales du procès de mathématisation au détriment des conditions culturelles d'une maîtrise rationnelle du hasard, COURNOT convoque un argument d'autant plus insuffisant que la "géométrie du hasard" s'est constituée avec "le problème des partis" qui, nous le verrons, est un problème d'équité et en ce sens d'essence plutôt juridique que spécifiquement mathématique. Cette aporie internaliste illustre, selon Thierry MARTIN, la difficulté propre à l'histoire des mathématiques de penser à la fois la nécessité interne avec laquelle s'imposent les produits de la raison et leurs relations aux conditions historiques de leur production. J.M. LÉVY-LEBLOND souligne combien l'histoire des sciences reste polarisée par l'affrontement classique entre une conception "internaliste", selon laquelle seule la logique propre des disciplines et leurs problématiques intrinsèques orienteraient leur évolution, et une conception "externaliste", selon laquelle les conditions sociales, économiques, idéologiques en constitueraient les déterminations essentielles : *« Même si chacune des deux positions est, à l'état pur, trop caricaturale pour être encore défendue, il n'est pas difficile de repérer les lignes de force que leur tension continue à dessiner dans le champ de l'histoire des sciences. C'est que cette histoire reste pensée sur un modèle causal, où tout événement peut se voir assigner une raison d'être, une origine spécifique. »*[704] Fort de ce point de vue, nous considérons que l'émergence du calcul des probabilités ne peut se comprendre sans être également rapportée aux conditions culturelles qui la rendent possible. Ainsi, nous référant explicitement aux analyses développées par Ernest COUMET et Ian HACKING, nous organisons notre présentation de la mise en place de la mathématisation du hasard en insistant notamment, d'une part sur la neutralisation des interdits théologiques et juridiques qui frappaient les jeux de hasard et d'autre part sur le développement, à partir du XVI^e siècle, de la science des signes ou des qualités secondes[705].

[704] J.M. LÉVY-LEBLOND, *La science en son miroir*, in *Dictionnaire de l'ignorance*, éditions Albin Michel, 1998, p.23

[705] La distinction entre qualités premières et qualités secondes, c'est-à-dire entre propriétés se montrant telles qu'elles sont intrinsèquement et propriétés imputées aux corps matériels sur la foi d'impressions ou de signes résultant de leur interaction avec les organes des sens, - distinction habituellement attribuée à J. LOCKE -, aurait permis, selon I. HACKING, de développer une science du probable.

§.1. Développement des échanges intellectuels dans l'Europe du XVII^e siècle, naissance de la physique mathématique et déclin de la vision théologico-aristotélicienne

À l'origine du mouvement scientifique du XVII^e siècle, on peut déceler un changement profond d'attitude à l'égard du rôle des mathématiques. À une conception essentiellement contemplative héritée de l'Antiquité, le XVII^e siècle substitue la volonté de recourir aux mathématiques comme instrument d'explication et d'exploration des phénomènes réels. Jean Pierre VERNANT repère alors une double orientation de la raison qui la constitue comme intelligence expérimentale : *« Elle s'est éloignée de la langue parlée pour se tourner vers le langage mathématique, édifier une logique du nombre et de la quantité au lieu d'une logique du concept et de la qualité ; elle s'est tournée d'autre part vers l'observation systématique des faits, l'exploration minutieuse du réel. »*[706]

L'Europe du XVII^e siècle est le lieu du développement des échanges intellectuels. Une véritable coopération se constitue : elle repose tout à la fois sur la fondation des différentes Académies scientifiques, sur la création et la diffusion de journaux scientifiques, sur le développement de l'activité épistolaire entre savants ainsi que sur le développement des voyages et des rencontres. C'est l'initiative privée qui, à travers l'organisation de rencontres et de réunions, est à l'origine de la professionnalisation progressive et de l'institutionnalisation de la science. Ce phénomène, d'ampleur européenne, prend diverses formes dont de nombreux termes rendent compte : "assemblées", "entretiens", "Académies". C'est dans ces cercles savants que les idées sont diffusées, discutées, mises à l'épreuve. En France, les savants, depuis la première moitié du XVII^e siècle, se regroupent en Académies privées. Un des plus célèbres lieux de rencontres est le couvent des minimes de la Place Royale à Paris où le père Marin MERSENNE[707], surnommé le "secrétaire de l'Europe savante" réunit les plus grands savants[708] pour aborder des questions de physique, de mathématique, de musique. À l'étranger, la vie intellectuelle suit, pour l'essentiel, les mêmes voies. L'Italie voit naître, à la suite de l'Accademia dei Segreti apparue à Naples en 1560, de nombreuses Académies, notamment l'Accademia dei Lincei créée à Rome en 1603 par le prince CESI (elle accueille GALILÉE en 1611) et l'Accademia del Cimento, fondée à Florence en 1657 par le grand duc de Toscane FERDINAND II, qui rompent avec la tradition humaniste et privilégient un travail d'expérimentation. En 1660, c'est la naissance, à Londres, de la Royal

---

[706] J.P. VERNANT, *Raison d'hier et d'aujourd'hui*, in *Entre mythe et politique*, *op. cit.*, p.235
[707] - 1588-1648 -
[708] DESCARTES, FERMAT, PASCAL, DE ROBERVAL, GASSENDI, …

Society. En 1666, COLBERT, agissant au nom du roi Louis XIV, créé l'Académie Royale des sciences. En 1700, LEIBNIZ créé l'Académie de Berlin mais ce n'est qu'en 1724 qu'est créée, par Pierre LE GRAND, l'Académie de Saint-Pétersbourg. Michel BLAY souligne ainsi que *« tout en ayant une vocation nationale visant à assurer le prestige et la gloire du roi ou du prince, ces Académies ont développé de nouveaux liens, par l'intermédiaire des correspondances de certains de leurs membres, ou en associant des savants étrangers. »*[709] Il peut apparaître ici surprenant de mettre sur le même plan l'Académie Royale des sciences et la Royal Society dans la mesure où ces institutions n'ont pas fonctionné de la même façon : alors qu'en France l'Académie Royale des sciences, comme l'Académie française et l'Académie de peinture et de sculpture, sert principalement le prestige et la gloire du Roi, en Angleterre la Royal Society est un lieu de rencontres et d'échanges entre savants, marchands, inventeurs, responsables politiques.

Dans les dernières décennies du XVII^{e} siècle, les journaux scientifiques se font plus nombreux même si leur diffusion demeure difficile : citons *les Philosophical Transactions (1665), le Journal des Sçavans* (Paris, 1665), *les Nouvelles de la République des lettres* (Amsterdam, 1684), *les Mémoires pour l'histoire des sciences et des beaux-arts* (Trévoux, 1701).

L'activité épistolaire joue également un rôle fondamental dans la vie intellectuelle et scientifique du XVII^{e} siècle en favorisant la circulation du savoir que les revues et les journaux scientifiques ne peuvent complètement assurer. La lettre permet l'échange et la confrontation. La correspondance privée entre Blaise PASCAL, le Recteur NOËL de la société de Jésus, Florin PERIER, Etienne PASCAL, LE PAILLEUR, DE RIBEYRE, au sujet des *"expériences nouvelles touchant le vide",* est un exemple de cette activité à laquelle des groupes de savants donnent ensuite une diffusion appropriée. L'échange de lettres entre PASCAL et FERMAT en 1654 est célèbre : le fait que les deux célèbres mathématiciens aient réussi à élaborer deux méthodes différentes permettant de résoudre le "problème des partis" est remarquable : *« Je vois bien que la vérité est la même à Toulouse qu'à Paris. »*[710] Notons également l'existence du "placard". Ainsi PASCAL publie en 1640 *l'Essay pour les coniques* sous forme d'affiche : cet essai fut en effet placardé sur les murs de Paris.

Une certaine façon de faire la science où la mise à l'épreuve des résultats est rendue possible, se constitue progressivement. La correspondance permet également aux savants de dépasser un certain nombre de contraintes institutionnelles, techniques, géographiques, politiques, linguistiques ou

[709] M. BLAY, *La naissance de la science classique*, éditions Nathan-Université, 1999, p.11
[710] B. PASCAL, *La règle des partis*, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.43

religieuses : les savants sont moins isolés. Le père MERSENNE est ainsi au centre d'un réseau de correspondants européens. Il parle avec ses interlocuteurs de ses lectures, des parutions, des recherches en cours. Il répond aux questions, communique des informations de l'un à l'autre et ainsi, grâce à ce travail épistolaire, permet aux plus grands savants de dialoguer sur les sujets les plus divers. Il faut cependant nuancer cette vision idéale et *a contrario*, comme nous le verrons plus loin dans le paragraphe consacré à l'œuvre de HUYGENS, souligner, par exemple, les difficultés rencontrées par le savant hollandais pour échanger efficacement avec PASCAL et FERMAT : *« Rendez-vous manqués, réponses retardées ou refusées, intermédiaires peu adroits, silences calculés : une sorte de malheureuse illustration des contraintes dont pouvaient souffrir, en cette deuxième moitié du XVII^e^ siècle, les échanges scientifiques. »*[711]

L'importance du rôle des correspondances dans la constitution de l'Europe savante, s'il est indéniable, ne doit cependant pas éclipser le rôle exercé par les rencontres et les contacts directs qui ont lieu à l'occasion des voyages. Ainsi, KÉPLER[712] se rend à Prague afin de rencontrer Tycho BRAHÉ[713] dont il devient l'assistant et dont il utilisera les résultats pour élaborer les lois célèbres que nous évoquerons plus loin. En ce sens, le voyage apparaît essentiellement lié à l'échange de connaissances. Il vient compléter et enrichir les apports des correspondances. C'est ce que note DESCARTES : *« Car c'est quasi le même de converser avec ceux des autres siècles, que de voyager. Il est bon de savoir quelque chose des mœurs de divers peuples, afin de juger des nôtres plus sainement, et que nous ne pensions pas que tout ce qui est contre nos modes soit ridicule, et contre raison, ainsi qu'ont coutume de faire ceux qui n'ont rien vu. »*[714] Le père MERSENNE, se rend aux Pays-Bas et en Italie où Evangelista TORRICELLI[715] lui fait part des résultats de l'expérience barométrique. À ces voyages, centrés sur l'échange d'informations, succèdent progressivement les voyages d'étude et les expéditions scientifiques. Ainsi Jean RICHER, pionnier de la gravimétrie, se rend à Cayenne en 1673 pour observer la variation des mouvements pendulaires en différents lieux de la surface terrestre. Ses expérimentations, qui confirment l'hypothèse selon laquelle la gravité varie avec l'altitude et avec la latitude, participent des études relatives à la figure de la terre et de l'élaboration de la théorie newtonienne de la gravitation universelle.

Les Académies ne sont pas des lieux où les savants travaillent à la gloire du prince. On y discute sérieusement : il s'agit d'une méthode de débat rationnel.

---

711 E. COUMET, *Sur "Le calcul ès jeux de hasard" de Huygens : dialogues avec les mathématiciens français (1655-1657)*, in *Huygens et la France*, éditions Vrin, 1981, p.133
712 - 1571-1630 -
713 - 1546-1601 -
714 DESCARTES, *Discours de la méthode*, éditions Garnier Flammarion, 1966, p.36
715 - 1608-1647 -

Au XVIIe siècle s'ébauche ce qui deviendra, "l'espace public", espace qui, au XVIIIe siècle, s'étendra aux domaines politique et religieux.

Création des Académies, publication de revues, correspondances, voyages, rencontres, expéditions, la science s'élabore et avec elle une certaine manière de discuter les résultats et de mettre à l'épreuve les dogmatismes s'impose. La science "classique" se construit peu à peu : il s'agit d'une élaboration progressive, qui s'étend sur plusieurs siècles et dont l'étude historique exige de dépasser la vision simpliste selon laquelle avant la révolution scientifique tout n'aurait été qu'obscurantisme et superstition. On peut éventuellement, comme l'historien Maurice CROUZET, distinguer un événement particulier et le désigner comme événement fondateur de la science "classique", en n'omettant pas cependant de formuler les réserves de principe relatives à ce type de "baptême". Maurice CROUZET situe en effet la "naissance" de la science "classique" en 1604 lorsque GALILÉE découvre la loi de la chute des corps, la première loi de la dynamique, et crée la physique mathématique. La désignation, d'évidence arbitraire, d'une année de naissance de la science "classique", apparaît évidemment problématique dans la mesure où cette "naissance" s'élabore longuement sur plusieurs siècles notamment depuis les XIIIe et XIVe siècles. Un certain nombre de découvertes scientifiques fondamentales surviennent cependant au début du XVIIe siècle : en ce sens, il est possible de repérer, de manière symbolique, des moments essentiels dans l'œuvre de GALILÉE, notamment la publication en 1634 de l'ouvrage *Les Méchaniques*, consacré à l'étude des machines simples (poulies, leviers, plans inclinés, etc.) utilisées pour déplacer des objets lourds ou pour assurer l'équilibre de masses importantes, ouvrage dans lequel GALILÉE introduit la notion de "moment" et surtout la publication en 1638 des *Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles* qui sont la résistance des matériaux et le mouvement des corps pesants. La vision platonicienne l'emporte alors sur celle d'ARISTOTE : grâce à l'articulation réussie entre expérimentation et théorisation qui était déjà à l'œuvre dans l'antiquité avec ARCHIMÈDE, le réel apparaît mathématisable et les apparences du monde recouvrent une structure cachée qui est de nature mathématique. *« Ce changement d'état d'esprit, le passage définitif de la physique des qualités à la physique mathématique, de l'esprit qualitatif à l'esprit quantitatif, de l'à-peu-près à la précision, c'est là dans l'histoire de l'humanité un changement d'une importance telle qu'il équivaut à une mutation intellectuelle. »*[716] Le souci de maîtriser la technique de l'envoi des projectiles produit au XVIe et au début du XVIIe siècle un savoir nouveau : la balistique ou "science du jet". L'invention des armes à feu et l'usage de l'artillerie sur des distances très grandes et avec des angles de tir variés apportent en effet des expériences nouvelles et suscitent des préoccupations théoriques relatives

[716] M. CROUZET, *Histoire générale des civilisations, Les XVIe et XVIIe siècles*, PUF, 1967, p.2

notamment à la détermination de la portée en fonction de l'angle de tir et à la forme de la trajectoire. Alors que les artilleurs de ce temps se contentent d'un empirisme grossier, les princes, soucieux de l'efficacité, font appel à la science et créent notamment le corps des mathématiciens ingénieurs. Par ailleurs, l'exploration de l'Univers se poursuit. KÉPLER, qui partage le pythagorisme et le platonisme coperniciens, se charge de poursuivre l'œuvre du grand astronome. KÉPLER est inspiré par la croyance que Dieu a créé le monde en rapport avec une harmonie préexistante dont les manifestations doivent se retrouver dans le nombre et les dimensions des orbites planétaires et dans le mouvement des planètes. Il montre que la Terre parcourt les portions d'arc de son orbite en des temps proportionnels à la longueur des rayons de ces arcs au Soleil, que la trajectoire de Mars est non pas un cercle mais une ellipse ayant pour foyer le Soleil, que la vitesse angulaire de Mars est à chaque point de son orbite en raison inverse du carré de la distance au Soleil. KÉPLER montre également que les carrés des temps des périodes des différentes planètes sont proportionnels aux cubes de leurs distances respectives moyennes au Soleil. KÉPLER achève ainsi l'héliocentrisme en donnant pour centre au mouvement des planètes le Soleil et non la Terre. D'autres découvertes capitales interviennent. GALILÉE, nous venons d'y faire allusion, formule la loi des espaces, loi relative aux mouvements rectilignes uniformément accélérés : les espaces parcourus sont proportionnels au carré des temps[717]. Il formule également les lois fondamentales du mouvement d'un pendule, théorie qui sera perfectionnée plus tard par HUYGENS. La durée de l'oscillation ne dépend ni de l'amplitude initiale, ni de sa substance, ni de sa masse mais dépend de sa longueur : la durée d'oscillation varie comme la racine carrée de sa longueur. Grâce à une analogie lumineuse entre le mouvement du pendule et celui d'une bille roulant sur des plans inclinés différents mais de même hauteur, il montre que l'accélération de la pesanteur est la même pour tous les corps. Pour GALILÉE, la trajectoire d'oscillation du pendule est assimilable à une succession de plans inclinés le long desquels tombe le poids qui leste le pendule. Celui-ci reçoit un mouvement uniformément accéléré d'une force qui est la force de pesanteur : l'oscillation du pendule est donc assimilée au mouvement des corps tombants. GALILÉE montre ensuite que le mouvement des projectiles est régi par les mêmes lois que celui des corps tombants. Cette découverte suggère que le mouvement des astres répond aux mêmes conditions et permet de réfuter les arguments des aristotéliciens contre les lois de KÉPLER. Notons au passage, comme le souligne Karl MARX, le rôle "déterminant" des machines dans le développement scientifique : *« Leur emploi sporadique devint très important au XVII^e^ siècle, parce qu'il fournit aux grands mathématiciens de cette époque un point d'appui et un stimulant pour la*

[717] - 1604 -

création de la mécanique moderne. »[718] En 1644, TORRICELLI prouve qu'un jet issu d'un trou percé dans le côté d'un récipient rempli d'eau suit une trajectoire parabolique semblable à celle d'un projectile et que le mouvement de l'eau est le même que celui des autres corps tombants. DESCARTES[719] et FERMAT[720] formulent les premières lois de l'optique et ces lois sont des lois géométriques. HARVEY[721] découvre le mécanisme de la circulation du sang. Il démontre la communication entre les différentes parties de l'appareil circulatoire, le rôle primordial du cœur et réfute les conceptions sur la fonction du foie. Le mouvement apparaît partout dans la Nature et dans l'Univers. Ce mouvement est soumis à des lois : ces lois sont souvent des lois mathématiques. Ces découvertes ébranlent le système d'ARISTOTE alors dominant. Les aristotéliciens conçoivent un monde ordonné, limité, de dimensions restreintes, la Terre immobile au centre du monde, les corps célestes tournant autour de la Terre en vingt-quatre heures, le mouvement circulaire leur apparaissant naturel parce que le plus parfait de tous, les astres faits pour l'homme, d'une manière pure, impérissable, immuable. Sur tous ces points, les thèses de COPERNIC, de KÉPLER, de GALILÉE sont en opposition avec les thèses aristotéliciennes. Mais les thèses de ces savants ont surtout contre elles la lettre de la Genèse et la longue habitude contractée par l'Église de se servir du système d'ARISTOTE. En 1616 le Saint-Office publie le texte suivant : *« La vue que le Soleil est immobile au centre de l'Univers est folle, philosophiquement fausse et tout à fait hérétique, parce que contraire à l'Écriture Sainte. La vue que la Terre n'est pas au centre de l'Univers et même a une rotation quotidienne est philosophiquement fausse et, au moins, une croyance erronée. »*[722] La convocation à Rome, en 1632, de GALILÉE par l'Inquisition s'inscrit dans ce contexte. Arrêté, menacé de torture, GALILÉE se rétracte. Il est condamné à la détention et doit jurer de dénoncer tout ce qui lui paraît suspect d'hérésie : ses écrits sont mis à l'Index[723]. Mais ces réactions n'évitent pas la mise en question de l'aristotélisme. La contradiction entre un système du Monde qui résiste en se lézardant et l'émergence de la physique mathématique qui triomphera avec la mécanique newtonienne, s'accompagne

---

[718] K. MARX, *Le Capital*, La Manufacture XIX, *Œuvres complètes*, tome 1, éditions La Pléiade, 1965, p.889-890
[719] - 1637 -
[720] - 1650 -
[721] - 1628 -
[722] Texte cité par M. CROUZET, *Histoire générale des civilisations*, *op. cit.*, p.216
[723] Cette vision est probablement quelque peu simpliste. Le procès fait à GALILÉE a également pu être l'occasion de quelques règlements de compte sur la base d'enjeux théologiques et scientifiques. Pour Pietro REDONDI, qui a eu accès aux archives de l'affaire, la véritable accusation qui menaçait GALILÉE, ourdie par le puissant collège romain des Jésuites, ne portait pas sur sa défense des thèses de COPERNIC, mais contre ses thèses relatives à la structure de la matière. GALILÉE soutenait en effet la thèse que la matière était composée d'"atomes substantiels", accusation autrement plus grave qui le condamnait sans échappatoire possible au bûcher. Son procès aurait donc été un énorme trompe-l'œil organisé par le pape Urbain VIII, ami et protecteur de GALILÉE, et destiné à lui sauver la mise. Voir à ce sujet l'ouvrage de P. REDONDI, *Galilée hérétique*, éditions NRF, Gallimard, 1983

d'une transformation des concepts d'objet, de Nature et de connaissance qui va façonner de manière durable - pratiquement trois siècles - les manières de penser et ce jusqu'à l'avènement de la physique contemporaine. Dans la conception “platonico-cartésienne”, les apparences du monde recouvrent une structure cachée qu'il faut “découvrir” et qui est de nature mathématique. L'objet physico-mathématique est interprété à partir de l'identification préalable des choses à des entités localisées dans l'espace euclidien et le temps ordinaire, entités soumises à une évolution causale. La Nature est réduite à ce point de vue et obéit à des lois universelles et nécessaires. La connaissance est pensée comme un regard neutre qui permet à l'homme de comprendre les mécanismes de ce “déterminisme” en s'approchant asymptotiquement de la vérité. L'espace, le temps, la causalité sont les concepts fondamentaux de cette conception. Les notions de “Lois de la Nature”, de “Lois naturelles”, sont dominantes. “Déterminisme”, refus du hasard et de la contingence caractérisent cette conception “objective” de la Nature.

§.2. Le “problème des partis” : premières recherches de solution

À la fin du XV^e siècle, Luca PACIOLI aborde le problème suivant, connu sous le nom de “problème des partis” : *« Une brigade joue au jeu de Paume, de telle sorte qu'il est requis un total de 60 points pour gagner. Chaque but compte 10 points. L'enjeu est de 10 ducats. Suite à un quelconque incident, les soldats ne peuvent finir le jeu. Un camp a 50 points et l'autre 20. On demande quelle part de l'enjeu revient à chaque camp. »* PACIOLI propose de répartir les mises proportionnellement aux nombres de parties gagnées par chacun des joueurs. À la fin du XVI^e siècle, Jérôme CARDAN revient sur ce “problème des partis”, mais, à la différence de PACIOLI, propose de répartir les mises en fonction du nombre de parties qu'il reste à gagner pour chacun des joueurs. Par ce raisonnement, CARDAN spécule sur les parties à venir : il dégage ainsi l'une des voies à la solution qui sera établie par PASCAL.

Jusqu'au début des années quatre-vingt-dix (1990), l'histoire des problèmes de partis débutait en général fin du XV^e et début du XVI^e siècle avec PACIOLI, CARDAN mais aussi CALANDRI, TARTAGLIA et FORESTANI. Or, suite à la mise à jour, en Italie, d'un texte anonyme, datant du XIV^e siècle, cette vision se trouve de nouveau interrogée d'autant plus que la solution au problème qui est développée dans ce texte est non seulement correcte mais totalement originale : elle n'a rien de commun non seulement avec ce qu'ont proposé les auteurs précédemment cités mais également avec ce que PASCAL, FERMAT et HUYGENS établiront au XVII^e siècle : la solution de cet anonyme du XVI^e (appelé, dans un article à paraître de Norbert MEUSNIER, “OHRI”) est en effet entièrement algébrique et d'une grande netteté dans un style algorithmique. Voici les termes du problème : *« Deux hommes jouent aux échecs et font un dépôt de un ducat* *pour trois jeux. Il arrive que le premier gagne deux jeux au deuxième. Il demande de ne pas jouer plus avant. Combien le premier aura-t-il gagné du ducat sur le deuxième ? »* Considérons alors la méthode proposée par OHRI :

- Supposons que le premier joueur ait, au premier jeu, gagné la quantité x sur le deuxième joueur. Alors, dans le deuxième jeu, il doit gagner autant que dans le premier jeu et a donc gagné un autre x. Il a ainsi gagné $2x$ pour les deux jeux : il a donc $(1 + 2x)$ ducats. Le deuxième joueur, qui a perdu, a donc maintenant 1 ducat moins $2x$ c'est-à-dire $(1 - 2x)$.

- Supposons maintenant que le deuxième joueur gagne le troisième jeu : il gagne 1 ducat moins $2x$, c'est-à-dire $(1 - 2x)$. La raison en est que si celui qui avait déjà gagné les deux premiers jeux avait de nouveau gagné le troisième jeu, il aurait gagné dans ce troisième jeu ce qui lui manquait pour avoir les 2 ducats. La valeur cherchée est donc égale à 2 ducats moins ce qu'il avait, donc $2 - (1 + 2x)$ ce qui donne $(1 - 2x)$. À deux jeux contre un, le premier joueur a donc $(1 + 2x) - (1 - 2x)$ ce qui fait $4x$ et le second joueur a $(1 - 2x) + (1 - 2x)$ ce qui fait $2 - 4x$.

- Supposons maintenant que le premier joueur gagne le quatrième jeu : il gagne 2 ducats moins $4x$, c'est-à-dire $(2 - 4x)$. La raison en est que si celui qui avait déjà gagné deux jeux avait de nouveau gagné le quatrième jeu, il aurait gagné, dans ce quatrième jeu, ce qui lui manquait pour avoir les 2 ducats. La valeur cherchée est donc égale à 2 ducats moins ce qu'il avait, donc $2 - 4x$ ce qui donne $(2 - 4x)$. À trois jeux contre un, le premier joueur a donc $4x + (2 - 4x)$ ce qui fait évidemment 2 ducats et le second joueur a $(2 - 4x) - (2 - 4x)$ ce qui fait 0 ducat, ce qui est cohérent.

- Supposons maintenant que le deuxième joueur gagne le quatrième jeu : il gagne $4x$ moins 1 ducat , c'est-à-dire $(4x - 1)$. La raison en est que si celui qui avait déjà gagné un jeu avait de nouveau gagné le quatrième jeu, il aurait gagné dans ce quatrième jeu ce qui lui manquait pour qu'il y ait égalité entre les deux joueurs qui auraient ainsi gagné deux jeux chacun. La valeur cherchée est donc égale à 1 ducat moins ce qu'il avait, donc $1 - (2 - 4x)$ ce qui donne $(4x - 1)$. À deux jeux contre deux, le premier joueur a donc $4x - (4x - 1)$ ce qui fait évidemment 1 ducat et le second joueur a $(2 - 4x) + (4x - 1)$ ce qui fait 1 ducat, ce qui est cohérent. Ainsi, lors de cette quatrième partie : soit le premier joueur gagne $(2 - 4x)$ et le score est de 3/1, soit il perd $(4x - 1)$ et le score est de 2/2. (Et symétriquement, pour le deuxième joueur : soit il perd $(2 - 4x)$, et le score est de 3/1, soit il gagne $(4x - 1)$, et le score est de 2/2). Or un des principes fondamentaux de ce jeu, bien qu'implicite, réside dans le fait que ce qu'un joueur reçoit lorsqu'il gagne une partie correspond à ce qu'il donne lorsqu'il la perd, ce qui se traduit par l'égalité $(2 - 4x) = (4x - 1)$. La résolution de cette équation donne pour valeur $x = 3/8$. Ainsi, au premier jeu, le vainqueur gagne 3/8 de ducat. S'il est de nouveau vainqueur au deuxième jeu, il gagne encore 3/8 de ducat, c'est-à-dire qu'il gagne en tout 6/8 ou 3/4 de ducat. Pour N. MEUSNIER, OHRI ne s'intéresse pas tant à faire le partage de la mise qu'à rechercher ce que la victoire dans un jeu apporte au gagnant sur ce que possède son adversaire, "la valeur d'une partie" : c'est une approche du problème que l'on retrouvera chez PASCAL et chez FERMAT. De plus, OHRI procède en allant dans le sens du déroulement du jeu, grâce à l'utilisation d'une inconnue algébrique et non pas en remontant à partir de la fin du jeu comme le fera PASCAL : il s'appuie néanmoins comme lui sur les situations "certaines" d'égalité ou de jeu achevé. Enfin OHRI ne situe pas son raisonnement dans un jeu de hasard pur, mais dans un jeu d'échecs, dans lequel il suppose implicitement que les deux joueurs sont de force égale.

Par ailleurs, au début du XVII^{e} siècle, KÉPLER contribue à restaurer et à diffuser la notion de probabilité qualitative : en 1606, il estime "probable" l'apparition d'une nouvelle étoile. GALILÉE, durant la période où il a recours à un protecteur, s'intéresse au dénombrement des cas favorables et défavorables à une situation notamment lorsqu'il s'intéresse "au problème du grand duc de Toscane" : *« Avec trois dés, il y a autant de manières de totaliser 9 que 10, et pourtant 10 apparaît plus fréquemment. »*

Dans un article publié en 1984, dans la revue Actes de la Recherche en Sciences Sociales[724], Eliane ALLO, reprenant la thèse de Ian HACKING mais ignorant les travaux historiques d'Ernest COUMET publiés en 1970, souligne que si PACIOLI, CARDAN, GALILÉE proposent des solutions à ces problèmes, en revanche, ils ne communiquent pas leurs méthodes. Pour E. ALLO, ces savants se comportent comme des penseurs isolés et, par conséquent, ne peuvent être considérés comme des précurseurs, d'autant plus que ces problèmes circulent en ayant un statut de devinettes, et que leur importance scientifique n'est donc pas reconnue.

Ainsi, une seconde voie privilégiée, avec la mécanique rationnelle par où se réalise le projet de mathématisation de la connaissance du réel, va alors être ouverte avec la naissance de la théorie de la décision qui va déboucher, à terme, sur le calcul de la valeur de l'espérance dans une situation d'incertitude puis, au XVIII^{e} siècle sur le calcul des probabilités.

Adoptant ici une approche de type externaliste, nous nous proposons de rappeler le contexte à la fois historique, théologique, scientifique, économique,

[724] E. ALLO, *L'émergence des probabilités*, Actes de la Recherche en Sciences Sociales, 1984, n°54

juridique, sociologique, au sein duquel l'émergence d'une mathématique du probable au XVII^e siècle a été rendue possible, notamment grâce à la neutralisation progressive des interdits théologiques et juridiques liée aux réflexions sur le hasard, à la prise en considération du nombre de cas favorables et défavorables à la réalisation d'un événement donné, et au développement de la "science" des signes ou "science" des qualités secondes.

§.3. Développement du capitalisme d'entreprise corrélé à l'émergence du processus de rationalisation des prises de décision en situation d'incertitude et en situation de risque

> *« Le capitalisme d'entreprise rationnel nécessite la prévision calculée, non seulement en termes de techniques de production, mais aussi de droit, et également une administration aux règles formelles. Sans ces éléments les capitalismes aventurier, spéculatif, commercial, sont certes possibles, de même que toutes les sortes de capitalisme politiquement déterminé, mais non pas l'entreprise rationnelle conduite par l'initiative individuelle avec un capital fixe et des prévisions sûres. Seul l'Occident a disposé pour son activité économique d'un système juridique et d'une administration atteignant un tel degré de perfection légale et formelle. »*[725]

C'est dans son ouvrage *L'éthique protestante et l'esprit du capitalisme* que Max WEBER, reprenant certaines intuitions de Karl MARX[726] mais en intégrant également dans son analyse quelques effets spécifiques des phénomènes religieux et culturels négligés dans l'analyse marxiste, s'est attaché à mettre au jour les conjonctures historiques qui ont permis la construction, dans certaines catégories importantes de la population européenne, d'un ethos qui, à travers l'expression d'un certain nombre de règles de conduite favorisant une morale contraignante s'emparant de tous les aspects et de tous les moments de la vie quotidienne, a objectivement favorisé l'expansion de l'économie capitaliste[727]. M. WEBER, après avoir identifié une certaine conception de la profession comme constituant le trait principal de cet ethos, l'a caractérisé comme étant "l'esprit du capitalisme". *« Nous emploierons provisoirement le terme "d'esprit du capitalisme (moderne)" pour caractériser la recherche rationnelle et*

[725] M. WEBER, *L'éthique protestante et l'esprit du capitalisme*, *op. cit.*, p.19

[726] Rappelons que pour MARX le capitalisme constitue l'agent principal d'une rationalisation de la vie sociale : le capitalisme réprime la tradition, d'abord dans le secteur économique puis dans des domaines de plus en plus étendus de l'activité humaine, favorise le calcul, la prévision fiable, engendre une civilisation qui promeut la domination instrumentale, technicienne, sur la nature et sur les hommes.

[727] *« Nous appellerons action économique "capitaliste" celle qui repose sur l'espoir d'un profit par l'exploitation des possibilités d'échange, c'est-à-dire des chances (formellement) pacifiques de profit. »* M. WEBER, *L'éthique protestante et l'esprit du capitalisme*, *op. cit.*, p.12

systématique du profit par l'exercice d'une profession. »[728] Rappelons que l'hypothèse centrale de l'ouvrage de M. WEBER consiste à affirmer que, du fait de la réactivation du dogme de la prédestination dans le protestantisme calviniste, les fidèles protestants se sont trouvés confrontés au problème de la maîtrise de l'anxiété due à l'ignorance relative au salut des âmes. Selon M. WEBER, ce problème s'est en partie résolu grâce à l'idée selon laquelle la réussite dans les affaires pouvait être considérée comme un signe éventuel d'élection. La diffusion de cette croyance a alors généré l'invention d'un style de vie et d'un rapport au monde dont les intéressés espéraient qu'ils seraient favorables à cette réussite : il s'agit de la conduite de l'individu modeste, austère et besogneux, dévoué à la seule vocation de gagner de l'argent, le but poursuivi n'étant pas de "réussir sa vie" mais d'assurer son salut. S'est alors inventée la forme de vie susceptible de radicaliser et d'accélérer la rationalisation de la société dans son ensemble. En effet, à partir de l'épicentre que constitue au XVI^{e} siècle la Réforme, de proche en proche, c'est, selon M. WEBER, l'ensemble des domaines de l'activité humaine et de la pensée qui a été touché par le désenchantement. La place de la raison calculatrice, l'usage informé et neutre de moyens en vue de fins, et, au-delà, la prédominance de fins comportant une nuance de maîtrise du monde s'est alors progressivement étendue. Pour Max WEBER, plus on s'avance vers la civilisation moderne, plus cet esprit cesse de s'enraciner dans la conception protestante de la vie réussie et du salut. Cet esprit s'incarne et s'épanouit alors uniquement grâce à la cristallisation institutionnelle de l'action rationnelle en finalité, sous la forme de sous-systèmes autonomisés et détachés des contextes motivationnels concrets propres aux personnes : il s'agit essentiellement du pouvoir sous son mode hiérarchique et bureaucratique et de l'organisation économique capitaliste dont le marché constitue le cœur[729]. Dans un contexte économique et social en pleine évolution, la prise en compte des aléas de nature économique devient alors nécessaire. Or, derrière les problèmes de jeux de hasard, qui permettent d'élaborer des solutions "facilement" quantifiables, se profilent de nouvelles attitudes envers un monde caractérisé par le développement des villes et de la monnaie, des productions et des échanges, développement lié à celui des pratiques d'écriture et à celui du droit écrit. Au XVII^{e} siècle, la population européenne augmente, notamment les villes qui se développent en même temps que le commerce. Les conditions de l'économie s'en trouvent modifiées en raison notamment de l'extension du grand commerce au Nouveau Monde espagnol et à l'Océan indien portugais. Les villes grandissent, et l'appel qu'elles lancent aux campagnes pour les denrées et les matières premières, provoque un bouleversement des exploitations paysannes.

[728] M. WEBER, *L'éthique protestante et l'esprit du capitalisme*, *op. cit.*, p.60

[729] Notons que Werner SOMBART, économiste allemand (1863-1941), s'est opposé à la thèse de M. WEBER et situe à Florence, à la fin du XIV^{e} siècle, la formation de l'esprit bourgeois, composante essentielle de l'esprit capitaliste, au même titre que l'esprit d'entreprise.

Le capitalisme se développe grâce à l'intensification du commerce à longue distance. Il reçoit une forte impulsion de l'ouverture des voies de commerce océaniques vers l'Asie et de la découverte de l'Amérique. Structuration de l'État et développement du capitalisme sont à considérer dans leur interdépendance. *« La monarchie absolue, avec ses domaines, ses impôts prélevés surtout sur l'agriculture, avec ses monopoles commerciaux, devient une sorte de grande entreprise capitaliste dont les techniciens, les partenaires et les fournisseurs sont les financiers. »*[730] Le grand commerce se développe et les techniques financières se perfectionnent. Nombreuses sont les sociétés en "commandite" où des prêteurs confient à un marchand une somme d'argent à faire valoir sous conditions de participation aux bénéfices. Dans les grandes places de commerce, Anvers, Lyon, Gênes, le mouvement des marchandises et de l'argent donne naissance à des formes de spéculation qui se rapprochent du pari et des jeux de hasard.

L'association du modèle du jeu de hasard et de la recherche d'une quantification de la probabilité d'une opinion délimitent le terrain d'une approche quantitative de la prudence. On retrouve la trace de son expression savante au début du XVII^e siècle chez un certain nombre de théologiens et de juristes qui au travers du modèle du jeu introduisent une argumentation issue de la pratique du marchand. Norbert MEUSNIER cite ainsi un texte du philosophe et théologien espagnol Pedro Hurtado DE MENDOZA[731] lequel écrit en 1617 : *« Si tu étais commerçant ou homme d'affaires, tenterais-tu la fortune en risquant tout ton avoir pour un maigre gain ? Le commerçant prudent ne risque pas une grosse fortune sur un gain nul, mais il balance ses chances de façon que l'enjeu à gagner ne soit pas moindre que le risque de perte. »*[732] Des traces comme celles que l'on peut relever chez DE MENDOZA laissent soupçonner que le modèle du marchand calculateur prudent, de la balance des pertes et des gains, dont les risques sont interprétés dans le modèle du jeu de hasard, est assez largement partagé comme modèle de pensée du probable avant que localement la méthode du calcul de l'espérance, au travers de la solution du problème des partis, ne lui donne la possibilité de se formuler explicitement.

Apparaît ainsi, dans le cadre d'une rationalisation d'ensemble du monde et de la vision du monde, l'application, aux différents aspects de la vie humaine individuelle et collective, d'une rationalité strictement profane, visant l'efficacité instrumentale et la rentabilité grâce à une coordination rationnelle

---

[730] M. CROUZET, *Histoire générale des civilisations*, *op. cit.*, p.98
[731] - 1578-1654 -
[732] H. DE MENDOZA, *De anima*, cité par N. MEUSNIER, *L'émergence d'une mathématique du probable au XVII^e siècle*, *op. cit.*, p.140

des moyens et des buts, elle-même fondée sur la connaissance scientifique et empirique disponible et sur le droit.

§.4. Le “problème des partis” : comment agir de manière rationnelle et équitable face à un avenir incertain. Émergence d’un nouveau mode de rationalité pratique structuré autour du concept d’espérance

L’origine du “problème des partis”, comme l’a montré Ernest COUMET dans un article fondamental[733] publié en 1970 dans la revue *Les annales* de l’école historique française, est juridique : le droit de la Renaissance a entrepris de légitimer les jeux de hasard ainsi que toutes les entreprises aléatoires qui peuvent leur ressembler. Comme nous l’avons souligné dans l’introduction de ce chapitre, le problème de la répartition équitable des enjeux, quand une partie de dés est interrompue, est non seulement un problème posé *« par un homme du monde à un austère janséniste »* selon la formule célèbre de Siméon Denis POISSON[734], mais surtout un modèle susceptible de permettre la conceptualisation de la répartition des gains dans n’importe quelle situation d’incertitude, la licéité de cette répartition étant conditionnée par son caractère d’équité. Le champ d’application de “la règle des partis” est donc à l’origine bien plus important que sa simple application aux jeux de hasard : est à l’œuvre, ici, l’élaboration d’une méthode d’organisation face au risque et à l’incertain. L’enjeu est l’émergence d’un champ décisionnel pour les situations d’incertitude en général et pour les situations d’incertitude d’ordre économique en particulier. C’est donc dans ce contexte que le “problème des partis”, sur lequel ces questions vont se formuler et se cristalliser, est soumis à PASCAL en 1654 par le chevalier de MÉRÉ qui fait partie, comme lui, de l’entourage du duc de ROANNEZ. Il est alors opportun de rappeler qu’à cette époque, PASCAL gère et développe efficacement un certain nombre d’entreprises. Il a ainsi mis à profit ses compétences en hydrostatique dans l’entreprise d’assèchement des marais poitevins dont il est sociétaire et conseiller scientifique. Associé au duc de ROANNEZ, il créera, avec succès, une entreprise de carrosses qui est la première forme des transports collectifs urbains comportant un réseau de lignes à travers Paris, avec stations et changements. C’est dans le cadre de son intégration au milieu économique et juridique, qu’il se trouve confronté à un type de questionnements relatifs à la manière d’arbitrer ou d’évaluer telle ou telle situation, à la prise de décisions en situations d’incertitude, situations complexes mais qui sont avantageusement modélisées dans des jeux de hasard.

[733] E. COUMET, *La théorie du hasard est-elle née par hasard*, Les Annales, mai-juin, 1970, p.574-598

[734] D. POISSON, *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile, précédées des règles générales du calcul des probabilités*, Paris, Bachelier, 1837, p.1

Si les applications en matière de décision, notamment économique, ont probablement incité PASCAL à s'intéresser au "problème des partis", on ne peut cependant omettre, pour rendre compte de son engagement à traiter ce sujet, la prise en considération d'un des objets de sa réflexion philosophique : le "divertissement", même si comme le souligne L. DASTON, *« la fureur du jeu ne fut pas une invention du XVII^e siècle, et n'a donc pas pu être le catalyseur qui a transformé des probabilités qualitatives en probabilités quantitatives. »*[735] Pour Eliane ALLO[736], cette réflexion non seulement permettait mais exigeait qu'il se penche sur la question des jeux de hasard et donc sur celle du "problème des partis". Nous avons en effet tendance, selon PASCAL, à éviter de penser au plus important[737] et à essayer de nous divertir à longueur de vie afin d'oublier *« notre condition faible et mortelle et si misérable que rien ne peut nous consoler lorsque nous y pensons de près. »*[738] C'est donc aussi parce qu'il a, du divertissement et du jeu, une vision philosophique, que PASCAL perçoit, derrière l'arithmétique des jeux de hasard**,** autre chose qu'un simple divertissement mondain : un nouvel art de penser. La réflexion sur le "problème des partis" révèle ainsi le passage du futile au sérieux, du divertissement à l'art de conjecturer. Le passage, d'une forme de rationalité de type magique dominée notamment par l'idée de Providence où toute prévision est impossible, à une forme de rationalité où se combinent usage de la règle et de la raison calculatrice, est rendu possible par l'avènement de la conception juridique qui permet alors de traiter le hasard, conception juridique elle-même liée au processus général de rationalisation du monde. On notera que si la mathématisation des situations d'incertitude, considérée comme proto-théorie de la décision, émerge dans le contexte des jeux de hasard - contexte étanche à celui du droit - c'est par contre un raisonnement d'essence juridique, fondé sur l'équité, qui permet d'obtenir la solution au "problème des partis". En ce sens, il est important de repérer que l'ensemble des schèmes mobilisés par la mathématisation des situations d'incertitude dispose d'un ancrage social situé dans l'univers du droit des contrats commerciaux aléatoires, droit fondé sur l'équité.

---

[735] L. DASTON, *L'interprétation classique du calcul des probabilités*, *op. cit.*, p.716

[736] E. ALLO, *L'émergence des probabilités*, *op. cit.*, n°54

[737] *« Les hommes n'ayant pu guérir la mort, la misère, l'ignorance, ils se sont avisés, pour se rendre heureux, de n'y point penser. »* B. PASCAL, *Pensées*, VIII. Divertissement, 133-168, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.516

[738] B. PASCAL, *Pensées*, VIII. Divertissement, 136-139, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.516

§.4.1. La méthode de PASCAL pour résoudre le "problème des partis"

Arrêtons-nous quelques instants sur le détail du "problème des partis" que PASCAL, dans le cas de deux joueurs, pose en ces termes : "Deux joueurs jouent à un jeu de hasard équitable. Chacun a mis trente-deux pistoles au jeu et le premier qui gagne trois parties emporte les mises (64 pistoles). Le jeu est interrompu alors que le premier joueur a gagné deux parties, et l'autre, une. Comment les mises doivent-elles être réparties ? Quelle est la valeur de chaque partie gagnante ?" La méthode utilisée par PASCAL pour donner une solution à ce problème apparaît en effet comme la première prise en considération rationnelle de la stratégie à adopter face à un avenir incertain[739]. On peut résumer la solution que PASCAL propose à FERMAT, dans sa lettre du 29 juillet 1654, de la manière suivante. D'une part, chaque joueur prend la somme minimale qui lui reviendrait quoi qu'il advienne et pour cela il est nécessaire de procéder en sens inverse du cours du temps. D'autre part, dans le cas de deux joueurs, la somme restante est partagée "par la moitié" puisqu'il y a "autant de hasards", si la partie est continuée, que l'un ou l'autre des joueurs gagne.

§.4.1.1. La solution pascalienne du "problème des partis" appliquée au cas de deux joueurs : essai d'explicitation

Règle du jeu : le premier des deux joueurs qui gagne trois parties emporte les 64 pistoles de mises.

- SITUATION N°1 : Posons que le jeu est interrompu lorsqu'un joueur a déjà gagné deux parties et son adversaire une seule. Si le jeu s'était poursuivi, alors, à la quatrième partie, soit le premier aurait tout gagné (donc 64 pistoles), soit les deux joueurs auraient été à égalité (2 à 2) et auraient emporté chacun 32 pistoles. Comment alors répartir équitablement les mises ? La proposition pascalienne est alors la suivante : *« Considérez donc, Monsieur, que, si le premier gagne, il lui appartient 64 ; s'il perd, il lui appartient 32. Donc s'ils veulent ne point hasarder cette partie et se séparer sans la jouer, le premier doit dire : "Je suis sûr d'avoir 32 pistoles, car la perte même me les donne ; mais pour les 32 autres, peut-être je les aurai, peut-être vous les aurez ; le hasard est égal ; partageons donc ces 32 pistoles par la moitié et me donnez, outre cela, mes 32 qui me sont sûres. Il aura donc 48 pistoles et l'autre 16. »*[740]

La répartition est alors donnée par le couple solution :

$$(32 + 16 ; 0 + 16) = (48 ; 16).$$

[739] Mais on peut également dire la même chose de la méthode de FERMAT : leurs contributions sont produites au même moment …
[740] B. PASCAL, *La règle des partis*, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.43

- <u>SITUATION N° 2</u> : <u>Posons que le jeu est interrompu lorsqu'un joueur a déjà gagné deux parties et son adversaire aucune</u>. Si le jeu s'était poursuivi, alors, à la troisième partie, soit le premier aurait tout gagné (donc 64 pistoles), soit ce joueur aurait gagné deux parties et son adversaire une seule ; or, c'est précisément ce qui a été modélisé dans la situation n°1. Comment alors répartir équitablement les mises dans cette hypothèse ? Pour PASCAL, les <u>48 pistoles</u>, exhibées précédemment, reviennent au premier joueur et le reste, c'est-à-dire (64 – 48) qui donne 16, doit être partagé en deux (<u>ce qui fait 8</u>) puisque le hasard est égal.

  La répartition est alors donnée par le couple solution :

  (48 + 8 : 0 + 8) = (56 ; 8).

- <u>SITUATION N° 3</u> : <u>Posons que le jeu est interrompu lorsqu'un joueur a gagné une seule partie et son adversaire aucune</u>. Si le jeu s'était poursuivi, alors, à la deuxième partie, soit les joueurs se seraient trouvés à égalité (1 partie chacun), soit ils auraient été ramenés à la situation n°2 (2 parties à zéro). Pour PASCAL, <u>32 pistoles</u> doivent donc revenir au premier joueur qui, d'autre part, pourrait légitimement en espérer 56. L'écart, entre 56 et 32, c'est-à-dire (56 – 32), qui donne 24, doit donc être partagé en deux (<u>ce qui fait 12)</u> puisque le hasard est égal.

  La répartition est alors donnée par le couple solution :

  (32 + 12 ; 8 + 12) = (44 ; 20).

Tous les cas possibles ont donc été traités, en utilisant le résultat obtenu au rang "n" pour connaître le résultat au rang "n – 1" jusqu'au rang 1 et en posant, au départ, comme règles, le partage des mises lorsqu'il y a égalité et la totalité des mises au joueur qui gagne toutes les parties : il s'agit ici d'un raisonnement ascendant, de proche en proche. Notons que les solutions établies par PASCAL ne sont pas de l'ordre du possible, mais de la pure abstraction : les sommes accordées aux joueurs à l'issue d'un jeu qui ne va pas à son terme ne représentent pas ce qu'ils auraient pu gagner mais ce qu'ils sont en droit d'exiger ; il s'agit donc d'un compromis entre un passé révolu et un avenir pour lequel "le hasard est égal".

Remarquons enfin que c'est "<u>la valeur de chaque partie gagnante</u>" qui intéresse PASCAL, et que cette valeur n'est pas la même tout au long du jeu. La valeur d'une partie gagnante c'est, par exemple, lorsqu'un joueur souhaite se retirer du jeu, la somme qu'un autre joueur doit lui verser pour le remplacer dans la situation qu'il a acquise, ou bien, si le jeu est définitivement interrompu, les parts respectives de chacun des joueurs. PASCAL a ainsi montré que la valeur d'une partie gagnante n'est pas la même en début et en fin de jeu. Par exemple, lorsque l'on passe (troisième partie) de 2/0 à 3/0, la "valeur de la partie gagnée" est de 8 pistoles (64 – 56), alors que lorsque l'on passe (deuxième partie) de 1/0 à 2/0, la “valeur de la partie gagnée” est de 12 pistoles (56 – 44). De plus, lorsqu’on passe de 0/0 à 1/0 (première partie), la “valeur de la partie gagnée” est de 12 (44 – 32). Ainsi, il apparaît que la valeur de la première partie gagnée est la même que la valeur de la deuxième partie gagnée. À partir de cette observation empirique, PASCAL a ensuite constaté qu’il s’agit là d’une règle générale qui va lui permettre d’élaborer une méthode universelle et systématique de calcul de “la valeur de chaque partie gagnante” en fonction de leur nombre et des mises. En effet, il apparaît que pour un nombre donné de parties, il est possible de remonter d’étapes en étapes jusqu’à la “valeur de la première partie”, et que la valeur de cette première partie obéit ensuite à une progression régulière pour trouver la valeur de toutes les autres. Il reste donc à déterminer une table qui donne, pour un nombre de parties donné, la valeur de la première, et donc des suivantes, et la formule qui lie cette valeur au nombre de parties.

On comprend ainsi comment PASCAL a pu passer d’un raisonnement de proche en proche, exposé à FERMAT dans la lettre du 29 juillet 1654, à un usage du triangle arithmétique. La table dont il est fait mention dans cette lettre adopte d’ailleurs une disposition triangulaire : *« Si on joue chacun 256 pistoles en… 6 parties, 5 parties, 4 parties, 3 parties, 2 parties, 1 partie, alors… il m’appartient sur les 256 pistoles de mon joueur pour la… 1ère partie, 2ème partie, etc. »*[741]. PASCAL détermine ainsi, grâce à des calculs “certains”, une manière “certaine” de faire dans une situation d’incertitude ; c’est dans la dualité du certain et de l’incertain que réside sa méthode et c’est en 1654 qu’il adresse à “la très illustre Académie parisienne de mathématiques” l’annonce d’un futur traité dit de “géométrie du hasard”. *« Un traité tout à fait nouveau, d’une matière absolument inexplorée jusqu’ici, savoir : la répartition du hasard dans les jeux qui lui sont soumis, ce qu’on appelle en français faire le parti des jeux. Ainsi, joignant la rigueur des démonstrations de la science et l’incertitude du hasard, et conciliant ces choses en apparence contraires, elle peut, tirant son nom des deux, s’arroger à bon droit ce titre stupéfiant : la géométrie du hasard. »*[742]

Les travaux de PASCAL montrent la façon dont la connaissance du futur contingent peut relever, non plus de la simple supputation, mais du calcul. Alors que le sens commun incite à imaginer d’abord le futur immédiat et à s’éloigner de plus en plus du présent, PASCAL établit que, pour maîtriser mathématiquement l’aléatoire, il faut partir d’un ensemble d’éventualités qui constituent les fins possibles d’une partie et, de là, remonter jusqu’à l’état présent. Il est important de souligner que la finalité du calcul n’est nullement d’éliminer l’aléa, ni d’éliminer le hasard. Le raisonnement mobilisé ne dit rien de ce qu’il faut croire : il dit ce qu’il faut faire. Il n’existe pas chez PASCAL, de

741 B. PASCAL, *La règle des partis*, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.46
742 B. PASCAL, *Adresse à l’Académie*, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.101-103

convergence entre la probabilité épistémique et la "règle des partis" et c'est pourquoi l'attribution de la paternité de la découverte par PASCAL du "calcul des probabilités" suscite des réserves chez les historiens des sciences qui étudient avec précision la construction de ce savoir. Nous l'avons déjà souligné, PASCAL réserve "la règle des partis" au champ décisionnel sans rien présupposer de la vérité des propositions qui peuvent être en cause. Considérons, par exemple, son argument du pari. L'argument du pari ne dit rien de l'existence de Dieu. PASCAL montre seulement que, quel que soit le rapport des chances en faveur de l'existence de Dieu, le pari est avantageux. Il établit les différentes situations possibles : 1 contre 1, 1 contre 2, 1 contre 3, … 1 contre l'infini. PASCAL prétend donc ici montrer que, dans tous les cas, le pari est avantageux puisque l'on peut à chaque fois "espérer une infinité de bonheurs". Il s'intéresse au gain et à ses conséquences, mais ne dit rien de l'évaluation du rapport entre chances de gain et chances de perte. Son raisonnement doit permettre de déterminer ce qu'il est le plus raisonnable de faire sans avoir besoin de connaître le rapport entre les chances pour l'existence de Dieu et les chances contre l'existence de Dieu, rapport qui, par hypothèse, est inconnaissable. Le pari de PASCAL révèle comment un raisonnement par l'espérance était ainsi devenu pratiquement synonyme d'une nouvelle forme de rationalité au XVIIe siècle. Pour comprendre le contexte d'émergence de cette forme de rationalité, Lorraine DASTON évoque la conjugaison des forces issues d'une part des controverses de la Réforme, et d'autre part, du renouvellement de la philosophie sceptique, événements indépendants qui convergèrent et aboutirent à subvertir l'idéal de connaissance certaine (*scientia*) qui avait guidé les recherches savantes depuis l'antiquité. En lieu et place de l'idéal des connaissances certaines a surgi, de manière graduée, une doctrine plus modérée acceptant le caractère de connaissances moins certaines et soutenant dans le même temps que ces connaissances incertaines étaient des préceptes suffisants pour diriger le comportement de l'homme raisonnable dans la vie quotidienne. Ainsi, les conflits entre Réforme et Contre-Réforme relatifs aux principes fondamentaux de la foi et à leur justification, combinés au scepticisme radical de MONTAIGNE et à celui d'autres auteurs moins célèbres, ont eu pour conséquence de limiter le domaine de la preuve démonstrative et de rendre possible celui du raisonnement conjectural. *« Le nouveau critère pour la croyance ou l'action rationnelle n'était plus une démonstration inattaquable, mais plutôt ce degré de conviction qui suffit à pousser l'homme d'affaires prudent à l'action. Pour les hommes raisonnables cette conviction, à son tour, dépendait d'une évaluation intuitive du risque et du projet possible. »*[743] En ce sens, l'argument du pari pascalien constitue un exemple remarquable de la nouvelle rationalité pratique structurée autour du concept d'espérance compris comme un contrat.

[743] L. DASTON, *L'interprétation classique du calcul des probabilités*, *op. cit.*, p.719

§.4.1.2. Usage et sens des mots “hasard”, “probabilité”, “probable” chez PASCAL

Pour Dominique LAHANIER-REUTER, le hasard convoqué par PASCAL (dans le “problème des partis”) n’est pas défini mathématiquement : il est une des règles du jeu et doit donc être reconnu comme tel par les joueurs qui s’engagent. Il s’agit d’une convention, émise lors d’une pratique sociale particulière, et qui est propre à cette pratique. Sa fonction peut ainsi être définie : il transforme une situation initiale d’équité et d’indifférenciation entre les joueurs (“le nombre de hasards est égal”) en une situation finale où ces joueurs sont différenciés en gagnants et perdants. Dominique LAHANIER-REUTER résume cette conception en dressant la liste de ses caractéristiques : *« Il s’agit d’un hasard défini conventionnellement, mobilisable à volonté, qui permet de séparer un passé où tous les joueurs ont le droit à la même espérance et un futur où l’inégalité entre joueurs est irréversible. Les effets possibles de l’intervention du hasard sont en nombre fini et peuvent être entièrement décrits, par des outils empruntés à l’arithmétique. »*[744] Notons cependant que PASCAL utilise souvent le terme de hasard dans plusieurs sens et parfois dans la même phrase comme dans cet extrait du *Traité du triangle arithmétique* : *« Si le jeu est de pur hasard, et qu’il y ait autant de hasards pour l’un que pour l’autre… »*[745] Le mot hasard désigne donc à la fois le principe général qui régit les événements aléatoires et aussi chacune des possibilités concrètes auxquelles le sort peut donner lieu.

La critique janséniste de la casuistique par PASCAL

Chez PASCAL, le mot *probabilité* apparaît dans les *Provinciales*[746] et dans les *Pensées*[747] mais il désigne alors “la doctrine des opinions probables” élaborée

[744] D. LAHANIER-REUTER, *Conceptions du hasard et enseignement des probabilités statistiques*, PUF, 1999, p.10

[745] B. PASCAL, *Traité du triangle arithmétique*, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.57

[746] Ainsi, dans la “sixième lettre écrite à un provincial par un de ses amis” :

« - Par exemple, trois papes ont décidé que les religieux qui sont obligés par un vœu particulier à la vie quadragésimale n’en sont pas dispensés, encore qu’ils soient faits évêques ; et cependant Diana dit que nonobstant leur décision, ils en sont dispensés.

- Et comment accorde-t-il cela ? lui dis-je.

- C’est, répliqua le Père, par la plus subtile de toutes les nouvelles méthodes, et par le plus fin de la probabilité. Je vais vous l’expliquer. C’est que, comme vous le vîtes l’autre jour, l’affirmative et la négative de la plupart des opinions ont chacune quelque probabilité, au jugement de nos docteurs, et assez pour être suivie avec conscience. Ce n’est pas que le pour et le contre soient ensemble véritables dans le même sens, cela est impossible ; mais c’est seulement qu’ils sont probables, et sûrs par conséquent.

et utilisée par les Jésuites, doctrine que PASCAL critique vigoureusement. *« Que serait-ce que les Jésuites sans la probabilité et que la probabilité sans les Jésuites ? Ôtez la probabilité, on ne peut plus plaire au monde ; mettez la probabilité, on ne peut lui déplaire. Autrefois, il était difficile d'éviter les péchés, et difficile de les expier ; maintenant il est facile de les éviter par mille tours et facile de les expier. »*[748] Pour PASCAL, la doctrine de la probabilité des casuistes[749] a pour essence des principes personnels, subjectifs, changeant au gré des circonstances et sur lesquels sont élaborées des règles d'autorité, ce qui génère d'innombrables contradictions. Ainsi en est-il des propos de ce Père Jésuite que PASCAL a rapportés dans la sixième "Provinciale" : *« Vous voyez assez par-là que, soit par l'interprétation des termes, soit par la remarque des circonstances favorables, soit enfin par la double probabilité du pour et du contre, on accorde toujours ces contradictions prétendues, qui vous étonnaient auparavant, sans jamais blesser les décisions de l'Écriture, des conciles ou des papes, comme vous le voyez. »*[750] Pierre CARIOU souligne combien les opinions probables sont des opinions de complaisance, des concessions faites par les casuistes à des consciences bien peu exigeantes, concessions qui se justifient par le fait que si elles n'existaient pas, le nombre des fidèles serait de plus en plus réduit. *« Ces opinions n'ont pas pour finalité la correction ou la réformation des mœurs ; elles n'ont pas d'autre fin décisive que de pérenniser l'autorité des casuistes sur toutes les consciences. »*[751]

Sur ce principe, Diana notre bon ami parle ainsi en la part, 5, tr. 13, R.39 : Je réponds à la décision de ces trois papes, qui est contraire à mon opinion, qu'ils ont parlé de la sorte en s'attachant à l'affirmative, laquelle est en effet probable, à mon jugement même ; mais il ne s'ensuit pas de là que la négative n'ait aussi sa probabilité. Et dans le même traité, R.65, sur un autre sujet, dans lequel il est encore d'un sentiment contraire à un pape, il parle ainsi : Que le pape l'ait dit comme chef de l'Église, je le veux. Mais il ne l'a fait que dans l'étendue de la sphère de probabilité de son sentiment. Or vous voyez bien que ce n'est pas là blesser les sentiments des papes ; on ne le souffrirait pas à Rome, où Diana est en si haut crédit. Car il ne dit pas que ce que les papes ont décidé ne soit pas probable ; mais en laissant leur opinion dans toute sa sphère de probabilité, il ne laisse pas de dire que le contraire est aussi probable. » B. PASCAL, sixième lettre écrite à un provincial par un de ses amis, *Les Provinciales*, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.393

[747] *« La probabilité est peu sans les moyens corrompus, et les moyens ne sont rien sans la probabilité. Il y a du plaisir d'avoir assurance de pouvoir bien faire et de savoir bien faire : "Scire et posse". La grâce et la probabilité le donnent, car on ne peut rendre compte à Dieu, en assurance de leurs auteurs. »* B. PASCAL, *Pensées* [985-942], *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.638

Autres références dans les Pensées : [599-908], p.584 ; [653-913], p.588 ; [721-917], p.593 ; [722-922], p.593 ; [894-844], p.615 ; [906-916], p.617 ; [952-956], p.626

[748] B. PASCAL, *Pensées* [981-918], *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.637

[749] *« Casuistes : Une aumône considérable, une pénitence raisonnable.* […] *L'humilité d'un seul fait l'orgueil de tous. »* B. PASCAL, *Pensées* [729-931], *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.594

[750] B. PASCAL, sixième lettre écrite par un provincial par un de ses amis, *Les Provinciales*, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.393

[751] P. CARIOU, *Pascal et la casuistique*, PUF, 1993, p.42

Dans l'œuvre de PASCAL, ne se trouvent ni le mot *probabilité* dans son acception moderne, ni la moindre proximité conceptuelle avec ce qui pourrait être qualifiée de pensée "pré-statistique". En fait, plutôt que d'absence de pensée "pré-statistique", il y a refus de ce qui pourrait constituer une pensée "pré-statistique". Ainsi souligne-t-il l'importance de certains événements rares et négligeables qui peuvent faire basculer l'histoire : c'est la problématique de la petite cause qui produit un grand effet comme "le grain de sable" dans l'urètre de CROMWELL[752] ou le "nez de CLÉOPÂTRE[753]". En ce sens, PASCAL montre qu'il est attentif aux possibles graves conséquences de la réalisation d'événements rares, apparemment négligeables car théoriquement "impossibles" : il est attentif au risque. PASCAL s'est également intéressé au statut des miracles[754] qui, selon lui, sont des événements rares dont la véracité est impossible à contester, leur faible occurrence ne pouvant être un argument pour les invalider[755]. En physique, PASCAL, en refusant l'induction "statistique", met une nouvelle fois l'accent sur la nécessité de prendre en considération les "cas" exceptionnels : *« Aussi dans le jugement qu'ils* [*les anciens*] *ont fait que la nature ne souffrait point de vide, ils n'ont entendu parler de la nature qu'en l'état où ils la connaissaient ; puisque pour le dire généralement, ce ne serait assez de l'avoir vu constamment en cent rencontres, ni en mille, ni en tout autre nombre, quelque grand qu'il soit ; puisque s'il restait un seul cas à examiner, ce seul suffirait pour empêcher la définition générale, et si un seul était contraire, ce seul… Car dans toutes les matières dont la preuve consiste en expériences et non en démonstrations, on ne peut faire aucune assertion nouvelle que par la générale énumération de toutes les parties ou de tous les cas différents. »*[756]

Concluons cette évocation des travaux de PASCAL en soulignant que si le terme "probabilité" apparaît dans les *Provinciales*, c'est avec un tout autre sens que celui utilisé aujourd'hui dans l'expression "calcul des probabilités" : à aucun moment il n'apparaît dans une acception mathématique. De plus, la

752 *« CROMWELL allait ravager toute la chrétienté ; la famille royale était perdue et la sienne à jamais puissante sans un petit grain de sable qui se mit dans son uretère. Rome allait même trembler sous lui. Mais ce gravier s'étant mis là, il est mort, sa famille abaissée, tout en paix, et le roi rétabli. »* B. PASCAL, *Pensées* [750-176], *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.597

753 *« S'il eût été plus court toute la face de la terre aurait changé. »* B. PASCAL, *Pensées* [413-162], *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.549

754 *cf.* Section III, *Pensées*, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.606-617

755 *« De même ce qui fait qu'on croit tant de faux effets de la lune c'est qu'il y en a de vrais comme le flux de la mer. Il en est de même des prophéties, des miracles, des divinations par les songes, des sortilèges, etc., car si de tout cela il n'y avait jamais rien eu de véritable on n'en aurait jamais rien cru et ainsi au lieu de conclure qu'il n'y a point de vrais miracles parce qu'il y en a tant de faux il faut dire au contraire qu'il y a certainement de vrais miracles puisqu'il y en a tant de faux et qu'il n'y en a de faux que parce que cette raison qu'il y en a de vrais. »* B. PASCAL, *Pensées* [734-817], *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.595

756 B. PASCAL, *Préface sur le traité du vide*, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.230

manière dont PASCAL procède apparaît très éloignée de ce qui s'est fait par la suite. Ainsi l'idée d'une échelle allant de zéro à un, la correspondance entre l'impossibilité et la valeur zéro, ou entre la certitude et la valeur un, ne sont pas présentes. Il y a certes les idées d'événements contraires (notamment le gain et la perte) et d'égalité des hasards, mais il n'est, en revanche, jamais question de rapport de chances. Soulignons enfin que si, dans la règle des partis, PASCAL établit une liaison entre l'incertain domestiqué et la décision, par contre, la liaison entre le probable et la décision n'est nullement établie, contrairement aux idées reçues : PASCAL fonde la théorie de la décision, non la théorie des probabilités. La liaison entre le probable et la décision apparaît pour la première fois dans l'ouvrage d'ARNAULD et NICOLE, *La Logique de Port-Royal ou l'Art de penser*[757], plus exactement dans les quatre derniers chapitres de la quatrième partie de la première édition, rédigée vraisemblablement en 1660. En effet, le dernier chapitre de *La Logique de Port-Royal* intitulé "*Du jugement qu'on doit faire des accidents futurs*" semble être le lieu où la convergence entre décision et probabilité est établie : *« Pour juger de ce que l'on doit faire pour obtenir un bien, ou pour éviter un mal, il ne faut pas seulement considérer le bien & le mal en soi, mais aussi la probabilité qu'il arrive ou n'arrive pas ; & regarder géométriquement la proportion que toutes ces choses ont ensemble.* […] *La crainte d'un mal doit être proportionnée non seulement à la grandeur du mal, mais aussi à la probabilité de l'événement. »*[758] Dans l'ouvrage qu'il a consacré au modèle du jeu dans la pensée de PASCAL[759], Laurent THIROIN remarque, en notes de bas de page, que ce chapitre de *La Logique de Port-Royal* prouve qu'à cette époque, dans l'entourage même de PASCAL, le mot "probabilité" possédait déjà le sens que formaliseront les mathématiques. Par ailleurs, il précise que l'acception mathématique du terme n'apparaît pour la première fois qu'en 1798 dans le dictionnaire de l'Académie et que le Grand Larousse de la Langue Française attribue l'origine de son sens mathématique à FONTENELLE, au début du XVIII^{e} siècle.

§.4.2. Les méthodes de FERMAT pour résoudre le "problème des partis" : exposé de solutions générales et systématiques

Si, comme nous l'avons évoqué, la notion de probabilité, dans son acception moderne, n'apparaît pas chez PASCAL, elle n'apparaît pas non plus chez FERMAT. Cette affirmation, qui s'appuie sur une étude méticuleuse, s'oppose aux écrits de nombreux commentateurs qui, ayant lu les textes de

[757] Quatrième partie, chapitres XVIII, XIV, XV, XVI

[758] A. ARNAULD et P. NICOLE, *La logique de Port-Royal ou l'Art de penser*, éditions Champs Flammarion, 1970, p.428-429

[759] L. THIROIN, *Le hasard et ses règles, Le modèle du jeu dans la pensée de Pascal*, Librairie philosophique Vrin, 1991, p.111

FERMAT avec des “lunettes” de probabilistes lui attribuent généralement davantage qu’il n’a réalisé. Ils ont notamment tendance à faire de FERMAT le précurseur du calcul des probabilités manipulant implicitement les concepts de probabilité ou de probabilités composées. Cette lecture, superficielle et anachronique, est étrangère à une histoire scrupuleuse de cette science : elle doit donc être rejetée comme doit également être rejetée la croyance selon laquelle PASCAL et FERMAT auraient ensemble inventé le calcul des probabilités. Pour Ernest COUMET, cette croyance est le résultat de la projection de nos catégories mathématiques modernes sur une réflexion qui ne les accepte qu’en apparence. D’après ce que les documents restituent, PASCAL et FERMAT n’ont pas co-signé de thèse sur ce sujet : ils ont, par contre, échangé - en tout et pour tout - trois lettres en 1654.

Considérons de nouveau la lettre du 29 juillet 1654 de PASCAL à FERMAT dans laquelle, nous l’avons montré, PASCAL expose sa solution au “problème des partis” dans la situation de deux joueurs devant jouer en trois parties et qui interrompent le jeu lorsque l’un en a gagné deux et l’autre une. Dans cette lettre, non seulement on prend connaissance de la méthode de PASCAL mais on apprend, par PASCAL, que FERMAT a élaboré une autre méthode qualifiée par PASCAL de “très sûre”, méthode dite “méthode des combinaisons”[760]. Soulignons que cette méthode est portée à notre connaissance, non par FERMAT, mais par la reformulation qu’en fait PASCAL dans sa lettre à FERMAT du 24 août 1654[761].

- Première étape : en combien de parties le jeu sera-t-il décidé absolument ? Réponse : en plus de la première partie qui a déjà été jouée et gagnée par le premier joueur, il faut jouer au plus quatre parties. En effet, si le premier gagne de nouveau la seconde partie, alors il faut nécessairement que le deuxième joueur gagne consécutivement trois parties sinon le premier joueur aura réussi à en gagner trois.
- Deuxième étape : *« Il faut voir combien quatre parties se combinent entre deux joueurs et voir combien il y a de combinaisons pour faire gagner le premier et combien pour le second, et partager l’argent suivant cette proportion. »*[762] Pour voir combien quatre parties se combinent entre deux joueurs, FERMAT, raconté par PASCAL, imagine un lancer de quatre dés identiques (sur chaque dé, il y a trois faces marquées A et trois faces marquées B), et dénombre tous les cas possibles différents : il y en a 16.

[760] - au sens du XVII^{e} siècle où il s’agit de dénombrer les cas de figure : ce n’est pas de l’analyse combinatoire -
[761] Il s’agit du même problème de deux joueurs qui jouent théoriquement en trois parties mais qui interrompent le jeu lorsque le premier a gagné la première : il manque donc deux victoires au premier et trois au deuxième.
[762] Lettre de PASCAL à FERMAT du 24 août 1654, B. PASCAL, *La règle des partis*, *Œuvres complètes*, p.47

Certains sont vrais, d'autres sont feints : ce dernier point soulèvera les objections de Gilles DE ROBERVAL - comme l'atteste le contenu de la lettre de PASCAL à FERMAT du 24 août 1654[763] - ainsi que celles, au XVIII^e siècle, de D'ALEMBERT.

A A A A	A A A B
A A B A	A B A A
B A A A	A A B B
A B B A	B B A A
B A B A	A B A B
B B A A	A B B B
B A B B	B B A B
B B B A	B B B B

Or, il manque deux victoires au joueur A, donc toutes les "combinaisons" qui comportent deux fois A le font gagner : il y en a onze. Il manque trois victoires au joueur B donc toutes les "combinaisons" qui comportent trois B le font gagner : il y en a cinq.

<u>Conclusion</u> : Il faut qu'ils partagent la somme en attribuant à A : 11/16 ; à B : 5/16.

Par ailleurs, au début de cette lettre du 24 août 1654, PASCAL fait part à FERMAT de son désaccord au sujet de la solution que celui-ci lui a soumis au sujet du "problème des partis" dans le cas de trois joueurs : *« Je crois avoir démonstration qu'elle est mal juste. »*[764] FERMAT lui répond d'abord brièvement le 29 août 1654 puis le 25 septembre 1654 au sujet de trois joueurs qui jouent en deux parties. Examinons en parallèle les résultats différents trouvés par PASCAL et par FERMAT avec la méthode de dénombrement de "combinaisons"[765].

Trois joueurs (A, B, C) jouent théoriquement en deux parties mais interrompent le jeu lorsque le premier a gagné la première. Il manque donc deux victoires au deuxième et deux victoires au troisième.

- Première étape : en combien de parties le jeu sera-t-il décidé absolument ? Réponse : en plus de la première partie qui a déjà été jouée, il faut au plus trois parties : *« comme nous l'avons fait quand il y avait deux*

[763] *« Je communiquai votre méthode à nos messieurs, sur quoi M. de Roberval me fit cette objection : Que c'est à tort que l'on prend l'art de faire le parti sur la supposition qu'on joue en quatre parties, vu que quand il manque deux parties à l'un et trois à l'autre, il n'est pas de nécessité que l'on joue quatre parties, pouvant arriver qu'on n'en jouera que deux ou trois, ou, à la vérité peut-être quatre : Et ainsi qu'il ne voyait pas pourquoi on prétendait de faire le parti juste sur une condition feinte qu'on jouera quatre parties, vu que la condition naturelle du jeu, est qu'on ne jouera plus dès que l'un des joueurs aura gagné, et qu'au moins, si cela n'était faux, cela n'est pas démontré, de sorte que qu'il avait quelque soupçon que nous avions fait paralogisme. »* Lettre de PASCAL à FERMAT du 24 août 1654, B. PASCAL, *La règle des partis*, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.47

[764] Lettre de PASCAL à FERMAT du 24 août 1654, B. PASCAL, *La règle des partis*, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.46

[765] Pour PASCAL : lettre du 24 août 1654. Pour FERMAT : lettre du 25 septembre 1654

joueurs : ce sera en trois, car ils ne sauraient jouer trois parties sans que la décision soit arrivée nécessairement. »[766]

- Deuxième étape : *« Il faut voir maintenant combien trois parties se combinent entre trois joueurs et combien il y en a de favorables à l'un, combien à l'autre et combien au dernier et, suivant cette proportion, distribuer l'argent de même qu'on a fait en l'hypothèse de deux joueurs. Pour voir combien il y a de combinaisons en tout, cela est aisé : c'est la troisième puissance de 3, c'est-à-dire son cube 27. »*[767]

Considérons alors l'ensemble des ving-sept configurations théoriques possibles (certaines sont réelles, d'autres fictives) ainsi que les résultats élaborés par chacun des deux savants.

Configurations possibles	**Résultat de PASCAL**	**Résultat de FERMAT**
AAA	A	A
AAB	A	A
AAC	A	A
ABA	A	A
ABB	A & B	A
ABC	A	A
ACA	A	A
ACB	A	A
ACC	A & C	A
BAA	A	A
BAB	A & B	A
BAC	A	A
BBA	A & B	B
BBB	B	B
BBC	B	B
BCA	A	A
BCB	B	B
BCC	C	C
CAA	A	A
CAB	A	A
CAC	A & C	A
CBA	A	A
CBB	B	B
CBC	C	C
CCA	A & C	C
CCB	C	C
CCC	C	C

[766] Lettre de PASCAL à FERMAT du 24 août 1654, B. PASCAL, *La règle des partis*, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.48
[767] Lettre de PASCAL à FERMAT du 24 août 1654, B. PASCAL, *La règle des partis*, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.48

Il faut alors dénombrer, parmi ces vingt-sept configurations, celles qui sont favorables à la victoire de A, celles qui sont favorables à la victoire de B, celles qui sont favorables à la victoire de C.

PASCAL dénombre, sur les vingt-sept configurations possibles, dix-neuf configurations favorables à A, sept à B et sept à C, qu'il ramène, après réflexion à :

- pour le joueur A : 13 entièrement favorables, 6 à moitié favorables, 8 défavorables.
- pour le joueur B : 4 entièrement favorables, 3 à moitié favorables, 20 défavorables.
- pour le joueur C : 4 entièrement favorables, 3 à moitié favorables, 20 défavorables.

FERMAT dénombre, sur les vingt-sept configurations possibles : dix-sept configurations favorables à A, cinq favorables à B et cinq favorables à C. Conclusion : Il faut donc que les joueurs partagent la somme en attribuant à A : 17/27 ; à B : 5/27 ; à C : 5/27. FERMAT précise dans sa lettre à PASCAL du 25 septembre 1654 : *« Je prends l'exemple de trois joueurs, au premier desquels il manque une partie, et à chacun des deux autres deux, qui est le cas que vous m'opposez. Je n'y trouve que dix-sept combinaisons pour le premier, et cinq pour chacun des deux autres ; car quand vous dites que la combinaison ACC, est bonne pour le premier et le troisième, il semble que vous ne vous souveniez plus que tout ce qui se fait après que l'un des joueurs a gagné, ne sert plus à rien. Or, cette combinaison ayant fait gagner le premier dès la première partie, qu'importe que le troisième en gagne deux ensuite, puisque, quand il en gagnerait trente, tout cela serait superflu ? »*[768] PASCAL admet son erreur et écrit à FERMAT le 27 octobre 1654 : *« Votre dernière lettre m'a parfaitement satisfait. J'admire votre méthode pour les partis, d'autant mieux que je l'entends fort bien ; elle est entièrement vôtre, et n'a rien de commun avec la mienne, et arrive au même but facilement. Voilà notre intelligence rétablie. »*[769] On voit ici à l'œuvre des effets de la discussion en sciences… Par ailleurs, dans cette même lettre, FERMAT expose une autre méthode basée sur des lancers de dés à trois faces (A, B, C), méthode qui combine principe arithmétique (mise de fractions au même dénominateur) et "dénombrement". *« Le premier peut gagner, ou en une seule partie, ou en deux, ou en trois. S'il gagne en une seule partie, il faut qu'avec un dé qui a trois faces il rencontre la favorable du coup. Un seul dé produit 3 hasards ; ce joueur a donc pour lui 1/3 des hasards, lorsqu'on ne joue*

[768] P. FERMAT, Lettre de FERMAT à PASCAL du 25 septembre 1654, *Précis des œuvres mathématiques de Fermat et de l'arithmétique de Diophante*, éditions J. GABAY, 1989, p.154
[769] B. PASCAL, Lettre de PASCAL à FERMAT du 27 octobre 1654, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, p.48

qu'une partie. Si on en joue deux, il peut gagner de deux façons, ou lorsque le second joueur gagne la première et lui la seconde, ou lorsque le troisième gagne la première et lui la seconde. Or, deux dés produisent 9 hasards : ce joueur a donc pour lui 2/9 des hasards lorsqu'on joue deux parties. Si on en joue trois, il ne peut gagner que de deux façons, ou lorsque le second gagne la première, le troisième, la seconde et lui, la troisième, ou lorsque le troisième gagne la première, le second, la seconde, et lui, la troisième ; car, si le second ou le troisième joueur gagnait les deux premières, il gagnerait le jeu, et non pas le premier joueur. Or, trois dés ont 27 hasards ; donc ce premier joueur a 2/27 de hasards lorsqu'on joue trois parties. La somme des hasards qui font gagner ce premier joueur, est par conséquent, 1/3, 2/9, 2/27 ce qui fait en tout 17/27. »[770] On retrouve ainsi, mais exprimé sous forme fractionnaire, le même résultat que celui déterminé précédemment par la méthode des "combinaisons" : sur les vingt-sept configurations possibles, dix-sept configurations sont favorables au joueur A. C'est généralement la lecture de ce passage qui conduit certains commentateurs à voir chez FERMAT une anticipation du calcul des probabilités. Or il n'est ici nullement question, même implicitement, de probabilités composées : la méthode de FERMAT se réduit à prendre en compte le fait que, dans le premier cas, le rapport est de 1/3, dans le second cas, de 2/9 et dans le troisième cas, de 3/27. Pour FERMAT, cette règle est pertinente et universelle, de sorte que, sans recourir à la feinte telle qu'elle a été pratiquée dans la première méthode, *« les combinaisons véritables en chaque nombre de parties portent leur solution, et font voir que* […] *l'extension à un certain nombre de parties n'est autre chose que la réduction de diverses fractions à une même dénomination. »*[771]

L'intérêt des méthodes de FERMAT pour résoudre le "problème des partis" réside dans le fait qu'il s'agit de solutions générales et systématiques définissant ainsi un <u>nouveau mode de rationalité pratique</u>. Ainsi, dans le cas de trois joueurs, si au lieu d'envisager le problème non pas en trois parties, mais en quatre parties éventuellement feintes, il y aura 81 combinaisons (3^4). Il faudra alors dénombrer les combinaisons qui feront gagner au premier une partie plutôt que deux à chacun des autres et dénombrer celles qui feront gagner à chacun des deux autres deux parties plutôt qu'une au premier : *« Vous trouverez que les combinaisons pour le gain du premier, seront 51, et celles de chacun des autres deux 15. Ce qui revient à la même raison, que si vous prenez 5 parties ou tel autre nombre qui vous plaira, vous trouverez toujours 3 nombres en proportion de 17, 5, 5, et ainsi j'ai droit de dire que la combinaison ACC n'est que pour le*

[770] P. FERMAT, Lettre de FERMAT à PASCAL du 25 septembre 1654, *Précis des œuvres mathématiques de Fermat et de l'arithmétique de Diophante*, *op. cit.*, p.155-156

[771] P. FERMAT, *Précis des œuvres mathématiques de Fermat et de l'arithmétique de Diophante*, *op. cit.*, p.156

premier et non pour le troisième, et que CCA n'est que pour le troisième et non pour le premier, et que partant, ma règle de combinaisons est la même en 3 joueurs qu'en deux, et généralement en tous nombres. »[772]

Conclusion : la contribution de PASCAL et de FERMAT réside, non dans l'invention du calcul des probabilités, mais dans l'invention de la "règle des partis" qui permet la répartition équitable des mises entre les participants d'un jeu de hasard lors de l'interruption prématurée de la partie. Ce modèle s'est révélé pertinent dans la mesure où sa généralisation et son transfert ont permis la conceptualisation de la répartition des gains dans la plupart des situations d'incertitude ainsi qu'une possible spéculation sur l'avenir. Répartir les enjeux de manière équitable lorsqu'une partie de dés est interrompue n'est pas uniquement un problème posé par le chevalier de MÉRÉ, c'est surtout un paradigme permettant de penser la juste répartition des sommes investies lorsque, par exemple, deux personnes s'associent pour une expédition commerciale maritime, que l'une d'elles meurt avant la conclusion de l'expédition et que son héritier réclame immédiatement sa part : quelle est alors la juste répartition ? Le problème des partis apparaît ainsi comme un problème juridique dont la portée dépasse largement les seuls intérêts de joueurs de dés. L'articulation des dimensions juridique et géométrique fait ainsi d'une simple partie de dés interrompue, une situation à la fois idéalisée et concrète, et un modèle pertinent pour arbitrer un champ décisionnel plus vaste. Or, si la "règle des partis" est une méthode permettant de décider rationnellement et d'agir raisonnablement en situation d'incertitude, il est important de mettre en évidence que son usage ne nécessite en rien la prise en considération du degré de vérité des propositions en jeu : la "règle des partis" permet théoriquement, face à un avenir incertain, non de "croire" mais de "faire raisonnablement". Cette croyance sera cependant ébranlée en 1713 à l'occasion de la mise en évidence du paradoxe de Saint-Pétersbourg (que nous évoquons plus loin) et dont la solution rationnelle n'apparaît cependant pas comme une solution raisonnable. L'élaboration progressive de cette science ne s'est évidemment pas faite sans crise, comme nous allons le voir dans la suite de ce chapitre.

§.5. Etude des conditions dans lesquelles les jeux de hasard sont passés du domaine sacré au domaine laïc

Pour que les savants puissent conduire une réflexion sur les jeux de hasard, il a fallu préalablement que ces jeux quittent la sphère du sacré pour la sphère des affaires purement humaines. Mais les jeux de hasard tombent alors sous le coup d'une autre condamnation. En effet, pour de nombreux théologiens et juristes, les jeux de hasard sont des conventions illicites dans la mesure où

[772] P. FERMAT, *Précis des œuvres mathématiques de Fermat et de l'arithmétique de Diophante*, *op. cit.*, p.155

l'argent gagné au jeu l'est sans aucune cause légitime. C'est un profit condamnable au même titre que l'usure. *« Quiconque prent & retient l'argent d'un autre pour l'avoir gagné au jeu, le retient sans aucune cause légitime, & partant l'a en mauvaise conscience & a vrayment dire en est un pur larron... »*[773] En 1609, Saint-François DE SALES écrit : *« Le gain qui doit estre le prix de l'industrie est rendu le prix du sort, qui ne mérite nul prix, puisqu'il ne dépend nullement de nous. »*[774] Ainsi, parler du jeu, de quelque manière que ce soit, c'est prendre le risque d'aborder une question très controversée. PASCAL n'a pas échappé à des accusations incisives. Ce propos de l'abbé de Villars l'atteste : *« D'où vient que non seulement vous ne condamnez pas le jeu, mais que vous voulez faire dépendre la Religion & la Divinité du jeu de croix et de pile ? »*[775]

Comme le souligne Ernest COUMET, la licéité des jeux de hasard a été établie grâce à une double opération : d'une part, les "sorts diviseurs" sont dissociés des autres types de sort et tout caractère surnaturel leur est ôté ; ensuite, c'est à eux seuls que l'on s'efforce de rattacher les jeux de hasard. *« Saint-Thomas avait déjà signalé le cas où, lorsqu'on use de "sorts diviseurs", ce n'est pas de Dieu qu'on attend le résultat, mais simplement du hasard. »*[776] Saint-THOMAS ne condamne pas vraiment un tel usage, mais émet un doute en disant qu'il n'y a pas d'autre mal à cela que "peut-être d'agir en vain". Cette réserve fournira un argument aux moralistes rigoureux qui s'opposeront aux jeux de hasard. À l'opposé, les casuistes vont tirer parti de la possibilité qu'a laissé entrevoir Saint-THOMAS : s'en remettre au sort est parfois le moyen le plus naturel de procéder à un partage. Les casuistes dénombreront ainsi les cas où, dans la vie de tous les jours aussi bien que dans les institutions politiques, il est effectivement d'usage de procéder de cette façon en mettant en relief le caractère impartial des décisions ainsi obtenues : *« Bien user des "sorts diviseurs", c'est mettre en pratique une vertu morale,* [...] *en certaines occasions, recourir au sort, c'est exercer la vertu de justice. »*[777] Ainsi un renversement s'effectue en faveur des "sorts diviseurs" : ils sont considérés comme des "sorts naturels", des "sorts humains" et servent de fondement à des conventions équitables. Un autre renversement se produit lorsque les jeux de hasard sont classés sous la rubrique "sorts diviseurs". Ce nouveau classement implique une conception nouvelle du contrat et de la propriété. L'enjeu réside non seulement dans la possibilité d'exposer un bien au hasard mais également

[773] L. DANEAU, *Brieve remonstrance sur les jeux de sort ou de hasard*, 1591, cité par E. COUMET, *La théorie du hasard est-elle née par hasard*, *op. cit.*, p.577
[774] St François de SALES, *Introduction à la vie dévote - Des jeux défendus -*, 1609, cité par E. COUMET, *La théorie du hasard est-elle née par hasard*, *op. cit.*, p.577
[775] Abbé de VILLARS, *De la Délicatesse*, 1671, cité par E. COUMET, *La théorie du hasard est-elle née par hasard*, *op. cit.*, p.577
[776] E. COUMET, *La théorie du hasard est-elle née par hasard*, *op. cit.*, p.578
[777] E. COUMET, *La théorie du hasard est-elle née par hasard*, *op. cit.*, p.578

dans l'élaboration d'un fondement juridique du transfert de propriété causé par la réalisation d'un événement fortuit. C'est en déplaçant la question vers le caractère équitable des conventions particulières propres aux jeux que les casuistes vont réussir à justifier cette thèse. *« Il est établi que du point de vue moral, un des caractères essentiels auxquels doit répondre un jeu, quel qu'il soit, est que les joueurs doivent être dans des "conditions égales". »*[778]

Revenons un instant sur PASCAL qui non seulement apparaît émancipé vis-à-vis de l'idée de fortune mais qui ne semble pas non plus être perturbé par la question de la licéité des jeux de hasard : il considère le problème que lui soumet le chevalier de MÉRÉ comme un objet de réflexion mathématique, neutre, sur lequel l'auteur des *Pensées* ne semble pas avoir de jugement de valeur négatif. Comme nous l'avons dit, il est fondamental d'observer que PASCAL utilise, dans la rédaction de sa solution, des expressions et des notions qui ont été exploitées, voire créées, par des auteurs qui ont cherché à prouver que les jeux de hasard étaient des conventions sur lesquelles devaient régner la justice. Le fait que PASCAL utilise une langue proche de celle des juristes[779] est lié au fait que le problème sur lequel il se penche n'est autre que celui de la détermination de la répartition la plus équitable entre des joueurs. L'établissement par PASCAL de la distribution la plus "juste" se fait donc en recourant au vocabulaire de la neutralité, du juge-arbitre impartial.

Un détail de nature bibliographique révèle comment, sous la catégorie de l'incertain, les jeux de hasard ont été intégrés à des activités humaines où l'aléa était jusqu'alors exclu. En effet, il apparaît que dans les traités *De Justitia et Jure*, les chapitres sur les paris, sur les jeux de hasard, sur les contrats d'assurance et sur les rentes viagères sont mêlés. En 1709, des rubriques analogues sont constitutives d'un ouvrage de Nicolas BERNOULLI[780]. E. COUMET tire argument de ce fait pour réfuter la thèse selon laquelle Nicolas BERNOULLI n'aurait fait qu'appliquer "la géométrie du hasard" aux matières juridiques. Prenant le contre-pied de cette thèse, E. COUMET défend alors l'idée selon laquelle, ce serait au contraire les juristes qui auraient préparé la voie à la mathématisation du hasard : *« Leibniz a proclamé que c'est chez les jurisconsultes qu'il avait trouvé des modèles de Logique en ce qui concerne les questions contingentes. Dans le De Conditionibus - 1665 - il avait en quelque sorte formalisé la théorie juridique de la "condition", et, avant même d'avoir acquis une formation mathématique, il avait à cette occasion, entrevu les*

778 E. COUMET, *La théorie du hasard est-elle née par hasard*, *op. cit.*, p.578

779 Rappelons que FERMAT et CARCAVI étaient juristes et que PASCAL était l'ami personnel de Jean DOMAT, éminent juriste.

780 N. BERNOULLI, *Dissertatio inauguralis mathematico-juridica de usa artis conjectandi in jure*, 1709

principes du calcul des probabilités. »[781] E. COUMET voit dans ce détail la preuve que la réflexion juridique a précédé la conceptualisation des situations d'incertitude[782]. L'historien des sciences justifie sa thèse en analysant de manière comparative le vocabulaire juridique et le vocabulaire probabiliste. Depuis longtemps, il était admis que, dans un contrat, celui qui confie de l'argent à un marchand, sans lui en céder la propriété pour qu'il participe à l'entreprise à ses risques et périls, a le droit de réclamer une part de bénéfice. Jacques Le GOFF rappelle qu'un tel risque, qui est pris de plus en plus en considération à mesure que sont mieux compris les mécanismes économiques et monétaires, constitue le fondement de la doctrine de l'Église vis-à-vis du commerce et de la banque. *« Il suffit qu'il y ait un doute sur l'issue d'une opération et l'Église reconnaît que cela peut être le propre de l'activité du marchand, pour que la perception d'un intérêt soit justifiée. »*[783] Il faudra cependant du temps pour que soient admises comme non-usuraires de telles pratiques. Les casuistes se livreront ainsi à des argumentations tortueuses pour légitimer certains contrats réprouvés par la doctrine traditionnelle. Comme dans d'autres domaines, la tâche de la casuistique aura consisté à codifier les situations nouvelles. Rappelons également la position des scolastiques qui, en accord avec leurs principes théologiques et moraux, rejetaient l'idée que la durée pouvait avoir une influence économique susceptible de fonder une différence de prix. Cependant, le volume et la complexité des échanges s'étant accrus, il est alors apparu à un certain nombre de marchands que la différence des temps et des lieux pouvait engendrer des profits. Pour ces nouvelles opérations, il fallait de nouvelles règles : les contrats notamment, ont dû prendre en compte le rôle de plus en plus important d'éléments dits "casuels". L'incertitude des communications, les éventuels périls maritimes, vont ainsi engendrer des institutions destinées à réduire la dépendance de l'homme à l'égard des aléas du monde. Les contrats d'assurance vont se répandre, concurremment au système existant du "prêt à la grosse aventure". Apparaît une comptabilisation originale relative à l'évaluation des "risques" et des "espérances". *« Pour déterminer la manière dont les contractants qui forment une société doivent se partager les bénéfices, il sera nécessaire de distinguer les différents types de contrats selon les risques courus soit par celui qui apporte le travail et la peine, soit par celui qui apporte le*

---

781 E. COUMET, *La théorie du hasard est-elle née par hasard*, *op. cit.*, p.581

782 En fait, il y a là un processus circulaire : l'un n'empêche pas l'autre et ces deux processus apparaissent historiquement et dialectiquement vrais. En effet, c'est effectivement dans un contexte juridique que cette théorie s'est développée mais elle a été conçue comme pouvant servir de solution à des questions de type juridique : on passe ainsi de quelque chose qui va être à la fois source de conceptualisation et source d'application. L'histoire de l'émergence de la mathématique du probable consiste, d'une certaine façon, à l'histoire de ces rapports dialectiques. Ernest COUMET a certes eu raison de réfuter une thèse à sens unique mais avec le recul il apparaît que les deux mouvements sont à l'œuvre : ce qui est terrain d'émergence des notions de décision en situation d'incertitude va devenir, à longue échéance, terrain d'application.

783 J. Le GOFF, *Marchands et banquiers au Moyen Age*, PUF, 1962, p.78

capital, et établir les règles selon lesquelles doivent se combiner ces différents éléments. »[784] Avec ces problèmes de partage, nous ne sommes pas loin du "problème des partis". À travers cette description, le contexte au sein duquel PASCAL d'un côté et FERMAT de l'autre ont travaillé se perçoit mieux. Ainsi, bien avant le "problème des partis", s'est constitué un champ notionnel autour des thèmes de "l'homme face à l'incertain", de "la prudence" et de la meilleure manière de "prendre une décision". En même temps sont ébauchées des méthodes d'organisation ainsi qu'un nouveau genre de comptabilité appelant des calculs plus élaborés. À l'opposé de la thèse de COURNOT pour qui "la théorie du hasard est née par hasard", l'analyse externaliste fait apparaître que "la théorie du hasard n'est pas née par hasard". Jean DOMAT, ami de PASCAL et juriste écrit : *« Dans les conventions où l'on traite d'un droit, ou d'autre chose qui dépende de quelque événement incertain et d'où il puisse arriver ou du profit, ou de la perte, selon la différence des événemens, il est libre d'en traiter de sorte que l'un, par exemple, renonce à tout profit, & se décharge de toute perte : ou qu'il prête une somme, pour tout ce qu'il pouvoit attendre de gain : ou qu'il se charge d'une perte réglée, pour toutes celles qu'il avoit à craindre. Ainsi, un associé, voulant se retirer d'une société, peut régler avec les autres associez ce qu'il aura de profit présent & certain, ou ce qu'il portera de perte, quelque événement qu'il puisse arriver. Ainsi un héritier peut traiter avec ses cohéritiers de tous ses droits en la succession pour une certaine somme, & les obliger à le garantir de toutes les charges. Et ces sortes de conventions ont leur justice sur ce que l'un préfère un pari certain & connu, soit de profit, ou de perte, à l'attente incertaine des événemens : & que l'autre au contraire trouve son avantage dans le parti d'espérer une meilleure condition. Ainsi il se fait entre eux une espèce d'égalité de leurs partis qui rend juste leur convention. »*[785] Les analogies entre ce texte et celui de PASCAL sur la solution du "problème des partis" sont frappantes. Cela confirme que "le problème des partis" n'est pas une subtilité mineure, une anecdote marginale. L'analyse du texte - le vocabulaire, son organisation, sa composition - fait apparaître une parenté avec la conceptualisation juridique de l'aléa. L'analyse du contexte socio-historique dans lequel la laïcisation des jeux de hasard s'est opérée permet ainsi de rendre compte des conditions de possibilité de l'émergence d'une théorie de la décision

[784] E. COUMET, *La théorie du hasard est-elle née par hasard*, *op. cit.*, p.582
[785] J. DOMAT, *Les lois civiles dans leur ordre naturel*, Liv. I, 1694, p.97-98, cité par E. COUMET, *La théorie du hasard est-elle née par hasard*, *op. cit.*, p.591

en situations d'incertitude au XVIIe siècle[786]. S'entrevoit ici la jonction qui, à la fin du XVIIIe siècle, s'établira notamment autour des travaux de CONDORCET, entre cette problématique de la décision et l'émergence d'une mathématique sociale.

§.6. *De ratiociniis in ludo aleae* de Christiaan HUYGENS : le premier traité sur le calcul de la valeur de l'espérance dans une situation d'incertitude

C'est en 1656 que Christiaan HUYGENS, né à La Haye en 1629, écrit les fondements du calcul des jeux de hasard. Rédigé en hollandais, ce traité est traduit en latin et paraît pour la première fois, en 1657, en latin, dans la dernière partie du tome V des œuvres[787] de Frans VAN SCHOOTEN, sous le titre *De ratiociniis in ludo aleae*.

En 1655, HUYGENS se rend à Paris et s'il ne rencontre ni PASCAL, ni FERMAT[788], ni CARCAVI[789], il fréquente Claude MYLON (un ami de VAN SCHOOTEN mais aussi de CARCAVI) et Gilles DE ROBERVAL qui avait été sollicité, avec PASCAL, pour réfléchir aux problèmes de dés posés par le chevalier de MÉRÉ. Dans ces conditions, il n'est pas surprenant que HUYGENS ait été informé des questions relatives aux jeux de hasard et aux problèmes des partis sans cependant avoir l'occasion de connaître ni les solutions obtenues par PASCAL et FERMAT, ni leurs principes, ni leurs méthodes, ses informateurs parisiens étant, d'après lui, aussi ignorants que lui[790]. Cependant, en se référant au contenu d'une lettre adressée à VAN SCHOOTEN par HUYGENS le 6 mai 1656, Ernest COUMET nuance cette analyse et évoque la possibilité pour HUYGENS d'avoir eu connaissance, probablement grâce à MÉRÉ, d'un certain nombre d'éléments relatifs à la résolution, par PASCAL, de ces problèmes : *« Huygens se serait vu communiquer davantage que le seul énoncé de problèmes, et si, en toute rigueur, les "principes" lui échappèrent, quelques lueurs lui furent*

[786] Nous avons déjà évoqué, dans ce chapitre, une composante essentielle de l'émergence du calcul des probabilités, à savoir le développement de la connaissance scientifique. À cet égard, le XVIIe siècle apparaît comme le siècle qui voit naître véritablement la démarche scientifique. Ainsi les expériences de PASCAL, sur la pression atmosphérique, sur l'existence du vide, nécessitent-elles des observations, l'élaboration d'hypothèses, des expérimentations, une théorisation ainsi que des confrontations avec les pairs. Ces pratiques semblent devoir être rapportées à une conception de la physique considérée comme "philosophie naturelle" qui autorise l'étude scientifique de la nature. En ce sens, le hasard, comme le vide, peuvent être scientifiquement étudiés.

[787] Francisci A SCHOOTEN, *Exercitationum Mathematicarum Liber V. Continens Sectiones triginta miscellaneas*

[788] - FERMAT habite Toulouse -

[789] CARCAVI a servi d'intermédiaire entre PASCAL et FERMAT au sujet des problèmes posés par le chevalier de MÉRÉ.

[790] E. COUMET, *Sur "le calcul ès jeux de hasard" de Huygens : dialogues avec les mathématiciens français (1655-1657)*, in *Huygens et la France*, *op. cit.*, p.128

données sur des solutions particulières. »[791] Par la suite, notamment à partir de 1656, et bien qu'il ignore la solution, par la méthode des combinaisons du "problème des partis", élaborée par FERMAT, HUYGENS est informé, par CARCAVI, des résultats des deux grands savants mais le détail de leurs méthodes ne lui est pas communiqué.

Le traité de HUYGENS, qui comporte une quinzaine de pages, traite à la fois des problèmes de parti et de la définition du pari équitable dans les jeux de dés. Dans un article paru dans la Revue d'histoire des mathématiques en 1996, Norbert MEUSNIER rappelle les termes dans lesquels HUYGENS énonce un problème des partis[792] et un problème de pari[793] dans les cas les plus simples. L'essentiel réside dans la méthode élaborée par HUYGENS pour résoudre ces problèmes. Celle-ci est fondée sur le principe suivant : *« Il ne fait pas de doute que dans les jeux de hasard il faut estimer le sort ou <u>l'espérance</u> qu'une personne a d'obtenir quelque chose autant que ce qui lui permettrait, en l'ayant, d'atteindre à nouveau le même sort ou la même <u>espérance</u> en jouant contre quelqu'un à condition égale. Par exemple, si quelqu'un cache à mon insu 3 pièces dans une main et 7 dans l'autre et me donne le choix de recevoir les pièces de celle des deux mains que je préfère, je dis que cela a la <u>même valeur pour moi</u> que si on me donne 5 pièces. En effet, lorsque j'ai 5 pièces, je peux à nouveau atteindre cette situation d'acquérir une égale espérance d'obtenir 3 ou 7 pièces et cela en rivalisant à jeu égal. »*[794] C'est ce principe qui permet à HUYGENS d'établir trois propositions (ou règles) relatives au calcul de la valeur de l'espérance dans une situation d'incertitude. Citons les propositions I et III :

- *« <u>Proposition I</u> : si j'espère a ou b, et que l'un ou l'autre puisse m'advenir aussi facilement, on doit dire que mon espérance vaut* $(a+b)/2$.
- *<u>Proposition III</u> : si le nombre des cas dans lesquels il m'échoit a est p, que par ailleurs le nombre des cas par lesquels il m'échoit b est q, à*

[791] E. COUMET, *Sur "le calcul ès jeux de hasard" de Huygens : dialogues avec les mathématiciens français (1655-1657)*, in *Huygens et la France*, *op. cit.*, p.129

[792] *« Supposons maintenant que je joue contre quelqu'un à la condition que le premier qui gagnera trois fois remportera ce qui est déposé et que j'ai déjà gagné deux fois et l'autre une fois seulement. Si nous ne voulons pas poursuivre le jeu, mais partager de façon équitable l'argent pour lequel nous jouons, je désire savoir combien il m'en revient. »* HUYGENS, cité par N. MEUSNIER, *L'émergence d'une mathématique du probable au XVII*e *siècle*, *op. cit.*, p.125

[793] *« Trouver en combien de fois quelqu'un peut entreprendre de jeter six points avec un dé. »* HUYGENS, cité par N. MEUSNIER, *L'émergence d'une mathématique du probable au XVII*e *siècle*, *op. cit.*, p.125

[794] HUYGENS, cité par N. MEUSNIER, *L'émergence d'une mathématique du probable au XVII*e *siècle*, *op. cit.*, p.125

supposer que tous les cas aient une inclination égale, mon espérance vaudra $(pa + qb) / (p + q)$ »[795]

Les apports de HUYGENS à la construction d'une mathématique du probable peuvent ainsi se résumer en insistant sur l'importance des points suivants :

- HUYGENS analyse les problèmes de partis et les problèmes de dés dans les termes du pari car c'est le juste pari qui doit être défini pour trouver le juste parti, c'est-à-dire la juste mise de celui qui achèterait la situation incertaine dans laquelle se trouve celui qui désire quitter le jeu.
- Le concept de valeur de l'espérance d'obtenir des gains futurs potentiels est le concept central du traité de HUYGENS.
- Le mode de calcul de la valeur de l'espérance fait intervenir le nombre de cas dans lesquels chaque gain est susceptible d'être obtenu, en supposant que tous les cas peuvent survenir avec "la même facilité".

Plus tard, HUYGENS va collaborer avec Jan DE WITT[796] à un programme d'applications du calcul de la valeur de l'espérance aux problèmes de démographie et d'assurances : c'est en se référant aux tables de mortalité élaborées par DE WITT et en appliquant les définitions relatives à la notion d'espérance qu'il dégage le concept opératoire "d'espérance de vie".

Nous pouvons donc en déduire que l'importance du traité de HUYGENS est non seulement attachée à l'élaboration et à l'utilisation de la notion de valeur de l'espérance mais également aux énoncés de problème sans solution qu'il propose à la fin de son ouvrage, le cinquième problème constituant une première version du problème célèbre dit "de la ruine des joueurs". C'est en effet la recherche de solutions à ces problèmes qui a incité Jakob BERNOULLI à s'attaquer à la question, et à élaborer par la suite la contribution fondatrice de la théorie probabiliste, la première partie de son ouvrage, *Ars Conjectandi*, étant une réédition commentée du traité de HUYGENS et comportant des solutions à ces problèmes. La deuxième partie est un traité de combinatoire, et la troisième, l'application de la notion de valeur de l'espérance et du calcul combinatoire à des jeux de hasard. Ce qui fait l'originalité de *Ars Conjectandi*, en dehors de l'aspect compilation de tout ce qui a été élaboré jusqu'à la fin du XVII[e] siècle, réside dans la quatrième partie où il poursuit sa réflexion sur l'éventuelle applicabilité de ces nouveaux outils mathématiques au traitement des affaires civiles, morales et économiques.

---

795 HUYGENS, cité par N. MEUSNIER, *L'émergence d'une mathématique du probable au XVII[e] siècle*, *op. cit.*, p.125-126

796 - 1625-1672 -

§.7. Développement de la "science des signes" : le signe, entendu comme élément d'évidence, indique la probabilité

Un autre point mérite, selon Ian HACKING[797], d'être pris en considération pour comprendre les conditions sociales et historiques qui ont rendu possible l'émergence du calcul des probabilités sans toutefois le favoriser directement. Il s'agit du développement de la "science des signes" ou "science des qualités secondes". La distinction, rendue possible, entre qualités premières (la masse, les dimensions, etc.) et qualités secondes (la couleur, l'odeur, etc.), va ouvrir un champ dans la connaissance des phénomènes. S'il est important de souligner, que dans la perspective de LOCKE, les qualités secondes n'appartiennent pas proprement au corps, mais naissent du contact entre l'objet et l'individu, il faut également rappeler que l'astronomie et la mécanique, en réduisant les corps à leur quantité de matière, à l'étendue et au mouvement, - conceptions cartésiennes - ne prennent aucunement en compte les qualités secondes. Or, à partir du moment où cette distinction a été spécifiée, une opposition a pu se développer entre les sciences des causes premières - l'astronomie, la mécanique rationnelle - et les autres sciences - la médecine, la chimie -, alors réduites à n'établir que des pronostics d'après les signes et les qualités secondes.

Comme le souligne le philosophe contemporain Michel BITBOL : *« C'était dans le champ de ces sciences dites "inférieures", de ces sciences des qualités secondaires, qu'allait se cristalliser la notion d'une opinion étayée par des signes d'où découle en partie le concept de probabilité. »*[798] Ainsi, les symptômes d'une maladie contagieuse, qui sont seconds par rapport aux causes premières supposées de l'épidémie, sont ainsi appelés des "signes de probabilité" par le médecin italien Jérôme FRACASTOR[799] dans un ouvrage sur la contagion. La prise en compte des signes et la reconnaissance des qualités secondes est donc l'occasion pour I. HACKING de souligner la dualité de la probabilité qui émerge vers 1660 : d'une part elle a à voir avec la théorie de la connaissance dans la mesure où elle est impliquée dans le processus de confirmation par des éléments d'évidence ; d'autre part, elle a à voir avec la statistique car elle porte sur la stabilité de certaines fréquences. *« L'ancienne probabilité médiévale était affaire d'opinion, et une opinion était probable, ou du moins attestée, si elle était approuvée par une autorité ancienne. De fait, ce concept médiéval a un rapport avec le nôtre, mais par un biais étonnant. On acceptait désormais un nouveau genre de témoignage, celui d'une Nature qui,*

[797] I. HACKING, *L'émergence de la probabilité*, *op. cit.*, 2002

[798] M. BITBOL, *La mécanique quantique comme théorie des probabilités généralisée*, in *Prédiction et probabilité dans les sciences*, Éditions Frontières, 1998, p.39

[799] J. FRACASTOR (ou FRACASTORO), *De contagio et contagiosis morbis*, 1546

comme toute autorité, devait être déchiffrée. Elle pouvait désormais apporter des éléments d'évidence, non pas, comme on pourrait le croire, d'une manière nouvelle, mais bien dans l'esprit de la procédure ancienne de lecture de l'autorité. Une proposition était désormais probable, au sens où nous l'entendons, si elle était étayée par des éléments d'évidence ; mais, à l'époque, elle demeurait néanmoins probable au vu du soutien émanant de la plus haute autorité. Dire que quelque chose était probable demeurait une invitation à réciter une autorité. Mais, puisque l'autorité était fondée sur des signes naturels, l'usage faisait que cette chose relevait seulement du genre "à croire le plus souvent". La probabilité était assignée par ce que nous appellerions aujourd'hui des régularités et des fréquences. Ainsi, le rapport établissant la probabilité, à savoir le témoignage, avec ses fréquences stables, est une conséquence de la façon dont vint au monde ce nouveau concept : l'évidence factuelle intérieure. »[800] Pour Ian HACKING, le signe, entendu comme élément d'évidence, devenait la règle dans tous les domaines de la vie et indiquait la probabilité.

Section VI. Création du concept de probabilité mathématique et développement du calcul des probabilités aux XVIII^{e} et XIX^{e} siècles

De 1708 à 1718 sont publiés les livres de Pierre Rémond DE MONTMORT[801] (à Paris, en français : 1708), de Jakob[802] BERNOULLI[803] (à Bâle, en latin : 1713), d'Abraham DE MOIVRE[804], (à Londres, en anglais : 1718). Ces trois ouvrages ont en commun de traiter du calcul des "chances" ou calcul des "cas" dans les jeux de hasard. Le livre de Pierre Rémond DE MONTMORT, *Essai d'analyse sur les jeux de hasard*, apporte un certain nombre de précisions théoriques ainsi que des solutions techniques à des problèmes extraits de situations issues des jeux de hasard. Quant au livre d'Abraham DE MOIVRE, sur lequel nous reviendrons plus loin, il est le développement d'une première version parue en latin dans les *Philosophical Transactions* en 1711. Pour Norbert MEUSNIER, *« cette période de 1708 à 1718 peut ainsi être considérée comme celle de la diffusion, élargie potentiellement à l'ensemble de la communauté savante de l'Europe, des premiers éléments de la conquête d'un nouveau territoire de la Raison par les mathématiques. »*[805]

---

[800] I. HACKING, *L'émergence de la probabilité*, *op. cit.*
[801] - 1678-1719 -
[802] - souvent traduit par James par les anglophones et par Jacques par les francophones -
[803] - 1654-1705 -
[804] - 1667-1754 -
[805] N. MEUSNIER, *L'émergence d'une mathématique du probable au XVII^{e} siècle*, *op. cit.*, p.122

§.1. Probabilité quantitative et logique du probable : l'œuvre de Jakob BERNOULLI. Estimation de la probabilité au moyen de fréquences observées

Dans le prolongement du projet formulé en 1660 par ARNAULD et NICOLE dans la quatrième partie de la *Logique de Port-Royal*[806], le début du XVIII^{e} siècle voit la rencontre d'un certain nombre de réflexions issues de la restauration de la notion de probabilité qualitative telle qu'elle a été problématisée par les philosophes grecs de la Nouvelle Académie[807], du développement de la "science des qualités secondes", de la prise en considération du nombre de cas favorables et défavorables à la réalisation d'un événement donné, et du calcul de la valeur de l'espérance dans une situation d'incertitude. Cette rencontre va trouver, dans la démonstration par Jakob BERNOULLI du théorème appelé aujourd'hui "théorème de BERNOULLI", l'événement fondateur de ce nouveau probabilisme quantitatif dont *Ars conjectandi* est le manifeste synthétique et explicite.

Au début du XVIII^{e} siècle, l'essor de la science et de la recherche d'une explication rationnelle du monde doit encore composer avec les conceptions théologiques qui nient le hasard. Dans ce contexte, l'incertitude est conçue comme étant liée à un défaut de l'entendement humain : elle ne réside pas dans les choses mêmes mais dans la connaissance de ces choses. Ainsi, *« étant donné la position du dé, sa vitesse et la distance de la table, au moment où il quitte la main du joueur, le dé ne peut tomber autrement qu'il ne tombe en réalité : cela est tout à fait certain ; de même étant donné la composition présente de l'air, et étant donné la masse des vents, des vapeurs et des nuages, leur position, mouvement, direction, vitesse et les lois du mécanisme selon lesquelles tous ces éléments réagissent les uns sur les autres, le temps du lendemain ne peut être autre que ce qu'il sera en réalité. »*[808] L'existence d'une nécessité universelle amène Jakob BERNOULLI à l'expression d'une pensée qui est souvent qualifiée de "déterministe" bien que le terme soit ici anachronique : *« Tout ce qui bénéficie sous le soleil de l'être ou du devenir, passé, présent ou futur, possède toujours en soi et objectivement une certitude totale. C'est évident du présent et du passé : ce qui est ou a été ne peut pas ne pas être ou avoir été. Sur le futur il n'y a pas à discuter ; cependant ce n'est pas par la nécessité de quelque destin qu'il ne peut pas ne pas advenir, mais en raison soit de la prescience soit de la prédétermination divine ; car si n'arrivait pas avec certitude tout ce qui est futur, on ne voit pas comment le Créateur suprême pourrait conserver entière la*

[806] *« Le principal usage qu'on doit en tirer, est de nous rendre plus raisonnables dans nos espérances & dans nos craintes. »* A. ARNAULD et P. NICOLE, *La logique de Port-Royal ou l'Art de penser*, *op. cit.*, p.429

[807] - ARCÉSILAS et CARNÉADE -

[808] J. BERNOULLI, *Ars conjectandi*, *op. cit.*, p.18

gloire de son omniscience et de son omnipotence. »[809] Après avoir rappelé que le calcul de la valeur de l'espérance a été élaboré et développé grâce aux jeux de hasard *« que leurs premiers inventeurs ont pris soin d'organiser en vue de se ménager l'équité, de telle sorte que fussent assurés et connus les nombres de cas qui doivent entraîner le gain ou la perte, et de telle sorte que tous ces cas puissent arriver avec une égale facilité »*[810], Jakob BERNOULLI envisage d'étendre l'application de ce calcul à des domaines dans lesquels nous n'avons pas de certitude. Pour cela, il faut premièrement que les questions de jeux de hasard soient considérées comme de simples cas particuliers d'opinions ou de conjectures, et deuxièmement que l'on puisse appliquer le calcul de la valeur de l'espérance à toute conjecture. Il faut donc que toute opinion ait une valeur au sens propre du terme, que toute opinion puisse ainsi faire l'objet d'un pari équitable. Tout revient donc, pour toute conjecture, à déterminer la force de ce qui la prouve : sa valeur. Ce qui est incertain, nous le conjecturons, c'est-à-dire que nous mesurons sa probabilité définie comme "un degré de la certitude". *« Les probabilités, sont estimées d'après le nombre et aussi le poids des arguments qui de quelque manière prouvent ou révèlent que quelque chose est, sera, ou a été. En outre par le poids, j'entends la force de ce qui prouve. »*[811] Étudions ces deux conditions en remarquant d'une part, que la méthode d'évaluation de la valeur de l'espérance permet d'estimer la probabilité de la conjecture dans le cas d'un jeu de dés et d'autre part que le jeu de dés, éventuellement généralisé au tirage avec remise d'une boule dans une urne, sert de modèle pour étendre la méthode au calcul des probabilités des conjectures en général.

- 1°) Les questions de jeux de hasard doivent être considérées comme des cas particuliers d'opinions ou de conjectures : ainsi, pour un joueur de dés, si l'argument de la victoire est d'obtenir sept points avec deux dés, la conjecture est alors le fait de gagner. En estimer la probabilité, c'est calculer le poids de l'argument : dans cette situation, il y a six cas[812] dans lesquels l'argument existe et donc prouve la conjecture et trente cas dans lesquels l'argument n'existe pas et donc ne prouve rien de la conjecture.

- 2°) L'autre problème est celui de l'estimation des cas dans les situations où, à la différence de celles des jeux de hasard, ces cas ne peuvent être déterminés *a priori*. Dans ces situations, *« ce qu'il n'est pas donné d'obtenir a priori l'est du moins a posteriori, c'est-à-dire qu'il sera possible de l'extraire en observant l'issue de nombreux exemples semblables ; car on doit présumer que, par la suite, chaque fait peut arriver dans le même nombre de cas qu'il avait été constaté auparavant,*

[809] J. BERNOULLI, *Ars conjectandi*, *op. cit.*, p.14-16
[810] J. BERNOULLI, *Ars conjectandi*, *op. cit.*, p.40
[811] J. BERNOULLI, *Ars conjectandi*, *op. cit.*, p.22
[812] - (6, 1) ; (5, 2) ; (4, 3) ; (3, 4) ; (2, 5) ; (1, 6) -

dans un état de choses semblables, qu'il arrivait ou n'arrivait pas. »[813] Pour arriver à ses fins, Jakob BERNOULLI se donne les moyens théoriques de quantifier la connaissance que l'on peut obtenir avec un modèle de dés généralisé, c'est-à-dire avec une urne contenant des boules blanches et des boules noires selon un rapport donné et effectue plusieurs tirages, avec remise, d'une pierre dans cette urne. *« Je suppose que, dans une urne, à ton insu soient placées trois mille pierres blanches et deux mille pierres noires ; je suppose que pour connaître leurs nombres par expérience tu tires une pierre après l'autre (en replaçant cependant chaque fois la pierre que tu as tirée avant de choisir la suivante, pour que le nombre de pierres ne diminue pas dans l'urne) ; tu observes combien de fois sort une pierre blanche et combien de fois une noire. On demande si tu peux le faire tant de fois qu'il devienne dix fois, cent fois, mille fois, etc. plus probable (c'est-à-dire qu'il devienne moralement certain) que le nombre de fois où tu choisis une pierre blanche et le nombre de fois où tu choisis une pierre noire soient dans ce même rapport sesquialtère où se complaisaient à être entre eux les nombres de pierre ou de cas, plutôt que dans tout autre rapport différent de celui-ci. Car si cela ne se produisait pas, j'avoue que c'en serait fait de notre effort pour rechercher expérimentalement le nombre de cas. Mais si nous l'obtenons et si nous acquérons enfin par ce moyen la certitude morale* […]*, nous aurons trouvé a posteriori les nombres de cas presque <u>comme s'ils nous étaient connus a priori.</u> »*[814] Ainsi les cas *a priori* étant connus, les cas observés *a posteriori* fournissent une estimation de la proportion des cas *a priori*. Dans le langage mathématique contemporain, la fréquence observée fournit une estimation objective de la probabilité subjective. Reste la question fondamentale : quelle confiance accorder à cette estimation ? *« Il reste assurément à chercher si, en augmentant ainsi le nombre des observations, nous augmentons continuellement la probabilité d'atteindre le rapport réel entre les nombres de cas qui font qu'un événement peut arriver et le nombre de ceux qui font qu'il ne peut arriver, de sorte que cette probabilité dépasse enfin un degré quelconque de certitude ; ou si le Problème, pour ainsi dire, a son Asymptote, c'est-à-dire s'il existe un certain degré de certitude qu'il n'est jamais possible de dépasser, de quelque manière qu'on multiplie les observations, d'avoir découvert le vrai rapport des cas.* [...] *Mais pour que cela ne soit pas compris autrement qu'il ne convient, il faut bien noter ce qui suit. Je voudrais que le rapport entre les nombres de cas que nous entreprenons de déterminer expérimentalement ne fût pas pris de façon nette et sans partage (Car ainsi c'est tout le contraire qui arriverait et il deviendrait d'autant moins probable de découvrir le vrai rapport qu'on*

[813] J. BERNOULLI, *Ars conjectandi*, *op. cit.*, p.42
[814] J. BERNOULLI, *Ars conjectandi*, *op. cit.*, p.46

ferait de plus nombreuses observations), mais je voudrais que le rapport fût admis avec une certaine latitude, c'est-à-dire compris entre une paire de limites, pouvant être prises aussi rapprochées qu'on voudra. »[815] Ainsi la fréquence observée est-elle "à peu près" le rapport des cas cherchés. C'est en fait l'étude de cet "à peu près" qu'entreprend Jakob BERNOULLI par des méthodes combinatoires. Il établit par une démonstration assez rigoureuse le fondement théorique de la théorie mathématique des probabilités sur le modèle de l'urne : ce que nous considérons maintenant comme un cas particulier de la "loi faible des grands nombres"[816], c'est-à-dire la convergence en probabilité de la fréquence d'un événement vers sa probabilité[817]. Notons que l'utilisation du théorème de J. BERNOULLI doit théoriquement s'accompagner d'une estimation des risques pris chaque fois qu'une probabilité est évaluée au moyen de fréquences observées. *« Assurément, dans la pratique de la vie civile, où le moralement certain est tenu pour absolument certain,* [...] *cela suffit largement pour régler nos conjectures, dans n'importe quel domaine qui se présente, non moins scientifiquement que dans les jeux de hasard. »*[818] "Cela suffit largement"… Faut-il encore pouvoir le faire et évaluer la confiance accordée à

---

[815] J. BERNOULLI, *Ars conjectandi*, *op. cit.*, p.44-46

[816] L'expression "loi des grands nombres" pour désigner le théorème obtenu par Jakob BERNOULLI est utilisée pour la première fois par Siméon Denis POISSON en 1835. Il convient cependant de parler ici de "loi faible des grands nombres" dans la mesure où Emile BOREL introduit en 1909 le concept de convergence presque sûre et énonce ainsi une loi plus "forte". -

[817] La loi faible des grands nombres énonce que lors de la répétition n fois d'une même expérience aléatoire comportant deux issues (une issue dite "succès" de probabilité p ou une issue dite "échec" de probabilité $1 - p$), la probabilité que la fréquence f_n des succès s'écarte de p de plus d'un nombre ε donné, est aussi petite que l'on veut pourvu que n soit assez grand : on dit que f_n converge en probabilité vers p. Dans le cas du lancer imaginaire d'une pièce de monnaie supposée parfaitement équilibrée, la loi faible des grands nombres assure que, plus le nombre de lancers est important, plus on a de chances que la fréquence d'apparition de pile soit proche de 1/2. Précisons que ce théorème permet de faire le lien entre la statistique et les probabilités : il justifie le fait d'estimer la probabilité p d'un événement par sa fréquence statistique F_n observée sur un grand nombre d'expériences. Remarquons, avec Alfred RÉNYI, qu'il n'y a nul "cercle vicieux" à estimer la probabilité d'un événement par sa fréquence relative : *« Lors de l'introduction du concept de probabilité, nous avons assigné une probabilité à des événements dont la fréquence relative, au cours d'une longue série d'épreuves, manifestait une certaine stabilité. Ce fait, la stabilité de la fréquence relative, vient d'être démontrée mathématiquement. Il est remarquable que la théorie rende possible une description précise de cette stabilité ; cela témoigne sans aucun doute en faveur de sa puissance. Il semblerait qu'il s'agisse alors d'un "cercle vicieux". Nous avons en effet défini la probabilité grâce à la stabilité de la fréquence relative, mais d'autre part la notion de probabilité intervient pour caractériser cette stabilité. En réalité, il s'agit pourtant de deux choses entièrement différentes. La "définition" de la probabilité comme valeur autour de laquelle oscille la fréquence relative n'est pas une définition mathématique mais une description du substrat concret du concept de probabilité. La loi des grands nombres de Bernoulli par contre est fondée sur la "définition mathématique" de la probabilité et par conséquent il n'y a là aucun cercle vicieux. »* A. RÉNYI, *Calcul des Probabilités*, édition J. Gabay, 1992, p.144

[818] J. BERNOULLI, *Ars conjectandi*, *op. cit.*, p.46

l'estimation empirique de la probabilité subjective inconnue mais postulée comme certaine par la probabilité objective connue mais incertaine… Si dans le cas du modèle de l'urne, J. BERNOULLI est arrivé à ses fins (démontrer que l'estimation est d'autant plus sûre que le nombre d'observations est plus grand et ainsi définir cette sûreté), le problème de la mesure de la confiance à accorder à cette estimation de la probabilité subjective par la probabilité objective reste entier. On peut se demander en effet comment des observations sur des cas particuliers toujours différents (comme la durée de vie des personnes) peuvent être considérées comme des observations particulières d'une expérience renouvelée dans des conditions toujours identiques et cela afin de pouvoir utiliser le modèle de l'urne. On peut enfin se demander comment il est possible de faire pratiquement de telles observations, précisément en dehors du modèle de l'urne…

§.2. Le calcul approché des "probabilités binomiales" : la contribution d'Abraham DE MOIVRE

« (Thus we have seen) that the principal contributions to our subject from De Moivre are his investigations respecting the Duration of Play, his Theory of Recurring Series, and his extension of the value of Bernoulli's Theorem by the aid of Stirling's Theorem. Our obligations to De Moivre would have been still greater if he had not concealed the demonstrations of the important results which we have noticed in Art. 306 ; but it will be not doubted that the theory of Probability owes more to him than to any other mathematician, with the sole exception of Laplace. »[819]

Il faut insister, dans la première moitié du XVIIIe siècle, sur le rôle essentiel d'Abraham DE MOIVRE, mathématicien d'origine française, émigré en Angleterre avec sa famille après la révocation de l'édit de Nantes en 1685, même si, comme le déplore I. TODHUNTER, il n'a pas rendu public un nombre important de ses travaux, notamment ses démonstrations. Dans son ouvrage *Doctrine of chances*[820], DE MOIVRE expose notamment une méthode permettant d'obtenir, par des calculs approchés, certaines valeurs des "probabilités binomiales" que J. BERNOULLI, ne pouvait, avec les outils de calcul qu'il avait à sa disposition, évaluer avec précision, ce qui l'obligeait à des simplifications grossières. C'est en utilisant et en précisant la formule de STIRLING, qui donne une approximation du nombre "factorielle n" (notée n !), nombre intervenant notamment dans le calcul des "probabilités binomiales", que DE MOIVRE réussit

[819] I. TODHUNTER, *A history of the mathematical theory of probability from the time of Pascal to that of Laplace*, Chelsea publishing company, Bronx, New York, first edition, Cambridge, 1865, textually unaltered reprint, New York, 1965, p.193
[820] - 1ère édition en 1718 -

à perfectionner les outils et les résultats élaborés par J. BERNOULLI. Reformulée en langage contemporain, dans un vocabulaire authentiquement anachronique (notamment lors de la mobilisation des concepts de "loi de probabilité", de "variable aléatoire", de "variable discrète" ou "continue"), la démonstration par DE MOIVRE du théorème relatif à l'approximation de la "loi de la variable discrète binomiale" par une "loi de probabilité continue", annonce celle que LAPLACE réussira à mener à son terme quelques années plus tard, mettant ainsi en évidence la "loi des erreurs"[821]. À partir des résultats obtenus par Abraham DE MOIVRE, il devint possible d'estimer, au vu d'un grand nombre d'observations, la probabilité d'un événement et de construire ainsi les premiers "modèles probabilistes" des phénomènes expérimentaux.

§.3. La probabilité inverse ou la probabilité des causes selon Thomas BAYES : "l'évaluation d'évaluations" comme nouvelle forme de rationalité pratique

Les travaux[822] du théologien protestant Thomas BAYES[823], relatives à l'estimation des probabilités des événements naturels, s'inscrivent naturellement dans le prolongement de ceux de Jakob BERNOULLI et d'Abraham DE MOIVRE - auprès duquel il travailla - tout en s'en distinguant par une inversion de problématique, inversion soulignée dans l'expression de "probabilité inverse" attachée à ses travaux. En effet, alors que les résultats de Jakob BERNOULLI et d'Abraham DE MOIVRE permettent de déduire d'une "cause connue" (par exemple, la composition d'une urne) des effets attendus, inversement la contribution de Thomas BAYES a pour objet de "dire quelque chose" sur des "causes inconnues" à partir d'événements observés. T. BAYES élabore une méthode consistant à prendre en compte une information incomplète relative à des événements antérieurs afin d'estimer une "probabilité des causes" permettant d'orienter une décision : la connaissance en probabilité a ici un sens explicitement pratique. Cette inversion de problématique apparaît dès son questionnement initial lorsqu'il cherche à évaluer la "chance" que la "probabilité" d'un événement soit comprise entre deux bornes fixées à l'avance : *« Étant donné le nombre de fois qu'un événement inconnu s'est réalisé ou a fait défaut, on demande la chance que la probabilité de sa réalisation lors d'une seule épreuve soit comprise entre (quelques) deux degrés que l'on puisse assigner. »*[824] Alain DESROSIÈRES souligne que dans ce texte, le mot "chance" est

---

[821] L'expression "loi normale", sous laquelle elle est aujourd'hui connue, sera introduite par Karl PEARSON à la fin du XIX^{e} siècle.
[822] "*An Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances*", texte publié par R. PRICE en 1763, complété en 1765, Philosophical Transactions of the Royal Society of London.
[823] - 1702-1761 -
[824] T. BAYES, *Essai en vue de résoudre un problème de la doctrine des chances*, traduction de J.P. CLERO, Cahier d'histoire et de philosophie des sciences, Société française d'histoire des sciences et des techniques n°18, 1988, p.27

employé comme "raison de croire" en vue d'une décision alors que le mot "probabilité" a un sens objectif : on retrouve ici une des dualités de l'outil probabiliste, à la fois épistémique et fréquentiste. Pour T. BAYES, la probabilité d'un événement est en effet semblable à une mesure physique dont la valeur est comprise entre 0 et 1 : il lui apparaît alors naturel de supposer que toutes les valeurs de cette probabilité sont *a priori* également probables, c'est-à-dire qu'il postule *a priori* la répartition uniforme des valeurs possibles quitte à la réajuster *a posteriori*. T. BAYES introduit ainsi deux types de probabilité car si la probabilité dont l'estimation est recherchée est objective, la probabilité posée *a priori* est subjective. Bernard BRU[825] remarque qu'à l'époque de BAYES, le glissement de l'objectif au subjectif, bien qu'aperçu par CONDORCET, s'est opéré en douceur, et LAPLACE notamment aura manié les deux types de probabilités sans crise de conscience particulière[826]. Les formalisations bayésiennes visent ainsi à estimer des "raisons de croire", compte-tenu d'expériences préalables, en vue d'évaluer une situation concrète et afin de prendre une décision d'autant plus délicate que la simple intuition est le plus souvent incapable de servir de guide. Ainsi lorsqu'un médecin dispose de la connaissance de peu de cas lui permettant de lier la présence d'un certain nombre de symptômes à la survenue d'une maladie donnée, il peut être tenté d'étendre le rapport du nombre de fois où cette liaison a eu lieu, au nombre de fois où elle n'a pas eu lieu, du moins à sa connaissance, et à l'ensemble plus vaste des cas qu'il n'a pas directement expérimentés. Or, pour T. BAYES, cette tentation est problématique et un médecin qui y cèderait aurait de fortes "chances" de se tromper.

La réalité bayésienne n'est pas celle d'une Nature dont Dieu serait l'auteur, elle est au contraire fortement anthropologisée : le sujet bayésien suppute des probabilités, se donne une marge de manœuvre à l'égard d'événements et calcule les "chances" d'avoir raison de faire cette supputation. Le principe de réalité est ici moins celui de la pression des phénomènes sur le sujet que l'évaluation d'une conjecture en vue de faire un choix et de prendre une décision. Mais alors que la structure newtonienne, qui conduit aux lois, est composée de phénomènes, d'un auteur divin qui dicte les lois des choses, d'une activité d'induction et de mise en forme mathématique qui rejoint idéalement ces lois en reconstruisant schématiquement l'intermédiaire des phénomènes ainsi que leur édiction, la structure bayésienne est toute différente : elle est composée des phénomènes, d'une annonce d'espérance à leur égard, et d'une évaluation subjective de cette annonce d'espérance. Dès lors, si la nécessité des lois est profondément théologique chez NEWTON, quand bien même elle requiert d'être exprimée et rejointe par la nécessité de la déduction mathématique, la

[825] B. BRU, *Petite histoire du calcul des probabilités*, Bulletin de l'APMEP, n°41, 1981
[826] Soulignons que le problème de la détermination de la probabilité des causes par les effets observés sera repris par LAPLACE qui énoncera, de façon définitive, "la règle de Bayes".

nécessité bayésienne est strictement mathématique et sous-tend l'explication et la déduction de règles sans jamais permettre d'établir la nécessité ontologique des lois. Pour BAYES, si les projets rencontrent des résistances qui en limitent la portée, ce n'est pas en raison de quelque transcendance divine, mais en raison de résistances internes produites à l'occasion de la prise en compte mathématique de possibles résistances qui viennent peser et contre-peser l'appréhension des phénomènes. La principale conséquence de cette conception du rapport à la règle et à la loi chez BAYES est que, à la différence de NEWTON, il n'est jamais possible de s'assurer par la règle de la constance des lois. Aucune récurrence d'événements n'est jamais assurée, aucune loi n'a et n'aura la parfaite garantie de sa constance, fût-elle confirmée dans sa stabilité événement après événement : même au sujet de la succession des jours et des nuits, il n'est de loi que probable.

L'intérêt de la réflexion utilitariste pour la règle de BAYES et l'usage, par l'utilitarisme, de cette règle, font que ressort particulièrement en elle l'articulation du théorique et du pratique : les jugements théoriques n'ont de sens que solidaires d'une pratique à la fois parce que cette règle est orientée vers la pratique et parce qu'elle est immédiatement soumise à une pression pratique. La règle de BAYES apparaît ainsi comme une instance de transformation d'une pratique en une autre : elle permet d'évaluer "le degré de confiance" qu'un sujet peut avoir lorsqu'il mise sur la production de tel ou tel événement. Historiquement cette règle apparaît liée à l'existence d'un schème, lequel pourrait avoir un fondement juridique et utilitariste qui serait celui d'un "trust"[827], c'est-à-dire d'une sorte de "contrat de confiance". Pour T. BAYES, le "vrai" ne peut advenir que s'il existe un intérêt et une espérance relatifs à son avènement. C'est en ce sens que la règle bayésienne, autant par elle-même que par ses usages, et à condition que l'intérêt se laisse quantifier, s'inscrit dans des formes de relations sociales tramées par la logique utilitariste. Par ailleurs, et sur un autre plan, il se démarque ici du schéma réaliste pascalien qui porte sur un état réel du jeu. Dans le modèle bayésien, la réalité de ce qui est connu de la situation ne donne lieu qu'à des supputations élaborées éventuellement dans un contexte d'intersubjectivité, la principale caractéristique de la rationalité bayésienne consistant en l'existence d'un double niveau de conceptualisation : elle est évaluation (objective) d'évaluations (subjectives).

[827] Rappelons qu'un "trust" est une structure qui permet à une personne, qui ne peut, pour des raisons diverses, gérer ses biens, de confier leur gestion à une personne habilitée qui s'engage à les gérer au mieux des intérêts du bénéficiaire.

§.4. Georges BUFFON[828] : l'énoncé d'un principe pragmatique relatif à la notion de probabilité négligeable

Georges BUFFON, philosophe, géologue et naturaliste, encyclopédiste, a dirigé la rédaction d'une importante *Histoire naturelle*[829]. Son ouvrage *Essai d'arithmétique morale*, est publié en 1777 dans le *Supplément à l'Histoire naturelle*. BUFFON s'est intéressé à la description probabiliste des sociétés humaines (mortalité, natalité, mariages) et a notamment publié les tables de mortalité de Dupré DE SAINT MAUR en 1749. Passionné par le calcul des probabilités, il traite notamment le problème de "franc carreau"[830] et celui dit de "l'aiguille sur des lattes de parquet" qui fit sa célébrité. Le jeu consiste à jeter une baguette sur un parquet divisé par des joints parallèles et à parier soit qu'elle croisera quelques-une de ces parallèles, soit qu'elle n'en croisera aucune. Pour que ce jeu soit équitable, il est nécessaire de déterminer la taille de la baguette ou comme le fait BUFFON, de déterminer le rapport entre la longueur de l'aiguille et la largeur des lattes[831]. Par ailleurs, BUFFON a cherché à élaborer des critères afin de savoir à quel moment il fallait considérer, d'un point de vue physique, qu'un événement était impossible. Dans l'*Essai d'arithmétique morale*, il indique un certain nombre de règles relatives à la mesure des choses incertaines, afin d'estimer "ce qu'il est possible d'espérer et ce qu'il est légitime de craindre". Pour cela, BUFFON distingue, à côté de la certitude physique, une certitude simplement morale, c'est-à-dire suffisante pour la pratique. Afin d'estimer la valeur de cette certitude morale, il entreprend de déterminer le seuil à partir duquel un risque peut être posé comme négligeable. Pour évaluer numériquement ce risque, BUFFON prend l'exemple de la mort d'un homme d'âge mûr et en bonne santé dans les vingt-quatre heures, dont il fixe la probabilité à environ 1/10000 en s'appuyant sur les données des tables de mortalité. Il en conclut que toute probabilité égale ou plus petite doit être considérée comme nulle et que toute crainte (et, de manière symétrique, que toute espérance) qui se trouve inférieure à 1/10000 ne doit pas nous préoccuper. Pour Thierry MARTIN[832] il s'agit là d'un principe pragmatique par lequel, pour répondre à des nécessités pratiques, est posée comme négligeable la probabilité

[828] - 1707-1788 -

[829] - 36 volumes publiés de 1749 à 1804 -

[830] On jette un écu au-dessus d'un pavage et les joueurs parient sur son point de chute : tombera-t-il sur un seul carreau (à franc-carreau), sur un joint ou encore sur deux, trois ou quatre joints ?

[831] M. Le Comte de BUFFON, *Essai d'arithmétique morale, Supplément à l'histoire naturelle*, Tome septième, *Histoire naturelle générale et particulière servant de suite à l'histoire naturelle de l'homme*, Paris, Imprimerie Royale, MDCCLXXVIII, p.147-152

[832] T. MARTIN, "*Probabilité et certitude*", in *Probabilités subjectives et rationalité de l'action*, CNRS Éditions, 2003, pp. 119-134

suffisamment faible d'un événement dont on sait qu'il peut cependant se réaliser.

§.5. La mise en doute de l'usage des "espérances" pour rationaliser les décisions humaines

§.5.1. La mise en question des notions d'"espérance" et de "raisonnable"

L'explicitation de la distinction entre les deux types de probabilité (probabilité subjective/probabilité objective), si elle n'est pas encore effective au XVIII^{e} siècle, est cependant préparée par un certain nombre de débats à l'occasion desquels sont émis des doutes sur le caractère raisonnable de comportements qui seraient dictés par le calcul de la valeur de l'espérance tel qu'il a été élaboré par C. HUYGENS. Le paradoxe de Saint-Pétersbourg proposé en 1713 par Nicolas BERNOULLI est un exemple célèbre : *« Pierre joue contre Paul à "croix ou pile" à cette condition que si Pierre amène croix du premier coup, il payera un écu à Paul ; s'il n'amène croix qu'au deuxième coup, deux écus ; si, au troisième coup, quatre ; et ainsi de suite : c'est-à-dire, au coup de numéro n, 2^{n-1} écus, le jeu cessant après le don. »* Quelle somme doit placer Paul en échange de ce jeu ? Le problème de l'équité, définie par l'égalité des espérances des deux joueurs, dominant les travaux des fondateurs du calcul des probabilités, il est apparu nécessaire, pour répondre à cette question, d'évaluer l'espérance de gain de ce jeu de hasard. L'espérance du gain de Pierre est égale à la somme, pour chacun des cas envisageables, du gain espéré multiplié par sa probabilité. Comme le jeu peut durer aussi longtemps que "croix" ne sort pas, cette espérance $E(G)$ est égale à :

$$E(G) = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right) + 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \ldots + 2^{n-1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n + \ldots$$

c'est-à-dire à $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+ \ldots +\frac{1}{2}+ \ldots$: elle est donc infinie.

L'espérance du gain étant infinie, Paul aurait intérêt, selon la théorie, à placer n'importe quelle somme en échange de ce jeu puisque le gain espéré en probabilité est toujours supérieur à cette somme. Or le "bon sens", qui montre que personne ne miserait plus que quelques écus à ce jeu, va à l'encontre de la théorie et trouble fortement les savants. Le débat suscité par cette question est alors très vif, notamment entre Daniel BERNOULLI[833] et Jean D'ALEMBERT et entre les cousins BERNOULLI : Nicolas et Daniel. Fidèle à ses scrupules en matière d'abstraction (réserves que nous avons déjà évoquées à l'occasion de l'évaluation de la probabilité comme rapport du nombre de cas favorables au

[833] - 1700-1782-

nombre de cas possibles)[834], D'ALEMBERT conteste le sens attribué au résultat du calcul d'une espérance de gain et conteste également la possibilité que ce résultat puisse inférer des généralisations abusives. *« Je demande s'il faut aller chercher bien loin la raison de ce paradoxe, et s'il ne saute pas aux yeux que cette prétendue somme infinie due par Paul au commencement du jeu, n'est infinie en apparence, que parce qu'elle est appuyée sur une supposition fausse ; savoir sur la supposition que (croix) peut n'arriver jamais, et que le jeu peut durer éternellement ? Il est pourtant vrai, et même évident, que cette supposition est possible dans la rigueur mathématique. Ce n'est donc que physiquement parlant qu'elle est fausse. Il est donc faux, physiquement parlant que (croix) puisse n'arriver jamais. Il est donc impossible, physiquement parlant, que (pile) arrive une infinité de fois de suite.* […] *Mais je vais plus loin, et je demande par quelle raison (pile) ne saurait arriver une infinité de fois de suite, physiquement parlant. On ne peut en donner que la raison suivante : c'est qu'il n'est pas dans la nature qu'un effet soit toujours et constamment le même, comme il n'est pas dans la nature que tous les hommes et tous les arbres se ressemblent. »*[835] En 1738, dans un texte publié par l'Académie de Saint-Pétersbourg, Daniel BERNOULLI expose une solution à ce problème en développant la théorie de l'"espérance morale" (définie comme quotient de l'espérance de gain par la fortune disponible) : les joueurs ne s'intéressent pas à l'espérance de gain monétaire mais à une "espérance morale" qui augmente moins vite que le gain. Dans ce cadre, le joueur prend en compte l'utilité espérée du gain : à mesure que le gain augmente, l'utilité[836] continue d'augmenter mais plus lentement[837]. Au sens de la théorie économique, l'utilité marginale est décroissante. Pour Patrick PERETTI-WATEL, *« le paradoxe de Saint-Pétersbourg illustre l'incomplétude d'un modèle de prise de décision fondé sur le seul calcul probabiliste. Pour le résoudre, Daniel Bernoulli suppose que le joueur ne se contente pas de calculer l'espérance mathématique du gain : il la déforme, il l'infléchit, et révèle ainsi son aversion pour le risque. »*[838] Sans trop entrer dans le détail de ces débats - étudiés finement, notamment par Gérard JORLAND[839], Lorraine DASTON[840],

---

834 - *cf.* Volume 1, Première partie, Chapitre 5 -

835 J. D'ALEMBERT, texte publié en 1768, cité par E. BRIAN, in *La mesure de l'Etat, Administrateurs et géomètres au XVIII^e^ siècle*, *op. cit.*, p.99

836 - image abstraite de la valeur -

837 Notons que le remplacement, par D. BERNOULLI, de la notion d'espérance de gain par le principe de l'utilité espérée (rationalisation des choix des individus en univers incertain par la maximisation de l'espérance d'une fonction de la richesse nette) préfigure l'axiomatisation de ce principe par J. VON NEUMANN et O. MORGENSTERN au XX^e^ siècle.

838 P. PERETTI-WATEL, *Sociologie du risque*, éditions A. Colin, 2000, p.101

839 G. JORLAND, *The Saint Petersburg Paradox (1713-1337)*, in L. KRÜGER, L. DASTON, L. HEIDELBERG, *The probabilistic Revolution*, tome 1, The Mit Presse, Cambridge MA USA, 1ère edition 1987, p.157-190

840 L. DASTON, *D'Alembert's critique of probability theory*, in *Historia mathematica*, 1979, n°6, (3), 1979, p.259-279

Michel PATY[841] - évoquons simplement le fait que pour Nicolas BERNOULLI, un calcul classique de l'espérance de gain ne peut être que le fait d'un juge désintéressé ignorant les caractéristiques individuelles du joueur alors que pour Daniel BERNOULLI, il s'agit moins d'un problème d'équité que de "prudence". Alors que Nicolas, professeur de droit romain et mathématicien, objecte que l'espérance morale n'évalue pas les espoirs de chaque joueur conformément à l'égalité et à la justice, Daniel, empruntant ses exemples au monde des affaires et du commerce, soutient que sa définition s'accorde parfaitement avec l'expérience. Alors que Nicolas défend le sens de l'équité qui structure les contrats aléatoires, Daniel défend le sens de la prudence commerciale, de la juste mesure, de la sagesse pratique : on reconnaît ici la notion de *phronèsis*, disposition pratique concernant la règle du choix, telle qu'elle a été définie par ARISTOTE. Dans cette perspective, l'homme raisonnable est moins le juge désintéressé que le marchand avisé caractéristique d'un capitalisme commercial en plein développement. Ainsi ce qui est en question entre les cousins BERNOULLI n'est pas tant de savoir si l'espérance doit être le modèle du raisonnable, mais en quoi consiste exactement le "raisonnable". La disposition des probabilistes classiques à "arranger" des définitions aussi fondamentales que celle d'espérance afin de préciser les nuances du "bon sens" prouve leur engagement dans la tentative de qualification et de quantification du raisonnable. Ce problème trouve également un prolongement dans celui posé par le glissement d'énoncés initialement descriptifs (« ceci est comme cela ») vers des énoncés prescriptifs (« il faut faire cela »). Le calcul "classique" des probabilités, qui s'élabore à cette époque, apparaît en effet à la fois comme une description et une prescription du raisonnable. À cet égard, le débat entre Daniel BERNOULLI et Jean D'ALEMBERT sur l'inoculation de la variole est révélateur de cette tension.

§.5.2. La querelle de l'inoculation au début du XVIII^{e} siècle : décrire ou prescrire ?

Dans quelle mesure, la prise de décision en situation d'incertitude se fait-elle en fonction de l'intérêt individuel ou de l'intérêt général ? Peut-on, à partir d'énoncés descriptifs, formuler des énoncés prescriptifs ? Il est intéressant d'étudier comment de tels questionnements ont pu émerger au XVIII^{e} siècle à l'occasion du problème de l'inoculation ainsi que les conséquences qu'ils ont générées.

L'inoculation, c'est-à-dire la transmission artificielle de la variole à un sujet sain pour le rendre résistant à cette maladie, suscite un débat entre les élites

[841] M. PATY, *D'Alembert et le calcul des probabilités*, in R. RASHED, *Sciences à l'époque de la Révolution Française, Recherches historiques, Travaux de l'équipe REHSEIS*, Paris, éditions Blanchard, 1988

aussi bien en Amérique, en Angleterre et en France. En effet, si l'inoculation permet de faire reculer la maladie de manière significative, comme l'attestent les résultats de sa pratique en Turquie, elle n'est pas sans risques : la probabilité que les inoculés meurent en l'espace d'un mois est alors d'environ cinq sur mille. Comme l'écrit Eric BRIAN, *« l'accepter, c'est à la fois se prémunir et tenter la mort. »*[842] En France, VOLTAIRE, la plupart des encyclopédistes et Daniel BERNOULLI militent pour l'inoculation. Le recourt au calcul des probabilités permet à Daniel BERNOULLI[843] de plaider en faveur de l'inoculation : il calcule que, malgré "quelques accidents fâcheux", "l'espérance de vie" est plus grande de plus de trois ans pour les personnes inoculées que pour les autres. Jean D'ALEMBERT exprime cependant des réserves : *« Si les avantages de l'inoculation ne sont pas de nature à être appréciés mathématiquement, il est néanmoins vraisemblable que ces avantages sont réels pour ceux qui la subiront avec les précautions convenables* […]. [*Ces*] *objections n'attaquent que les mathématiciens qui pourraient trop se presser de réduire cette matière en équations et formules. »*[844] Jean D'ALEMBERT dénonce ici ce qui lui apparaît comme une simplification dans l'argumentation mathématique de Daniel BERNOULLI et met en doute la capacité des calculs à convaincre adversaires et individus réticents, jugeant insuffisants ces calculs pour entraîner la décision dans la mesure où ils ne peuvent prendre en compte les motivations psychologiques qui déterminent la décision des individus lorsqu'ils sont confrontés au choix entre un faible risque immédiat et un grand risque à long terme. En 1908, Georges SOREL dans *Les illusions du progrès* analyse les positions respectives des deux savants en ces termes : *« D'Alembert se plaçait au point de vue individuel, tandis que Bernoulli raisonnait comme ferait un roi qui traiterait ses sujets comme les animaux d'un troupeau ; pour rendre le calcul tout à fait satisfaisant, il aurait même été bon de calculer la valeur du troupeau dans l'hypothèse de l'inoculation et dans l'hypothèse du statu quo. »*[845] Alain DESROSIÈRES, dans une forme plus euphémisée, voit à travers le problème de l'inoculation *« que le point de vue fréquentiste a partie liée avec une position macrosociale (L'État ou une collectivité), alors que la position épistémique est celle d'une personne ayant à décider pour elle-même. »*[846] Sommées de choisir entre un faible risque immédiat et un grand risque à long terme, de nombreuses personnes "raisonnables" préfèrent miser sur le long terme, mobilisant à cette

[842] E. BRIAN, *La mesure de l'État, Administrateurs et géomètres au XVIII*e *siècle*, *op. cit.*, p.109

[843] D. BERNOULLI, *Essai d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole, et des avantages de l'inoculation pour la prévenir*, in *Histoire et Mémoire de l'Académie Royale des Sciences*, 1760

[844] J. D'ALEMBERT, *Réflexions philosophiques et mathématiques sur l'application des probabilités à l'inoculation de la petite vérole*, *Œuvres*, vol. 1, éditions Belin, 1821, p.510

[845] G. SOREL, *Les illusions du progrès*, éditions M. Rivière, 1908, p.156

[846] A. DESROSIÈRES, *La politique des grands nombres, Histoire de la raison statistique*, éditions La Découverte/Poche, 2000, p.72

occasion ce que D'ALEMBERT appelle la "logique commune, mi-bonne, mi-mauvaise". Un des intérêts que soulève la querelle de l'inoculation[847] est précisément l'analyse de la tension ou plutôt de l'écart entre description et prescription : il apparaît une nouvelle fois que c'est précisément lorsqu'il y a écart entre deux manières de faire que se pose la question du pouvoir. Pour D'ALEMBERT, le calcul des probabilités doit se limiter à décrire les phénomènes et à proposer au public une information, ce qui l'amène à considérer comme légitime, cohérente et respectable (même s'il ne la partage pas) l'attitude de personnes qui refusent l'inoculation. Cette prise de position s'oppose en cela à la conception prescriptive de Daniel BERNOULLI, conception qui tend à imposer la domination du savoir probabiliste en utilisant les résultats qu'il permet d'obtenir à des fins de légitimation d'un certain nombre de pratiques : il s'agit ici de prescrire, au sens de la prescription médicale, l'inoculation. Cette tension entre "décrire l'état des choses" et "prescrire ce qu'il faut faire pour corriger cet état des choses" apparaît liée à la distinction qui commence à apparaître à cette époque, et qui n'avait pas encore été repérée notamment par Jakob BERNOULLI, entre les probabilités dites "objectives" liées à des états du monde (probabilités statistiques obtenues à l'issue d'enquêtes et d'observations scientifiques "sérieuses", ce qui semble ne pas avoir été le cas dans l'obtention des données dont disposait Daniel BERNOULLI) et les probabilités dites "subjectives" liées à des états d'esprit (quelle chance un sujet donné a-t-il d'être contaminé par un autre sujet contaminé, d'être contaminé par inoculation, d'échapper à la contamination, d'être protégé suite à l'inoculation ?). On se trouve de fait dans une problématique de type bayésienne dans laquelle il s'agit d'évaluer objectivement des probabilités subjectives : quelles sont les probabilités et quelles sont les espérances d'être sain et inoculé, d'être sain et non inoculé, d'être malade et inoculé, d'être malade et non inoculé ?

La tension entre description et prescription nous semble également être au cœur de la question de la diffusion et donc de l'enseignement du calcul des probabilités, question qui sera abordée dans le prochain chapitre. En effet, si la description des phénomènes physiques ou sociaux semble être la première étape indispensable, se pose ensuite un certain nombre de questions relatives aux prises de décision en situation d'incertitude. Au nom de quels intérêts ces prises de décision se font-elles ? Est-ce au nom de l'intérêt général démocratiquement défini ? De l'intérêt économique des entrepreneurs et des commerçants ? De l'intérêt individuel ? Quels sont les tenants et les aboutissants de prescriptions qui résultent de la science probabiliste ? Autant de questions, directement liées à celle du libre-arbitre, susceptibles d'être posées pour rendre raison de la forme d'enseignement de la science du probable. À l'analyse, il apparaît en effet que le

---

[847] Soulignons que le débat sur l'inoculation ressurgit le 10 mai 1774 lorsque Louis XV meurt de la variole.

calcul des probabilités est un outil rationnel qui permet à un certain nombre de personnes (les joueurs, les juges, les entrepreneurs, les marchands, les assureurs, etc.) de corriger leurs éventuelles pratiques (sous entendues “déviantes”) et d’adopter des attitudes plus cohérentes avec la morale en vigueur : en cela il participe de manière subtile à la moralisation des mœurs. En ce sens, les lois probabilistes, d’une certaine manière, sont des lois morales : elles exigent l’obéissance de la même façon que la démonstration mathématique force l’assentiment, par appel à la raison.

§.6. Etude des rapports entre différentes théories associationnistes (LOCKE, HUME, CONDILLAC) et les notions de probabilité objective et subjective

Les probabilistes classiques, notamment J. BERNOULLI qui s’est intéressé aussi bien aux probabilités statistiques de la démographie qu’aux probabilités épistémiques du témoignage, ont longtemps confondu deux sens distincts de la probabilité : les sens objectif et subjectif. Lorraine DASTON[848] explique cette confusion par la conviction qui habitait ces probabilistes que les degrés de croyance subjective étaient proportionnés aux fréquences objectives. Au début du XVIIIe siècle, cette conviction va d’ailleurs trouver dans la psychologie associationniste de David HUME[849] un certain nombre d’arguments susceptibles de l’accréditer. Celui-ci considère que c’est l’esprit humain qui associe et que cette association est passive. Cette idée est liée à sa critique d’une nécessité qui serait dans les choses : il considère en effet que la nécessité est dans l’esprit qui croit qu’il y a nécessité dans les choses mais qu’elle n’est pas dans les choses. Pour ce philosophe, l’esprit humain mémorise régulièrement les fréquences des événements passés ce qui lui permet d’inférer l’éventualité de leur répétition future[850]. David HUME situe sa réflexion dans le prolongement de celle de John LOCKE[851] qui a lui-même élaboré une théorie du jugement probable[852] et qui voit dans l’expérience l’unique source de notre savoir. Pour ces penseurs, la connaissance trouve son origine dans la sensation. Par le jeu des répétitions survenant dans le cours normal de la vie mentale, les données originelles se relient entre elles. Dans cette conception, tout le savoir humain est formé à partir d’expériences élémentaires, distinctes, particulières, et peut être décomposé en

---

848 L. DASTON, *L’interprétation classique du calcul des probabilités*, *op. cit.*, p.729

849 - 1711-1776 -

850 *« Supposez que je vois en ce moment vingt bateaux quittant le port : je reporte mon expérience passée sur l’avenir, et me représente dix-neuf de ces bateaux comme revenant sains et saufs, et un comme périssant. »* D. HUME, *Traité de la nature humaine*, *Livre I*, section XII, éditions Garnier Flammarion, 1995, p.206

851 - 1632-1704 -

852 J. LOCKE, *Essai philosophique concernant l’entendement humain*, *Livre IV*, éditions Vrin, 1972

celles-ci[853]. Pour D. HUME, qui définit la probabilité comme *« l'évidence qui reste accompagnée par l'incertitude »*[854], chaque répétition d'une expérience donne une vivacité supplémentaire à l'image mentale : *« Chaque expérience nouvelle est comme un nouveau coup de pinceau qui donne une vivacité supplémentaire aux couleurs sans multiplier ni agrandir la figure. »*[855] Plus il y a de répétitions, plus la conviction devient forte et c'est donc la force de l'habitude évocatrice, amplifiée par chaque nouvelle expérience, qui fait l'intensité de nos présomptions, de nos croyances : l'évidence consiste alors en la somme d'événements identiques et répétés. Cependant l'esprit ne se limite pas à dénombrer les répétitions, il est également sensible aux différences minimes : *« Quand les chances ou les expériences s'élèvent à dix mille d'un côté et à dix mille et une de l'autre, le jugement donne la préférence à ce dernier, en raison de cette supériorité, bien qu'il soit manifestement impossible à l'esprit de parcourir toutes les représentations particulières et de distinguer la vivacité de l'image qui provient du plus grand nombre, quand la différence est si insignifiante. »*[856] J. LOCKE considère que l'on connaît une chose dans une intuition mais que l'on appréhende une probabilité à travers des raisons. Ainsi, alors que J. LOCKE pense que le rapport entre les croyances et les fréquences est rationnel, D. HUME considère la croyance fondée sur l'expérience passée comme simplement raisonnable : *« Toutes ces sortes de probabilités sont reçues par les philosophes et reconnues comme des fondements raisonnables de la croyance et de l'opinion. »*[857] Les conceptions de John LOCKE et de David HUME s'accordent cependant sur un point : l'esprit, non corrompu par l'éducation et par les préjugés, lie les probabilités subjectives des croyances à son expérience des probabilités objectives des fréquences. Cependant avec l'Abbé de CONDILLAC[858] la psychologie associationniste prend sérieusement en compte les illusions et les déformations que l'intérêt, les préjugés et les passions introduisent dans cette "comptabilité mentale" : *« Nous nous conduisons d'après l'expérience, et nous nous faisons différentes règles de probabilité, suivant l'intérêt qui nous domine. S'il est grand, le plus léger degré de probabilité nous suffit ordinairement ; et lorsque nous sommes assez sages pour ne pas nous déterminer que sur une probabilité bien fondée, ce n'est souvent que parce que nous avons peu d'intérêt à agir. »*[859] Il s'agit-là d'une brèche décisive qui va conduire à terme à la

[853] Soulignons que cette conception est aux antipodes de celle qui sera défendue par les gestaltistes. Ceux-ci récusent l'existence de sensations simples, distinctes, isolées. Pour eux, la perception est toujours perception d'un ensemble.
[854] D. HUME, *Traité de la nature humaine*, *op. cit.*, p.194
[855] D. HUME, *Traité de la nature humaine*, *op. cit.*, p.206
[856] D. HUME, *Traité de la nature humaine*, *op. cit.*, p.213
[857] D. HUME, *Traité de la nature humaine*, *op. cit.*, p.216
[858] - 1714-1780 -
[859] CONDILLAC, *Traité des sensations*, *Œuvres*, tome 3, éditions Houel, 1798 (An VI), p.95

distinction entre les sens subjectif et objectif de la probabilité[860]. À la fin du XVIIIe siècle, la psychologie associationniste, qui avait originellement joint les deux sens de la probabilité, les rompt. Alors que l'associationnisme de D. HUME avait proportionné la croyance à l'expérience sur une échelle probabiliste, l'associationnisme de CONDILLAC fait de la croyance l'esclave du préjugé. La croyance subjective et les fréquences objectives qui avaient commencé comme équivalents finissent comme opposés. Lorsque LAPLACE discute comment l'associationnisme avait influencé le calcul des probabilités dans son *Essai philosophique sur les probabilités*[861], c'est au titre des "illusions" : *« L'esprit a ses illusions comme le sens de la vue, et de même que le toucher corrige celles-ci, la réflexion et le calcul corrigent les premières. La probabilité fondée sur une expérience journalière, ou exagérée par la crainte et par l'espérance, nous frappe plus qu'une probabilité supérieure, mais qui n'est qu'un simple résultat de calcul. Ainsi nous ne craignons point, pour de faibles avantages, d'exposer notre vie à des dangers beaucoup moins invraisemblables que la sortie d'un quine à la loterie de France ; et cependant personne ne voudrait se procurer les mêmes avantages avec la certitude de perdre la vie, si ce quine arrivait. »*[862] Une fois les liaisons psychologiques entre probabilités subjective et objective dissoutes, une fois dissoute celle qui unissait le "bon sens" et le calcul des probabilités, l'interprétation classique devint à la fois dangereusement subjective et clairement déraisonnable : nous aurons l'occasion d'y revenir en abordant notamment les Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile de Siméon Denis POISSON ainsi que les controverses sur les fondements du calcul des probabilités et sur son applicabilité au XIXe siècle.

§.7. Du rationalisme empirique (CONDORCET) à la rationalité analytique (LAPLACE)

Les doutes, les scrupules et les questions de D'ALEMBERT ont contraint ses proches collaborateurs à reconsidérer le calcul des probabilités : au niveau des applications et de la philosophie pour CONDORCET, au niveau de la théorie mathématique pour LAPLACE. Chacun d'eux aborde le calcul des probabilités avec une intention différente et une visée particulière : CONDORCET invente peu de chose au niveau théorique mais tente d'élaborer les fondements d'une application de la science du probable au domaine de la conduite sociale ;

[860] Notons que la conception de la notion de probabilité par CONDILLAC apparaît cohérente avec sa conception de l'économie selon laquelle il n'y a pas de valeur en soi, celle-ci étant toujours relative à l'appréciation d'un sujet. Pour CONDILLAC, la valeur est subjective par essence. Or la nécessité de faire des comptes et des calculs exige une objectivation de la valeur qui est incompatible avec son évaluation subjective. On retrouve ici le questionnement fondamental des rapports entre subjectivité et objectivité.

[861] - première édition 1814

[862] P.S. LAPLACE, *Essai philosophique sur les probabilités*, réédition C. Bourgois, 1986, p.159

LAPLACE s'attache à résoudre des questions de technique mathématique nécessaires au développement de celui-ci. Notons que c'est la rencontre de trois traditions qui permet, d'une certaine manière, la création de la mathématique sociale de CONDORCET et l'élaboration des premiers fondements de la "statistique" mathématique par LAPLACE. La première tradition renvoie aux travaux de PASCAL, FERMAT, HUYGENS, des BERNOULLI ; la deuxième évoque la "statistique" descriptive, dite à l'allemande, qui s'apparente davantage à des récits de voyageurs comptant les forces productives dans les endroits qu'ils visitent[863] ; la troisième tradition est celle de l'arithmétique politique[864], dite à l'anglaise, qui vise par des calculs à faire des conjectures, notamment sur la population.

§.7.1. CONDORCET : le projet d'appliquer le calcul des probabilités aux sciences morales et politiques

Pour TURGOT les questions morales et politiques peuvent être traitées avec des instruments scientifiques[865]. Ce projet, s'il est commun à la plupart des Encyclopédistes, va cependant prendre chez CONDORCET l'allure d'un véritable programme de travail. Dès les années 1780, alors secrétaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences, CONDORCET s'attache à mettre en œuvre un projet relatif à l'application du calcul des combinaisons et des probabilités aux sciences politiques et morales. Un de ses principaux projets est d'instituer la probabilité comme mesure du "motif de croire" et, pour le mener à bien, va développer une interprétation décisionnelle de la probabilité. CONDORCET distingue d'une part deux types de probabilité, l'une fondée sur la nature des

---

[863] Alain DESROSIERES rapporte l'origine de la statistique allemande aux travaux de Hermann CONRING (1606-1681) et Gottfried ACHENWALL (1719-1799) : il s'agit alors d'une nomenclature des connaissances nécessaires au Prince. *« Les matières à traiter par cette "science de l'Etat" relevaient de l'histoire, du droit, des sciences politiques, de l'économie et de la géographie. Elles étaient réparties, du point de vue des fins et des moyens de l'Etat actif, en quatre "causes", selon la logique aristotélicienne : matérielle, formelle, finale et efficiente. Ce plan de classement d'un savoir encyclopédique n'impliquait aucune notion de mesure quantitative. »* A. DESROSIERES, article "*Statistique*", in D. LECOURT, *Dictionnaire d'histoire et philosophie des sciences*, PUF, 1990, p.874

[864] Née au XVIII^e siècle, l'arithmétique politique consiste en un ensemble de techniques d'enregistrement et de calculs, à partir de registres paroissiaux de baptêmes, de mariages et de décès. *« Inspirés par les travaux de John GRAUNT (1620-1674) sur les bulletins de décès, ces méthodes avaient été systématisées et théorisées par William PETTY (1623-1687). Elle constituent l'origine de la démographie moderne. »* A. DESROSIERES, article "*Statistique*", in D. LECOURT, *Dictionnaire d'histoire et philosophie des sciences*, *op. cit.*, p.874-875

[865] *« Un grand homme* [*Turgot*]*, dont je regretterai toujours les leçons, les exemples, & surtout l'amitié, était persuadé que les vérités des Sciences morales & politiques, sont susceptibles de la même certitude que celles qui forment le système des sciences physiques, & même que les branches de ces sciences qui, comme l'Astronomie, paraissent approcher la certitude mathématique. »* CONDORCET, *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*, *op. cit.*, p.1

choses, l'autre accessible par une observation empirique antérieure aux calculs[866] et d'autre part "le motif de croire" que l'événement dont la probabilité est la plus grande se réalisera[867]. CONDORCET expose son projet de fonder la mathématique sociale dans le *Tableau Général de la Science* qui a pour objet l'application du calcul aux sciences politiques et morales : *« On verra combien, si cette science était plus répandue, plus cultivée, elle contribuerait, et au bonheur et au perfectionnement de l'espèce humaine. La mathématique sociale peut avoir pour objet les hommes, les choses, ou à la fois les hommes et les choses. Elle a les hommes pour objet lorsqu'elle enseigne à déterminer, à connaître l'ordre de la mortalité dans telle ou telle contrée, lorsqu'elle calcule les avantages ou les inconvénients d'un mode d'élection. Elle a les choses pour objet lorsqu'elle évalue les avantages d'une loterie, et qu'elle cherche d'après quels principes doit être déterminé le taux des assurances maritimes. Enfin, elle a en même temps l'homme et les choses pour objet, quand elle traite des rentes viagères, des assurances sur la vie.* […] *Elle considère l'homme comme individu, quand elle fait connaître avec précision, et par les faits, l'influence que le climat, les habitudes, les professions ont sur la durée de vie ; elle considère les opérations de l'esprit, quand elle pèse les motifs de crédibilité, qu'elle calcule la probabilité qui résulte, ou des témoignages, ou des décisions.* […] *Quel que soit l'objet que cette science considère, elle renferme trois parties principales : la détermination des faits, leur évaluation, qui comprend la théorie des valeurs moyennes, et les résultats des faits. Mais, dans chacune de ces parties, après avoir considéré les faits, les valeurs moyennes ou les résultats, il reste à en déterminer la probabilité. Ainsi la théorie générale de la probabilité est à la fois une portion de la science dont nous parlons, et une base de toutes les autres. »*[868]
D'autre part, c'est dans son *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*, que CONDORCET élabore un projet susceptible de permettre la détermination des conditions garantissant aux décisions collectives des assemblées politiques et judiciaires la plus grande

---

866 *« Nous réduisons* [*les probabilités*] *à deux espèces ; l'une renferme les probabilités tirées de la considération de la nature même, et du nombre de causes ou des raisons qui peuvent influer sur la vérité de la proposition dont il s'agit ; l'autre n'est fondée que sur l'existence du passé, qui peut nous faire tirer avec confiance des conjectures pour l'avenir, lors du moins que nous sommes assurés que les mêmes causes qui ont produit le passé existent encore, et sont prêtes à produire l'avenir. »* CONDORCET, *Encyclopédie méthodique*, *Œuvres*, édition Firmin Didot en 12 volumes, volume 2, 1847-1849, p.642-643, & *Encyclopédie méthodique des mathématiques*, Paris, Panckoucke, 3 volumes, 1784-1789

867 *« L'événement A ayant une probabilité plus grande que l'événement N, je dois juger que le premier arrivera plutôt que l'autre, je dois me conduire plutôt en supposant qu'il doit arriver, qu'en supposant que l'événement contraire aura lieu ;* […] *la probabilité que cet événement est arrivé ou arrivera est très grande, et je crois en conséquence qu'il est arrivé ou arrivera. »* CONDORCET, *Eléments du Calcul des Probabilités et son application aux Jeux de hasard, à la loterie et au jugement des hommes*, œuvre posthume, 1805, cité par R. RASHED, Condorcet, *Mathématique et Société*, éditions Hermann, 1974, p.121

868 CONDORCET, *Œuvres*, édition en 12 volumes, volume 1, 1947-1949, p.569-573

exactitude et donc la plus grande justice, grâce à l'introduction de ce que K.M. BAKER[869] a appelé “le calcul du consentement”. À quelles conditions une décision majoritaire se voit-elle attribuer une probabilité de vérité suffisamment élevée pour justifier l'obligation faite à l'ensemble des citoyens de l'accepter et d'y obéir ? Le calcul des probabilités est mobilisé ici pour servir de fondement à l'autorité politique, autorité légitime seulement si elle est consentie. L'originalité du projet de CONDORCET réside dans l'idée que ce consentement doit être déterminé de manière rationnelle par une raison savante et calculante. Tous les citoyens devront être suffisamment instruits pour comprendre la rationalité des calculs qui, établissant la probabilité de vérité d'une décision, fonde l'obligation de chacun de s'y soumettre. En somme, comme le souligne Pierre KAHN, *« ce qui permet à Condorcet d'articuler le thème de l'instruction du peuple à sa mathématique sociale, c'est la reprise qu'il opère, sur le mode rationaliste et scientiste et dans le cadre d'une théorie de la représentation de la souveraineté, de la problématique chère à Rousseau de la liberté du peuple définie comme autonomie de sa volonté, c'est-à-dire obéissance à la loi qu'il s'est lui-même fixée. »*[870]

Soulignons que la théorie de la connaissance de CONDORCET, qui inspire sa pensée probabiliste, a la spécificité d'être un rationalisme empirique inspiré notamment de LOCKE et de CONDILLAC tout en s'en écartant sur un certain nombre de points. Ainsi, pour CONDORCET toutes nos connaissances dérivent des sensations provoquées par la rencontre avec des objets extérieurs existant en dehors de nous. Sur ce point sa conception se distingue de celle de CONDILLAC pour qui toutes nos connaissances dérivent des sensations mais qui affirme également que nous ne sentons que nous-même. Pour CONDORCET, les sensations s'associent et se combinent de manière de plus en plus complexes. Ainsi s'engendre la mémoire, souvenir de sensations en l'absence de l'objet qui les a provoquées, s'engendre l'imagination, sorte de sensation revécue. Au terme de combinaisons de plus en plus complexes, on aboutit à des processus de généralisations et d'abstractions, au jugement, au raisonnement, à la réflexion. Ces processus sont complémentaires avec ceux mis en œuvre lors des phases de compréhension des phénomènes : pour CONDORCET on ne comprend véritablement les choses que lorsqu'on peut exercer l'analyse élémentaire qui consiste à dégager les éléments. Une des spécificités de la théorie de la connaissance chez CONDORCET réside dans le fait que, pour lui, l'empirisme représente la prise de conscience par l'esprit de sa propre maturité. Il affirme cette direction dans les premières lignes de l'*Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain*. *« L'homme naît avec la faculté de recevoir des sensations, d'apercevoir et de distinguer dans celles qu'il reçoit, les sensations*

[869] K.M. BAKER, *Condorcet, Raison et politique*, (traduction M. NOBILE), éditions Hermann, 1988
[870] P. KAHN, *Condorcet, L'école de la raison*, éditions Hachette éducation, 2001, p.28-29

simples dont elles sont composées, de les retenir, de les reconnaître, de les combiner, de conserver ou de rappeler dans sa mémoire, de comparer entre elles ces combinaisons, de saisir ce qu'elles ont de commun et ce qui les distingue, d'attacher des signes à tous ces objets, pour les reconnaître mieux et s'en faciliter de nouvelles combinaisons. Cette faculté se développe en lui par l'action des choses extérieures, c'est-à-dire par la présence de certaines sensations composées, dont la constance, soit dans l'identité de leur ensemble, soit dans les lois de leurs changements est indépendante de lui. Il l'exerce également par la communication avec des individus semblables à lui : enfin, par des moyens artificiels, qu'après le premier développement de cette même faculté, les hommes sont parvenus à inventer. »[871] L'empirisme de CONDORCET resterait cependant une pure théorie plate de la sensation si, dans le sillage de CONDILLAC, il ne l'étayait sur la connaissance, l'analyse et la manipulation des signes : l'empirisme de CONDORCET est en effet une pensée qui s'exerce et se développe sur les signes et par les signes. L'utilisation de signes est ce qui permet de composer, de combiner, de décomposer et de recomposer.

§.7.2. L'œuvre de Pierre Simon LAPLACE[872]

Il ne peut être question ici de résumer l'intégralité de l'œuvre probabiliste de LAPLACE, personnage par ailleurs très influent, membre de nombreuses commissions, aussi bien sous l'Empire que sous la Restauration. Nous venons d'évoquer le fait que c'est LAPLACE, et dans une certaine mesure CONDORCET, indépendamment de BAYES qu'ils ne connaissaient pas au départ, qui, les premiers, ont mis en rapport "probabilités" et "statistique" même si ces termes constituent, pour l'époque, des anachronismes. Par ailleurs, nous évoquerons, à l'occasion du prochain chapitre, le rôle de LAPLACE[873] dans l'introduction du calcul des probabilités dans les enseignements. Dans ce paragraphe, nous examinons d'abord le point de vue selon lequel le hasard serait le nom donné à l'ignorance, puis nous pointons un certain nombre de savoirs probabilistes construits ou reformulés par LAPLACE en rapport avec notre objet d'étude.

§.7.2.1. La conception du hasard chez LAPLACE

Au début du XIX^{e} siècle, l'ensemble des scientifiques a adopté les conceptions de la mécanique de NEWTON où la donnée de la position et de la vitesse d'un objet détermine entièrement la façon dont cet objet va se déplacer. Pour les tenants de la physique classique, c'est-à-dire l'ensemble des physiciens et des mathématiciens de cette époque, le monde est entièrement déterminé et ne fait aucune place au hasard. LAPLACE est plus prudent et considère que le hasard

---

871 CONDORCET, *Esquisse d'un tableau historique de l'esprit humain*, éditions Garnier Flammarion, 1988, p.79

872 - 1749-1827 -

873 - et, préalablement, de CONDORCET -

et la contingence sont des figures de l'incertitude et pas autre chose que les noms donnés à l'ignorance du sujet humain dans un univers déterminé : *« Nous devons donc envisager l'état présent de l'Univers comme l'effet de son état antérieur, et comme cause de celui qui va suivre. »*[874] Pour Amy DAHAN-DALMEDICO[875], le déterminisme de LAPLACE est ontologique et global et est fondé sur la conviction selon laquelle la nature est connaissable et obéit à des lois mathématiques. Cependant une telle maîtrise, l'esprit humain ne l'atteindra jamais, comme LAPLACE le souligne dans un texte célèbre : *« Une intelligence qui pour un instant donné connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ses données à l'analyse, embrasserait dans la même formule*[876] *les mouvements des plus grands corps de l'Univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux… »*[877] Ainsi l'intelligence humaine doit-elle avoir comme idéal l'intelligence absolue qui donnerait à l'humanité le poste de commandement de l'univers. LAPLACE rejoint ici l'acte de foi de KEPLER, selon lequel la seule différence entre Dieu et les hommes réside dans le fait que le premier connaît depuis l'éternité tous les théorèmes, tandis que l'homme ne les connaît pas tous encore. Or un tel idéal est irréalisable : ne peut exister que la tentative de réduire le plus possible le hasard-ignorance. Si LAPLACE croit à la possibilité d'une détermination des lois mathématiques de l'Univers, il souligne que seule une intelligence supérieure, toute théorique et aux possibilités cognitives infinies, pourrait calculer tous les effets des lois de la nature. Cette intelligence n'est pas censée posséder de qualités surnaturelles et en cela le déterminisme laplacien s'oppose au déterminisme antérieur, théologique - exprimé par Jakob BERNOULLI - dans lequel le rôle de l'intelligence omnisciente était tenu par Dieu. LAPLACE reconnaît que l'homme restera toujours infiniment éloigné de cette intelligence supérieure. Le hasard, selon LAPLACE, est donc soit un euphémisme pour parler de l'ignorance, soit l'expression des limites actuelles de la connaissance humaine. Remarquons qu'une telle conception subjectiviste est évoquée, au XXe siècle, par Emile BOREL : *« La caractéristique des phénomènes que nous appelons fortuits, ou dus au hasard, c'est de dépendre de causes trop complexes pour que nous puissions les connaître toutes et les étudier. »*[878] La conception laplacienne, qui postule un déterminisme ontologique

---

874 P.S. LAPLACE, *Essai philosophique sur les probabilités*, *op. cit.*, p.32

875 A. DAHAN-DALMEDICO, *Le déterminisme de Pierre-Simon Laplace et le déterminisme aujourd'hui*, in *Chaos et déterminisme*, collection Points sciences, éditions du Seuil, 1992, p.376

876 Soulignons l'importance, dans cette phrase, de l'expression "dans la même formule". LAPLACE pose que si l'on connaissait l'ensemble des paramètres de l'Univers pensé comme un gigantesque système, alors on pourrait donner *la* formule mathématique expressive de *la* loi régissant ce système : l'ensemble des théorèmes de la physique se déduirait de cette formule.

877 P.S. LAPLACE, *Essai philosophique sur les probabilités*, *op. cit.*, p.32-33

878 E. BOREL, *Le hasard*, Librairie Félix Alcan, 1938, p.7

et universel, se trouve cependant mise à mal par un grand nombre de résultats de la physique contemporaine : ainsi en est-il, par exemple, de la dépendance sensitive d'un phénomène aux légères variations des conditions initiales.

§.7.2.2. La contribution de LAPLACE à la théorie des probabilités

On distingue deux époques distinctes dans la contribution de LAPLACE à la théorie des probabilités : la première, sous l'Ancien régime, la seconde à partir de 1810. Entre ces deux époques, se situe la leçon de mathématiques destinée aux élèves de l'École Normale en 1795. Au cours des années 1772-1785, LAPLACE, en approfondissant les équations aux différences, les méthodes d'approximations, en élaborant une théorie de l'estimation statistique "bayésienne", s'occupe d'une part des erreurs d'observations et de questions liées à l'astronomie, d'autre part de problèmes démographiques (proportions des naissances en fonction du sexe, estimation de la population). La seconde période (1810-1827) le voit juxtaposer cette première théorie à la théorie dite "asymptotique" notamment par la mise en œuvre de la théorie des fonctions génératrices qui sert de fondement à son exposé théorique et par la démonstration du théorème limite central : il revient sur ses champs d'application antérieurs et les élargit. Ainsi, en ce qui concerne la géodésie[879], il justifie par un calcul d'erreur probabiliste la "méthode des moindres carrés". C'est aussi l'époque de la mise au point de ses grands traités. *La théorie analytique des probabilités* publiée par LAPLACE en 1812 est un traité, mathématiquement très difficile d'accès, qui révolutionne la théorie probabiliste. Ce traité, réédité avec un certain nombre de suppléments ultérieurs, est vulgarisé[880] dans *L'essai philosophique sur les probabilités* de 1814, ouvrage qui va servir de base à la réflexion au XIXe siècle sur le sujet. LAPLACE définit la probabilité *a priori* en considérant d'abord, pour un événement simple, le rapport des cas favorables aux cas possibles en soulignant la condition essentielle que tous ces cas possibles doivent être également possibles[881]. LAPLACE traite ensuite de la règle des partis et de la question épistémologique du jeu "croix ou pile" soulevée par D'ALEMBERT et que nous avons déjà abordée[882]. LAPLACE pose également des principes concernant les ensembles d'événements et la composition des probabilités suivant que ces événements sont indépendants ou non, expose la formule de probabilité des causes, dite

[879] - science de la forme et des dimensions de la terre -

[880] - exposé, sans référence à l'analyse, des principes et des résultats de la théorie des probabilités -

[881] Notons que cette définition n'est valable que dans le cas très particulier des espaces finis uniformes (à symétries d'espace).

[882] *cf.* Chapitre 5 : Sociologie historique de la connaissance didactique. Section II : de l'approche didactique à l'analyse du rapport aux savoirs où la nécessité d'une approche multifocale pour tenter de l'appréhender. §.6. L'apport de l'approche historique à l'épistémologie des savoirs et des disciplines scolaires

“règle de BAYES”. Nous avons évoqué, dans le paragraphe précédent, la thèse laplacienne selon laquelle les lois de la Nature seraient absolument déterministes. Pour LAPLACE, la Nature ni ne se trompe, ni ne joue, ni ne choisit : elle fixe la succession “nécessaire” des événements aussi petits soient-ils. Or le projet scientifique de LAPLACE est de préciser cette détermination en la soumettant au calcul et seule l’analyse déterministe peut y contribuer. *« La courbe décrite par une simple molécule d’air ou de vapeurs est réglée d’une manière aussi certaine que les orbites planétaires : il n’y a de différence entre elles que celles qu’y met notre ignorance. »*[883] Pour LAPLACE le calcul des probabilités mesure l’ignorance humaine, non la chance véritable. Les probabilités sont des états de l’esprit non des états du monde. Ce déterminisme épistémologique prétend que tous les événements peuvent être prédits en principe et que les probabilités ne sont relatives qu’à nos connaissances. Lorraine DATSON s’est interrogée pour savoir dans quelle mesure il était possible d’expliquer le paradoxe du déterminisme des “probabilistes classiques”. Elle réfère son analyse au contexte général du développement scientifique à cette époque : *« Le calcul des probabilités est né et a fleuri pendant une époque triomphale des mathématiques, à une époque où elles ont réussi à pénétrer de nouveaux domaines de l’expérience, de l’arc-en-ciel jusqu’à la corde vibrante. Les philosophes comme Galilée ont supposé que si la nature parlait la langue des mathématiques, c’était parce qu’elle était entièrement déterminée, au moins du point de vue divin. Les connexions entre cause et effet doivent être aussi fortes que celles entre les prémisses et les conclusions des démonstrations mathématiques. Le déterminisme est donc devenu en ce temps-là une précondition de la description mathématique de la nature. Au premier abord, le hasard apparaît comme un candidat invraisemblable au traitement mathématique. Même Pascal a reconnu qu’il y avait quelque chose de paradoxal dans une “géométrie du hasard”. Les premières tentatives pour faire une analyse mathématique du hasard ont justement échoué sur ce problème. Il y fallait un climat de déterminisme si total qu’il embrassât même les événements variables comme expression de probabilités stables, au moins dans la longue durée. Loin d’être un obstacle, le déterminisme a rendu possible une “géométrie du hasard”, en assurant qu’on pouvait prédire même les événements fortuits avec assez d’exactitude pour le degré de connaissances contemporaines. »*[884] Ainsi, dans ce cadre conceptuel, le calcul des probabilités ne joue aucun rôle dans l’intelligibilité des événements de la Nature, si ce n’est celui modeste, de maîtriser les erreurs de mesure : il sert simplement à corriger les faiblesses des instruments et celle des sens en l’attente de progrès ultérieurs. Ainsi, pour LAPLACE, une probabilité “modélise” non pas un phénomène qui serait de nature aléatoire, mais exclusivement un état de connaissance d’un observateur ne

[883] P.S. LAPLACE, *Essai philosophique sur les probabilités*, *op. cit.*, p.34
[884] L. DASTON, *L’interprétation classique du calcul des probabilités*, *op. cit.*, p.724

disposant que d'informations incertaines et incomplètes. Les mesures physiques, géodésiques et astronomiques sont soumises à toutes sortes d'erreurs inévitables : une mesure prise isolément n'a pas grand sens, il faut la comparer à d'autres mesures effectuées sous des conditions semblables ; il est donc essentiel de savoir de quelle façon les erreurs se comportent statistiquement, quelle est leur "loi de facilité", leur tendance à être grandes ou petites. La recherche de cette "loi des erreurs" conduit, d'une part Adrien Marie LEGENDRE[885] et Carl Friedrich GAUSS[886] à élaborer la méthode des moindres carrés, d'autre part GAUSS[887] et LAPLACE[888] à construire une théorie probabiliste des erreurs de mesure : la loi de LAPLACE-GAUSS, dite "loi normale" dont la fonction de répartition a l'allure d'une courbe en forme de cloche. Notons que la paternité de cette loi n'est pas aisée : en 1773, Abraham DE MOIVRE l'avait en effet déjà énoncée en termes de probabilités approchées d'une "distribution binomiale" lorsque le nombre d'expériences est grand.

§.8. Siméon Denis POISSON : de l'application du calcul des probabilités aux décisions judiciaires à l'élaboration de la "loi discrète de probabilité" des événements rares

Siméon Denis POISSON, élève de l'École Polytechnique (promotion 1798), puis professeur de 1802 à 1814, enfin examinateur à partir de 1815, n'aborde ses recherches sur les probabilités et les statistiques qu'à partir de 1820. À la suite de CONDORCET, il s'attache notamment à appliquer le calcul des probabilités aux décisions des jurys de cours d'assises sous différentes hypothèses de majorité qualifiée pour les votes dans un jury populaire de douze membres (majorité requise de sept contre cinq ou de huit contre quatre). Cette question oppose ceux qui redoutent les erreurs judiciaires à ceux qui refusent une justice laxiste. Les calculs de POISSON sont d'inspiration "bayésienne" au sens où ils impliquent l'évaluation de deux "probabilités des causes" inconnues *a priori* l'une et l'autre : celle de la culpabilité de l'accusé et celle de la fiabilité des jurés. Pour POISSON, les probabilités sont donc des degrés de croyance que des individus rationnels attribuent à leurs jugements : il s'agit de probabilités subjectives au sens des "raisons de croire". Cependant POISSON a une certaine conception de la justice… Il propose de supposer que la probabilité *a priori* de la culpabilité de l'accusé soit au moins de 1/2 et il invite les juges à se demander, en référence

885 - 1752-1833 -
886 - 1777-1855 -
887 - en 1809 -
888 - en 1812 -

aux thèses de LAPLACE[889], si la sécurité publique est mieux servie par un verdict d'innocence ou par un verdict de culpabilité, plutôt que si l'accusé est véritablement innocent ou coupable : *« l'accusé, quand il arrive à la cours d'assises, a déjà été l'objet d'un arrêt de prévention et d'un arrêt d'accusation, qui établissent contre lui une probabilité plus grande que 1/2, qu'il est coupable ; et certainement, personne n'hésiterait à parier, à jeu égal, plutôt pour sa culpabilité que pour son innocence. »*[890] On perçoit comment, au service du droit et de la justice, les mathématiques peuvent devenir moralisatrices. Les résultats de POISSON provoquèrent une multiplication d'objections : la probabilité des jugements fut considérée comme "l'opprobre des mathématiques". Nous avons déjà évoqué, dans l'introduction de cette thèse, la phrase de John Stuart MILL[891] au sujet de la théorie des jugements de POISSON

---

[889] *« Laplace donne une définition, bien plus propre à éclairer la question, de la chance d'erreur qu'on est forcé d'admettre dans les jugements en matière criminelle. Selon lui, cette probabilité doit être telle qu'il y ait plus de danger pour la sécurité publique, à l'acquittement d'un coupable, que de crainte de la condamnation d'un innocent ; comme il le dit expressément, c'est cette question, plutôt que la culpabilité même de l'accusé, que chaque juré est appelé à décider, à sa manière, d'après ses lumières et son opinion. »* D. POISSON, *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile*, *op. cit.*, p.6

[890] D. POISSON, *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile*, *op. cit.*, p.4

[891] - 1806-1873 -

qu'il qualifia de "scandale des mathématiques"[892]. Les critiques rejetèrent également les probabilités des causes (BAYES, LAPLACE) et les probabilités du témoignage (CONDORCET) ; l'une parce qu'elle substituait l'analyse et l'algèbre aux observations empiriques, l'autre parce qu'elle prétendait quantifier les impondérables, par exemple la véracité. Au milieu du XIX[e] siècle, le "calcul raisonnable" apparut à beaucoup de philosophes et de mathématiciens comme une "aberration de l'intelligence" (*cf.* COMTE, POINSOT, BERTRAND) : nous traitons de ces controverses dans la section VII de ce chapitre[893]. Elles eurent pour conséquence d'obliger les mathématiciens à établir une distinction entre la théorie du calcul des probabilités et les applications du calcul des probabilités.

Par ailleurs, c'est dans l'ouvrage *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile, précédées des règles générales du calcul des probabilités*[894], qu'apparaît pour la première fois la "loi des petites probabilités", appelée par la suite "distribution de POISSON". Rappelons, avec le vocabulaire et les notations contemporaines, qu'une "variable aléatoire discrète" X suit une "loi" de POISSON de paramètre λ si elle

---

[892] *« Il suffit de rappeler celles* [*les fausses applications*] *relatives à la crédibilité des témoins et l'équité des verdicts des jurys. À l'égard de la première, le sens commun suffit pour montrer qu'il est impossible d'établir une moyenne de la véracité et des autres conditions requises pour un témoignage fidèle, soit du genre humain, soit d'une classe d'hommes quelconque ; sans compter qu'une moyenne, s'il était possible de la trouver, ne pourrait servir de guide, la crédibilité de presque tous les témoins étant au-dessous ou au-dessus. Et lors même qu'il n'y aurait qu'un témoin, les gens de bon sens se décideraient d'après la concordance de ses témoignages, sa tenue pendant l'interrogatoire, son intérêt dans l'affaire elle-même, son degré d'intelligence, plutôt que d'employer une mesure aussi grossière (en supposant même qu'elle pût être vérifiée) que celle du rapport entre le nombre des dépositions exactes et des dépositions inexactes qu'il est supposé faire dans le cours de sa vie. À l'égard des jurys ou autres tribunaux, quelques mathématiciens sont partis de ce principe qu'il y a quelque probabilité que la décision d'un juge ou d'un juré est plutôt juste qu'injuste, et ils ont conclu de là que plus grand est le nombre de personnes concourant à un verdict, moins il y a de chances pour que ce verdict soit injuste ; si bien qu'il suffirait d'augmenter le nombre des juges pour élever l'équité de l'arrêt à une presque certitude. Je ne dis rien de l'erreur qu'on commet ici en oubliant l'effet produit sur la situation morale des juges par la multiplication de leur nombre, la suppression virtuelle de leur responsabilité personnelle et le relâchement de leur attention dans l'examen de la cause. Je remarque seulement le sophisme qui consiste à conclure de la moyenne d'un grand nombre de cas à des cas nécessairement très différents de toute moyenne. Il peut être vrai qu'en prenant toutes les causes l'une dans l'autre, l'opinion de l'un quelconque des juges se trouverait plus souvent exacte qu'erronée ; mais on oublie que dans tous les cas autres que les plus simples, dans tous ceux où la composition du tribunal est réellement d'une grande importance, la proposition pourrait probablement être inversée. En outre, sans que la cause d'erreur réside dans les difficultés du procès, soit dans quelque préjugé, quelque défaut d'intelligence commun à la plupart des hommes, si elle influe sur un juge, elle influera vraisemblablement sur tous les autres, ou tout au moins sur la majorité, et ainsi l'accroissement du nombre de juges accroîtra la probabilité de la mauvaise décision plutôt que celle de la bonne. »* J.S. MILL, *Système de la logique déductive et inductive*, tome 2, *op. cit.*, p.64-65

[893] *cf.* Les controverses sur les fondements du calcul des probabilités et sur son applicabilité au XIX[e] siècle.

[894] - 1837 -

prend des valeurs entières positives et si les probabilités élémentaires sont définies par la formule $P(X=k)=e^{-\lambda}\lambda^k/k!$. La "loi" de POISSON peut également être utilisée en tant qu'approximation d'une "loi binomiale" de paramètres n et p lorsque n est "grand" et p "petit" en posant $\lambda=np$: c'est d'ailleurs ainsi qu'elle a été initialement conçue.

Rappelons que c'est à POISSON que l'on doit la notion et l'expression de "loi des grands nombres" à propos du théorème de BERNOULLI qu'il pense avoir généralisé en s'appuyant sur l'argument suivant. Alors que BERNOULLI utilisait pour ses tirages de boules une urne à composition constante, POISSON utilise des urnes "de composition incertaine" provenant elles-mêmes d'une première série de tirages au sort. POISSON soutient alors la thèse que, sous certaines hypothèses dans la distribution initiale des urnes de compositions différentes, la convergence en probabilité des probabilités des tirages vers une loi normale est maintenue. POISSON pense, par la prise en compte de l'incertitude et de l'hétérogénéité de la composition des urnes initiales, étendre l'application du théorème de BERNOULLI, ce qui lui semble plus proche des situations réelles d'application de ce théorème. Cependant en 1855 Jules BIENAYMÉ réfutera la thèse de POISSON dans un article intitulé *Sur un principe que M. Poisson avait cru découvrir et qu'il avait appelé loi des grands nombres"*.

§.9. La physique sociale d'Adolphe QUETELET

« L'homme naît, se développe et meurt d'après certaines lois. »[895]

Adolphe QUÉTELET[896], fondateur de la statistique belge et internationale comme outil de gestion des États, entreprend de réaliser le programme tracé par CONDORCET et LAPLACE : l'application du calcul des probabilités à l'étude des faits sociaux. Il a la conviction que cette étude relève de l'analyse mathématique et que seul l'emploi de méthodes spécifiques peut permettre de s'élever au-dessus des faits, de mettre au jour les causes, naturelles ou perturbatrices, principalement sociales et historiques, qui sont susceptibles d'inférer des lois. À partir de cette idée fondatrice et directrice, il écrit plusieurs ouvrages qui traitent de statistique des populations (fécondité, mortalité), d'anthropométrie (taille, poids et forces des individus), de statistique morale (étude des "penchants" pour le crime ou pour le suicide).

La mise en œuvre de son projet est rendue possible par le fait qu'il dispose d'un grand nombre de faits collectés. Ceux-ci sont alors mobilisés afin de

---

[895] A. QUETELET, *Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou Essai de physique sociale*, éditions Bachelier, 1835 cité par M. ARMATTE, in *La sociologie, Textes essentiels* sous la direction de Karl M. VAN METER, éditions Larousse, 1992, p.50

[896] - 1796-1874 -

dégager des régularités, ou des tendances, dont la variabilité est ensuite interprétée en termes d'influence de causes naturelles ou de causes perturbatrices. A. QUÉTELET considère chaque individu comme une "fraction de l'espèce humaine" en retenant ce qui est commun à tous et en éliminant ce qui est accidentel. Ce faisant *« les particularités individuelles qui n'ont que peu ou point d'action sur la masse s'effaceront d'elles-mêmes, et permettront de saisir les résultats généraux. »*[897] L'idée des "particularités individuelles qui s'effaceront d'elles-mêmes" renvoie à celle de la compensation des erreurs. En effet, A. QUETELET, qui a étudié l'astronomie et la géodésie, manipule avec habileté les outils mathématiques relatifs à la "loi des erreurs" ou "loi normale" et notamment le concept de moyenne dont l'intérêt est de permettre des compensations entre erreurs de mesure et de gommer les excès. Il considère que la moyenne, en filtrant la plupart des causes d'erreurs accidentelles, est la meilleure estimation, si elle a un sens, de la "vraie valeur". Se référant à "la loi des grands nombres", il considère notamment que *« plus le nombre des individus que l'on observe est grand, plus les particularités individuelles, soit physiques, soit morales, s'effacent et laissent prédominer la série des faits généraux en vertu desquels la société existe et se conserve. »*[898]. Il traite des faits sociaux en établissant une analogie avec la physique : *« L'homme que je considère ici est, dans la société, <u>l'analogue du centre de gravité</u> dans les corps ; il est la <u>moyenne</u> autour de laquelle oscillent les éléments sociaux : ce sera, si l'on veut, un <u>être fictif</u> pour qui toutes les choses se passeront conformément aux résultats moyens obtenus pour la société. »*[899] Le mot "fictif" montre que A. QUÉTELET construit un concept idéal, le concept d'"homme moyen", "centre de gravité du corps social". Il poursuit son analogie entre "loi des erreurs" (appelée aussi "loi des possibilités") et distribution de certaines caractéristiques physiques et morales : la mise au jour de cette analogie lui sert de "preuve mathématique" de l'existence de cet "homme moyen" qui "représente" un groupe social homogène, au même titre que la moyenne de plusieurs mesures entachées d'erreurs représente la "vraie" grandeur d'un objet physique. *« Si l'on cherche à établir, en quelque sorte, les bases d'une physique sociale, c'est lui qu'on doit considérer, sans s'arrêter aux cas particuliers ni aux anomalies, et sans rechercher si tel individu peut prendre un développement plus ou moins grand dans l'une de ses facultés. »*[900] Il n'existe évidemment aucune personne réelle possédant de telles caractéristiques : il s'agit d'une forme de positivisme dans lequel la perte de référence concrète est nécessaire pour construire le concept. Malgré cette précision, cet "homme moyen" sera l'objet de nombreux débats tout au long de la seconde moitié du XIXe siècle, de

[897] A. QUETELET, *Sur l'homme et le développement de ses facultés*, *op. cit.*, p.51
[898] A. QUETELET, *Sur l'homme et le développement de ses facultés*, *op. cit.*, p.54
[899] A. QUETELET, *Sur l'homme et le développement de ses facultés*, *op. cit.*, p.57
[900] A. QUETELET, *Sur l'homme et le développement de ses facultés*, *op. cit.*, p.57

nombreux statisticiens et sociologues (notamment M. HALBWACHS et E. DURKHEIM) stigmatisant l'impossibilité, voire la monstruosité, d'un être dont toutes les caractéristiques seraient moyennes.

A. QUÉTELET aborde la question de la différence entre le fait d'observer plusieurs fois une même chose et le fait d'observer une seule fois plusieurs choses différentes. Il distingue donc deux sortes de moyenne. Lorsque l'on mesure plusieurs fois un même objet, la moyenne dite "objective", qui est la meilleure estimation de la "vraie" valeur de la mesure de l'objet, a un référent : c'est précisément l'objet mesuré[901]. Pour A. DESROSIÈRES, cette notion de moyenne, de résumé, est typique de la deuxième face de la raison statistique : *« celle qui vise à rendre compte de l'état du monde et non de l'état de l'esprit. »*[902] Mais lorsque l'on mesure une fois plusieurs objets différents[903], la moyenne peut avoir ou ne pas avoir de référent. Si la loi de distribution statistique est "normale" alors la distribution est dite homogène et il est possible d'affecter à cette moyenne subjective une signification. Si la loi de distribution n'est pas symétrique, n'est pas "normale", alors la distribution est hétérogène et il est impossible d'affecter une signification à cette moyenne subjective : en effet, lorsqu'on part de la pensée, on n'aboutit pas nécessairement à un objet. Dans le cas dit "objectif", on a d'abord l'objet puis une estimation, par la moyenne, de la mesure de cet objet. Il s'agit d'une conception réaliste de la science et du monde. Dans le cas dit "subjectif", on a d'abord la mesure et, si cela a un sens, on pose que cette mesure est l'objet. Il s'agit d'un conventionnalisme.

Considérons quelques études conduites par A. QUÉTELET. S'appuyant sur des enregistrements statistiques abondants, il analyse l'influence de facteurs tels que le sexe, l'âge, l'éducation, le climat, les saisons, sur le taux de criminalité en France. Il considère notamment que si les chiffres ne permettent évidemment pas de connaître à l'avance l'auteur d'un crime particulier, leur régularité permet cependant à un spécialiste de prévoir le nombre d'assassins, de faussaires et d'empoisonneurs de la même manière qu'il est possible d'énumérer par avance les naissances et les décès qui doivent avoir lieu. La découverte de régularités statistiques conduit d'ailleurs A. QUÉTELET à quelques conclusions célèbres : *« La société renferme en elle les germes de tous les crimes qui vont se commettre, en même temps que les facilités nécessaires à leur développement. C'est elle, en quelque sorte, qui prépare ces crimes, et le coupable n'est que*

[901] Exemples : la distance entre la terre et une étoile, la surface de la France, etc.
[902] A. DESROSIERES, article "*Statistique*", in D. LECOURT, *Dictionnaire d'histoire et philosophie des sciences*, *op. cit.*, p.876
[903] Exemples : des rendements agricoles de lieux différents ou d'années différentes, etc.

l'instrument qui les exécute. »[904] Les principes théoriques généraux de la statistique de A. QUÉTELET établissent en effet la régularité des phénomènes sociaux avec pour corollaire l'idée que l'application de techniques statistiques permet d'établir l'existence de régularités empiriques, et que ces régularités sont dues à des causes. Sur le plan méthodologique, deux hypothèses se dégagent : la première pose que les causes sont proportionnelles aux effets qu'elles produisent ; la seconde renvoie à la nécessité de s'appuyer sur la "loi des grands nombres" pour atteindre des conclusions valides. Le premier principe de base qui découle de cette métrologie est la mesure des causes par leurs effets, supposés proportionnels à ces causes, ce qui permet, par exemple, de substituer aux mesures impossibles du courage ou de l'inclinaison criminelle, celles des actes de courage ou des crimes effectués. Un autre principe est de s'appuyer sur des enregistrements institutionnels de ces actes, ce qui suppose non pas une identité entre fait social et fait enregistré par les administrations, mais une indépendance entre les facteurs du fait étudié et le filtre administratif. Ces deux principes mis en œuvre, la mesure des effets est alors une mesure relative. Celle-ci se ramène soit à une moyenne pour des mesures quantitatives, soit à une fréquence pour des mesures qualitatives, et dans ce cas on parlera de "penchants" pour le crime ou pour le suicide. Muni de ces outils, A. QUÉTELET peut appliquer son programme qui consiste à inventorier les causes constantes et variables du phénomène, puis à assigner le degré d'influence de chacune de ces causes. Ce degré d'influence prend la forme d'un écart de moyennes ou de fréquences entre une population de référence et une sous-population dans laquelle cette influence est plus ou moins bien isolée.

*(En raison des contraintes attachées à la taille des ouvrages,
la suite de ce chapitre a dû être intégrée au volume 2.)*

904 A. QUETELET, *Sur l'homme et le développement de ses facultés*, *op. cit.*, p.53

CHAPITRE 6 (SUITE)

Mathématisation du hasard et du probable. Processus de rationalisation des prises de décision en situation d'incertitude et en situation de risque. Calcul des espérances. Constitution du calcul des probabilités : étude socio-historique

Section VII. Les controverses sur les fondements du calcul des probabilités et sur son applicabilité au XIX^e siècle

Malgré des progrès remarquables, le calcul des probabilités se trouve dans les années 1820-1830 en période de refoulement : les critiques et les attaques succèdent aux doutes exprimés lors des siècles précédents notamment par des savants comme Jean D'ALEMBERT[905] : les attaques viennent de philosophes (notamment Auguste COMTE), d'hommes de lettres (LA HARPE, qualifié d'adepte puis de renégat des Lumières) de mathématiciens (POINSOT), de médecins, d'économistes. Mais si les critiques relatives aux bases mathématiques du calcul des probabilités sont rares[906], la pertinence de ce calcul pour les études sur l'homme et la société est par contre fortement mise en doute à cause du nombre et de la complexité des facteurs en jeu. Les attaques visent donc essentiellement l'interprétation épistémique du calcul des probabilités qui a nourri les réflexions des probabilistes classiques. Les exemples pouvant appuyer ce type de critiques sont en effet variés. Les uns, dont font partie le paradoxe de Saint-Pétersbourg ou la question de l'inoculation de la variole, mettent en cause l'utilité associée à la probabilité objective[907], elle-même peu discutée. En revanche les décisions des jurys criminels fondées sur des votes qui impliquent des appréciations de culpabilité, compte tenu d'indices et de présomption mais non d'épreuves complètes, font porter le doute sur la possibilité même d'estimer la probabilité (subjective) d'une cause (la culpabilité de l'accusé) sachant que certains effets ont été observés[908].

---

[905] *cf.* E. BRIAN, *L'objet du doute, Les articles de D'Alembert sur l'analyse des hasards dans les quatre premiers tomes de l'Encyclopédie*, *op. cit.*, p.163- 178

[906] - Il est admis que le calcul des probabilités puisse être appliqué aux jeux de hasard, aux calculs d'assurances et de rentes viagères, voire à la théorie des erreurs de mesure -

[907] - géométrique dans le jeu de croix ou pile, fréquentiste pour l'inoculation -

[908] - des indices ou des témoignages incertains -

Soulignons que longtemps après ces controverses, Georges SOREL, au début du XXe siècle, verra dans le calcul des probabilités un outil d'aliénation au service du capitalisme : *« Les hommes éclairés du XVIIIe siècle se placent toujours au point de vue d'une oligarchie savante qui gouverne au nom de la raison. Les maîtres ont beaucoup d'initiative, de lumières et de réflexion ; mais les agents sont des êtres passifs, travaillant à tâtons, opérant par routine. Les fautes que commet cette valetaille doivent se rapprocher de celles que l'on constate assez souvent dans une activité purement machinale, ressembler à des phénomènes de hasard, pouvoir être assimilés aux risques dont tout chef d'entreprise doit tenir compte dans ses prévisions. En ramenant ainsi les choses de la justice sur le plan commercial, on peut concevoir qu'on puisse en raisonner comme on fait des malheurs contre lesquels on s'assure. »*[909]

§.1. La recadrage du projet de CONDORCET par Antoine DESTUTT DE TRACY[910]

Avec Georges CABANIS[911], François VOLNEY[912], l'abbé SIEYÈS[913], Joseph GARAT[914], Pierre DAUNOU[915], Antoine DESTUTT DE TRACY appartient au groupe des idéologues, républicains d'Ancien Régime et philosophes de la Révolution. Proches du pouvoir, notamment lors de la Convention (1792-1795) et du Conseil des Cinq-Cents (1795-1799), ils assument d'importantes responsabilités, affichent des dispositions pour réfléchir aux idées générales et pour la démarche analytique. Ils partagent notamment la conviction que l'esprit critique est essentiel dans les sciences. Mettant leurs idées en commun et désireux d'applications pratiques, ils œuvrent à la constitution de la nouvelle société, dans les assemblées et ailleurs. Après la Terreur, ils participent à la création des différentes instances de l'instruction publique notamment l'École Normale et les écoles centrales où la classe est remplacée par des cours librement choisis par les élèves. C'est dans le *Supplément à la première section des Élémens d'idéologie* qu'Antoine DESTUTT DE TRACY développe une critique de la théorie des probabilités en général, et des travaux de CONDORCET[916] en particulier. Pour A. DESTUTT DE TRACY, "la science de la probabilité" n'est pas une science : *« On comprend à tort sous ce nom collectif et commun, une multitude de sciences ou de portions de sciences, toutes différentes entr'elles, étrangères les unes aux autres, et qu'il est impossible de réunir sans tout*

---

909 G. SOREL, *Les illusions du progrès*, *op. cit.*, p.162
910 - 1754-1836 -
911 - 1757-1808 -
912 - 1757-1820 -
913 - 1748-1838 -
914 - 1749-1833 -
915 - 1761-1840 -
916 - qualifié cependant d'homme "vraiment supérieur et à jamais regrettable" -

confondre. En effet, ce qu'on appelle communément "la science de la probabilité" renferme deux parties distinctes, savoir, d'une part, la recherche de l'évaluation des données, et de l'autre le calcul ou les combinaisons de ces mêmes données. [*Or*] *pour que des êtres quelconques puissent être soumis avec succès à l'action du calcul, il fallait qu'ils fussent susceptibles de s'adapter aux divisions nettes, précises et invariables des idées de quantité, et de la série des noms de nombres et des chiffres qui les expriment. »*[917] DESTUTT DE TRACY énumère alors un certain nombre de phénomènes réfractaires à un traitement par le calcul des probabilités : *« Les degrés de capacité des hommes, ceux de l'énergie et de la puissance de leurs passions, de leurs préventions, de leurs habitudes, etc. : il est presque toujours, et je pourrais dire toujours impossible de démêler les altérations et les variations des causes concourantes, des circonstances influentes, et de mille considérations essentielles, en sorte qu'on est nécessité à ranger ensemble, comme semblables, une multitude de choses très-diverses, seulement pour arriver à ces résultats préparatoires, lesquels doivent ensuite conduire à d'autres qui ne peuvent manquer de devenir tout à fait fantastiques. »*[918] Critiquant les résultats de CONDORCET, il n'en rejette pas pour autant l'ensemble de son projet. La réflexion de DESTUTT DE TRACY sur les probabilités, loin d'anéantir les espérances de CONDORCET, tend au contraire à les assurer et à les réaliser en les enfermant dans certaines limites. Pour Pierre CRÉPEL les observations de DESTUTT DE TRACY *« contiennent en germe, sous une forme plus fine, une grande partie des critiques qui seront opposées aux applications du calcul des probabilités au XIXe siècle. »*[919]

§.2. "La prétendue théorie des probabilités" selon Auguste COMTE[920]

« Le calcul des probabilités ne me semble avoir été réellement, pour ses illustres inventeurs, qu'un prétexte commode à d'ingénieux et difficiles problèmes numériques. Quant à la conception philosophique sur laquelle repose une telle doctrine, je la crois radicalement fausse et susceptible de conduire aux plus absurdes conséquences... C'est la notion fondamentale de la probabilité évaluée, qui me semble directement irrationnelle et même sophistique : je la regarde comme essentiellement impropre à régler notre conduite en aucun cas,

[917] A. DESTUTT DE TRACY, *Supplément à la première section des Elémens d'idéologie*, 1818, éditions Courcier, cité par P. CREPEL, *De Condorcet à Arago*, in *L'enseignement des probabilités en France (1786-1830)*, Bulletin de la Société des Amis de la Bibliothèque de l'Ecole Polytechnique, mai 1989, n°4, p.43

[918] A. DESTUTT DE TRACY, *op. cit.*, p.43

[919] P. CREPEL, *De Condorcet à Arago*, in *L'enseignement des probabilités en France (1786-1830)*, Bulletin de la Société des Amis de la Bibliothèque de l'Ecole Polytechnique, *op. cit.*, p.43

[920] - 1798-1857 -

si ce n'est tout au plus dans les jeux de hasard... »[921] *« Activité puérile », « illusoire théorie des chances », « espoirs chimériques », « apparence de rationalité », « aberration radicale de l'esprit mathématique », « monstruosité physique », « honteuse aberration scientifique », « conceptions philosophiques radicalement fausses et applications chimériques »* : la condamnation du calcul des probabilités par Auguste COMTE, constante tout au long de son œuvre, est sans équivoque et vise non seulement les applications mais l'ensemble de la théorie dans son ensemble. A. COMTE, né en 1798, élève de l'École Polytechnique où il reçoit un enseignement de calcul des probabilités, appartient à la promotion qui sera renvoyée pour insubordination envers le Roi en 1816. Comme dans tout champ scientifique, Auguste COMTE tente, semble-t-il, de se poser en s'opposant, d'une part à la mathématique sociale de CONDORCET, d'autre part à LAPLACE et à sa conception subjective de la probabilité, à POISSON (hostilité personnelle). Alors que la notion de "bon sens" est convoquée par LAPLACE pour intervenir en faveur du calcul des probabilités[922], cette même notion est utilisée par COMTE pour souligner les impasses de la théorie : *« Elle nous amènerait habituellement, dans la pratique, à rejeter, comme numériquement invraisemblables, des événements qui vont pourtant s'accomplir.* […] *Les applications utiles qui semblent lui être dues, <u>le simple bon sens</u>, dont cette doctrine a souvent faussé les aperçus, les avait toujours clairement indiquées d'avance. »*[923] La probabilité, accusée de troubler la hiérarchie des notions communes, est rejetée. D'ailleurs le rejet de la probabilité concourt à la définition même du positivisme : tout ce qui est positif est certain sans pondération probabilitaire. La théorie comtienne de la certitude exclut la probabilité : les lois sont des dogmes et la conception probabiliste est directement contraire au principe de l'invariabilité des lois naturelles. Pour Auguste COMTE une théorie fondée sur le hasard ne peut être que fausse. Par ailleurs Stéphane CALLENS pointe un autre élément susceptible de rendre compte de l'aversion de COMTE pour la théorie des probabilités. Celui-ci a trait aux notions d'"événement" et d'"indépendance d'événements". *« Le positivisme théorise autour d'une soumission aux influences du milieu et d'une quasi-absence de l'événement : comte dans son histoire de la civilisation n'en envisage qu'un seul, présenté d'ailleurs très négativement, à savoir la carrière aventureuse de Bonaparte. À l'exception de Bonaparte, tout est dépendant, soumis à une direction orientée.* […] *Dès le début du XVIII*e *siècle, les analystes ont parlé d'indépendance d'événements. Or, pour Comte, déjà le pluriel du mot*

[921] A. COMTE, *Philosophie première, Cours de Philosophie positive, leçons 1 à 45*, note de bas de page * de la 27e leçon, *op. cit.*, p.435
[922] *« <u>La théorie des probabilités n'est au fond que le bon sens réduit au calcul</u> : elle fait apprécier avec exactitude, ce que les esprits justes sentent par une sorte d'instinct, sans qu'ils puissent souvent s'en rendre compte. »* P.S. LAPLACE, *Essai philosophique sur les probabilités*, *op. cit.*, p.206
[923] A. COMTE, *Philosophie première, Cours de Philosophie positive, leçons 1 à 45*, note de bas de page * de la 27e leçon, *op. cit.*, p.435

“événement” fait difficulté, et surtout il ne peut y avoir indépendance de la conduite d’une raison quelconque, d’indépendance dans une succession historique, d’indépendance dans l’exercice d’un jugement. »[924] Soulignons qu’aujourd’hui encore, la notion même d’indépendance d’événements est susceptible de débats, voire d’oppositions en particulier lorsqu’il existe des postulats relatifs à l’existence d’un ordre supra-naturel : cette notion peut être délicate à repérer et à qualifier par les étudiants qui s’attachent à s’approprier et à pratiquer le calcul des probabilités.

§.3. L’impossible applicabilité du calcul des probabilités à la médecine et les insuffisances de la théorie selon le médecin Risueño D’AMADOR

L’application du calcul des probabilités et des statistiques à la médecine est l’occasion d’un débat entre partisans et adversaires. Alors que Philippe PINEL et Georges CUVIER font part de l’intérêt, pour l’administration hospitalière, des méthodes de prévisions probabilistes, Risueño D’AMADOR développe au contraire une critique du calcul des probabilités. Dans le *Rapport historique sur les progrès de sciences naturelles depuis 1789 et sur leur état actuel* (1808) G. CUVIER écrit : *« On a imaginé et l’on commence à employer fréquemment un heureux moyen de constater les résultats généraux de divers essais, et d’assigner la véritable valeur des probabilités sur lesquelles reposent presque uniquement la plupart de nos méthodes, en soumettant en quelque sorte au calcul l’expérience médicale : ce sont les tables comparées qui présentent d’un seul coup d’œil le tableau de toute une épidémie, ou de longs résultats de la pratique d’un hôpital. M. Pinel en a donné un exemple intéressant sur les aliénations mentales, et le plus ou moins de probabilité qu’il y a d’en guérir chaque espèce. »*[925] *A contrario* Risueño d’AMADOR dénonce non seulement l’applicabilité du calcul des probabilités aux faits réels du monde physique et moral[926] mais la théorie elle-même : *« Une théorie semblable est peut-être possible ; mais jusqu’ici elle n’a pu être encore complètement établie, même dans ses fondements purement abstraits et mathématiques car la théorie dite des probabilités semble renfermer des difficultés et des contradictions logiques peut être insolubles. Ce qu’il y a de certain, c’est que les mathématiciens qui ont essayé de définir et de systématiser le probable, ne sont pas parvenus encore à*

[924] S. CALLENS, *Les maîtres de l’erreur, Mesure et probabilité au XIX^e siècle*, PUF, 1997, p.297
[925] G. CUVIER, *Rapport historique sur les progrès de sciences naturelles depuis 1789 et sur leur état actuel*, 1908, cité par S. CALLENS, *Les maîtres de l’erreur, Mesure et probabilité au XIX^e siècle*, *op. cit.*, p.197
[926] - “inutile ou illusoire” -

se bien entendre, même sur les éléments purement mathématiques de la question. »[927]

Alors que la controverse sur les fondements du calcul des probabilités et sur son applicabilité est loin de s'épuiser, Antoine Augustin COURNOT, bien avant de nouveaux problèmes qui seront soulevés à la fin du XIXe siècle par J. BERTRAND, avait tenté d'en clarifier les principes et de préciser le sens et la valeur des applications.

§.4. La contribution d'Antoine Augustin COURNOT à la tentative de réhabilitation probabiliste dans la deuxième moitié du XIXe siècle

Thierry MARTIN a consacré sa thèse à l'étude de la philosophie du probable chez COURNOT : son ouvrage *Probabilités et critique philosophique selon Cournot* constitue, avec les textes de COURNOT, l'essentiel de notre référence pour aborder la contribution de COURNOT à l'élaboration du calcul des probabilités.

§.4.1. La conception du hasard chez COURNOT

Le hasard, pour COURNOT, ne se réduit ni au surgissement imprévu et inconditionné d'un effet sans cause, ni à une appréhension subjective résultant de notre ignorance des causes de l'événement : le hasard désigne chez COURNOT la rencontre accidentelle et imprévisible entre plusieurs séries de faits ou de causes indépendantes. C'est la fameuse image de la tuile qui tombe sur le passant. Il est possible d'expliquer de manière rationnelle le déplacement du passant, les lois physiques relatives à la chute des corps, mais il n'est pas possible d'expliquer la rencontre de ces séries causales[928]. On appelle hasard, avec COURNOT, la rencontre de deux séries causales : *« Les événements amenés par la combinaison ou la rencontre d'autres événements qui appartiennent à des séries indépendantes les unes des autres, sont ce qu'on nomme des événements fortuits ou des résultats du hasard. »*[929] Ce qui fait la fortuité n'est pas l'absence de détermination ou son ignorance mais l'absence de nécessité dans la conjonction des déterminations. En ce sens, un événement peut être le produit d'un ensemble de causes qui le déterminent, tout en étant fortuit dès lors qu'il n'est pas nécessaire.

[927] R. D'AMADOR, *Mémoire sur le calcul des probabilités appliqué à la médecine*, Académie Royale de médecine, tome 1, n°16, 1837, pp.662-680, cité par T. MARTIN, *Probabilités et critique philosophique selon Cournot*, *op. cit.*, p.39

[928] À moins que le trajet du passant et la chute de la tuile n'aient une cause commune ; si un vent violent entraîne la chute d'une tuile et la modification du trajet du passant, peut-on encore parler d'indépendance ?

[929] A.A. COURNOT, *Essai sur les fondements de la connaissance et sur les caractères de la critique philosophique*, Hachette, 1ère édition en 1851, p.52

Un exemple emprunté à Milan KUNDERA dans *L'insoutenable légèreté de l'être* peut illustrer cette conception du hasard même si on peut légitimement s'interroger sur la pertinence du choix d'exemples littéraires pour rendre compte du hasard-rencontre sachant que COURNOT l'a plutôt conçu pour désigner des phénomènes naturels ou historiques. *« Sept ans plus tôt, un cas difficile de méningite s'était déclaré par hasard à l'hôpital de la ville où habitait Teresa, et le chef de service où travaillait Thomas avait été appelé d'urgence en consultation. Mais, par hasard, le chef de service avait une sciatique, il ne pouvait pas bouger, et il avait envoyé Thomas à sa place dans cet hôpital de province. Il y avait cinq hôtels dans la ville, mais Thomas était descendu par hasard dans celui où travaillait Tereza. Par hasard, il avait un moment à perdre avant le départ du train et il était allé s'asseoir dans la brasserie. Tereza était de service par hasard et servait par hasard la table de Thomas. Il avait donc fallu une série de six hasards pour pousser Thomas jusqu'à Tereza, comme si, laissé à lui-même, rien de l'y eût conduit. »*[930]

Un autre exemple est tiré de l'œuvre d'Alfred DE MUSSET, *Les confessions d'un enfant du siècle*. Pendant un souper, Octave fait tomber par mégarde (donc accidentellement) une fourchette sur le sol. Lorsqu'il se baisse pour la ramasser, il découvre que sa belle maîtresse dont les regards rêveurs lui semblaient témoigner de l'attente nostalgique de leur solitude de fin de soirée, a tendrement enlacé de ses jambes celles de son voisin de table, qui est son meilleur ami…

On peut s'interroger sur ce qui rapproche ou distingue la conception du hasard chez ARISTOTE et chez COURNOT. Selon G.G. GRANGER, si le sens cosmique et ontologique des conceptions aristotélicienne et cournotienne du hasard est identique, il faut noter que la conception cournotienne s'ouvre sur le calcul des probabilités et se prolonge en une véritable philosophie de l'histoire[931]. La philosophie de l'histoire de COURNOT se donne en effet pour objet *« l'analyse et la discussion des causes ou des enchaînements de causes qui ont concouru à amener les événements dont l'histoire offre le tableau ; causes qu'il s'agit surtout d'étudier au point de vue de leur indépendance ou de leur solidarité. »*[932] Pour COURNOT la critique historique vise à identifier, dans le mouvement historique, la part respective du fortuit et du nécessaire, de l'essentiel et de l'accidentel, pour dégager, sous le détail des événements et dans la multiplicité des facteurs qui les engendrent, les causes profondes qui en rendent raison. Comme le souligne Thierry MARTIN, *« le but que Cournot*

---

930 M. KUNDÉRA, *L'insoutenable légèreté de l'être*, éditions NRF Gallimard, 1984, p.49-50
931 G.G. GRANGER, *Le probable, le possible et le virtuel*, *op. cit.*, p.174
932 A.A. COURNOT, *Considérations sur la marche des idées et des événements dans les temps modernes*, Œuvres complètes, tome IV, Paris, éditions Vrin, 1973, p.10

assigne à la philosophie historique est moins de mettre au jour les causes des faits historiques que de les ordonner, de les hiérarchiser pour discerner parmi ces causes celles qui sont déterminantes. Il s'agit de démêler dans le spectacle de l'histoire, sous l'exubérance des événements plus ou moins fortuits et accidentels, les grandes lignes de force, les tendances générales qui en permettent l'intelligibilité. Ce partage exige que l'on distingue entre les causes immédiates et souvent accidentelles responsables de ce que l'événement a de singulier des conditions déterminantes qui rendent raison de ses propriétés, et par là, en permettent l'intelligibilité. »[933] Soulignons enfin, au sujet de la distinction entre ARISTOTE et COURNOT, que ce dernier pense dans un contexte scientifique où l'explication finaliste n'est plus dominante et où le hasard est mathématisé.

§.4.2. Le champ de la probabilité mathématique et l'élaboration des conditions permettant à la probabilité mathématique de se voir attribuer une valeur objective selon COURNOT

C'est en 1843 qu'est publié l'ouvrage de COURNOT *Exposition de la théorie des chances et des probabilités* dans lequel l'auteur entreprend non seulement d'exposer les principes élémentaires du calcul des probabilités mais également de répondre aux critiques des détracteurs du savoir probabiliste en soumettant ses concepts et ses principes à la critique philosophique afin d'en préciser le véritable sens et la profondeur. L'entreprise de clarification conceptuelle à laquelle se livre COURNOT[934] consiste dans une première étape, à identifier avec précision le champ de la probabilité mathématique puis dans une seconde étape à élaborer les conditions permettant à la probabilité mathématique de recevoir une valeur objective.

- Première étape : l'identification du champ de la probabilité mathématique. Il s'agit de distinguer ce qui est proprement mathématique de ce qui ne l'est pas. Pour cela, COURNOT réalise deux opérations consistant d'une part, à affirmer le caractère purement mathématique de la théorie probabiliste et d'autre part, à établir la distinction entre probabilité mathématique et probabilité philosophique.
  - L'affirmation du caractère authentiquement mathématique du calcul des probabilités. Définir le calcul des probabilités comme une théorie mathématique pure, c'est pour COURNOT lui reconnaître un statut comparable en abstraction à celui de l'algèbre ; c'est également prendre ses distances avec une conception dominante au XVIIIe siècle

933 T. MARTIN, *Histoire et théorie du hasard à l'âge classique selon Cournot*, Revue de Synthèse, n°2-3, 2001

934 B. BRU souligne l'importance de l'apport des travaux de Jules Bienaymé à la pensée de Cournot.

qui range le calcul des probabilités sous la catégorie des mathématiques mixtes. C'est montrer, contre ses détracteurs (POINSOT, COMTE, etc.), qu'il ne se réduit pas à une spéculation métaphysique, mais qu'il constitue une authentique branche des mathématiques. Pour la réussite de cette entreprise, COURNOT affirme que les principes sur lesquels le calcul des probabilités se fonde, prennent appui sur la combinatoire, *« science abstraite et purement rationnelle. »*[935] La probabilité discrète définie, comme rapport du nombre de combinaisons favorables sur le nombre de combinaisons possibles, est ainsi construite à partir de ce soubassement combinatoire qui n'emprunte rien d'extérieur à la théorie mathématique. De plus, la théorie des combinaisons à laquelle COURNOT se réfère n'est pas considérée comme une simple branche des mathématiques : il lui reconnaît un large statut fondateur et la pense sous la forme de ce qu'il appelle la syntactique, combinatoire générale et symbolique, formant non seulement la base des mathématiques mais le socle sur lequel s'édifie l'ensemble des connaissances rationnelles[936]. Une fois établi le concept de probabilité comme rapport de combinaisons discrètes en nombre fini, il est alors possible, grâce au calcul infinitésimal, d'en enrichir le contenu en considérant une étendue continue de combinaisons en nombre infini : c'est grâce à cet élargissement de sens que le concept de probabilité peut s'accorder à la réalité physique. Pour COURNOT, c'est en effet lorsque le calcul des probabilités emprunte au calcul intégral les instruments par lesquels il devient possible de maîtriser la continuité naturelle qu'il reçoit une forme adéquate aux phénomènes naturels qu'il cherche à décrire : *« La transformation dont il s'agit est d'un intérêt spécial dans l'ordre des faits naturels où le nombre des combinaisons ou des chances est pour l'ordinaire infini, à cause que dans la nature presque tout varie avec continuité et non par sauts. »*[937] Le calcul des probabilités, fondé sur la combinatoire, mais l'excédant par son champ d'application, bénéficie en ce sens d'un double statut : théorie mathématique pure et autonome quant à ses principes et outil

[935] A.A. COURNOT, *Exposition de la théorie des chances et des probabilités*, (1843), cité par T. MARTIN, *Probabilités et critique philosophique selon Cournot*, *op. cit.*, p.77

[936] *« La syntactique ou théorie de l'ordre et des combinaisons doit être pensée comme susceptible de deux formes. La notion de syntactique peut d'abord désigner cette branche particulière des mathématiques qu'est la combinatoire. Il s'agit alors de l'application de la syntactique à un domaine particulier, celui qui se propose de dénombrer les combinaisons possibles.* […] *En un second sens, la syntactique peut être pensée comme théorie de l'ordre en général, indépendamment de toute pratique de dénombrement, et c'est sous ce second aspect que l'algèbre peut être conçue comme une forme de syntactique. »* T. MARTIN, *Probabilités et critique philosophique selon Cournot*, *op. cit.*, p.88

[937] A.A. COURNOT, *Exposition de la théorie des chances et des probabilités*, (1843), cité par T. MARTIN, *Probabilités et critique philosophique selon Cournot*, *op. cit.*, p.100

de la mathématisation du réel. Thierry MARTIN souligne combien la théorie mathématique des probabilités se trouve ainsi dissociée de ses éventuelles applications : *« c'est justement parce qu'il est constitué en théorie mathématique autonome, qu'il peut* […] *s'appliquer sans ambiguïté »*[938] L'autonomie de la probabilité mathématique ainsi construite se trouve d'autre part renforcée à l'occasion de la distinction avec la probabilité philosophique.

- La distinction entre probabilité mathématique et probabilité philosophique. Seule la probabilité mathématique est susceptible de recevoir une mesure numérique précise : ce n'est pas le cas de la probabilité que COURNOT appelle philosophique dont relève l'ensemble des jugements qui ne résultent pas d'une démonstration en forme ou d'une preuve apodictique. La probabilité philosophique n'est nullement une application de la probabilité mathématique au champ de la réflexion philosophique : *« elle se définit, à l'opposé de la probabilité mathématique, comme une probabilité nécessairement subjective et non-numérique. »*[939] La probabilité philosophique est une modalité des jugements du sujet connaissant. Si elle n'est pas sans rapport effectif avec l'objet jugé, elle dépend du degré de connaissance qui informe les jugements du sujet. L'assentiment à ces jugements se construit au regard d'un réseau d'inductions et d'analogies dont le nombre et la solidarité augmentent la probabilité. La probabilité philosophique peut cependant être suffisamment "forte" pour exclure tout doute raisonnable et être alors légitimement considérée comme une certitude philosophique ou rationnelle. *« Le jugement de probabilité philosophique jouit donc d'une valeur objective variable, qui est susceptible de croître jusqu'à atteindre cette certitude rationnelle* [*qui*] *caractérise, sous la forme de la certitude physique, le rapport de la probabilité mathématique au réel. »*[940] Ainsi, il n'existe pas, pour COURNOT, d'unité de mesure permettant d'évaluer numériquement la correspondance d'une thèse au réel : en particulier, la probabilité philosophique statuant sur la conformité de nos représentations à l'expérience, résulte non d'un calcul mais d'un jugement.

▪ Seconde étape : l'élaboration des conditions permettant à la probabilité mathématique de recevoir une valeur objective. La question est de savoir à quelles conditions la présomption d'un accord entre la théorie des probabilités et le réel peut trouver sa confirmation. Pour COURNOT, le

938 T. MARTIN, *Probabilités et critique philosophique selon Cournot*, *op. cit.*, p.101
939 T. MARTIN, *Probabilités et critique philosophique selon Cournot*, *op. cit.*, p.262
940 T. MARTIN, *Probabilités et critique philosophique selon Cournot*, *op. cit.*, p.262

concept de probabilité mathématique pourra bénéficier d'une valeur objective s'il est possible d'identifier dans le réel un objet qui lui corresponde. Sur le plan du réel, COURNOT entreprend de montrer que le hasard ne se réduit pas à une illusion subjective, produit de notre ignorance des causes des phénomènes, mais qu'il possède une réalité. Il élabore donc une représentation objectiviste du hasard qui laisse une place, à côté des événements nécessaires régis par un déterminisme pur, à des événements seulement possibles, c'est-à-dire à des événements dont la possibilité est susceptible de trouver dans la probabilité mathématique l'instrument de sa mesure. Réciproquement, sur le plan du concept, COURNOT établit que sous certaines conditions, la probabilité peut mesurer la possibilité des phénomènes : pour la réussite de cette entreprise, COURNOT met en place le principe de l'impossibilité physique.

- Du hasard objectif à la probabilité objective. Nous avons déjà évoqué, au chapitre précédent, la conception objectiviste du hasard développée par COURNOT : celle-ci repose sur la thèse affirmant l'existence de séries causales indépendantes, la rencontre de telles séries définissant la fortuité. *« Les événements amenés par la combinaison ou la rencontre de phénomènes qui appartiennent à des séries indépendantes, dans l'ordre de la causalité sont ce qu'on nomme des éléments fortuits ou des résultats du hasard. »*[941] Soulignons également que l'affirmation de la réalité objective du hasard par COURNOT n'implique pas le rejet du déterminisme dès lors que son existence est affirmée au niveau local sans prétendre, comme le faisait LAPLACE, lier tous les phénomènes dans une solidarité universelle. Il n'y a, dans la perspective cournotienne, aucune difficulté à admettre simultanément l'existence de systèmes rigoureusement déterminés et une indépendance relative de ces systèmes les uns par rapport aux autres. Ce qui établit la théorie cournotienne du hasard objectif, c'est la possibilité d'une telle indépendance, donc de la fortuité de l'événement et non pas sa réalité. Mais à elle seule, la théorie du hasard est insuffisante pour valider l'affirmation objective du calcul des probabilités, c'est la raison pour laquelle COURNOT poursuit son analyse en introduisant un second élément : le principe de l'impossibilité physique.

- Le principe de l'impossibilité physique. COURNOT construit le principe de l'impossibilité physique en s'appuyant sur une analyse d'exemples d'événements posés comme logiquement possibles mais physiquement impossibles tels que l'équilibre d'un cône sur sa pointe,

[941] A.A. COURNOT, *Exposition de la théorie des chances et des probabilités*, (1843), cité par T. MARTIN, *Probabilités et critique philosophique selon Cournot*, *op. cit.*, p.113

la coïncidence parfaite entre le centre d'un disque projeté sur un parquet carré et le point d'intersection de ses diagonales, etc. L'argumentation de COURNOT consiste à montrer que l'événement considéré comme impossible représente l'unique chance favorable contre une infinité de chances contraires. Le principe de l'impossibilité physique énonce qu'un événement dont la probabilité est infiniment petite ne peut pas se réaliser en un nombre fini d'épreuves, c'est-à-dire dans les conditions de l'expérience. Ce principe permet alors d'opérer le passage du plan du concept au plan du réel puisque c'est le concept de probabilité infiniment petite qui implique par lui-même l'impossibilité de l'existence de l'événement correspondant. La probabilité mathématique reçoit donc ici une valeur objective mais dans les seuls cas où elle est infiniment petite et de manière négative dans la mesure où le principe de l'impossibilité physique ne mesure pas la possibilité d'un événement mais une impossibilité. COURNOT montre ensuite que la valeur objective attribuée à la probabilité mathématique peut s'étendre au-delà de la seule probabilité infiniment petite en combinant le principe de l'impossibilité physique et le "théorème de BERNOULLI". À la limite, écrit COURNOT, dans une infinité d'épreuves, c'est la probabilité d'un écart sensible entre fréquence et probabilité qui devient infiniment petite. *« On a une probabilité infiniment petite, où il devient physiquement impossible que les deux rapports diffèrent l'un de l'autre d'une fraction donnée si petite qu'elle soit. »*[942] La probabilité mathématique peut alors mesurer la possibilité physique de l'événement. À l'issue de cette analyse il est donc possible, pour COURNOT, de reconnaître à la probabilité mathématique une valeur objective à condition que les causes qui interviennent dans sa production soient connues et indépendantes.

- Lorsque ces conditions ne sont pas satisfaites, la probabilité ne peut pas porter sur la possibilité de l'événement mais sur les hypothèses formées à son sujet : elle vaut donc subjectivement et non pas objectivement. Ainsi, l'analyse de COURNOT aboutit non pas à trancher la question de la valeur objective ou subjective des probabilités par l'adoption de telle ou telle position unilatérale mais à reconnaître la dualité de ses significations et la nécessité d'identifier dans ses applications la valeur probante qu'elle reçoit.

Malgré un certain nombre de limites (difficulté de prouver de manière catégorique la réalité de l'indépendance rationnelle des événements entre eux,

---

942 A.A. COURNOT, *Exposition de la théorie des chances et des probabilités*, (1843), cité par T. MARTIN, *Probabilités et critique philosophique selon Cournot*, *op. cit.*, p.223

difficulté à traiter le principe de l'impossibilité physique), la réflexion de COURNOT, dans la mesure où elle affirme la pureté de la théorie mathématique ainsi que l'indépendance des applications, et par la distinction opérée au sein du concept de probabilité, offre les moyens de surmonter les difficultés d'interprétation que ce concept véhicule et ouvre la voie à la constitution, sous forme de systèmes formels, de la théorie contemporaine du calcul des probabilités.

Section VIII. Développement du calcul des probabilités aux XIX^e et XX^e siècles : regard sur quelques-unes des étapes ayant conduit à la constitution du calcul des probabilités en une théorie axiomatisée

§.1. Comment, dans des problèmes qui combinent géométrie euclidienne et calcul de probabilités, "choisir au hasard" ? La mise au jour de paradoxes par Joseph BERTRAND

Joseph BERTRAND[943] est professeur de mathématiques à l'École Polytechnique de 1854 à 1894. Sa participation à l'élaboration du calcul des probabilités se "limite", si l'on peut dire, en une mise au jour des faiblesses de la théorie en vigueur, théorie alors fondée essentiellement sur les travaux de LAPLACE. La postérité a surtout retenu de la contribution de J. BERTRAND le problème suivant publié dans son manuel en 1889 : "On considère un cercle. On lance un bâton et on ne considère que les cas où le bâton coupe le cercle en deux points ce qui détermine une corde. Quelle est la probabilité pour que la longueur de cette corde soit supérieure à celle du côté du triangle équilatéral inscrit ?" Pour J. BERTRAND, l'intérêt de ce problème réside dans le fait qu'il permet d'interroger la manière de rendre compte mathématiquement du tirage au hasard dans le cadre de situations géométriques. Comment en effet mathématiser le choix au hasard d'une corde parmi l'ensemble de cordes et comment dénombrer les cas favorables et les cas possibles alors que l'ensemble des extrémités d'une corde a la puissance du continu ? Il est alors intéressant de remarquer que la conception qu'a Joseph BERTRAND de la notion de "choix au hasard", comme d'ailleurs celle de BUFFON lorsqu'il s'intéresse au jeu de "franc carreau"[944] ou au problème de l'aiguille[945], consiste à faire appel à ce que l'on appelle aujourd'hui

[943] - 1822- 1900 -
[944] On jette un écu au-dessus d'un sol pavé et les joueurs parient sur son point de chute : tombera-t-il sur un seul carreau (à franc-carreau), sur un joint ou encore sur deux, trois ou quatre joints ?
[945] Quelle est la probabilité, qu'une aiguille de longueur "L" tombe "au hasard" sur un parquet dont toutes les lattes ont une largeur "e", coupe le bord d'une latte ? (Réponse de BUFFON : $2\,L/\pi\, e$).

“la loi uniforme”. Rappelons que dans le cadre d’une distribution uniforme, la probabilité de choisir au hasard un ensemble donné est proportionnelle à la mesure de cet ensemble[946]. Ainsi, en adoptant successivement trois démarches que “le bon sens” (assimilé ici aux distributions uniformes) semble également imposer, Joseph BERTRAND trouve trois réponses distinctes et recevables au problème posé : 1/2 avec la première démarche, 1/3 avec la seconde et enfin 1/4 avec la troisième. Explicitons ces trois manières de procéder :

- Première démarche : *probabilité uniforme sur un segment (rayon)*. L’événement est réalisé. On se donne, pour des raisons de symétrie, la direction de la corde : le point d’intersection de cette corde avec le diamètre perpendiculaire à cette direction se trouve sur un segment dont la longueur est égale à la moitié de la longueur de ce diamètre (car la distance au centre du côté du triangle équilatéral inscrit est égale à la moitié du rayon) ; la probabilité est donc 1/2.

- Seconde démarche : *probabilité uniforme sur un cercle*. On se donne, pour des raisons de symétrie, une des extrémités de la corde sur le cercle ; la deuxième extrémité doit être sur l’arc sous tendu par les deux côtés du triangle équilatéral issus de la première extrémité, d’où un arc capable dont la longueur est le tiers de la circonférence[947] ; la probabilité est donc 1/3.

- Troisième démarche : *probabilité uniforme sur un disque*. Pour fixer la position d’une corde, il suffit de préciser son milieu ; pour que la corde satisfasse à la condition imposée, il faut que son milieu soit intérieur à un disque concentrique au disque donné et de rayon moitié ; l’aire de ce disque est le quart de l’aire du disque initial ; la probabilité est 1/4.

Les différentes manières de résoudre ce problème, parce qu’elles ne conduisent pas toutes à une même et seule conclusion, sont l’occasion pour J. BERTRAND de mettre en question le sens de l’expression “au hasard” dans le cas du choix (uniforme) d’une distribution de probabilité sur tel ou tel ensemble géométrique. Cette controverse montre que le calcul des probabilités fondés sur les principes de LAPLACE ne peut être généralisé à des univers continus sans autres fondements théoriques. Aujourd’hui, le concept de “loi” et les outils modernes des mathématiques permettent de considérer des modèles qui ne se réduisent pas aux seules distributions uniformes.

---

[946] Par exemple, si l’on considère un rectangle, la probabilité de choisir au hasard une partie mesurable de ce rectangle est égale au rapport de l’aire de cette partie à l’aire du rectangle.

[947] Autre formulation : on se donne, pour des raisons de symétrie, une des extrémités de la corde sur le cercle ; la tangente en ce point et les deux côtés du triangle équilatéral inscrit ayant ce point pour sommet, forment trois angles de 60° ; la direction de la corde doit être à l’intérieur de l’un de ces trois angles à l’exclusion des trois autres ; la probabilité est donc 1/3.

§.2. La fin du XIXe siècle consacre la pertinence de la description probabiliste du monde

La fin du XIXe siècle consacre la pertinence de la description probabiliste du monde à la fois dans les sciences de la vie et de la terre et dans les sciences physiques.

§.2.1. La pertinence de la description probabiliste en sciences de la vie et de la terre

En novembre 1859 paraît *L'origine des espèces* ouvrage dans lequel Charles DARWIN[948] expose dans le détail une théorie de la sélection naturelle et dégage une direction de l'évolution biologique soumise à des variations fortuites secondaires : cette vision est essentiellement probabiliste. L'influence de DARWIN sur le développement des statistiques théoriques est alors considérable. Le calcul des probabilités intervient également en génétique comme le montre Gregor MENDEL[949]. Ignorée lors de sa publication en 1865, son œuvre n'est reconnue que trente-cinq ans plus tard. Ses recherches sur l'hybridation végétale le conduisent à mettre en évidence un certain nombre de lois élémentaires qui fondent la génétique et ces lois, connues aujourd'hui sous le nom de "lois de MENDEL" sont "modélisées" par la théorie probabiliste. L'application du concept d'hybridation à des caractères se manifestant isolément assimile en effet l'hybridologie à une théorie formelle de l'hérédité des caractères héréditaires individuels.

D'autre part, une nouvelle école probabiliste anglaise s'édifie pendant le dernier quart du XIXe siècle et, dans la suite des travaux de DARWIN, fonde la statistique moderne. Dans *Natural inheritance*[950] Francis GALTON[951] montre comment il est possible d'exprimer par un nombre le degré de liaison observé entre un phénomène biologique, économique, social et un autre phénomène pouvant relever de séries différentes : c'est le coefficient de corrélation. Instrument du calcul des liaisons entre des variations, le coefficient de corrélation est perfectionné par Karl PEARSON[952]. Présupposant l'existence de causes (physiques, sociales, etc.) les statisticiens anglais dégagent alors les notions fondamentales de corrélation et de régression et fondent la théorie des tests : tests du khi-deux, de FISHER[953], de STUDENT[954], etc. Soulignons ici les

[948] - 1809-1882 -
[949] - 1822-1884 -
[950] - 1889 -
[951] - 1822-1911 -
[952] - 1857-1936 -
[953] Ronald FISHER : 1890-1962
[954] William GOSSET : 1876-1937

analyses que J.P. BENZÉCRI[955] d'une part, et A. DESROSIÈRES[956] d'autre part, consacrent à ces inventeurs et à leurs travaux dans leurs ouvrages respectifs.

§.2.2. La pertinence de la description probabiliste en sciences physiques

§.2.2.1. Désordre microscopique et déterminisme statistique, une autre conception du hasard : le hasard-désordre

La science, notamment au XIX^e siècle, a longtemps eu affaire à des phénomènes qui paraissaient relativement simples, étudiés à l'échelle macroscopique. Ainsi conçue, la science postulait un déterminisme mécanique aboutissant à la formulation de lois idéales, rigoureuses : elle pouvait prétendre à la certitude. Les progrès réalisés ont peu à peu révélé que l'apparente simplicité de certains phénomènes recouvre, en réalité, des phénomènes extrêmement complexes, auxquels le déterminisme absolu ne s'applique plus. Un récipient rempli de gaz contient des milliards de molécules de gaz animées de mouvements erratiques : l'agitation thermique. Ces mouvements sont désordonnés et sont considérés, pour chaque molécule, comme strictement dus au hasard parce que la connaissance et le traitement de la totalité des paramètres physiques est inaccessible et impossible. Par contre, au niveau global, macroscopique, il y a une certaine constance : les molécules se déplacent dans des directions qui s'annulent statistiquement. Pour Jacques BONITZER, il y a deux types de processus en interaction qui sont des phénomènes composites associant un ensemble de phénomènes "microscopiques" et un phénomène "macroscopique". *« Ces phénomènes ont leur autonomie, ce qui veut dire qu'ils sont régis, les uns et les autres, par leurs lois propres. En même temps, ils sont en interaction ; les phénomènes microscopiques influencent le déroulement du phénomène macroscopique, tandis que c'est la loi de celui-ci qui agrège les phénomènes microscopiques - ou, en d'autres termes, leur impose son "point de vue".* […] *Le phénomène macroscopique dépend de la valeur cumulée d'une somme de caractéristiques numériques des phénomènes microscopiques. »*[957] Ainsi, pour cette pensée moderne, le hasard-désordre serait dans la nature même des phénomènes microscopiques et le déterminisme serait une conséquence à l'échelle macroscopique des lois du hasard à l'échelle microscopique, lorsqu'on mesure des grandeurs qui sont en fait des valeurs moyennes aux fluctuations très faibles.

---

[955] J.P. BENZÉCRI, *Histoire et Préhistoire de l'analyse des données*, éditions Dunod, 1982, Partie II

[956] A. DESROSIÈRES, *La politique des grands nombres*, *op. cit.*, chapitre 4

[957] J. BONITZER, *Philosophie du hasard*, Messidor, éditions sociales, 1984, p.140-141

§.2.2.2. Hasard-désordre, physique statistique et calcul des probabilités

La fin du XIX^{e} siècle voit le développement de la physique statistique : c'est l'étude des systèmes composés d'un grand nombre d'éléments identiques comme les gaz. De nombreux concepts (la densité, la pression d'un gaz) et un certain nombre de lois physiques acceptent, grâce à la prise en compte de l'effet moyen d'un grand nombre de petites causes invisibles individuelles, une modélisation de type probabiliste. La théorie cinétique des gaz considère les vitesses et les positions instantanées des molécules de gaz comme des phénomènes aléatoires. Les molécules s'agitent dans tous les sens et soumettent les parois des récipients à un bombardement intensif. L'effet global moyen de ce bombardement représente la pression moyenne du gaz et cette pression est une grandeur macroscopique mesurable. L'adéquation, entre les résultats de la modélisation probabiliste de la distribution des vitesses des molécules, qui repose sur l'hypothèse que les positions et les vitesses des molécules sont distribuées au hasard, et les résultats observables à l'échelle macroscopique, est une preuve de l'efficacité de cette modélisation. C'est Rudolf CLAUSIUS[958], physicien allemand, qui systématise la description probabiliste en thermodynamique, formule le deuxième principe de la thermodynamique et propose, en 1854, une définition de l'entropie. Il est l'un des principaux créateurs de la théorie cinétique des gaz en introduisant notamment le concept de libre parcours moyen et en établissant la distinction entre énergie de translation et énergie interne d'une particule de gaz. Ses travaux sont complétés par le savant britannique James Clerk MAXWELL[959] qui, dans les années 1860-1865, découvre la loi des vitesses, première loi de probabilité de la physique. Alors que la plupart des conceptions assignaient à toutes les molécules gazeuses se mouvant dans une enceinte, la même vitesse tributaire de la température, MAXWELL, sous l'inspiration de sa lecture de CLAUSIUS, pose que toute investigation en ce domaine doit prendre en compte une distribution des vitesses moléculaires. La formulation qu'il propose marque la fondation de l'analyse statistique dans ses applications physiques. Ses thèses sont développées en Allemagne par Ludwig BOLTZMANN[960] qui s'attache à définir la loi de répartition des vitesses qu'il faut adjoindre à l'hypothèse de la composition moléculaire pour rendre compte de l'état d'un gaz à chaque instant. BOLTZMANN, préfigurant la théorie des quanta, émet l'hypothèse que l'énergie cinétique de n molécules ne peut prendre que des valeurs discrètes et finies multiples d'un certain quantum. Il définit l'état du gaz par l'ensemble des nombres n et précise la probabilité relative de cet état. Il montre que le logarithme de la probabilité

[958] - 1822-1888 -
[959] - 1831-1879 -
[960] - 1844-1906 -

coïncide avec l'entropie S, à un facteur et à une constante k près, dans l'état d'équilibre thermodynamique, et que cette probabilité conserve un sens pendant tout processus irréversible, au cours duquel elle croît de façon continue. Le physicien et mathématicien américain Josiah Willard GIBBS[961] pousse plus loin ces idées. À l'échelon atomique les notions de position et de vitesse n'ont pas de sens individuel mais statistique et la seule chose qui importe est de connaître leur loi de probabilité. En 1905, Albert EINSTEIN propose un modèle probabiliste du mouvement d'une particule soumise aux chocs incessants de ses voisines : c'est le mouvement brownien. Comme Bernard BRU le précise : *« Les réalisations des physiciens et des statisticiens étaient si extraordinaires qu'elles dépassaient de beaucoup les possibilités du calcul de probabilités du XIX^e^ siècle. Pour qu'elles puissent être fondées dans un ensemble logiquement cohérent, il fallait que les mathématiciens "purs" réussissent à raffiner et assouplir leurs géométries du hasard. »*[962] C'est ainsi qu'Emile BOREL s'intéresse à la théorie cinétique des gaz et à la loi de MAXWELL correspondante, et après avoir constaté les insuffisances des diverses démonstrations de cette loi, élabore une démonstration probabiliste basée sur la théorie moléculaire des gaz.

§.3. L'axiomatisation de la théorie probabiliste s'inscrit dans le mouvement général de formalisation et d'axiomatisation des mathématiques

§.3.1. Constitution de l'algèbre des propositions logiques et de l'algèbre des ensembles

LEIBNIZ aura cherché en vain à construire un système permettant de formaliser le langage et la pensée en combinant et en enchaînant des signes. Après lui, pendant tout le XVIII^e^ siècle et au début du XIX^e^, d'autres auteurs ébauchent des tentatives semblables sans plus de succès. La seconde moitié du XIX^e^ siècle voit cependant l'anglais George BOOLE[963] fonder "l'algèbre de la logique" ou "logique symbolique". Dans son ouvrage *An investigation into the laws of thought, on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities* publié en 1854, BOOLE met en évidence l'analogie entre les symboles algébriques et ceux qui représentent les formes logiques et les syllogismes, en montrant que les symboles des quantités peuvent être isolés de ceux des opérations. BOOLE énonce une nouvelle méthode symbolique d'inférence logique, qui permet, étant données des propositions contenant un certain nombre de termes, d'en tirer, par traitement symbolique des prémisses et des conclusions logiquement contenues dans les prémisses. L'algèbre logique élaborée par BOOLE permet de raccrocher la théorie des probabilités à la logique,

---

[961] - 1839-1903 -

[962] B. BRU, *Petite histoire du calcul des probabilités*, *op. cit.*, p.156

[963] - 1815-1864 -

ce qui n'est pas une première puisque c'est l'objet même de la quatrième partie de l'ouvrage *Ars Conjectandi* de Jakob BERNOULLI. BOOLE élabore notamment une méthode générale qui permet, à partir des probabilités connues d'un système d'événements donnés, de déterminer la probabilité de tout autre événement relié logiquement aux événements donnés. BOOLE introduit également la notion de "classe" qu'il faut comprendre aujourd'hui avec le sens d'"ensemble". BOOLE représente la "classe" des objets possédant une propriété par une lettre unique A, utilise la notation AB pour l'intersection et $A+B$ pour la réunion de deux "classes". Il définit également la partie complémentaire de A. En utilisant ces signes, BOOLE développe une algèbre des "classes". Sa théorie est notamment reprise par Augustus DE MORGAN : rappelons que "les lois de DE MORGAN", très utiles dans le calcul des probabilités, expriment que le complémentaire de l'intersection de deux ensembles est égal à la réunion des complémentaires de ces deux ensembles, et que le complémentaire de la réunion de deux ensembles est égal à l'intersection des complémentaires de ces deux ensembles. En 1888, PEANO publie l'ouvrage *Calcolo Geometrico* : dans la première partie, consacrée à la logique symbolique, PEANO souligne la ressemblance entre l'algèbre des classes et l'algèbre des propositions, établit également une séparation claire entre les symboles arithmétiques et les symboles logiques. Pour les opérations logiques d'intersection, de réunion, il introduit les symboles $\cap$, $\cup$. La notation $\overline{A}$ pour désigner le complémentaire de A est due à PIERCE. Évoquons également les représentations graphiques pour présenter la théorie des ensembles. Un élément est représenté par un point du plan et un ensemble par l'intérieur d'une courbe fermée ; les sous-ensembles sont représentés comme des portions de l'ensemble. Ce sont "les diagrammes de VENN" du nom de leur concepteur John VENN. De même que les schémas permettent de se représenter les objets et peuvent servir à penser et à raisonner, de même les diagrammes sont susceptibles d'apporter une aide aux raisonnements. Notons également que le premier article de Georg CANTOR[964] inaugurant l'élaboration de la théorie axiomatisée des ensembles date de 1873.

Par ailleurs, la question de l'axiomatisation de la théorie probabiliste reste longtemps posée, au point que le mathématicien David HILBERT, en 1900, lors d'un congrès à Paris, en énonçant la liste de tous les problèmes de mathématiques qui lui semblent encore ouverts, cite (VI^e^ problème) la question de l'axiomatisation des probabilités.

[964] - 1845-1918 -

§.3.2. Construction axiomatique du calcul des probabilités à partir d'une appréhension fréquentiste par Richard VON MISES

La contribution de Richard VON MISES à la construction de la science probabiliste s'inscrit dans un contexte scientifique marqué par le développement de la méthode axiomatique, notamment à la suite des travaux de HILBERT et des logiciens. Ce mode d'exposition des mathématiques est fondé sur des propositions admises sans démonstration nettement et formellement formulées et des raisonnements rigoureux. La publication, en 1919, de l'article "*Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung*"[965], est l'occasion pour R. VON MISES de présenter une axiomatique du calcul des probabilités inspirée d'une approche fréquentiste. En ce sens, il rompt avec le "principe de raison insuffisante" qui énonce que, si l'on n'a aucune raison connue de prévoir une éventualité plutôt que telle ou telle autre, la même probabilité doit être attribuée à chacune d'elles (équiprobabilité). Abandonnant ce point de vue subjectiviste et *a prioriste* adopté notamment par LAPLACE, il épouse un point de vue objectiviste et considère les fréquences observées comme des estimateurs de la probabilité. Dans un cadre ensembliste, il se donne une famille dénombrable d'événements élémentaires qu'il ordonne en une suite e_1, e_2, e_3, etc… Il considère un nombre N d'éléments de cette suite. Soit A un événement quelconque. Parmi les N premiers éléments de la suite, soit N_A le nombre des éléments élémentaires qui réalisent l'événement A. Le rapport N_A / N est évidemment compris entre 0 et 1. VON MISES développe alors son axiomatique. Axiome 1 : lorsque la limite, quand N tend vers l'infini, du rapport N_A / N existe, alors cette limite est égale à W_A qui désigne la probabilité de l'événement A. Axiome 2 : la probabilité d'un événement est indépendant de la manière d'ordonner l'ensemble des événements élémentaires. Si l'idée de départ de VON MISES apparaît simple, la technique qu'il met en œuvre l'est beaucoup moins : elle permet certes d'obtenir les premières propriétés d'additivité de la probabilité mais VON MISES est encore loin de considérer celle-ci comme une mesure abstraite ce que fera Andreï N. KOLMOGOROV[966] une dizaine d'années plus tard.

§.3.3. L'école russe des probabilités

L'ouvrage de L.E. MAISTROV, *Probability Theory, a historical sketch*, présente avec rigueur et précision, d'une part l'état de la théorie probabiliste avant l'avènement de l'école de Saint Petersbourg, en rendant compte

---

[965] R. VON MISES, *Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung,* Herausgegeben von Ivo SCHNEIDER*, Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie von den Anfängen bis 1933*, Einführungen und Texte, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, p.378-388

[966] - 1903-1987 -

notamment des contributions de SNYADEZKIĬ, REVKOVSKIĬ, OSTROGRADSKIĬ, DAVIDOV, LOBACHEVSKIĬ, ZERNOV et BUNYAKOVSKIĬ, et d'autre part expose les travaux élaborés dans la seconde moitié du XIX[e] siècle par CHEBYSHEV (TCHEBITCHEFF), KORKIN, ZOLOTAREV, MARKOV, VORONOI, LYAPUNOV, GRAVE, STEKLOV. Cet ouvrage s'achève par l'exposé des travaux de S.N. BERNSTEIN, KHINCHIN, KOLMOGOROV, notamment par l'énoncé de The Axiomatic Fondations of Probability Theory.

Alors que dans la seconde moitié du XIX[e] siècle, la contribution française, à l'exception des travaux de Jules BIENAYMÉ qui inspirèrent COURNOT, l'école russe, structurée autour de Pafnoutiĭ L. CHEBYSHEV[967] contribue à éclaircir les fondements du calcul des probabilités en démontrant de manière rigoureuse un certain nombre de théorèmes limites relatifs aux comportements asymptotiques des phénomènes naturels.

CHEBYSHEV, *« the originator of the Russian school of probability theory »*[968] en mettant notamment en évidence le rôle d'une inégalité élémentaire, fournit la première démonstration rigoureuse de la loi des grands nombres. Selon cette inégalité, si k désigne un nombre réel strictement positif, X une variable aléatoire, dont m est la valeur moyenne et σ l'écart type, la probabilité pour que l'écart $|X-m|$ dépasse $k\sigma$ est inférieure à $1/k^2$: c'est l'inégalité classique de BIENAYMÉ-TCHEBYCHEV. Ce programme est poursuivi et développé notamment par Andreï A. MARKOV[969], puis plus tard par Alexandre I. KHINCHIN[970] et Andreï N. KOLMOGOROV[971]. MARKOV démontre de façon rigoureuse[972], sous des conditions assez générales, le théorème central limite relatif à une somme de variables aléatoires indépendantes. Cherchant à généraliser ce théorème aux variables aléatoires dépendantes, il est amené à considérer la notion d'événements en chaîne[973], appelées depuis "chaînes de MARKOV" : il établit une série de lois, fondement de la théorie moderne des processus stochastiques et des recherches actuelles en probabilités. Alexandre I. KHINCHIN applique les méthodes de la théorie de la mesure des fonctions à la théorie des probabilités et obtient des résultats profonds dans le domaine des théorèmes limites. Il applique également les méthodes et les résultats de la théorie des probabilités à la physique statistique. Enfin, Paul LÉVY

---

[967] - 1821-1894 – (TCHEBITCHEFF)
[968] L.E. MAISTROV, *Probability Theory, a historical sketch*, Academic Press, New York and London, 1974, p.188
[969] - 1856-1922 -
[970] - 1894-1959 -
[971] - 1903-1987 -
[972] - 1910 -
[973] - dans un processus de dépendance en chaîne de MARKOV, l'évolution aléatoire à partir d'un instant "t" ne dépend que de l'état à l'instant "t" et non de la manière dont on y est arrivé -

et Alexandre I. KHINCHIN fondent, à la même période, la théorie moderne des variables aléatoires : de nombreuses notions, jusqu'alors implicites, vont alors être explicitées et définies de manière rigoureuse, notamment les notions de "loi de probabilité" et de "moments" d'une variable aléatoire.

§.3.4. Rapprochement des théories de la mesure des ensembles et des probabilités et construction axiomatique moderne du calcul des probabilités par Andreï N. KOLMOGOROV

L'axiomatisation du calcul des probabilités élaborée par d'Andreï N. KOLMOGOROV et publiée en 1933 s'inscrit dans les travaux antérieurs de BAIRE, BOREL et LEBESGUE sur la théorie de la mesure et de l'intégration. La thèse[974] de KOLMOGOROV donne la construction axiomatique moderne du calcul des probabilités, fondée à la fois sur la théorie des ensembles et sur la théorie de la mesure.

« L'étude générale de la probabilité pour qu'un point [*un nombre réel*] *choisi entre 0 et 1 satisfasse à certaines conditions, c'est-à-dire appartienne à un ensemble E défini par ces conditions, se rattache directement à la définition et au calcul de la mesure de l'ensemble E. »*[975] Alors que Henri POINCARE abordait encore la notion de probabilité par la définition de LAPLACE, KOLMOGOROV définit la probabilité en terme de mesure des ensembles. Une mesure sur un ensemble est, d'après BOREL, fondée sur un ensemble dénombrable d'opérations ensemblistes de base à partir d'intervalles : *« Par définition, la mesure d'un ensemble formé d'un nombre fini ou d'une infinité dénombrable d'intervalles sans points communs est égale à la somme de leurs mesures. »*[976] Ainsi la propriété d'additivité finie ou dénombrable caractérise la mesure. Ces notions servent de point de départ à une série de travaux sur la classification des ensembles de points et permettent à Henri LEBESGUE[977] de construire une nouvelle théorie de l'intégration. C'est en synthétisant l'ensemble des nombreuses avancées théoriques que KOLMOGOROV réussit à élaborer une théorie rationnelle et purement formelle où les probabilités apparaissent non comme des fonctions liées au hasard ou aux aléas mais au contraire comme des fonctions mathématiques qui obéissent à des axiomes. Cette théorie a été rendue possible grâce au développement de la théorie des ensembles et s'inscrit dans le mouvement général de formalisation et d'axiomatisation des mathématiques. La

[974] Théorie générale de la mesure et théorie des probabilités, 1929

[975] E. BOREL, *Les nombres inaccessibles*, 1952, p.30, cité par S. CALLENS, *Les maîtres de l'erreur, Mesure et probabilité au XIX*e *siècle*, *op. cit.*, p.309

[976] E. BOREL, *Leçon sur la théorie des fonctions*, 1928, p.229, cité par S. CALLENS, *Les maîtres de l'erreur, Mesure et probabilité au XIX*e *siècle*, *op. cit.*, p.394

[977] - 1875-1941 -

probabilité est donc une mesure au sens de la nouvelle théorie des fonctions et tous les théorèmes du calcul classique des probabilités peuvent alors s'énoncer en toute rigueur dans le cadre de l'axiomatique de KOLMOGOROV dont le premier paragraphe de l'ouvrage *Foundations of the Theory of Probability* est présenté ci-après :

> « **§ 1. Axioms**
>
> Let E be a collection of elements ξ, η, ζ, …, which we shall call *elementary events*, and $\mathfrak{I}$ a set of subsets of E : the elements of the set $\mathfrak{I}$ will be called *random events*.
>
> I. $\mathfrak{I}$ is a field of sets.
>
> II. $\mathfrak{I}$ contains the set E.
>
> III. To each set A in $\mathfrak{I}$ is assigned a non-negative real number P(A). This number P(A) is called the probability of the event A.
>
> IV. P(E) equals 1.
>
> V. If A and B have no element in common, then P(A + B) = P(A) + P (B)
>
> A system of sets, $\mathfrak{I}$, together with a definite assignment of numbers P(A), satisfying Axioms I-V, is called a *field of probability*.
>
> Our system of Axioms I-V is *consistent*. This is proved by the following example. Let E consist of the single element ξ and let $\mathfrak{I}$ consist of E and the null set 0. P(E) is then set equal to 1 and P(0) equals 0.
>
> Our system of axioms is not, however, *complete*, for in various problems in the theory of probability different fields of probability have to be examined.
>
> The Construction of Fields of Probability. The simplest fields of probability are constructed as follows. We take an arbitrary finite set E = $\left\{ \xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_k \right\}$ and an arbitrary set $\left\{ p_1, p_2, \ldots, p_k \right\}$ of non-negative numbers with the sum
>
> $p_1 + p_2, \ldots + p_k = 1$. $\mathfrak{I}$ is taken as the set of ail subsets in E, and we put
>
> $P\left\{ \xi_{i1}, \xi_{i2}, \ldots, \xi_{i\lambda} \right\} = p_{i1} + p_{i2}, \ldots + p_{ik} = 1$.
>
> In such cases, p_1, p_2, …, p_k are called the probabilities of the elementary events ξ_1, ξ_2, …, ξ_k or simply elementary probabilities. In this way are derived all possible *finite* fields of probability in which $\mathfrak{I}$ consists of the set of all subsets of E. (The field of probability is called finite if the set E is finite.) »[978]

§.3.5. Regards sur quelques contributions d'Emile BOREL

§.3.5.1. Convergence presque sûre ; loi forte des grands nombres

La notion de convergence presque sûre a été introduite par Emile BOREL. Alors que jusqu'à lui, les mathématiciens s'étaient limités aux propriétés asymptotiques des probabilités dépendant d'un nombre fini mais croissant d'épreuves, BOREL réussit à déterminer des valeurs exactes de probabilités dont la réalisation dépend d'une infinité d'épreuves. Le théorème fondamental qu'il

[978] A.N. KOLMOGOROV, *Foundations of the Theory of Probability*, Librairy of congress catalogue card number 56-11512, printed in the United States of America, 2e édition, 1956, p.2-3

obtient généralise en effet le théorème de Jakob BERNOULLI relatif à la convergence en probabilité de la fréquence d'un événement vers sa probabilité : il y a une probabilité nulle que la fréquence d'un événement au cours d'un certain nombre d'épreuves ne tende pas vers la probabilité de cet événement quand le nombre d'épreuves croît indéfiniment. Un des intérêts théoriques du théorème de convergence presque sûre de BOREL est en effet de légitimer le fait qu'on puisse estimer une probabilité supposée, par des fréquences observées. L'utilisation de ce théorème, au demeurant très utile, ne doit cependant pas occulter l'estimation des risques pris dans une telle opération. En effet, le théorème de BOREL assure, qu'à l'infini, la probabilité que les fréquences ne convergent pas vers la probabilité est nulle… Or dans la pratique, les observations ne peuvent évidemment se faire à l'infini mais simplement “un très grand nombre de fois”. Or c'est dans cet écart entre les notions d'infini et de “très grand nombre de fois” que se joue, encore une fois, un pouvoir… Généralement il s'agit du pouvoir de l'ingénieur qui prend des décisions qui engagent l'avenir d'une partie de la collectivité : il prescrit. Or toute décision relative à des phénomènes aléatoires engage une prise de risques que la théorie des probabilités permet d'estimer.

On peut cependant s'interroger pour savoir dans quelle mesure la question de l'application “pratique” d'un théorème apparaît plus pertinente à soulever à propos du théorème de BOREL plutôt qu'au sujet du théorème de BERNOULLI. Est-ce que l'ingénieur qui prend des décisions “pratiques” ne se réfère pas davantage à l'idée de stabilisation des fréquences induite par le théorème de BERNOULLI plutôt que par le théorème de BOREL ? Sans doute : mais cette assurance “pratique” n'est-elle pas renforcée par le théorème de BOREL qui lui se situe pourtant dans un cadre exclusivement théorique propre aux seuls modèles mathématiques ?

§.3.5.2. Le “principe des probabilités négligeables”

On doit par ailleurs à Emile BOREL d'avoir conceptualisé, notamment dans le prolongement des travaux de BUFFON et de COURNOT, le “principe des probabilités négligeables” qui conduit à poser comme impossible un événement de très petite probabilité. Notons qu'il s'agit là d'un principe extérieur à la théorie mathématique puisqu'il concerne son interprétation, c'est-à-dire la relation de la théorie au réel. Le “principe des probabilités négligeables” énonce que *« les événements dont la probabilité est suffisamment petite ne se produisent jamais »*, principe qui reçoit une forme extrême dans la fiction du miracle des singes dactylographes, à savoir l'hypothèse qu'une armée de singes s'emparant d'un lot de machines à écrire et frappant sans relâche leurs touches au hasard composent sans erreur l'ensemble des volumes de la Bibliothèque Nationale. BOREL entreprend d'interroger la signification et la portée du principe des probabilités négligeables, notamment dans l'ouvrage *Valeur pratique et* *philosophie des probabilités.* L'analyse menée par BOREL part du constat selon lequel, alors que les résultats auxquels conduisent les autres branches des mathématiques sont reçus sans contestation possible, ceux auxquels aboutit le calcul des probabilités sont fréquemment l'objet d'une suspicion quant à leur accord avec l'expérience, et ceci alors même que ces résultats sont issus de déductions tout aussi rigoureuses que dans les autres branches des mathématiques. Pour BOREL, cette situation résulte d'une difficulté réelle, dont la raison est que *« par le calcul on ne peut transformer une grandeur quelconque qu'en grandeur de même nature. »*[979] Appliqué à la théorie mathématique des probabilités, cela signifie qu'en calculant des probabilités on ne peut obtenir que des probabilités. Ceci entraîne deux conséquences. D'une part, d'un point de vue strictement mathématique, probabilité et certitude ne peuvent être considérées comme équivalentes. D'autre part, les résultats auxquels conduit le calcul des probabilités ne pouvant être que des probabilités, la validation de ces résultats demeure elle-même probable et c'est donc l'applicabilité du calcul des probabilités qui se trouve ainsi mise en question : *« Les vérifications sont par suite toujours sujettes à caution, puisque, même si le cas favorable est de beaucoup le plus probable, le cas défavorable peut cependant se produire, sans que pour cela la théorie et le calcul puissent être regardés comme étant en défaut. »*[980] En d'autres termes, que l'événement probabilisé ne se réalise pas, n'invalide pas le calcul de sa probabilité, puisque ce calcul ne porte que sur une probabilité, laquelle autorise la non-réalisation de l'événement, et inversement sa réalisation ne validera pas davantage le calcul, puisqu'il ne mesure qu'une possibilité d'existence. L'objectif de BOREL est de dépasser cette difficulté en montrant qu'à certaines conditions, un événement dont la probabilité est suffisamment faible est pratiquement impossible, c'est-à-dire que l'événement contraire peut être posé comme certain. Ainsi, le recours au "principe des probabilités négligeables", en tant qu'il permet de passer pratiquement d'une probabilité à une certitude, intervient à titre d'instrument de validation de la théorie. Reste à préciser le sens de ce qu'est une probabilité "suffisamment petite". Or la grandeur ou la petitesse d'un nombre ne peut être évaluée que relativement à une unité de mesure donnée : il n'existe donc pas de probabilité petite ou grande en soi, et c'est en fonction de l'échelle du phénomène considéré que pourra être estimée la petitesse de la probabilité, donc que pourra être assignée la valeur à partir de laquelle cette probabilité devient négligeable. BOREL procède à une estimation numérique des probabilités négligeables en distinguant trois échelles différentes : humaine, terrestre, cosmique. À l'échelle humaine, une probabilité pourra être considérée comme négligeable si elle est inférieure à 10^{-6}. À l'échelle terrestre, cette limite pourra

[979] E. BOREL, *Valeur pratique et philosophie des probabilités*, fascicule 3 du tome 4 du Traité du calcul des probabilités, éditions Gauthier-Villars, 1939, p.5
[980] E. BOREL, *Valeur pratique et philosophie des probabilités*, *op. cit.*, p.5

être abaissée à 10^{-15} dans l'hypothèse où la population est estimée, comme le fait BOREL, à environ un milliard d'individus soit 10^{9}. À l'échelle cosmique, elle sera, dit-il, de 10^{-50}. BOREL n'affirme donc pas, qu'à l'échelle humaine, un événement dont la probabilité est inférieure à 10^{-6} est effectivement impossible, mais qu'un homme raisonnable peut et doit agir comme si cet événement ne devait pas se produire, donc comme si sa probabilité était nulle.

Le "principe des probabilités négligeables" qui conduit à poser comme impossible un événement de très petite probabilité ne doit de nouveau pas faire oublier le risque pris lors de cette opération. Rappelons qu'en 1912, non seulement le Titanic ne devait pas sombrer mais il était impossible qu'il sombre… Dans le même ordre d'idées l'explosion d'une centrale nucléaire est impossible, les inondations en zones habitées sont impossibles, etc… Ainsi il apparaît qu'il manque à cette manière d'envisager le glissement entre événement hautement improbable et événement impossible, la prise en compte de l'évaluation du risque lié à cette décision.

Section IX. Evocation de quelques formes contemporaines de la rationalité stochastique

On ne peut conclure ce chapitre sur le rapport entre hasard et calcul des probabilités sans évoquer l'existence d'autres conceptions du hasard qui n'ont cependant pas d'incidence directe sur la construction de la théorie des probabilités.

§.1. Hasard et chaos

« Si nous connaissions exactement les lois de la nature et la situation de l'univers à l'instant initial, nous pourrions prédire exactement la situation de ce même univers à un instant ultérieur. »[981] Mais Henri POINCARÉ constate qu'il n'en est pas ainsi. Une telle prédiction se révèle impossible, d'où une autre manière de définir le hasard. En effet, le hasard peut être dû à la complexité d'un système qui le rend sensible aux conditions initiales par un jeu de bifurcations non déterministes et théoriquement imprévisibles. Comme le souligne David RUELLE[982], c'est à la fin du siècle dernier que les savants, Henri POINCARÉ, Pierre DUHEM et Jacques HADAMARD, ont attiré l'attention sur un certain nombre de systèmes mécaniques où des différences infinitésimales dans l'état initial conduisent à des évolutions très différentes : cette remarque est à l'origine de la théorie du chaos. Jacques HADAMARD a ainsi démontré mathématiquement que pour certains systèmes, un changement infime de condition initiale conduit à un tel changement de l'évolution ultérieure du système que les prédictions à long

[981] H. POINCARÉ, *Calcul des probabilités*, éditions Gauthier-Villars, 1912, p.4-5
[982] D. RUELLE, *Hasard et chaos*, éditions O. Jacob, 1991, p.59-65

terme deviennent vaines. C'est notamment le cas de la trajectoire d'une boule de billard lorsque sont disposés, sur la table du billard, des plots en quinconce qui infléchissent sa trajectoire : celle-ci est extrêmement sensible à la valeur de l'angle de tir initial. Il s'agit, comme le souligne David RUELLE, d'une découverte conceptuellement très importante : le mouvement de la boule de billard est en effet déterminé sans ambiguïté par les conditions initiales mais, parce que l'observateur est fondamentalement limité dans la prédiction de la trajectoire de cette boule, il y a à la fois *« déterminisme et imprédictibilité. »*[983] Henri POINCARÉ avait ainsi initié cette idée selon laquelle le déterminisme et le hasard étaient rendus compatibles par l'imprédictibilité à long terme et il pensait avoir trouvé une des sources du hasard. De petites causes peuvent ainsi avoir de grands effets, largement imprédictibles. On dit qu'il y a dépendance sensitive par rapport aux conditions initiales. *« Si un cône repose sur sa pointe, nous savons bien qu'il va tomber, mais nous ne savons pas de quel côté ; il nous semble que le hasard seul va en décider. Si le cône était parfaitement symétrique, si son axe était parfaitement vertical, s'il n'était soumis à aucune autre force que la pesanteur, il ne tomberait pas du tout. Mais le moindre défaut de symétrie va le faire pencher légèrement d'un côté ou de l'autre, et dès qu'il se penchera, si peu que ce soit, il tombera tout à fait de ce côté. Si même la symétrie est parfaite, une trépidation très légère, un souffle d'air pourra le faire incliner de quelques secondes d'arc ; ce sera assez pour déterminer sa chute et même le sens de sa chute qui sera celui de l'inclinaison initiale. Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. »*[984] Les mouvements atmosphériques sont notamment sensibles aux conditions initiales : un papillon bat des ailes à la Martinique et provoque deux semaines après une tempête sur les côtes de la Manche. Cet exemple de deux météorologues américains - LEITH et KRAICHMAN - repris par Edward LORENZ est connu sous le nom "d'effet papillon" que Jean Marc LEVY-LEBLOND qualifie au passage de *« métaphore éculée. »*[985] Rappelons que le terme chaos désigne une situation où, pour n'importe quelle condition initiale, l'incertitude des prédictions croît avec le temps. Les exemples des phénomènes chaotiques sont généralement empruntés à l'histoire, à la finance et bien sûr à la météorologie où la connaissance des conditions initiales est évidemment très difficile. Après cette présentation du hasard défini par la dépendance sensitive aux conditions initiales en physique classique mais qui fait encore la place à une conception déterministe de la nature, intéressons-nous à la question du hasard défini comme désordre.

---

983 D. RUELLE, *Hasard et chaos*, *op. cit.*, p.59

984 H. POINCARÉ, *Calcul des probabilités*, *op. cit.*, p.4

985 J.M. LÉVY-LEBLOND, *La science en son miroir*, in *Dictionnaire de l'ignorance*, direction M. CAZENAVE, éditions Albin Michel Sciences, 1998, p.25

§.2. Hasard radical et physique quantique

Un autre lieu institutionnel au sein duquel la communauté scientifique se situe pour analyser les recours au hasard est le laboratoire de physique. La physique quantique repose sur un certain nombre de postulats qui ont longtemps rebuté nombre de physiciens de formation classique. La physique quantique, qui n'a jamais été mise en défaut par aucune expérience, permet d'interpréter et de prévoir une multitude de phénomènes. Elle permet notamment de calculer l'énergie d'ionisation d'un atome, la longueur d'onde de ses raies d'émission, l'énergie de liaison d'une molécule d'hydrogène, de comprendre la radioactivité, l'origine du magnétisme, de la supraconductivité, de prévoir l'existence de nouvelles particules. Les applications technologiques liées à la physique quantique sont nombreuses : les semi-conducteurs, les lasers, la microscopie électronique, l'iconoscope (appareil de prise de vues pour la télévision), le télescope infrarouge, la résonance magnétique nucléaire.

La physique quantique introduit le hasard-radical, ce qui signifie que le caractère aléatoire est un caractère naturel des phénomènes microphysiques (physique des atomes, des noyaux et des particules élémentaires). Considérons par exemple la fission spontanée des atomes d'uranium 238. Pour les physiciens rattachés à l'école de Copenhague, il n'existe aucune raison au fait que certains atomes se désintègrent spontanément au bout d'une période donnée, alors que d'autres, identiques et placés dans les mêmes conditions, ne se désintègrent pas : ces physiciens postulent alors l'existence d'un hasard radical. En ce sens, la probabilité de désintégration d'un atome d'uranium 238 est une probabilité ontique.

Notons alors que pour Albert EINSTEIN, cette théorie est incomplète car “Dieu ne joue pas aux dés”. A. EINSTEIN, proche sur ce point des conceptions de LAPLACE, considère que la physique est déterministe. À l'opposé d'HEISENBERG et de son principe d'incertitude, A. EINSTEIN est convaincu que la position et la quantité de mouvement d'une particule élémentaire peuvent exister réellement et simultanément : il considère la physique quantique comme incomplète et devant être dépassée. Pour A. EINSTEIN, une théorie physique ne peut-être qu'une représentation déterministe et complète de la réalité d'un phénomène faisant intervenir des variables connues, observables et un certain nombre d'autres variables, pour le moment inconnues, appelées “variables cachées”. Pour A. EINSTEIN, dans l'ignorance actuelle des “variables cachées”, le comportement de la matière au niveau de l'infiniment petit, apparaît arbitraire et les physiciens sont contraints d'utiliser, pour le décrire, une théorie incomplète et probabiliste qui est la physique quantique. Pour Niels BOHR au contraire, une théorie physique n'a de sens que si elle met en relation des théories observables et en ce sens, la physique quantique, qui décrit correctement l'ensemble du comportement observable des particules élémentaires est une théorie complète.

Dans le cadre conceptuel de la physique quantique, les physiciens ont démontré que pour que les particules élémentaires possèdent certaines propriétés, il est nécessaire de renoncer à la thèse d'EINSTEIN selon laquelle il existe des variables cachées que l'on ne peut pas connaître actuellement mais que l'on connaîtra peut-être un jour… Certains physiciens continuent cependant d'adhérer à l'idée que le hasard est la limite de nos connaissances et qu'un jour, lorsque la science aura terminé son travail, "le hasard sera aboli". Il semble que cette idée soit aporétique, les théoriciens de l'école de Copenhague réunis autour de Niels BOHR et Werner HEISENBERG ayant largement attesté du contraire. Ainsi, le comportement des particules élémentaires est probabiliste et le hasard est dans l'essence même des phénomènes. Pour la microphysique, le hasard est radical et c'est la conception radicale du hasard qui constitue le concept unificateur de la physique quantique.

§.3. Hasard formel

« La théorie de l'information regarde le monde des possibles comme un monde de symboles, lettres de l'alphabet ou simplement suites de 0 et de 1. Elle permet de définir la quantité d'information apportée par la réalisation d'un événement et celle à attendre d'une expérience. Cette quantité d'information est, en fait, une quantité de hasard. Dès lors, il devient possible de se demander par exemple si une suite de chiffres a été fabriquée "au hasard". »[986] La réponse à cette question formulée par Didier DACUNHA-CASTELLE passe par l'idée de complexité. La notion de complexité est liée, dans le cas de la suite de 0 et de 1, à la fois à son caractère aléatoire (a-t-elle été fabriquée au hasard ?) et à la longueur minimale d'un programme d'ordinateur nécessaire à sa fabrication. On définit la complexité d'un algorithme de calcul comme la quantité d'information nécessaire pour obtenir le résultat du calcul selon un algorithme. On peut alors se poser la question de savoir si l'algorithme est compressible, c'est-à-dire si l'on peut trouver un algorithme moins complexe (c'est-à-dire plus court) qui produise les mêmes résultats. Ainsi, pour une suite de 0 et de 1, à dix chiffres par exemple, l'algorithme général doit spécifier la valeur du chiffre (0 ou 1) pour les dix positions. Cela correspond, d'une manière générale, à 10 choix binaires. Mais parmi toutes les suites de 0 et de 1, la suite 1111111111 peut être spécifiée par un programme court qui s'énonce simplement "dix fois un" et ne mobilise que peu d'information. Si la suite devient irrégulière, comme 1001101110, il apparaît, de manière intuitive, que la compression de l'algorithme général va être difficile. Une suite est dite pseudo-aléatoire lorsqu'il n'est pas possible d'exhiber un algorithme plus simple que celui qui consiste à en donner successivement les valeurs. En ce sens, la suite des décimales du nombre π apparaît comme pseudo-aléatoire bien qu'elle soit

[986] D. DACUNHA-CASTELLE, *Chemins de l'aléatoire*, *op. cit.*, p.10-11

entièrement déterminée. Par généralisation, un phénomène aléatoire est un phénomène dont la description ne peut être plus simple que la donnée de tout le phénomène. C'est donc un phénomène qui échappe à une description globale condensée et par-là même, à toute tentative de prédiction globale.

Conclusion

L'ensemble des travaux entrepris relatifs aux prises de décision en situations d'incertitude, aux calculs de la valeur de l'espérance d'une situation aléatoire, aux différentes méthodes utilisées pour mesurer les probabilités, a permis peu à peu d'élaborer une théorie axiomatisée dont les objets sont susceptibles de traitements analytiques-formels. Trois méthodes ont ainsi été avancées pour mesurer les probabilités : les possibilités égales fondées sur les symétries physiques ou de situations ; les fréquences observées et stabilisées des événements ; les degrés de certitude subjective ou de croyance. Comme le suggérait J. BERNOULLI, l'interprétation en termes de possibilités égales était possible pour les jeux de hasard mais ne l'était pas pour la plupart des situations naturelles. L'interprétation en termes de fréquences exigeait le rassemblement de statistiques et une relative stabilité des observations sur une longue durée. L'interprétation en termes de degrés de certitude faisait écho aux pratiques juridiques consistant à évaluer le poids des indices et des présomptions. Ces trois significations sont venues de contextes différents et ont suggéré des applications différentes du calcul des probabilités. La prise en compte de la symétrie fondant les possibilités égales est venue des jeux de hasard. Les fréquences statistiques sont dérivées originellement des données sur la mortalité et la natalité qui ont été rassemblées par les paroisses et les villes depuis environ 1530. Le sens épistémique de croyance, fonction de l'évidence, a inspiré la probabilité des jugements. Ainsi, à la question "que mesurent les probabilités ?", existe-t-il des réponses distinctes. Les controverses entre les défenseurs de l'une ou l'autre interprétation ont été évoquées. Il est ainsi apparu nécessaire de distinguer les deux premières significations de la probabilité qualifiées d'"objectives" et basées soit sur la symétrie, soit sur la fréquence, et qui se rapportent aux états du monde, de la troisième signification qualifiée de "subjective" (croyance), et qui se rapporte aux états d'esprit. Par ailleurs, l'élaboration au XX^{e} siècle d'une théorie axiomatisée dont les objets sont susceptibles de traitements analytiques-formels, ne fait pas appel à la notion de hasard dans son élaboration et dans sa définition, mais lui est nécessaire pour qu'elle puisse s'appliquer à la réalité. *« Le concept même de la probabilité mathématique serait sans utilité, s'il ne trouvait sa concrétisation dans la fréquence d'arrivée d'événements, suite à des expériences nombreuses réalisées* *dans des conditions uniformes. »*[987] La théorie axiomatisée des probabilités n'aurait en effet pas d'autre intérêt que celui d'un pur jeu formel, s'il n'existait pas des probabilités objectives susceptibles d'être mesurées grâce à des fréquences stabilisées : on retrouve ici l'articulation fondamentale entre l'étude de phénomènes (naturels ou sociaux), le hasard, et la théorie mathématique. Enfin, si l'axiomatisation ne semble pas mettre un terme à la dualité du concept de probabilité, il reste que du point de vue de leurs utilisations comme outils argumentatifs, notamment pour étayer des choix et des décisions, les deux interprétations (objective et subjective) semblent conserver une autonomie comme le montre l'utilisation des probabilités subjectives et bayésiennes.

Cette évocation des méthodes qui ont été élaborées afin d'évaluer des probabilités ne prend pas en compte celle, plus récente faisant appel à la notion de modèle[988], qui, partant de l'hypothèse selon laquelle les phénomènes aléatoires observés relèveraient de lois, consiste, à partir de l'estimation des paramètres de ces lois, à calculer des probabilités. Il n'est pas évident que la présentation de cette méthode, qui s'inscrit dans la démarche générale de modélisation de problèmes réels, trouve sa place dans un chapitre consacré à l'analyse socio-historique de la mathématisation du hasard et du probable et de la constitution du calcul des probabilités comme science. Non seulement la modélisation est une procédure qui permet la mathématisation de problèmes concrets, mais elle permet également, comme point de vue, d'expliquer et de dépasser un certain nombre de paradoxes (*cf.* les paradoxes de J. BERTRAND[989]), de valider les calculs de BUFFON, et de réconcilier objectivistes et subjectivistes. Précisons qu'il s'agit là d'un positionnement qui concerne toutes les mathématiques appliquées et pas seulement les probabilités. Le point de vue de la modélisation peut ainsi éclairer de nombreux points ayant soulevé des polémiques en leur temps, et rapproche le calcul des probabilités de la démarche expérimentale en sciences. La question de la modélisation pourrait être au centre des futures questions d'enseignement des probabilités : ainsi, la construction et le choix d'un "bon" modèle, qui supposent de rendre explicites les hypothèses de modélisation, pourraient accompagner les objectifs de l'apprentissage moderne du calcul des probabilités : observation et description de la réalité, construction d'un modèle, mathématisation du modèle, et interprétation des résultats dans la réalité.

---

[987] KOLMOGOROV et GNEDENKO, cités par M. HENRY, *L'enseignement des probabilités*, publication de l'IREM de Besançon, 1994, p.40

[988] - un modèle consiste à "coller" une théorie mathématique sur un morceau de réalité : pour certains de ces morceaux de réalité, il existe des idéalisations qui font intervenir des probabilités -

[989] - différentes manières de choisir, sur un cercle, une corde au hasard vérifiant certaines conditions -

Nous avons tenté, dans cette analyse socio-historique de l'émergence, du développement et de la constitution du calcul des probabilités, de combiner à la fois réflexions sur le rôle des acteurs et sur l'élaboration des concepts en précisant à quels types de questionnements ces concepts pouvaient répondre. Il apparaît ainsi que le questionnement majeur qu'une société doit soulever est celui de l'évaluation du risque lié à une prise de décision en situation d'incertitude. Si notre ambition demeure l'élaboration d'un cadre conceptuel au sein duquel nous allons tenter d'analyser sociologiquement un certain nombre de formes de transmission, de formes de réception et de modes d'appropriation du savoir probabiliste, l'exposé et la mise en perspective de travaux relatifs à l'histoire de la construction d'une mathématique du probable et, comme nous allons le voir dans le chapitre suivant, à l'histoire de sa diffusion et de son enseignement, par les choix qu'ils révèlent, sont loin d'être seulement anecdotiques.