CHAPITRE 7

Etude socio-historique de différentes formes d'enseignement du calcul des probabilités : de la diffusion[990] à la disciplinarisation[991]

> *« Si l'on considère les méthodes analytiques auxquelles cette théorie a donné naissance, la vérité des principes qui lui servent de base, la logique fine et délicate qu'exige leur emploi dans la solution des problèmes, les établissements d'utilité publique qui s'appuient sur elle, et l'extension qu'elle a reçue et qu'elle peut recevoir encore par son application aux questions les plus importantes de la Philosophie naturelle et des sciences morales ; si l'on observe ensuite que dans les choses mêmes qui ne peuvent être soumises au calcul elle donne les aperçus les plus sûrs qui puissent nous guider dans nos jugements, et qu'elle nous apprend à se garantir des illusions qui souvent nous égarent, on verra qu'il n'est point de science plus digne de nos méditations, et qu'il soit plus utile de faire entrer dans le système de l'instruction publique. »*[992]

Il ne peut être ici question de traiter de manière exhaustive l'histoire de l'enseignement du calcul des probabilités en France, un tel projet constituant, à lui seul, un véritable programme de thèse nécessitant d'importantes recherches historiographiques, un travail approfondi d'analyses d'archives qui, à notre connaissance, n'a pas encore été systématiquement conduit[993], d'autant qu'il ne faut pas seulement s'intéresser aux variations historiques et sociales des formes de cet enseignement mais également aux conditions et aux formes de sa réception et de son appropriation. Il s'agit seulement, de repérer quelques-unes des étapes essentielles de la mise en place de cet enseignement et d'interroger pour chacune d'elles, à la fois la nature et les variations de l'agencement des formes politiques, culturelles, religieuses, administratives, économiques, de contrainte, d'autorité, de domination qui les caractérisent. Cette évocation nous permettra de mettre à l'épreuve la pertinence de la catégorisation que nous avons

[990] - fin du XVIII^{e} siècle -
[991] - milieu du XX^{e} siècle -
[992] LAPLACE, *Essai philosophique sur les probabilités*, *op. cit.*, p.206-207
[993] Soulignons cependant la contribution de Paul Louis HENNEQUIN, en mars 1969 à la première conférence internationale consacrée aux programmes de mathématiques (The first international Comprehensive School Mathematics Program) qui s'est tenue aux Etats-Unis (Carbondale, Illinois). Le sujet de cette conférence était "The teaching of probability and statistics at the pre-college level". Toutes les interventions des participants à ce congrès, ont été retranscrites dans l'ouvrage intitulé *The teaching of probability & statistics*, edited by Lennart RÅDE, Almqvist & Wiksell Förlag AB, Stockholm, 1970 (ouvrage consultable à la Bibliothèque de l'IREM de Clermont-Ferrand)

élaborée lorsque nous avons distingué deux principales formes historico-sociales de diffusion et d'enseignement d'un savoir qui privilégient, soit la prédominance du scientifique sur le pédagogique[994], soit celle de la pédagogie sur le scientifique[995] avec toutes les nuances et les variations historiques et sociales, qu'autorise ce type de catégorisation.

Précisons que nous n'aborderons pas, dans ce chapitre, ni l'histoire de l'organisation de la formation initiale[996] et continue des enseignants en probabilités et statistique, ni celle des recherches menées dans les IREM[997] et à l'INRP, ni l'analyse des nombreuses publications de l'APMEP, Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public[998], ni l'influence du contexte international sur la mise en place de différentes formes d'enseignement des probabilités et de la statistique.

Alors que la section I de ce chapitre est en grande partie construite sur la base d'une synthèse de travaux d'historiens, notamment à partir des recherches et des analyses de René TATON, Pierre CRÉPEL, Bernard BRU, Jean DHOMBRES, Alain DEROSIÈRES, la section II, qui correspond aux formes d'enseignements des savoirs statistiques et probabilistes dans l'enseignement secondaire au XX[e] siècle, est élaborée sur la base de matériaux originaux que nous avons dépouillés et analysés : notre contribution est également enrichie de certaines recherches et analyses effectuées notamment par Norbert MEUSNIER et Michel ARMATTE.

---

[994] où le rapport aux règles est, par principe, justifié et intériorisé par l'appel à la raison
[995] où le rapport aux règles a plutôt tendance à être imposé par la contrainte
[996] *cf.* La préparation aux concours de recrutement : CAPES et agrégation.
[997] - à partir de 1969 -
[998] *cf.* Les articles de R. FORTET, *Le calcul des probabilités, Les grandes lignes de son développement et ses principaux champs d'application*, Bulletin de l'APMEP, n°198, mars 1959, p.182-193 ; de E. MOURIER, *Quelques grandes théories mathématiques intervenant dans le calcul des probabilités*, Bulletin de l'APMEP, n°199, juin 1959, p.264-268 ; de A. FUCHS, *Introduction à l'étude des processus stochastiques*, Bulletin de l'APMEP, n°205, janvier-février 1960, p.131-139 ; de P. ROSENSTHIEL, *Algèbre et probabilités*, Bulletin de l'APMEP, n°241, octobre 1964, p.27-44 ; de P. PICARD, *Sociologie et probabilité*, Bulletin de l'APMEP, n°252, mars-avril 1966, p.155-170 ; de M. BARBUT, *de Pascal à Savage, un chapitre de l'algèbre linéaire : le calcul des probabilités*, Bulletin de l'APMEP, n°254-5, septembre-décembre 1966, p.527-539 ; de A. BADRIKIAN, L. GUERBER, P.L. HENNEQUIN, *L'enseignement du calcul des probabilités en Terminales B et D*, Bulletin de l'APMEP, n°259, décembre 1967, p.335-339 : de J.R. Pascual IBARRA, *Démocratie et statistique*, Bulletin de l'APMEP, n°262, mai-juin 1968, p.217-223. Voir également la brochure "*Hasardons-nous*", numéro spécial de l'APMEP, n°17, non daté, avec notamment des contributions de P.L. HENNEQUIN, G. TH. GUILBAUD, M. GLAYMANN.

Section I. Regard sur quelques tentatives de diffusion et d'enseignement du savoir probabiliste à la fin du XVIII^{e} et au XIX^{e} siècle, des savoirs statistique et probabiliste au début du XX^{e} siècle : des expériences caractérisées par la prédominance du scientifique sur le pédagogique[999]

> *« Le propre des vérités et des démonstrations scientifiques c'est la capacité à s'imposer d'elles-mêmes, sans béquilles pédagogiques, "par la force intrinsèque de l'idée vraie", comme disait Spinoza. »*[1000]

> *« Ce n'est pas la science qui est incompatible avec la poésie, mais la didactique, la chaire sur son estrade, la visée dogmatico-programmatico-édifiante. »*[1001]

L'étude des contenus et des formes de diffusion et d'enseignement du calcul des probabilités aux XVIII^{e} et XIX^{e} siècles n'est pas tâche aisée. Les chercheurs, historiens et historiens des sciences, ne disposent en effet que d'archives fragmentaires, dispersées, répertoriées en général de façon très sommaire, de programmes vagues ou inexistants et de très peu de manuels. Cependant, à partir de l'exploitation des rares documents disponibles, il apparaît que le calcul des probabilités n'a, semble-t-il, jamais été véritablement enseigné sous l'Ancien Régime, à l'exception du cours professé par Sylvestre-François LACROIX[1002] en 1786-1787 au *Lycée*[1003] et sur lequel nous reviendrons : c'est ce qui ressort notamment de la lecture de l'ouvrage dirigé par René TATON, *Enseignement et diffusion des sciences en France au XVIII^{e} siècle*. Que ce soit, en effet, dans l'enseignement classique (les collèges des grands ordres religieux - collèges des Jésuites, collèges des Oratoriens, collèges des Bénédictins - et les Universités), dans l'enseignement de la médecine et de la pharmacie, au Collège Royal et au Jardin du Roi, dans les écoles techniques (École Royale des Ponts et

---

999 - c'est-à-dire par une absence délibérée de disciplinarisation du savoir considéré -

1000 J.C. PASSERON, *Les trois savoirs sur le savoir*, in *Actes du colloque "Finalité des enseignements scientifiques"*, Marseille, édités par le Groupe de Recherche en didactique de la physique de Marseille, 1989, p.4

1001 P. LEVI, *La cosmogonie de Queneau*, in *Le métier des autres*, (traduction M. SCHRUOFFENEGER), éditions Folio Gallimard, 1992, p.205

1002 Né en 1765. Le nom "LACROIX" résulte d'une suppression de particule opérée en 1793, le nom initial étant "DE LA CROIX".

1003 - Le *Lycée* est un lieu mondain qui accueille des conférences ; il a pris la succession, en 1785, d'une autre institution, le *Musée*, fondé par Pilâtre DE ROZIER, établissement libre d'enseignement destiné à la haute société et créé à Paris en 1781 où GARAT, LA HARPE, MONGE, FOURCROY, MARMONTEL, ont notamment enseigné avant la Révolution. Au Lycée, succédera, au XIX^{e} siècle, un autre lieu : l'*Athénée*.

Chaussées, École Royale des Mines, École du Génie), dans les écoles militaires et d'artillerie, dans les cabinets scientifiques et les observatoires, les programmes et les manuels utilisés ne font, à cette époque, aucune place et aucune référence au calcul des probabilités. Ainsi en est-il, par exemple, du programme de mathématiques des collèges des Jésuites au sein desquels un enseignement scientifique plus organisé et plus étendu qu'aucun autre avait été élaboré. *« On commençait par ce qu'on appelait "les mathématiques pures" : l'arithmétique, l'algèbre, la géométrie et la trigonométrie rectiligne. On poursuivait par "les mathématiques appliquées ou mixtes", dont les principales subdivisions étaient la géométrie pratique (longimétrie, planimétrie et stéréométrie), la mécanique (science des forces et de l'action des corps), l'hydrostatique, l'astronomie sphérique (en particulier les globes célestes artificiels), et la gnomonique, l'optique (perspective, dioptrique et catoptrique), à quoi s'ajoutait souvent le traité des fortifications et la pyrotechnie. À quelques détails près, tel était un peu partout le programme jusqu'en 1762. »*[1004]

§.1. Essai d'analyse du contenu et de la forme de la transmission du savoir probabiliste dans le cours de LACROIX au *Lycée* puis dans l'ouvrage de CONDORCET ayant servi de trame à ces conférences

§.1.1. Analyse du contenu et de la forme de la transmission du savoir probabiliste dans le cours de LACROIX

Les traces de la première expérience de diffusion du savoir probabiliste apparaissent pour la première fois en 1786 et 1787 lorsque Sylvestre-François LACROIX[1005] s'apprête à exposer un cours d'"éléments du calcul des probabilités" sous la direction de CONDORCET, au *Lycée,* institution parisienne qui organise des conférences mondaines[1006]. Il s'agit d'un établissement d'enseignement supérieur qui répond à une demande de diffusion de savoirs : en ce sens, il se distingue d'autres institutions d'enseignement, notamment celles qui inscrivent leur action dans le cadre de projets élaborés à des fins utilitaristes comme cela a été le cas au XVIII^e siècle à l'occasion de la création d'institutions (collèges, pensionnats) destinées à transmettre à certaines catégories de la bourgeoisie urbaine les savoirs, les savoir-faire, les formes de pensée et les manières d'agir

---

[1004] F. DE DAINVILLE, *L'enseignement scientifique dans les collèges des Jésuites*, in R. TATON, *Enseignement et diffusion des sciences en France au XVIII^e siècle*, éditions Hermann, 1986, p.52

[1005] - 1765 - 1843 -

[1006] Le *Lycée* "lieu mondain", mais pas au sens où les gens du monde s'amusent. Il s'agit de constituer une collectivité virtuellement universelle de gens qui pensent par eux-mêmes. En attendant la mise en place d'un système d'enseignement public, les enseignements s'adressent à ceux qui peuvent les suivre.

nécessaires à leur adaptation aux formes économiques et sociales : production, administration, échanges.

S. F. LACROIX, alors jeune professeur des gardes de la marine à Rochefort, repéré par son maître Gaspard MONGE, est appelé à Paris par CONDORCET afin d'assurer les cours de mathématiques au *Lycée*. *« Nous sommes un peu pressés, le cours doit s'ouvrir le mercredi 11 janvier, et la seconde leçon le vendredi 13. Je pourrai bien faire l'ouverture par un discours que je préparerai pour que vous le lisiez si vous êtes arrivé, et que je lirai si vous ne l'êtes pas. Mais jamais je n'ai enseigné. »*[1007] LACROIX accepte cette tâche. Il est présenté par CONDORCET dans son discours inaugural du 13 janvier 1786 en des termes particulièrement élogieux : *« Monsieur Lacroix s'est chargé d'un travail que mes occupations ne me permettaient pas d'entreprendre, et dans lequel il apportera tout ce qui m'aurait manqué, un talent distingué pour les sciences, des connaissances qui embrassent toutes les parties des mathématiques, et l'habitude d'enseigner. »*[1008] En l'état actuel des connaissances, et sous la réserve qu'il ait bien été effectivement prononcé[1009], le cours de LACROIX apparaît comme le premier cours systématique de calcul des probabilités et de mathématique sociale dispensé en France : il comporte deux séances par semaine d'une heure chacune. Cette initiative s'inscrit dans le projet de réédition de la traduction des *Lettres de Leonhard EULER sur la physique et la philosophie*, plus connues sous le nom de *Lettres à une princesse d'Allemagne*[1010]. En effet, après 1783[1011], CONDORCET, occupé à rééditer cette œuvre en trois volumes, estime nécessaire d'ajouter un quatrième volume consacré au calcul des probabilités, volume qui sera d'ailleurs publié à titre posthume en 1805 sous le titre *Elémens du calcul des probabilités et son application aux jeux de hasard, à la loterie, et aux jugemens des hommes*[1012]. Les textes produits par CONDORCET à cette occasion constituent la trame des exposés qui, en principe, ont été prononcés par LACROIX. Le programme élaboré par CONDORCET est ambitieux et se propose de traiter, en cinquante heures (25 semaines $\times$ 2 heures), les questions suivantes : éléments d'arithmétique et d'algèbre ; éléments de géométrie ; mécanique ; applications des mathématiques

[1007] CONDORCET, in R. TATON, *Condorcet et Sylvestre-François Lacroix*, Revue Histoire des sciences, 1959, p.143

[1008] CONDORCET, in R. TATON, *Condorcet et Sylvestre-François Lacroix*, *op. cit.*, p.146

[1009] - puisqu'il n'a été possible que de le reconstituer d'après les textes laissés par CONDORCET -

[1010] *cf.* La réédition de cet ouvrage : L. EULER, *Lettre à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique & de philosophie*, ouvrage publié sous la direction de Srishti D. CHATTERJI, éditions des Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 2003

[1011] - on sait, par ailleurs, que CONDORCET n'a publié ses travaux probabilistes qu'après la mort de D'ALEMBERT en 1783 -

[1012] CONDORCET, *Elémens du calcul des probabilités et son application aux jeux de hasard, à la loterie, et aux jugemens des hommes*, éditions Royez, an XIII, 1805, réédition par l'IREM de Paris VII, 1986 à des questions de physique ; exposition sommaire des phénomènes astronomiques du monde ; intérêts, tables de mortalité, application de la théorie des combinaisons aux jeux de hasard ; calcul des probabilités. Le public, qui est essentiellement issu de l'aristocratie, a peu de connaissances mathématiques et dès la seconde année, les ambitions sont révisées à la baisse. *« Malgré l'accueil initial, apparemment favorable, le nombre des auditeurs semble avoir décliné assez vite, les mathématiques se prêtant assez mal aux exposés de vulgarisation amusante désirés par la plupart des souscripteurs. »*[1013] Compte tenu des contraintes, notamment de temps, LACROIX et CONDORCET doivent aménager non seulement le contenu de l'enseignement dispensé (LACROIX n'enseigne alors plus que l'astronomie et le calcul des probabilités) mais également sa forme : *« Nous avions prévu la difficulté de faire entrer dans l'institution du Lycée l'enseignement d'une science où les maîtres facilitent le travail, mais n'en dispensent pas ; où l'on ne peut bien entendre sans avoir acquis l'habitude d'en appliquer les méthodes et d'en exercer les procédés ; où, enfin, il n'existe point de milieu entre savoir très bien et ne rien savoir. »*[1014] Or un simple enseignement élémentaire exigeant plusieurs années, les concepteurs ont dû renoncer à l'idée d'enseigner un cours complet de mathématiques : ils ont décidé de se limiter à ne faire que des exposés particuliers et ont également modifié les méthodes classiques d'enseignement. *« Donner presque toujours l'esprit des méthodes, plutôt que les méthodes elles-mêmes ; indiquer les démonstrations, au lieu de les développer ; nous borner à présenter l'ensemble des résultats d'une science, à offrir le tableau philosophique de son histoire, de ses progrès, de ses rapports avec les autres parties de nos connaissances ou avec nos besoins, à marquer enfin les bornes où elle s'arrête aujourd'hui, et le point auquel on peut espérer d'atteindre. »*[1015] CONDORCET et LACROIX sont donc passés de la diffusion d'un savoir scientifique à une information de nature scientifique sur ce savoir. L'ambition de voir le savoir probabiliste approprié par les auditeurs a donc été abandonnée. L'instruction a disparu au profit de l'information, au profit d'un discours sur la science, d'une méta-science. Un autre changement, beaucoup plus brutal, intervient en août 1787 : la chaire de mathématiques du *Lycée* est supprimée. C'est l'abbé RAY qui l'annonce par lettre à LACROIX : *« Je suis fâché, Monsieur, d'être chargé de vous prévenir que désormais la chaire de Mathématiques au Lycée sera réunie à celle de Physique dans la personne du même professeur. Vous savez mieux que moi combien, depuis deux ans, le public témoigne peu de goût pour les séances de Mathématiques.* […] *Il est trop clair que les meilleures leçons sont inutiles au Lycée quand les souscripteurs, pour*

1013 R. TATON, *Condorcet et Sylvestre-François Lacroix*, *op. cit.*, p.146

1014 CONDORCET, *Préambule du second discours inaugural en 1787*, in R. TATON, *Condorcet et Sylvestre-François Lacroix*, *op. cit.*, p.147

1015 CONDORCET, *Préambule du second discours inaugural en 1787*, in R. TATON, *Condorcet et Sylvestre-François Lacroix*, *op. cit.*, p.147

qui et par qui il existe, ne viennent pas en profiter. Il y a plus : en ce genre ce qui est inutile à un établissement lui est onéreux d'une part, et de l'autre peut lui être nuisible par l'air de désertion qu'il donne à ses séances. »[1016] L'une des raisons de l'échec de cette expérience d'enseignement des mathématiques au *Lycée*, et notamment du calcul des probabilités, semble résider dans l'écart entre la forme de la vulgarisation et de la diffusion du savoir probabiliste de CONDORCET et de LACROIX et les attentes d'un public constitué, comme l'écrit René TATON, *« de personnages de la cour et de la noblesse, de bourgeois aisés, dont la plupart désiraient prendre une teinture de culture scientifique, sans avoir à fournir d'efforts exagérés. »*[1017] Alors que ce public attend de brillantes conférences mondaines, si possibles amusantes, LACROIX s'efforce de diffuser les principes, les méthodes et les résultats de quelques branches du savoir mathématique. Soulignons que cette manière d'exposer ne se rapporte en rien, ni à la forme scolaire, ni à une discussion entre savants, ni à une incitation des auditeurs afin de les amener à construire une réflexion à partir de problèmes dévolus par le conférencier. Il s'agit de cours, c'est-à-dire d'exposés oraux de savoirs écrits dans des traités de mathématiques où les définitions sont données et les démonstrations faites. Compte tenu des contraintes, LACROIX se limite à présenter l'esprit des méthodes mises en œuvre, à donner des indications sur les démonstrations de certains résultats, à présenter l'ensemble des résultats : il doit surtout réussir à susciter, chez ses auditeurs, le désir d'étudier de manière plus approfondie, notamment par la consultation de livres.

Évoquons enfin avec René TATON l'influence qu'aura eu l'expérience du *Lycée* sur la réorganisation de l'enseignement supérieur sous la Révolution. Il cite à cet effet Paul DUPUY[1018] qui voit dans le *Lycée* "le premier type d'un véritable enseignement supérieur, ouvert à la philosophie et à la science nouvelles". R. TATON souligne en particulier l'influence de l'expérience acquise au *Lycée* sur l'enseignement donné à l'École Normale de l'An III par la proportion élevée d'anciens professeurs du *Lycée* parmi le personnel de l'École Normale[1019].

[1016] Lettre de l'abbé RAY à LACROIX, 31 août 1787, in R. TATON, *Condorcet et Sylvestre-François Lacroix*, Revue Histoire des sciences, 1959, p.151-152

[1017] R. TATON, *Condorcet et Sylvestre-François Lacroix*, *op. cit.*, p.132

[1018] P. DUPUY, *L'École Normale de l'An III*, in *Le centenaire de l'École Normale 1795-1895*, 1896, p.77

[1019] R. TATON, *Condorcet et Sylvestre-François Lacroix*, *op. cit.*, p.137-138

§.1.2. Analyse du contenu et de la forme de la transmission du savoir probabiliste dans l'ouvrage de CONDORCET

Rappelons tout d'abord l'unité de la démarche de CONDORCET qui conjugue projets politique, éducatif et scientifique et qui apparaît notamment dans *le Rapport et projet de décret sur l'organisation générale de l'Instruction publique,* dans le *Tableau Général de la Science* et dans l'ouvrage *Elémens du calcul des probabilités* que nous examinons plus loin. En effet, tous ces écrits s'inscrivent dans le cadre du combat de la raison contre les préjugés et les superstitions "qui voilent aux hommes la vérité et lui interdisent l'accès au bonheur". Leur objet explicite est de favoriser l'appropriation des connaissances probabilistes *« parce qu'il n'en est point de plus propres à détruire les erreurs spéculatives ou pratiques qui arrêtent les progrès, et s'opposent au bonheur de l'espèce humaine. »*[1020] Pour CONDORCET, le rôle de l'instruction publique en général, de la mathématique sociale et du calcul des probabilités en particulier, est en effet capital pour éclairer les gens, pour leur permettre d'être des citoyens actifs et conscients. On se souvient que cette croyance en la toute puissance de l'instruction pour transformer les mœurs s'est notamment manifestée à l'occasion de l'élaboration du *Rapport et projet de décret sur l'organisation générale de l'Instruction publique* et du discours que CONDORCET a prononcé, les 20 et 21 avril 1792 devant l'Assemblée Nationale, au nom du Comité d'instruction publique. On se souvient que dans ce discours, CONDORCET préconise d'instaurer dans les instituts[1021] un enseignement de *« mathématiques appliquées qui comprendra dans ses leçons les éléments de mécanique, d'optique, d'astronomie, et les applications élémentaires les plus utiles du calcul et de la géométrie à la physique, aux sciences morales et politiques »*[1022] et dans les lycées[1023] une chaire dite d'*« applications du calcul aux sciences morales et politiques. »*[1024] Cette proposition ayant suscité quelque étonnement, CONDORCET dut, dans une seconde édition de son travail et à la demande des députés de la Convention, justifier et préciser cette proposition dans une note dont le contenu ressemble, pour l'essentiel, au texte[1025] qui figure dans le *Tableau Général de la Science* et qui vise à fonder la mathématique sociale : *« On s'est étonné de trouver, dans le plan des lycées, une chaire uniquement*

[1020] Préface de l'éditeur rédigée en 1805 : CONDORCET, *Elémens du calcul des probabilités et son application aux jeux de hasard, à la loterie, et aux jugemens des hommes*, *op. cit.*, page IX
[1021] - Écoles du troisième degré d'instruction -
[1022] CONDORCET, *Écrits sur l'instruction publique, Rapport sur l'instruction publique*, éditions Edelig, 1989, volume 2, p.157
[1023] - institutions du quatrième degré d'instruction -
[1024] CONDORCET, *Écrits sur l'instruction publique, Rapport sur l'instruction publique*, volume 2, *op. cit.*, p.160
[1025] - texte évoqué au chapitre précédent -

consacrée à l'application du calcul aux sciences politiques et morales. Un simple exposé des objets que cette chaire devrait embrasser peut servir de réponse. »[1026] Dans cette note, CONDORCET insiste d'abord sur l'importance des recueils de données et des méthodes pour classer les faits économiques et sociaux relatifs aux productions, au commerce, aux manufactures, à la durée de vie des hommes, à leurs maladies, à leurs dispositions morales : *« Ces conséquences sont fondées sur l'hypothèse que la nature étant assujettie à des lois constantes, les événements futurs présenteront, dans des circonstances semblables, les mêmes résultats que les événements passés ; mais, suivant le nombre des faits observés, l'application de cette hypothèse à une classe particulière de faits, la ressemblance plus ou moins complète du futur et du passé, acquièrent une probabilité plus ou moins grande. Il faut donc apprendre à calculer les divers degrés de probabilité de chaque résultat. »*[1027] CONDORCET montre ensuite que presque tous les phénomènes sont susceptibles de relever d'un traitement probabiliste : les calculs de change, de monnaies, d'intérêt, les placements d'argent à terme non fixe, les rentes viagères, les assurances, les effets de la maladie, de la vieillesse. Il aborde également la question des faits, des témoignages et des jugements juridiques en discutant les différents degrés de certitude à exiger. Il signale la complexité souvent voilée des prises de décisions à la pluralité des voix et lors des élections[1028]. Comme nous allons le voir, ce programme est en fait une reprise du cours d'*Elémens du calcul des probabilités*

[1026] CONDORCET, *Écrits sur l'instruction publique, Rapport sur l'instruction publique*, volume 2, *op. cit.*, p.171

[1027] CONDORCET, *Écrits sur l'instruction publique, Rapport sur l'instruction publique*, volume 2, *op. cit.*, p.172

[1028] *« Tous ces objets ramènent au calcul des probabilités, dont il devient nécessaire d'approfondir les principes, soit pour apprendre à former les valeurs moyennes de tout ce qui n'est pas susceptible d'en avoir une constante et déterminée soit pour connaître la probabilité des divers résultats, ou celles qui ne s'éloigneront pas des événements réels ou des valeurs moyennes au-delà d'une limite déterminée. Il faut donc discuter les principes de ce calcul, et bientôt on verra que toutes nos certitudes ne sont que des probabilités plus ou moins grandes, et on sentira la nécessité d'appliquer cette partie de l'analyse à toutes nos connaissances. On s'apercevra combien elle peut servir à nous guider dans toutes celles qui se fondent sur des faits, sur des témoignages, à nous diriger et dans les opinions morales, et dans les jugements juridiques : on apprendra, par exemple, comment la vraisemblance ou l'invraisemblance propre d'un fait peut augmenter ou affaiblir la probabilité qui naît des preuves directes, dans quelles circonstances, et jusqu'à quel point les conséquences déduites d'un fait ont une probabilité différente de celle que des témoignages ont pu donner au fait considéré en lui-même. Lorsqu'il est nécessaire d'agir, lorsque les suites d'une action ont à peu près une égale importance, on choisit celle en faveur de laquelle penche la probabilité. Mais il n'en est pas de même si on peut différer d'agir, si de deux actions contraires une seule présente, en cas d'erreur, des inconvénients graves : alors pour agir, pour préférer cette action, il faut s'appuyer sur une probabilité très grande, sur une espèce de certitude. Mais si les principes des sciences morales apprennent à distinguer ces cas, c'est par le calcul seul que l'on peut déterminer, pour chacun d'eux, les limites de cette grande probabilité qu'exigent la raison ou la justice. Enfin toute constitution libre repose sur deux bases : les décisions à la pluralité des voix, et les élections, qui sont elles-mêmes des décisions relatives sur le mérite de ceux entre qui on doit choisir. »* CONDORCET, *Écrits sur l'instruction publique, Rapport sur l'instruction publique*, volume 2, *op. cit.*, p.173

que CONDORCET a rédigé quelques années auparavant et qui sera publié dans des circonstances pour le moins mystérieuses par FAYOLLE en 1805[1029].

Le manuel de CONDORCET, qui aura été peu diffusé, comporte 171 pages et est organisé en sept articles[1030]. L'article I traite "*de l'intérêt de l'argent*" (pages 2-31) ; dans l'article II, CONDORCET disserte "*sur une méthode de former des tables*" (pages 31-56) ; l'article III est relatif aux "*principes fondamentaux du calcul des probabilités*" (pages 56-79) ; l'article IV a pour titre "*de la nature des vérités auxquelles peut conduire le calcul des probabilités*" (pages 79-100) ; l'article V est consacré à "*la manière de comparer des évènemens de probabilités différentes, et de trouver une valeur moyenne qui puisse représenter les valeurs différentes entre elles d'événemens inégalement probables*" (pages 100-121) : CONDORCET expose notamment la solution du "problème des partis", présente la notion d'espérance et analyse le paradoxe de Saint Pétersbourg ; le premier article VI a pour titre "*application du calcul des probabilités aux questions où la probabilité est déterminée*" (pages 121-150) : il y est question des spéculations commerciales et de l'analyse des tables de mortalité ; le second article VI traite "*de la manière d'établir des termes de comparaison entre les différens risques auxquels on peut se livrer avec prudence, dans l'espoir d'obtenir des avantages d'une valeur donnée*". Enfin l'article VII traite "*de l'application du calcul des probabilités aux jeux de hasard*" (pages 150-171) : CONDORCET propose notamment des solutions à des problèmes posés par certains de ses illustres prédécesseurs tels MONTMORT et DE MOIVRE. Passons sur l'examen des articles I et II, respectivement relatifs aux calculs de l'intérêt de l'argent et à des propositions de nouvelles méthodes de classifications des noms des objets dans les dictionnaires, et examinons les articles ayant trait aux probabilités, notamment l'article III, dans lequel CONDORCET expose les principes fondamentaux du calcul des probabilités.

Au niveau général, cet article de CONDORCET est constitué, comme l'ensemble de l'ouvrage, de textes narratifs, explicatifs, accompagnés de quelques calculs pas toujours élémentaires : le but, semble-t-il, est d'exposer, en les explicitant soigneusement, des savoirs que nous qualifierons, en mobilisant le vocabulaire contemporain des sciences de l'éducation, de "savoirs déclaratifs de type notionnel". Il s'agit en effet de savoirs ayant trait à la théorie, aux lois, aux définitions, aux propositions et qui sont énoncés, non pas d'un point de vue purement formel en mobilisant un système symbolique, mais à l'aide de la langue naturelle. *« Le calcul des probabilités a pour objet les faits dont la*

[1029] On consultera à ce sujet le paragraphe intitulé "cette curieuse édition des *Élémens du calcul des probabilités*", in *Condorcet, Arithmétique politique, Textes rares ou inédits (1767-1789)*, édition critique commentée par B. BRU et P. CRÉPEL, éditions INED et PUF, 1994, p.605-613

[1030] - en fait, il y a huit articles car deux sont numérotés VI -

réalité est inconnue. On cherche d'abord à déterminer le nombre de tous les évènemens également possibles, et il est absolument nécessaire de remonter à ceux auxquels il est permis de supposer cette égale possibilité, sans quoi le calcul deviendrait absolument hypothétique. On cherche ensuite, dans ce nombre d'évènemens également possibles, quel est le nombre de ceux qui remplissent une certaine condition, et on dit que la probabilité d'avoir un évènement qui remplisse cette condition, est exprimée par le second de ces nombres divisé par le premier. Supposons, par exemple, un jeu composé de trente-deux cartes, comme le jeu de piquet. Je peux supposer qu'en tirant une carte de ce jeu, il est aussi possible d'amener l'une que l'autre. J'aurai donc 32 évènemens également possibles. Si je cherche la probabilité d'amener une figure, j'observerai que de ces 32 évènemens possibles, il y en a 12 qui satisfont à cette condition ; la probabilité d'amener une figure sera donc 12/32. »[1031] CONDORCET débute ici son cours en considérant le cas particulier de l'équiprobabilité[1032] et explicite, sur plusieurs lignes, la définition de la probabilité par la détermination du célèbre rapport $\frac{nombre\ de\ cas\ favorables}{nombre\ de\ cas\ possibles}$. Il montre ensuite, sur un exemple, le sens de cette définition en considérant un jeu de cartes[1033]. *« Si l'on considère les évènemens également possibles, sous ce point de vue que les uns, désignés par A, remplissent une certaine condition, et que les autres, désignés par N, ne la remplissent pas ; que n soit le nombre des premiers, m celui des seconds, $\frac{n}{n+m}$ exprimera la probabilité de A, et $\frac{m}{n+m}$ celui de N. »*[1034] À partir de cet exemple, CONDORCET montre que la probabilité de l'événement certain est égale à 1 : *« Si $m=0$, c'est-à-dire si tous les évènemens possibles remplissent la condition proposée, la probabilité de A devient $\frac{n}{n}=1$. Or, dans ce cas, l'évènement A a lieu nécessairement, et on est sûr d'avoir l'évènement A. Mais tant que m n'est pas 0, $\frac{n}{n+m}$ est une fraction plus petite que l'unité. C'est dans ce sens que l'on dit que la probabilité est toujours exprimée par une fraction, et la certitude par l'unité. La certitude ou l'unité sont donc la limite de laquelle la probabilité ou la fraction qui la représente, peuvent s'approcher indéfiniment, mais sans jamais y atteindre, puisque tant que m n'est pas rigoureusement 0, la possibilité d'avoir*

1031 CONDORCET, *Elémens du calcul des probabilités et son application aux jeux de hasard, à la loterie, et aux jugemens des hommes*, *op. cit.*, p.56

1032 L'équiprobabilité correspond au cas où tous les événements élémentaires ont la même probabilité.

1033 Notons que les cours et les manuels ont longtemps adopté ces mêmes références pour introduire les premières notions de calcul des probabilités (paradigme laplacien).

1034 CONDORCET, *Elémens du calcul des probabilités et son application aux jeux de hasard, à la loterie, et aux jugemens des hommes*, *op. cit.*, p.57

l'évènement N subsiste toujours réellement. »[1035] Une fois ce résultat fondamental établi, CONDORCET s'attache à montrer que la probabilité de l'événement A ou B est égale à la somme des probabilités de A et B[1036] : *« On peut, dans la somme des évènemens également possibles, en considérer plusieurs classes distinguées par des conditions différentes, et on trouvera de même pour un évènement pris dans une de ces classes, que sa probabilité est égale au nombre des évènemens qui remplissent la condition exigée, divisé par le nombre total. Prenons, par exemple, trois classes d'évènemens, A, A' et N, où A et A' désignent ceux qui remplissent chacun une condition différente, et N ceux qui n'en remplissent aucune des deux. Soit* n' *le nombre des premiers,* n'' *celui des seconds,* m *celui des troisièmes,* $\frac{n'}{n'+n''+m}$, $\frac{n''}{n'+n''+m}$, $\frac{m}{n'+n''+m}$ *seront les probabilités des évènemens A, A' et N. Si l'on demandait la probabilité d'avoir A ou A', on trouveroit que le nombre des évènemens qui remplissent une des deux conditions, étant* $n'+n''$, *et* $n'+n''+m$ *le nombre total, cette probabilité sera* $\frac{n'+n''}{n'+n''+m}$ *et par conséquent cette probabilité sera égale à* $\frac{n'}{n'+n''+m} + \frac{n''}{n'+n''+m}$ *ou à la somme de la probabilité d'avoir A, et de celle d'avoir A' ; d'où l'on peut tirer cette conclusion : que la probabilité d'avoir l'un ou l'autre des évènemens qui remplissent des conditions différentes est égale à la somme des probabilités qu'on a pour les évènemens qui remplissent chacune de ces conditions. Ainsi, dans l'exemple précédent, où nous avons trouvé 12/32 pour la probabilité d'avoir une figure, nous aurions 4/32 pour la probabilité d'avoir un roi, 4/32 pour celle d'avoir une dame, 4/32 pour celle d'avoir un valet, et la somme de ces probabilités, qui est 12/32 exprime celle d'avoir une figure. »*[1037]

La forme de tous les articles étant identique à celui-ci, il nous semble que la forme générale de l'ouvrage ne peut être assimilée à une production relevant d'une quelconque forme scolaire d'enseignement. Il n'y a nul découpage en séquences isolées les unes des autres, nulle exigence de la répétition d'un certain nombre de tâches. Il est par ailleurs remarquable que cet ouvrage, qui comporte de nombreux exemples, ne présente aucun énoncé d'exercices (d'application, d'entraînement, de recherche) ni aucun énoncé de problèmes. Il semble alors opportun de rappeler que cet ouvrage a été conçu initialement et explicitement comme "*Lettres à une princesse*" dans lequel les femmes de l'aristocratie sont

---

1035 CONDORCET, *Elémens du calcul des probabilités et son application aux jeux de hasard, à la loterie, et aux jugemens des hommes*, *op. cit.*, p.57

1036 Soulignons, au point de vue épistémologique et historique, que la distinction entre événements indépendants et dépendants n'a, semble-t-il, pas encore été dégagée.

1037 CONDORCET, *Elémens du calcul des probabilités et son application aux jeux de hasard, à la loterie, et aux jugemens des hommes*, *op. cit.*, p.58-59 censées apprendre les mathématiques avec la même facilité que lorsqu'il s'agit de lire des romans. Par ailleurs, l'analyse du contenu de l'article V, intitulé "*application du calcul des probabilités aux questions où la probabilité est déterminée*" confirme la fonction intellectuellement émancipatrice de ce livre, fonction éminemment distincte de celle, disciplinaire, attachée à la rédaction d'ouvrages spécifiquement scolaires. Dans cet article, CONDORCET s'emploie notamment à démystifier, grâce au calcul des probabilités, le fonctionnement de la Loterie Royale de France : *« Celui qui prendrait un quaterne*[1038] *à chaque tirage, n'auroit une probabilité égale pour la sortie ou la non-sortie de son billet qu'après 376 288 tirages ou plus de 15 678 ans. Celui qui prendrait un quine*[1039] *n'auroit une espérance égale de sortie ou de non sortie qu'après 30 103 000 tirages ou 1 254 292 ou plus d'un million deux cent cinquante mille ans.* […] *Si on observe enfin que plus la probabilité d'un événement heureux diminue, plus le profit qu'on peut retirer d'une mise augmente, mais beaucoup moins que la probabilité ne diminue, et d'autant moins que cette probabilité est plus faible ; il est aisé de voir qu'il n'y a aucune combinaison possible qui donne au joueur une espérance fondée de gagner ; qu'ainsi on ne doit y risquer que des sommes dont on puisse regarder la perte comme presque nulle, et dont, en en faisant un autre emploi, on ne peut espérer ni beaucoup d'utilité ni beaucoup de plaisir. »*[1040]

L'ouvrage *Elémens du calcul des probabilités et son application aux jeux de hasard, à la loterie, et aux jugemens des hommes* constitue donc un étape supplémentaire de la contribution de CONDORCET en vue de favoriser l'appropriation de savoirs probabilistes susceptibles d'être utilisés comme outils d'analyse et de compréhension du monde.

§.2. L'enseignement du calcul des probabilités dans le cadre des écoles de l'An III[1041]

§.2.1. Introduction et présentation du contexte général ayant permis la création des écoles en l'An III

Comme nous l'avons évoqué dans la première partie de cette thèse au sujet de l'École Normale, c'est à l'automne de l'An III que la Convention Nationale procède à la mise en place d'un certain nombre d'institutions d'enseignement supérieures : l'École Centrale des Travaux Publics[1042], l'École Normale[1043], les

[1038] quaternes : combinaisons quatre à quatre de 90 numéros.
[1039] quine : combinaisons cinq à cinq de 90 numéros.
[1040] CONDORCET, *Elémens du calcul des probabilités et son application aux jeux de hasard, à la loterie, et aux jugemens des hommes*, *op. cit.*, p.134-135
[1041] - 1794 -
[1042] - 7 vendémiaire / 28 septembre -

Écoles de Santé[1044]. Ces écoles sont créées afin de diffuser un savoir étendu et conforme aux découvertes les plus récentes et aux courants les plus novateurs de la pensée ; elles ont également pour fonction de former des formateurs ainsi qu'une élite intellectuelle susceptible de servir au mieux la collectivité. Rappelons que ces institutions naissent de la convergence de deux mouvements : le premier est lié à la réflexion menée par les milieux éclairés, dans la seconde moitié du XVIII[e] siècle, sur l'enseignement des sciences, le second est lié à la situation politique et militaire de la France en 1793 et 1794. En effet, c'est aux alentours des années 1750 que la critique, relative au fait que l'enseignement des sciences pratiqué dans les collèges et dans les universités, ne correspond nullement aux progrès de la recherche, commence à poindre ; la volonté des savants de se libérer des pesanteurs idéologiques et pédagogiques des institutions traditionnelles rencontre cependant les besoins de la monarchie en matière de génie civil et militaire : c'est ainsi que sont créées l'École Royale du Génie de Mézières et les Écoles Royales Militaires où les disciplines scientifiques occupent alors la première place. Mais la nature du recrutement, essentiellement aristocratique, continue de limiter l'ouverture de ces écoles sur la société ainsi que leurs possibilités d'expansion. Ces expériences importantes ne permettent cependant pas de bouleverser les normes éducatives alors dominantes : dans les collèges, les mathématiques ne sont enseignées qu'en dernière année et le reste du cursus est centré sur les humanités classiques. Ainsi, au moment où s'engage le processus qui va mener à la création des écoles en l'An III, l'enseignement scientifique, en dehors de quelques cas isolés, demeure largement minoritaire dans le cursus classique et coupé des progrès significatifs de la "recherche".

Ce sont les nécessités et l'urgence créées par la situation de guerre, qui ont contribué à ce que le mouvement de rénovation, depuis longtemps dessiné, parvienne à maturité. En effet, en août 1793, le Comité de salut public décrète la levée en masse : les hommes de dix-huit à vingt-cinq ans sont appelés au combat. Il faut alors, en très peu de temps, équiper plus de cinq cent mille soldats en fusils, en baïonnettes, en poudre et en canons. Or le blocus imposé par la coalition adverse empêche l'importation des matières premières nécessaires aux fabrications du matériel de guerre. Pour surmonter les effets de ce blocus, le Comité de salut public fait appel aux savants : leur engagement culmine en ventôse, An II[1045], lorsque débutent à Paris les cours révolutionnaires des poudres et salpêtres. Ces cours, que suivent pendant un mois des jeunes gens venus de tous les districts de la République, ont un objectif précis : diffuser rapidement les nouveaux procédés de récolte et de raffinement du salpêtre et de fabrication

[1043] - 9 brumaire / 30 octobre -
[1044] - 14 frimaire / 4 décembre -
[1045] - février-mars 1794 -

de la poudre. Ce qui est remarquable, c'est qu'au-delà des exigences militaires, ces cours définissent de nouvelles méthodes de recrutement et d'enseignement qui vont ouvrir la voie aux créations des écoles à l'automne de l'An III : sélection géographique égalitaire des élèves, centralisation à Paris d'un enseignement de masse et de qualité dispensé par les plus grands savants, accélération de la formation et utilisation immédiate des connaissances diffusées. La réussite de l'expérience de l'École des Armes, coordonnée par Gaspard MONGE, permet aux responsables et aux scientifiques engagés dans ce projet, d'envisager la constitution d'un enseignement de haut niveau conforme à la fois aux nécessités politiques, à l'esprit républicain et aux vœux des milieux éclairés. Ainsi, dès l'automne de l'An III, la Convention met l'enseignement supérieur à l'ordre du jour : en trois mois, les institutions les plus importantes sont établies. Les rapports lus par FOURCROY (pour l'École des Travaux Publics et les Écoles de Santé) et LAKANAL (pour l'École Normale), qui expliquent les raisons qui ont poussé les spécialistes à fonder de telles institutions, mettent en lumière la cohérence de l'œuvre révolutionnaire : constituer les pôles d'un enseignement d'excellence destiné à assurer la pérennité de la République et à servir l'ensemble de la collectivité. Issues d'un même projet, l'École Centrale des Travaux Publics, l'École Normale et les Écoles de Santé sont constituées sur le même principe et l'esprit qui anime leurs programmes est fidèle au mouvement scientifique de la fin du siècle : il fait la part belle aux aspects récents de la "recherche" et aux conceptions les plus avancées.

§.2.2. L'Ecole Normale de l'An III : essai d'analyse du contenu et de la forme du cours[1046] de "théorie des probabilités" présenté par LAPLACE

« Eclairons ceux que nous ne jugeons pas suffisamment instruits. »[1047]

Confronté aux difficultés rencontrées dans le recrutement d'un personnel laïc et républicain capable d'enseigner dans les écoles primaires une "science sans-culottisée", le Comité d'instruction publique décrète la mise en place rapide d'institutions destinées à former les nouveaux maîtres appelés à "révolutionner l'instruction". La méthode d'enseignement révolutionnaire, expérimentée avec succès à l'École des Armes, sert de modèle à la formation des instituteurs : d'où la création de l'École Normale qui fonctionne durant quatre

[1046] Nous préférons utiliser ici les termes de "cours" plutôt que de "leçon" à propos des conférences qui ont eu lieu à l'École Normale en l'An III. En effet, historiquement la notion de "cours" ne renvoie pas au pédagogique comme le révèle par exemple au XVIII^e siècle, l'expérience des cours dans les écoles centrales qui étaient facultatifs (formation "à la carte"). Par contre, le pédagogique et ce qui est construit comme discipline dans les écoles des Frères au XVII^e siècle, est la "leçon". L'élève lit et relit en général des lectures pieuses et édifiantes, apprend en silence et doit répéter au terme près ce que dit le maître. L'élève incorpore au sens physique de ce mot : il apprend par corps.

[1047] P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.127

mois et demi, du 1er pluviôse An III (20 janvier 1795) au 26 floréal de la même année (15 mai 1795).

C'est dans ce contexte que Pierre Simon LAPLACE est amené, en 1795, à dispenser dix conférences de mathématiques aux auditeurs de l'École Normale, recrutés et sélectionnés à un niveau local au prorata de la population du district et sur recommandation des sociétés populaires : il est chargé, avec MONGE et LAGRANGE, d'offrir à un haut niveau, un panorama des nouveaux savoirs et des nouvelles méthodes mathématiques. Nous focalisons notre attention sur le contenu et la forme de la dixième et dernière conférence qui s'est tenue le 21 floréal, An III[1048], à savoir "la théorie des probabilités", *« théorie intéressante par elle-même et par ses nombreux rapports avec les objets les plus utiles de la société. »*[1049] LAPLACE y développe ses conceptions en matière de connaissance des lois de la nature et dresse un panorama de tout ce qui a été précédemment établi en théorie des probabilités[1050].

§.2.2.1. Le contenu de la dixième conférence

Déjà en 1795, LAPLACE considère le hasard comme un euphémisme susceptible d'être convoqué lorsqu'au sein d'un univers considéré comme entièrement déterminé, les causes des phénomènes naturels demeurent ignorées : *« Tous les événements, ceux mêmes qui, par leur petitesse, semblent ne pas tenir aux grandes lois de l'univers, en sont une suite aussi nécessaire que les révolutions du soleil. On les attribue au hasard, parce que l'on ignore les causes qui les produisent et les liens qui les unissent au système entier de la nature. Ainsi, l'apparition des comètes, phénomène dépendant de la loi qui ramène les saisons, semblait être un effet du hasard à ceux qui mettaient ces astres au rang des météores, et qui, pour expliquer les mouvements réguliers des planètes, attribuaient à chacune d'elles une intelligence. Suivant que les phénomènes ont paru arriver et se succéder avec régularité, ou sans ordre apparent, on les a fait dépendre des causes finales, ou du hasard ; mais ces causes imaginaires ont été successivement reculées avec les bornes de nos connaissances et disparaissent entièrement devant la saine philosophie qui ne voit en elles que l'expression de l'ignorance où nous sommes des véritables causes. »*[1051] Le projet scientifique de LAPLACE consiste alors à préciser cette détermination en mobilisant les outils mathématiques (et donc si nécessaire, ce qu'il nomme "le calcul des hasards") afin de réduire le hasard-ignorance. Nous avons souligné, dans le chapitre précédent, le statut de la théorie des probabilités

[1048] - 10 mai 1795 -
[1049] P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.125
[1050] Soulignons que cette leçon constitue la trame de ce qui deviendra, en 1814, *L'Essai philosophique sur les probabilités*.
[1051] P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.125

chez LAPLACE : celle-ci n'a en effet aucun rôle majeur dans l'intelligibilité des phénomènes naturels si ce n'est celui de maîtriser les erreurs de mesure inhérentes aux méthodes expérimentales. Rappelons que pour LAPLACE, la probabilité permet à un observateur, ne disposant que d'informations incertaines et incomplètes, de produire une hypothèse affectée d'un certain degré de vraisemblance : la certitude ne peut être atteinte et seul l'accès à une "possibilité" est envisageable. En ce sens, la probabilité est à la fois un indicateur quantitatif de la connaissance expérimentale ou inductive et une mesure de la qualité du savoir produit. Dans cette leçon, LAPLACE définit la probabilité par un rapport selon une expression qui était déjà "classique" et notamment communiquée par CONDORCET et LACROIX dans le cours dispensé au *Lycée* : *« La théorie des hasards consiste à réduire tous les événements du même genre à un certain nombre de cas également possibles, c'est-à-dire tels que nous soyons également indécis sur leur existence, et à déterminer le nombre de cas favorables à l'événement dont on cherche la probabilité. Le rapport de ce nombre à celui de tous les cas possibles est la mesure de cette probabilité qui n'est ainsi qu'une fraction dont le numérateur est le nombre de cas favorables, et dont le dénominateur est le nombre de tous les cas possibles. Tous nos jugements sur les choses qui ne sont que vraisemblables sont fondés sur un pareil rapport. La différence des données que chaque homme a sur elles, et les erreurs que l'on commet en évaluant ce rapport donnent naissance à cette foule d'opinions que l'on voit régner sur les mêmes objets. Supposons, par exemple, que l'on ait trois urnes A, B et C, dont une ne renferme que des boules noires, tandis que les autres ne renferment que des boules blanches ; on doit tirer une boule de l'urne C, et l'on demande la probabilité que cette boule sera noire. Si j'ignore quelle est celle des trois urnes qui ne renferme que des boules noires, en sorte que je n'aie aucune raison de penser qu'elle est plutôt C que B ou A, ces trois hypothèses sont, par rapport à moi, également possibles ; et comme une boule noire ne peut être extraite que dans la première hypothèse, la probabilité de l'extraire est égale à un tiers. Si je sais que l'urne A ne renferme que des boules blanches, mon indécision ne porte plus alors que sur les urnes B et C, et la probabilité que la boule extraite sera noire est un demi, enfin cette probabilité se change en certitude si je suis assuré que les deux urnes A et B ne contiennent que des boules blanches. »*[1052] Pour LAPLACE, la probabilité part de l'expérience sensible et du jugement, elle est donc subjective et l'équipossibilité des cas relève de jugements contingents : *« La différence des opinions dépend encore de la manière dont chacun détermine l'influence des données qui lui sont connues... La probabilité fondée sur une expérience journalière ou exagérée par la crainte ou l'espérance nous frappe davantage qu'une probabilité plus forte qui n'est qu'un résultat de l'analyse. »*[1053]

[1052] P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.126
[1053] P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.127

Dans cette dixième conférence, LAPLACE explore, de manière exhaustive, l'ensemble du champ des possibles qu'il est permis de traiter grâce à l'outil probabiliste : il passe ainsi de la théorie de la connaissance[1054] à l'histoire[1055], en insistant largement sur l'astronomie. Observant, pour les planètes et leurs satellites, un certain nombre de faits réguliers (le mouvement autour du soleil d'occident en orient, la faible inclinaison relative du plan de mouvement des planètes), LAPLACE calcule la probabilité d'une telle régularité en supposant *a priori* toutes les inclinaisons possibles et conclut : *« Il est donc extrêmement probable que la direction des mouvements planétaires n'est pas l'effet du hasard. »*[1056] Par ailleurs, les jeux de hasard sont abordés et examinés à travers la notion d'espérance morale définie par Daniel BERNOULLI : *« La valeur relative d'une somme infiniment petite, est égale à sa valeur absolue, divisée par le bien total de la personne intéressée. »*[1057]. LAPLACE fait également référence aux prévisions[1058], à la démographie[1059], aux tables de mortalité, aux assurances sur la

[1054] *« C'est ainsi que le même fait récité devant un nombreux auditoire obtient divers degrés de croyance, suivant l'étendue des connaissances de ceux qui l'écoutent. »* P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.127

[1055] *« Un des points les plus délicats de la théorie des probabilités, et celui qui prête le plus aux illusions, est la manière dont les probabilités augmentent ou diminuent par leurs combinaisons mutuelles. La probabilité d'un événement étant une fraction de l'unité, celle que dans les mêmes circonstances l'événement arrivera un certain nombre de fois de suite, est une fraction égale à la première, élevée à une puissance indiquée par ce nombre. Ainsi, les puissances successives des fractions moindres que l'unité diminuant sans cesse, un événement qui dépend d'une longue suite de probabilités fort grandes peut devenir extrêmement peu vraisemblable. Supposons qu'un fait nous soit transmis par vingt témoins, de manière que le premier l'ait transmis au second, le second au troisième, et ainsi des autres ; supposons encore que la probabilité de chaque témoignage soit égale à neuf dixièmes, celle du fait sera moindre qu'un huitième, c'est-à-dire, qu'il y aura plus de sept contre un à parier qu'il est faux.* […] *Les historiens ne paraissent pas avoir fait assez d'attention à cette dégradation de la probabilité des faits, lorsqu'ils sont vus à travers un grand nombre de générations successives ; plusieurs événements historiques regardés comme certains seraient au moins douteux si on les soumettait à cette analyse. »* P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.129

[1056] P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.133

[1057] P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.130

[1058] *« Dans un grand nombre de cas, et ce sont les plus intéressants de l'analyse des hasards, les possibilités des événements simples sont inconnues et nous sommes réduits à chercher, dans les événements passés, les indices qui peuvent nous guider dans nos conjectures sur l'avenir. »* P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.130

vie, évoque l'inoculation, disserte sur les établissements financiers, les assurances maritimes[1060], les loteries, les taux d'intérêt, les rentes viagères, les règles de vote[1061]. Est également citée, de manière allusive, ce qui constituera quelques années plus tard, "la théorie des erreurs" : *« Il me reste à vous parler du milieu qu'il faut choisir entre les résultats de plusieurs observations. »*[1062] Soulignons que tous les exemples cités par LAPLACE relèvent d'un même calcul et obéissent à une même logique dont le modèle de référence est celui d'une urne contenant un nombre indéterminé de boules blanches et noires. Caractéristique, à cet égard, est la phrase suivante : *« Ce que nous venons de dire s'applique aux naissances, que l'on peut comparer aux boules extraites d'une urne. »*[1063] Enfin, LAPLACE traite, indépendamment des travaux de BAYES, de la probabilité des causes : *« Si un événement peut être attribué à plusieurs causes, chacune d'elles sera indiquée par cet événement, avec d'autant plus de vraisemblance, qu'il sera plus probable que l'événement aura lieu, en la supposant exister ; la probabilité de l'existence de l'une quelconque de ses causes est donc égale au quotient de la probabilité de l'événement, résultante de cette cause, divisée par la somme des probabilités semblables relatives à toutes les causes. C'est le principe fondamental de cette branche de la théorie des hasards qui remonte des événements aux causes. Il donne la raison pour laquelle on est porté à attribuer les événements réguliers à une cause*

[1059] *« Les naissances sont un objet important de l'histoire naturelle de l'homme et l'observation offre à cet égard des variétés remarquables dépendantes de la différence des sexes et des climats ; mais elles sont si petites qu'elles ne peuvent devenir sensibles qu'au moyen d'un grand nombre de naissances observées. Les événements d'un même genre ont des causes uniformes et constantes dont l'action peut être modifiée par mille circonstances variables qui produisent les irrégularités que nous attribuons au hasard. Ces irrégularités, en se compensant les unes par les autres, disparaissent dans une très longue suite d'observations qui ne laissent ainsi apercevoir que le résultat des causes constantes. Moins les effets de ces causes sont sensibles, plus il faut d'observations pour les reconnaître, et l'un des problèmes les plus intéressants de l'analyse des hasards est de déterminer jusqu'à quel point le nombre des observations doit s'élever pour acquérir une grande probabilité de l'existence des causes qu'elles paraissent indiquer, et pour les distinguer de ces variétés que le hasard seul amène dans la succession des événements également possibles. »* P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.135

[1060] P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.138

[1061] *« La probabilité des décisions d'une assemblée, dépend de la pluralité des voix, des lumières et de l'impartialité des membres qui la composent. »* P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.138

[1062] P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.138

[1063] P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.135

particulière. »[1064] L'exposé des principes de son analyse de la probabilité des causes est donné en notes de bas de page[1065].

§.2.2.2. La forme de la dixième conférence

Le cours de LAPLACE, à destination des futurs maîtres et des futurs formateurs de maîtres qui sont venus s'instruire, est très structuré : le texte, divisé en paragraphes, comporte des définitions explicites, des énoncés de théorèmes et des indications de démonstrations de certains théorèmes. Ainsi, LAPLACE établit avec précision la distinction entre espérance morale et espérance mathématique : *« La probabilité des événements sert à déterminer l'espérance, ou la crainte des personnes intéressées à leur existence. Le mot espérance a diverses acceptions : il exprime ordinairement l'état de l'esprit lorsqu'il doit arriver un bien quelconque, dans certaines suppositions qui ne sont que vraisemblables ; dans la théorie des hasards, l'espérance est le produit*

1064 P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.132

1065 *« Exposons les principes de cette analyse et, pour cela, considérons une urne qui renferme une infinité de boules blanches et noires dans un rapport inconnu. Supposons que sur cinq boules tirées de cette urne, trois sont blanches et deux sont noires et proposons-nous de trouver la probabilité que le rapport du nombre des boules blanches au nombre total des boules contenues dans l'urne est compris dans des limites données. Pour résoudre ce problème, on doit observer que ce rapport est susceptible de toutes les valeurs, depuis zéro jusqu'à l'unité. Ces valeurs considérées a priori sont également possibles, mais les tirages déjà faits rendent les unes plus probables que les autres, et il est clair que les plus vraisemblables sont celles qui sont le plus favorable à l'existence des événements arrivés. La probabilité de l'une quelconque de ces valeurs est donc égale à une fraction dont le numérateur est la probabilité qu'en partant de cette valeur sur cinq boules extraites de l'urne, trois seront blanches et deux seront noires, et dont le dénominateur est la somme de toutes les probabilités semblables, relatives à chacune de ces valeurs. On a ainsi, par des intégrations fort simples, la probabilité cherchée que le rapport du nombre des boules blanches, au nombre total des boules contenues dans l'urne est compris dans des limites données. Si, dans le cas précédent, on suppose ces limites égales à deux cinquièmes et à quatre cinquièmes, on trouve 2256/3225 pour cette probabilité. Si l'on prend deux limites, l'une plus grande et l'autre plus petite que le rapport du nombre des boules blanches au nombre total des boules extraites de l'urne, et qui soient à égale distance de ce rapport, la probabilité que le vrai rapport du nombre des boules blanches contenues dans l'urne au nombre total des boules, est compris dans ces limites, croît avec le nombre des boules extraites, de manière que, dans la supposition où ce nombre est infini, cette probabilité se confond avec la certitude, quelque rapprochées que soient ces limites. Le rapport du nombre des boules blanches au nombre total des boules de l'urne est donc alors exactement celui qui résulte des observations. L'analyse conduit à ce théorème général. <u>Un événement observé étant composé de plusieurs événements simples, répétés un grand nombre de fois, les possibilités de ces événements qui rendent l'événement observé le plus probable, sont celles qu'il indique avec le plus de vraisemblance, et cette vraisemblance finit par se confondre avec la certitude, dans la supposition où l'événement observé est composé des événements simples répétés une infinité de fois</u>. Le cas de plusieurs boules extraites d'une urne qui en renferme une infinité de blanches et de noires, est compris dans ce théorème ; car le rapport du nombre des boules blanches, au nombre total des boules de l'urne, qui rend le tirage déjà fait, le plus probable, est celui du nombre des boules blanches, au nombre entier des boules extraites. C'est ainsi que les événements font connaître, en se développant, leurs possibilités respectives. On peut parvenir, de cette manière, à des résultats qu'il serait très difficile d'obtenir a priori, telles sont les probabilités d'amener les diverses faces d'un parallélépipède rectangle dont les faces sont inégales. »* P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.130-131 *de la somme espérée par la probabilité de l'obtenir. Pour distinguer ces deux acceptions, je nommerai la première espérance morale, et la seconde espérance mathématique : celle-ci n'est, comme l'on voit, que la somme partielle qui doit revenir, lorsqu'on ne veut point courir les risques de l'événement, en supposant que la répartition de la somme entière se fasse proportionnellement aux probabilités : c'est en effet la seule manière équitable de la répartir, quand on fait abstraction des circonstances étrangères, parce qu'avec un égal degré de probabilité, on a un droit égal à la somme espérée. »*[1066] Le savoir qu'il expose est à dominante déclarative, propositionnelle, ce qui est évidemment cohérent avec le fait qu'il s'agit du texte d'un discours lu : il s'agit essentiellement de notions, de propositions et de méthodes. Il n'y a pas d'artefacts pédagogiques excepté le fait que les différents thèmes abordés dans la leçon sont introduits à partir de notions et de calculs élémentaires qui deviennent de plus en plus complexes au fur et à mesure que le processus analytique est développé bien que les difficultés aient été sériées. Cette conférence, qui fait le point de façon très ramassée sur la théorie des probabilités, exige un haut niveau de maîtrise de la part des auditeurs. En effet, le savoir diffusé n'est pas un savoir dégradé mais un authentique savoir scientifique, en cours d'élaboration, exposé rationnellement et qui exige, pour être approprié, un véritable effort de raisonnement. Il comporte relativement peu de formules mathématiques, est organisé linéairement dans une forme qui est celle du discours. Comme dans le cours de CONDORCET professé par LACROIX, les définitions, les propriétés et les résultats énoncés par LAPLACE utilisent la langue naturelle et non pas le système symbolique formel. Cette conférence n'est pas non plus organisée autour d'exercices gradués et répétés nécessitant la seule application de règles mathématiques. Par ailleurs, cet exposé, authentiquement scientifique, au sens où sont mobilisés concepts et outils scientifiques et corrélativement étranger au processus de "didactification", n'est nullement exempt d'arguments d'autorité, ce qui d'ailleurs n'est pas antinomique. Nous avouons, par exemple, nos difficultés[1067] à comprendre certains des raisonnements de LAPLACE comme, par exemple, dans l'extrait suivant : *« Reprenons la considération de 1'urne qui renferme une infinité de boules blanches et noires et dont on a déjà tiré deux boules noires et trois boules blanches. Proposons-nous de trouver la probabilité que quatre nouvelles boules extraites de 1'urne, seront noires. Il est visible que la probabilité de tirer d'abord deux boules noires sur cinq, et ensuite, quatre boules noires est égale à la probabilité du premier résultat, multipliée par la probabilité que, ce résultat ayant lieu, le second arrivera. Cette dernière probabilité est évidemment la probabilité cherchée qui, par conséquent, est égale à la probabilité du résultat composé des deux précédents, divisée par la probabilité du premier. <u>Quand le rapport des boules blanches au nombre total</u>*

[1066] P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.130
[1067] - euphémisme -

des boules contenues dans l'urne est inconnu, on a la probabilité d'un résultat quelconque, en donnant à ce rapport une valeur indéterminée et en calculant la probabilité du résultat correspondante à cette valeur ; en multipliant ensuite cette probabilité par la différentielle de la valeur indéterminée, l'intégrale du produit, prise relativement à cette valeur depuis zéro jusqu'à l'unité, sera la probabilité du résultat. On trouve dans le cas précédent 1/14 pour la probabilité que quatre boules extraites de l'urne seront noires. Si les boules blanches et noires étaient en nombre égal dans l'urne, cette probabilité serait 1/16 ; ainsi, quoique les tirages déjà faits indiquent plus de boules blanches que de boules noires dans l'urne, cependant la probabilité d'en extraire de suite quatre nouvelles boules noires est plus grande que dans le cas de l'égalité des couleurs, résultat qui semble, au premier coup d'œil, paradoxe, mais dont il n'est pas difficile d'apercevoir la raison. C'est une des conséquences de l'analyse des hasards propre à nous inspirer une juste défiance de nos premiers aperçus. »[1068] Si le début de sa démonstration nous est intelligible, nous avons du mal à voir autre chose qu'une "recette" assénée de manière dogmatique dans la partie que nous avons soulignée, ce qui peut apparaître contradictoire avec le but revendiqué d'une émancipation intellectuelle[1069]. Mais s'il est aisé aujourd'hui de considérer que ces développements mathématiques particuliers ne sont pas parfaitement cohérents avec le projet visant à former des citoyens non soumis aux arguments d'autorité et délivrés de la domination due à l'ignorance, il est cependant nécessaire de prendre en compte les difficultés qu'a eues LAPLACE pour produire un énoncé scientifique parfaitement intelligible. N'oublions pas en effet qu'il a dû, comme ses collègues, fabriquer dans l'urgence un cours susceptible de révolutionner l'enseignement. Malgré quelques imperfections et à l'instar du cours élaboré par CONDORCET, la nécessité de connaître et d'appliquer un certain nombre de règles mathématiques justifiées et intériorisées en faisant un appel à la raison structure la conférence de LAPLACE qui n'a aucune fonction disciplinaire. Sa fonction est celle de la transmission du savoir probabiliste et de son partage, savoir susceptible à la fois d'accélérer le progrès scientifique et de procurer de nouveaux outils d'analyse permettant une émancipation intellectuelle des citoyens.

On ne peut conclure ce paragraphe sans rappeler les réserves de nombreux auditeurs et des principaux initiateurs du projet, notamment celles du député Pierre DAUNOU, qui ont interrogé l'efficacité, en termes de communication, de ces séances[1070]. LAPLACE, comme l'ensemble de ses collègues, développe certes

---

[1068] P.S. LAPLACE, *Dixième leçon*, in *L'École Normale de l'An III*, *op. cit.*, p.134-135

[1069] - et non pas d'émancipation sociale… -

[1070] P. DAUNOU déclara qu'en mettant un terme à cette expérience, *« on tranche sans l'avoir résolu le problème de savoir jusqu'à quel point l'art d'enseigner une science est en effet séparable de l'enseignement immédiat de cette science elle-même. »* Cité par G. VINCENT, *L'École Normale de l'An III de la première république française*, *op. cit.*, p.228

de nombreuses théories visant à un affermissement de la raison, mais parce que le niveau de scientificité de ces conférences demeure élevé, parce que le “capital culturel” du public n’est pas directement ajusté aux conditions que nécessite ce type de communication, on comprend que leur appropriation a pu ne pas être aisée.

§.2.3. L’Ecole Polytechnique : essai d’analyse des contenus et des formes des différents enseignements de calcul des probabilités

§.2.3.1. La création de l’Ecole Centrale des Travaux Publics : un élément essentiel de la défense nationale

En l’An III[1071], la formation des cadres civils et militaires est en crise : le corps des ingénieurs géographes n’existe plus, l’École (Royale) des Ponts et Chaussées et l’École (Royale) des Mines sont en déshérence ; l’École (Royale) du Génie de Mézières qui fournit, depuis 1748, la plupart des ingénieurs militaires, est quasi abandonnée et est transférée à Metz. Le pays, où la levée en masse a été décrétée en août 1793, a besoin de techniciens pour établir les cartes d’état-major, d’officiers capables de les lire, de capitaines du génie pour franchir les fleuves et tenir les fortifications, d’artilleurs pour établir les plans de tir des batteries, d’ingénieurs des ponts et chaussées pour construire des routes stratégiques et des ports, d’ingénieurs de la marine pour reconstruire la flotte, de constructeurs d’aérostats, de spécialistes du télégraphe. Nécessité fait loi. C’est dans ce contexte qu’est créée l’École Centrale des Travaux Publics[1072], afin d’assurer, dans un seul établissement, la formation de tous les ingénieurs civils et militaires. Les cours commencent le 1er nivôse, An III[1073] : 377 élèves s’entassent dans un amphithéâtre construit dans l’aile du Palais-Bourbon. Dans le projet défendu par FOURCROY aux membres du Comité de Salut Public, la durée de la formation des ingénieurs est fixée à trois ans, excepté le cas de la première promotion qui va suivre des “cours révolutionnaires” : il s’agit d’une formation accélérée. L’École, au lieu d’accueillir la première année un tiers des futurs ingénieurs, va former en trois fois trois mois la première promotion qui va alors être disponible aussitôt pour les tâches militaires ou pour les emplois civils profitables aux armées.

Soulignons la nature des rapports entre cette nouvelle institution et les grandes écoles qui, bien qu’agonisantes, existent encore : Ponts et Chaussées, Mines, Génie, Marine. Si les élèves de ces écoles doivent passer un examen pour

[1071] - 1794 -

[1072] - décrets de la Convention Nationale : 21 ventôse an II (11 mars 1794) et 7 vendémiaire an III (28 septembre 1794) -

[1073] - 21 décembre 1794 -

intégrer l'École Centrale des Travaux Publics, en revanche, les élèves de l'École Centrale peuvent entrer sans examen dans chacune de ces écoles spécialisées. C'est le 30 vendémiaire, An IV, qu'une loi fixe le rapport entre ces écoles spécialisées et l'École Centrale des Travaux Publics appelée "École Polytechnique" depuis le 15 fructidor an III[1074] : il s'agit de fournir aux "polytechniciens" un enseignement général de très haut niveau leur permettant ensuite de devenir ingénieurs, chercheurs ou enseignants[1075]. À l'École Polytechnique, il n'y a donc pas d'anticipation sur les formations susceptibles d'être ultérieurement dispensées à ceux qui souhaitent se spécialiser dans les mines, le génie maritime, la recherche en géographie ou en astronomie, les sciences en général.

§.2.3.2. Les cours de calcul des probabilités de Joseph FOURIER : 1795-1797

Les archives de l'École Polytechnique, relatives aux premières années d'enseignement, ne permettent pas d'avoir une idée précise des modalités de la mise en place d'un enseignement de calcul des probabilités. En effet, contrairement à ce qui s'est passé par la suite lorsque chaque enseignant a écrit au jour le jour un rapport sur "la marche des cours", on ne dispose pas des sommaires des premières leçons dispensées.

Les premiers mois sont consacrés aux "cours révolutionnaires", c'est-à-dire à une présentation accélérée du programme des trois années de formation. Claude-Joseph FERRY[1076], professeur de mathématiques, chargé du cours d'"analyse appliquée à la géométrie", éprouve des difficultés à dispenser son enseignement et il semble que, dans les faits, la question des probabilités n'ait pas été abordée[1077]. Quant aux "cours réguliers" de mathématiques, ils débutent le 5 prairial, An III[1078] et se poursuivent jusqu'à l'automne : le programme de mathématiques prévoit, dans la "deuxième partie" du cours d'"analyse appliquée à la géométrie", un chapitre intitulé "applications de l'analyse à quelques questions de probabilités et d'arithmétique politique"[1079]. Quelques jours avant le début des cours, Joseph FOURIER[1080] est nommé professeur de mathématiques, sur proposition de G. MONGE, le 30 floréal, An III[1081]. Suspendue après

---

[1074] - 1er septembre 1795 -

[1075] Rappelons que l'École Polytechnique fut militarisée en 1804, passant de la tutelle du ministère de l'intérieur à celui des Armées.

[1076] - 1756-1845 -

[1077] J. LANGINS, *La république avait besoin de savants*, éditions Belin, 1987, p.35-37 et 119-120 (résumé des leçons d'analyse de FERRY)

[1078] - 24 mai 1795 -

[1079] J. LANGINS, *La république avait besoin de savants*, *op. cit.*, p.130

[1080] - 1768-1830 -

[1081] - 19 mai 1795 -

l'insurrection de prairial, sa nomination est cependant confirmée le 26 vendémiaire, An IV[1082] : il est ensuite proposé comme "instituteur d'analyse algébrique" le 8 frimaire, An IV[1083]. Chargé d'un cours d'analyse aux élèves de première année, il enseigne régulièrement en l'An IV et l'An V[1084]. Notons que le nom de FOURIER apparaît également dans l'emploi du temps des élèves de deuxième et de troisième années en nivôse, An V. En l'An VI[1085], FOURIER interrompt son enseignement pour participer à l'expédition d'Égypte et est remplacé par Jean-Guillaume GARNIER[1086]. Par ailleurs, FOURIER est chargé par le Conseil, le 2 prairial, An V[1087], de préparer le programme du cours de mathématiques en se faisant aider des examinateurs de sortie P.S. LAPLACE et C. BOSSUT[1088].

Pour connaître le programme de l'enseignement de probabilités que FOURIER a dispensé aux élèves de l'École Polytechnique, nous disposons d'un manuscrit constitué de deux feuillets où il est écrit : *« Je fais passer au citoyen NEVEU un tableau méthodique de la science des probabilités ainsi que les matières que j'ai traitées à l'École Polytechnique dans un cours particulier sur cette branche de l'analyse. Je n'ai omis aucune des applications qui ont été faites par les géomètres de ce siècle et comme il n'existe encore aucun ouvrage élémentaire sur cette partie, j'ai indiqué les livres originaux dans lesquels on peut puiser les détails. »*[1089] Le "tableau méthodique de la science des probabilités" ainsi que celui des "auteurs qui ont traité du calcul des probabilités" est reproduit pages suivantes.

Il s'agit d'un programme ambitieux, équilibré, structuré et conforme aux projets élaborés par CONDORCET. Cependant il est important de souligner qu'il n'est pas possible de distinguer ce qui a effectivement été enseigné par FOURIER de ce qui est simplement programmatique. FOURIER envisage de traiter à la fois les bases mathématiques du calcul des probabilités et l'ensemble des applications. Inspiré du cours que LAPLACE a professé à l'École Normale et auquel FOURIER aurait assisté, il comporte également les contributions des différents auteurs cités dans le tableau. Ce programme débute par un exposé des règles générales relatives à la mesure de la probabilité : événements composés,

1082 - 18 octobre 1795 -
1083 - 28 novembre 1795 -
1084 - fin 1795 - automne 1797 -
1085 - 1797-1798 -
1086 -1766-1840 -
1087 - 21 mai 1797 -
1088 - 1730-1814 -
1089 Manuscrit de J. FOURIER, Bibliothèque Nationale, références : ms FF22515, f 96 v/r (m.a.), et ff 94-95 (copie), in P. CRÉPEL, *L'enseignement des probabilités en France (1786-1830)*, Bulletin de la Société des Amis de la Bibliothèque de l'École Polytechnique, n°4, mai 1989

chances multiples. Suit un certain nombre de remarques relatives aux fondements de la probabilité des témoignages, aux loteries, aux applications de cette science aux jeux de hasard, à la valeur morale de l'argent et à la juste évaluation des sommes espérées, au désavantage résultant des jeux de hasard et à l'avantage des assurances, au problème de Pétersbourg, à l'égalité possible de toutes les chances, aux illusions des joueurs : il s'agit donc essentiellement d'une présentation des travaux de Daniel BERNOULLI ainsi que des débats qu'ils ont suscités. Ensuite, il est question des modes de décisions des assemblées, sujets abordés par CONDORCET. Puis est exposée la méthode inverse des probabilités et ses règles : c'est l'établissement du lien entre la collecte des données et le calcul des probabilités. Sont également abordées les questions liées à la vraisemblance des hypothèses physiques (principe de la gravitation universelle, explication du flux et du reflux, pesanteur de l'air, mouvement des planètes) : il s'agit de lier à la fois physique et théorie de la connaissance. Il est ensuite question de l'application du calcul des probabilités à l'histoire de l'homme (arithmétique politique, "démographie"), durée de vie, probabilité d'atteindre un âge donné, tables de mortalité, population de la France, proportion de naissances masculines et féminines.

…/…

Tableau méthodique de la science des probabilités selon Joseph FOURIER

Des événemens attribués au hazard… Des chances... De la probabilité… De la vraisemblance… Définitions préliminaires.

Règles

Mesure de la probabilité
Des événemens composés, calcul de leur probabilité
Des chances multiples, calcul de leur probabilité

Remarques

Sur la probabilité des témoignages
Sur les exclusions par le sort et l'ordre des tirages
Sur les loteries, le calcul des diverses chances et les fausses espérances des joueurs
Sur les jeux de dés et l'influence des inégalités inconnues dans la constitution de l'évaluation commune de la somme espérée
Remarques sur l'inexactitude de cette règle

Applications aux jeux de hazard

De l'analyse exacte des jeux de hazard
Du jeu qui finit avec l'argent des joueurs
Du jeu du franc carreau
De quelques autres jeux de hazard
De l'avantage que présente la chance des nombres impairs
De la probabilité d'amener un événement donné d'un certain nombre de faits au moins en un nombre de coups proposé
Remarque sur l'influence de l'avantage du jeu

Applications diverses

De la valeur morale de l'argent et de la juste évaluation des sommes espérées
Du désavantage qui résulte de tous les jeux de hazard
De l'avantage mutuel de certaines transactions et en particulier des assurances
De l'avantage qu'il y a de diviser les sommes hasardées
Du bien que procure un don et de l'utilité de diviser les dons
Du problème de Pétersbourg
Remarques sur l'égalité possible de toutes les chances, les jugemens divers et les illusions des joueurs

Des décisions des assemblées

Des élections ; des différentes modes d'élection. Du scrutin individuel et du scrutin de liste.
Remarques sur les imperfections de la plupart des modes
De la probabilité des décisions en général, application à la composition des tribunaux
Du choix d'un nombre par une assemblée
Du choix entre plusieurs questions

Méthode inverse des probabilités. Règles

De la probabilité des causes prise des événemens, mesure de cette probabilité
De la probabilité des événernens futurs dont les causes sont ignorées
De la probabilité des événemens prise des événemens observés
Remarques analytiques sur le calcul des fonctions de très grands nombres
Des cas où les événemens observés indiquent les causes avec beaucoup de vraisemblance

Des hypothèses physiques

De la vraisemblance des hypothèses physiques
Application au principe de la gravitation universelle... à l'explication du flux et du reflux..., à la pesanteur de l'air... et aux causes qui ont pu déterminer le mouvement commun des planètes

Application du calcul à l'histoire naturelle de l'homme

Application des règles précédentes à l'histoire naturelle de l'homme
Des tables de mortalité... des naissances... des mariages etc.
De la population, du rapport du nombre des naissances annuelles à la population
De la durée de la vie moyenne et de ses valeurs successives
De la probabilité d'atteindre un âge donné
Du rapport du nombre de mariages au nombre d'enfants
Du calcul de la population de la France
De l'inégalité des naissances des garçons et des filles
De l'extrême vraisemblance des causes de cette inégalité
De l'inégalité de ces causes dans plusieurs climats d'Europe

Des rentes viagères, assurances, tontines etc.

Des rentes viagères, règles pour les calculer
Des rentes sur deux têtes, sur trois têtes, etc.
Des tontines simples, des tontines composées
Des assurances et de leur calcul dans les différens cas, des caisses d'épargne, mont de piété etc.
Des droits éventuels... contrats aléatoires... etc.

De l'inoculation

Théorie mathématique de l'inoculation, et des avantages généraux de cette pratique

Calcul des observations

Du calcul des résultats moyens de plusieurs observations
De la correction des instrumens

Réflexions sur le calcul des probabilités

Vues générales sur les applications du calcul des probabilités, des erreurs auxquelles elles ont exposé
De l'histoire de cette science, tableau des auteurs qui en ont traité
Conclusion

Notice des auteurs qui ont traité du calcul des probabilités

PASCAL ... FERMAT ... HUIGENS ... CRAMER	Fragmens
Rémont de MONTMORT	Analyse des jeux de hazard
Jacques BERNOULLI	Ars conjectandi
MOIVRE	De mensura sortis scientia analytica (trad. angl.)
Daniel BERNOULLI	Commenta Petropolit. 1730 1777 Pars prior 1777 Pars posterior Académie des sciences de Paris, 1760 Journal des Savans
S'GRAVESANDE	Introductio ad veram philosophiam (trad. franç.)
PETTY	The political arithmetic
HALLEY... SIMPSON ... SUSSMILCH	Fragmens
DE PARCIEUX	Essai sur la probabilité de la vie humaine
BRICE BAYES	Transactions philosophiques
BUFFON	Histoire naturelle de l'homme
LA PLACE	Mémoires des savans étrangers - tomes 6, 7 Académie de Paris, 1778... 1782... 1783 Journal de l'École Normale, tome 6
LA GRANGE	Mémoires de Turin, tome 5 Mémoires de Berlin, 1775
BORDA	Mémoires sur les élections académiques de Paris, 1781
MONTUCLAT	Récréations mathématiques
D'ALEMBERT	Opuscules mathématiques : Tome 1er et suivans Encyclopédie de Paris
CONDORCET	Mémoires de l'Académie de Paris Mémoire joint au cours de Bossut pour le corps du génie Essai sur les probabilités des décisions Encyclopédie de Pancouk

…/…

Puis il est également question des rentes viagères, des assurances, des tontines (“actuariat”), des droits éventuels contraints aléatoires[1090], de l’inoculation, du calcul des résultats moyens de plusieurs observations, de la correction des instruments[1091]. Enfin, dans la dernière partie intitulée “réflexions sur le calcul des probabilités”, il s’agit d’entreprendre une “réflexion épistémologique” générale sur la pertinence des applications du calcul des probabilités, sur les erreurs auxquelles ces applications ont exposé, sur l’histoire de cette science, notamment sur la connaissance des auteurs qui l’ont construite. Notons que FOURIER élabore son cours non pas à partir de manuels qui n’existent pas encore, mais à partir des ouvrages originaux écrits par les principaux savants[1092], ce qui est cohérent avec notre hypothèse selon laquelle l’écart entre le savoir qu’il transmet et la véritable science des probabilités est très faible.

Après ce cours, FOURIER interrompt son enseignement pour participer à l’expédition d’Égypte : il est alors remplacé par J.G. GARNIER pour qui on ignore s’il a ou non enseigné les probabilités au cours de cette suppléance. FOURIER revient ensuite quelque temps, enseigne un peu avant d’être nommé Préfet de l’Isère en 1802. Jusqu’en 1806, le flou des programmes de mathématiques ne permet ni d’affirmer, ni d’infirmer l’existence d’un enseignement de calcul des probabilités à l’École Polytechnique. Par la suite, les registres de “la marche des cours” sont tenus et la science des probabilités n’apparaît pas jusqu’à la réorganisation de l’école en 1816. Notons cependant qu’avec l’introduction du cours de “système du monde” en 1810 et de géodésie en 1811, il est possible qu’il y ait eu, au cours de certaines leçons, des allusions à des questions liées aux probabilités.

§.2.3.3. Les cours de calcul des probabilités à l’Ecole Polytechnique à partir de 1816

En 1815, après Waterloo, le second traité de Paris impose à la France, entre autres, une indemnité de guerre de 700 millions, l’entretien d’une force d’occupation de 150 000 hommes, et place la France sous la surveillance de quatre nations : Russie, Prusse, Autriche, Angleterre. La compétition, principalement avec l’Angleterre, se déplace alors vers les domaines économique, industriel, financier. La reprise des relations commerciales avec les Anglais et l’étude minutieuse, notamment par Charles DUPIN[1093], du succès de la

[1090] - droits féodaux étudiés par CONDORCET -

[1091] - Il s’agit de la nécessité de prendre des valeurs moyennes et de quelle manière : “la méthode des moindres carrés” sera inventée par GAUSS et LEGENDRE quelques années plus tard -

[1092] *« Comme il n’existe encore aucun ouvrage élémentaire sur cette partie, j’ai indiqué les livres originaux dans lesquels on peut puiser les détails. »* Manuscrit de J. FOURIER, Bibliothèque Nationale, *op. cit.*

[1093] - 1784-1873 -

liberté d'entreprise convainc les dirigeants de la nécessité de former des cadres pour l'industrie et le commerce, d'utiliser et de développer les connaissances scientifiques. C'est dans ce contexte que les premières grandes compagnies d'assurances naissent en France vers 1816-1819 alors qu'elles étaient déjà nombreuses en Angleterre dans le dernier quart du XVIIIe siècle. Le développement de calculs financiers incluant un usage de la théorie des probabilités et des tables de mortalité apparaît alors naturellement. De même, les calculs géodésiques et cartographiques, en plein essor, nécessitent une maîtrise des erreurs d'observations.

§.2.3.3.1. Evocation des débats relatifs à la mise en place du cours d'arithmétique sociale à l'Ecole Royale Polytechnique : 1816-1819

L'année 1816, pendant la Restauration de la maison de BOURBON, est une année importante pour l'École Polytechnique. Le 13 avril, les élèves et les enseignants, perçus comme des agitateurs proches de l'Empire, sont licenciés pour insubordination et il est alors question sinon de supprimer l'École du moins de la réorganiser. En septembre 1816 a lieu une réorganisation de l'École Polytechnique et l'insistance avec laquelle il est question de la nouveauté du cours d'arithmétique sociale indique qu'il n'y en avait probablement pas les années précédentes. Cette instauration du cours d'arithmétique sociale à Polytechnique ne se fait pas sans difficultés ni débats. Une commission présidée par LAPLACE et à laquelle POISSON participe[1094], est chargée d'élaborer l'Ordonnance royale relative à la réorganisation de l'École. Trois cours nouveaux sont proposés : arithmétique sociale, économie politique et technologie. Ces deux derniers cours ne sont pas retenus, officiellement par manque de temps, et seule l'introduction du cours d'arithmétique sociale, soutenue par LAPLACE est validée. L'Ordonnance royale du 4 septembre 1816 suit l'avis de la Commission. Il est précisé : *« Le cours d'arithmétique sociale, propre à former le jugement des élèves, à les habituer aux calculs de la haute administration et à leur offrir une application intéressante de leurs connaissances paraît susceptible d'être introduit avec avantage dans l'École Polytechnique où il peut facilement devenir accessoire du cours d'analyse appliquée à la géométrie. Un petit nombre de leçons suffira pour ce nouvel objet d'étude qui n'exigera aucune dépense nouvelle. Ces motifs ont déterminé la commission à proposer l'introduction d'un cours d'arithmétique sociale en le réunissant ainsi que la partie théorique de la géodésie au cours d'analyse*

[1094] LAPLACE est membre du Conseil de Perfectionnement de l'École Polytechnique avant 1816, et de 1821 jusqu'à sa mort en 1827. POISSON est également membre de ce conseil, y compris dans l'intervalle où LAPLACE n'y est pas. Notons que POISSON est également membre du Conseil Royal de l'instruction Publique à partir de 1820. Les "probabilistes" occupent donc des places influentes…

appliquée à la géométrie des courbes et à la géométrie des trois dimensions. »[1095] Ce programme d'"arithmétique sociale" apparaît beaucoup moins ambitieux que celui d'"applications de l'analyse à quelques questions de probabilités et d'arithmétique politique" élaboré par FOURIER quelques années auparavant. Ce nouveau cours doit répondre à une nécessité de type économique : celle-ci exige des ingénieurs qu'ils s'approprient des connaissances leur permettant d'intervenir afin d'établir des budgets, afin de devenir des administrateurs. L'esprit "utilitariste" de ce projet s'écarte ici de l'esprit du projet politique émancipateur qui a inspiré CONDORCET lorsqu'il a milité pour le développement d'une mathématique sociale. La mise en évidence de l'écart entre les motivations qui animent l'esprit des deux projets nous semble importante dans la mesure où il se traduit relativement au niveau du choix du public auquel l'enseignement est destiné (élèves des lycées et futurs citoyens dans le projet d'instruction publique de CONDORCET ou élèves des grandes écoles et futurs dirigeants dans le programme de formation des polytechniciens) mais également à travers les thèmes retenus ou non retenus pour être enseignés et jusque dans la forme même de l'enseignement des probabilités dispensé.

La nouvelle installation de l'École a lieu le 17 janvier 1817 mais le cours d'arithmétique sociale n'a pas lieu en 1817 sans doute parce que l'année est tronquée. De plus, des réticences à son introduction s'expriment et ce cours n'est pas non plus professé en 1817-1818. Enfin, le 10 novembre 1818, le Conseil de Perfectionnement de l'École Royale Polytechnique adopte le programme d'arithmétique sociale : celui-ci comprend des considérations sur les systèmes monétaires et sur l'arithmétique commerciale. Le Rapport au Roi rédigé par le Conseil de Perfectionnement de l'École Royale Polytechnique du 13 février 1819 apporte de nouvelles précisions et explications : *« Quand on considère le développement que prend tous les jours l'industrie en France, et qu'on envisage les rapports nécessaires de cette industrie avec la forme de gouvernement établi par la Charte, on doit sentir que l'exécution des travaux publics tendra, dans un très grand nombre de cas, à passer dans le système de concession et d'entreprise. Il faut donc que désormais nos ingénieurs sachent régler et diriger ce mouvement. Il faut qu'ils sachent évaluer l'utilité ou l'inconvénient particulier ou général de telle ou telle entreprise ; il faut par conséquent qu'ils aient des idées justes et précises sur les éléments de toutes ces spéculations, c'est-à-dire sur les intérêts généraux de l'industrie et de l'agriculture, sur la nature et l'influence des monnaies, sur les emprunts, les assurances, les fonds d'associations, d'amortissement ; en un mot, sur tout ce qui peut servir à*

[1095] Procès verbal de la séance du 20 juillet 1816 de la Commission de réorganisation de l'École Polytechnique, cité par P. CRÉPEL, *De Condorcet à Arago*, in *L'enseignement des probabilités en France (1786-1830)*, Bulletin de la Société des Amis de la Bibliothèque de l'École Polytechnique, *op. cit.*, p.45

apprécier les bénéfices et les charges probables de toutes les entreprises : tel est l'ensemble des objets qui, sous le nom d'arithmétique sociale vient d'être ajouté au dernier programme conformément au titre V de l'ordonnance : addition importante et qu'il serait très utile de compléter dans chaque école spéciale, par quelques principes de législation civile appliquée aux travaux de chaque classe d'ingénieurs. »[1096] La lecture de ce rapport du Conseil de perfectionnement au Roi confirme la direction souhaitée par les promoteurs de ce cours : il s'agit moins de promouvoir la théorie des probabilités que d'apporter aux élèves des rudiments de mathématique financière et d'administration. Après examen de l'esprit du projet, considérons maintenant le programme officiel du cours d'arithmétique sociale et notamment les sommaires des leçons.

> « Principes généraux du calcul des chances.
> Application de ces principes à divers cas, et particulièrement aux loteries.
> Des tables de population et de mortalité. Des durées de la vie moyenne dans diverses contrées. Partage de la population suivant l'âge et les sexes. De l'influence de la petite vérole, de l'inoculation et de la vaccine sur la population et la durée de vie moyenne.
> Des bénéfices et des charges des établissements qui dépendent de la probabilité des événements. Des rentes viagères, des tontines, des caisses d'épargne, des assurances, des annuités, des fonds d'amortissement, des emprunts. Des moyennes à prendre entre plusieurs résultats. Considérations générales sur les systèmes monétaires et sur l'arithmétique commerciale. »[1097]

Relevons quelques thèmes qui ne sont pas abordés :

- le théorème de BERNOULLI ;
- l'évaluation de l'erreur commise en utilisant la méthode des moindres carrés ;
- l'application des méthodes analytiques à divers calculs probabilistes ;
- le problème de l'aiguille de BUFFON ;
- les applications du calcul des probabilités à l'astronomie, à la géodésie, au tir ;
- les applications aux témoignages, aux jugements, aux élections, à la théorie de la connaissance.

[1096] Rapport au Roi par le Conseil de Perfectionnement de l'École Royale Polytechnique du 13 février 1819, cité par P. CRÉPEL, *De Condorcet à Arago*, in *L'enseignement des probabilités en France (1786-1830)*, Bulletin de la Société des Amis de la Bibliothèque de l'École Polytechnique, *op. cit.*, p.46

[1097] Programmes de l'enseignement de l'École Royale Polytechnique arrêtés par le Conseil de Perfectionnement pour l'année scolaire 1818-1819, Imprimerie Royale, p.30

§.2.3.3.2. Contenu et forme des enseignements d'arithmétique sociale par François ARAGO : 1819-1830

François ARAGO[1098] réussit le concours d'entrée à l'École Polytechnique en 1803. Nommé secrétaire du Bureau des longitudes en 1805, il participe avec BIOT à une expédition géodésique en Espagne où il est fait prisonnier et ne revient en France qu'en 1809. Membre de la Société d'Arcueil, il succède à MONGE à l'École Polytechnique en 1809 où il enseigne jusqu'en 1830 le cours d'arithmétique sociale. C'est par six leçons du 5 au 22 juin 1819 que ce nouveau cours fait son apparition. Son contenu, tel qu'il est consigné dans les Registres d'instruction, varie légèrement en fonction des années : destiné aux élèves de deuxième année, il se déroule généralement en été en six leçons jusqu'en 1824, puis en cinq leçons à partir de 1825. Ce cours n'a jamais été publié. Seules les notes prises en 1825 par un élève, Hippolyte RENAUD, nous renseignent sur son contenu. Pierre CRÉPEL en a fait une retranscription[1099]. Voici le sommaire tiré du Registre d'instruction pour l'année 1824-1825 :

Jeudi 7 juillet	1ère	Principes généraux du calcul des probabilités, Application à des exemples
Samedi 9	2e	
Lundi 11	3e	Application des principes des probabilités au calcul des chances dans les loteries. Des tables de mortalité et des problèmes qu'elles servent à résoudre.
Jeudi 14	4e	De l'intérêt composé ; de l'escompte ; des rentes.
Samedi 16	5e	Des assurances, de l'arithmétique commerciale. Des moyennes à prendre entre les résultats fournis par les expériences particulières.

Voici maintenant les titres des paragraphes tels que les a recopiés l'élève Hippolyte RENAUD :

- 1ère leçon ; 7 juillet 1825 : Probabilité et certitude. Définition de la probabilité. Événement contraire. Événements composés. Indépendance. Objections de D'ALEMBERT. Répétitions.

- 2e leçon : Probabilités composées dans le cas non indépendant. Inégalités inconnues qui peuvent exister entre des chances que l'on suppose égales. Pair ou non[1100]. Probabilités des causes. Espérance mathématique. Problème de Pétersbourg : espérance mathématique, espérance morale.

[1098] - 1789-1853 -

[1099] P. CRÉPEL, *Notes sur le cours d'arithmétique sociale*, par Hippolyte RENAUD, in *L'enseignement des probabilités en France (1786-1830)*, Bulletin de la Société des Amis de la Bibliothèque de l'École Polytechnique, mai 1989, n°4, p.58-73

[1100] *« Lorsqu'on vous présente une main fermée pleine de jetons, et qu'on vous demande si le nombre en est pair ou non-pair… »* in *L'Encyclopédie*, article "*Pair ou non*".

- 3e leçon : Calcul des partis. Loterie de France. Tables de mortalité : vie probable, vie moyenne.
- 4e leçon : Estimations de la population, multiplicateur universel. Inoculation. Proportions des naissances masculines et féminines. Questions d'intérêt d'argent : caisses d'amortissement, rentes viagères, annuités, tontines, caisses d'épargne, assurance sur la vie, assurance maritime, assurances mutuelles et compagnies.
- 5e leçon ; 16 juillet 1825 : Rudiments relatifs aux opérations bancaires : change, prix de l'argent, billets de banque, papier monnaie, billets commerciaux et à ordre. Erreurs d'observations, méthode des moindres carrés.

Il est nécessaire d'évoquer un événement important qui a rendu possible cet enseignement de calcul des probabilités par François ARAGO : il s'agit de la publication en 1816, par LACROIX, d'un *Traité élémentaire du calcul des probabilités*[1101], traité qui vulgarise notamment les travaux de CONDORCET et de LAPLACE. En effet, bien que quelques manuels élémentaires sur le calcul des probabilités aient été publiés en France à la fin du XVIIIe siècle et au début du XIXe, notamment l'ouvrage *Du calcul des probabilités* par Charles-François BICQUILLEY[1102] en 1783 et le *Traité du calcul conjectural ou l'art de raisonner sur les choses futures et inconnues* par S.A. PARISOT[1103] en 1810, ces ouvrages n'intègrent rien des recherches de CONDORCET et de LAPLACE. Quant à l'ouvrage de CONDORCET, *Elémens du calcul des probabilités et son application aux jeux de hasard, à la loterie, et aux jugemens des hommes*, évoqué précédemment et publié en 1805, nous avons rappelé qu'il a été peu diffusé et qu'un accueil très critique lui a été fait. PARISOT parle à son sujet "d'ouvrage incohérent et obscur" et lui attribue un statut de "première esquisse". À cela, ajoutons que l'ouvrage de DE MOIVRE *The doctrine of chances* n'est toujours pas traduit en français, pas plus que le mémoire de BAYES. On comprend donc la nécessité d'un traité abordable, moderne et de qualité. Le *Traité élémentaire du calcul des probabilités* de LACROIX est généralement qualifié de "très réussi" : il propose une synthèse des travaux de CONDORCET et de LAPLACE, en les mettant à la portée d'un public de plus en plus important. Pierre CRÉPEL souligne que le talent vulgarisateur de LACROIX va cependant faciliter certaines illusions. LACROIX est loin de suivre CONDORCET jusqu'au bout : sa présentation élogieuse de l'œuvre probabiliste de CONDORCET diffuse essentiellement sa théorie de l'espérance mathématique. Et dans la mesure où CONDORCET n'est pratiquement

[1101] F.S. LACROIX, *Traité élémentaire du calcul des probabilités*, Paris, 1ère édition en 1816
[1102] C.F. BICQUILLEY, *Du calcul des probabilités*, éditions Carez et Desaint, 1783
[1103] S.A. PARISOT, *Traité du calcul conjectural ou l'art de raisonner sur les choses futures et inconnues*, éditions veuve Bernard, 1810

plus lu dans le texte au XIX^{e} siècle, les vues à long terme de ce dernier, tant pour son programme de mathématique sociale que pour la construction des modèles probabilistes (fortement édulcorées dans le manuel de LACROIX), perdent beaucoup de leur profondeur. Quant aux travaux de LAPLACE, rien ne peut remplacer leur étude. Rappelons que *La théorie analytique des probabilités* est publiée pour la première fois en 1812 et la première édition de l'*Essai philosophique sur les probabilités* - qui est un développement du cours donné à l'École Normale - date de 1814. Ainsi en 1816, ARAGO, qui n'est spécialiste ni de la théorie des probabilités, ni de son application, dispose des traités de base qui vont lui permettre d'enseigner. Si l'on se réfère aux notes prises par Hippolyte RENAUD, il apparaît, comme l'a montré P. CRÉPEL, qu'ARAGO s'est directement inspiré des ouvrages de LACROIX et de LAPLACE pour exposer la partie calcul des probabilités de son cours d'arithmétique sociale.

L'expérience des premiers cours de probabilité qui a eu lieu en 1786-1787 au *Lycée* a révélé la difficulté de développer en peu de temps un enseignement théorique nouveau et ambitieux nécessitant un certain nombre de connaissances et de savoir-faire mathématiques préalables de la part des auditeurs. L'écart entre le niveau de conceptualisation requis, la discipline de travail que son appropriation exige et les pratiques culturelles habituelles du public de cet établissement ont conduit à l'échec de cette expérience. L'analyse de l'expérience des cours de mathématiques à l'École Normale en l'An III (1795) confirme le glissement d'une forme mondaine de conférence, caractéristique de ce qui se faisait au *Lycée*, vers une forme scientifique mais au sens de propositions scientifiques, d'exposés scientifiques. Ce glissement est déjà perceptible dans le cours de LACROIX au *Lycée* : celui-ci s'est en effet efforcé, en vain, de diffuser les principes, les méthodes et les résultats du savoir probabiliste.

L'enseignement d'arithmétique sociale à Polytechnique s'adresse à des élèves sélectionnés essentiellement sur la base de leurs compétences en mathématiques. On se souvient de l'évocation de la description des procédés de cette sélection par STENDHAL, élève de l'école centrale de Grenoble en 1797. Louis[1104] MONGE, examinateur de l'École Polytechnique ne pouvant se rendre à Grenoble, les élèves de l'école centrale de Grenoble sont alors évalués en mathématiques, une première fois par M. DAUSSE, ingénieur en chef. STENDHAL remporte le premier prix de mathématiques : *« Je remportai le premier prix sur huit ou neuf jeunes gens, la plupart plus âgés et plus protégés que moi, et qui tous deux mois plus tard furent reçus élève de l'École Polytechnique. »*[1105] Un deuxième examen est alors exigé mais STENDHAL y échappe : *« Il fut question*

[1104] Louis MONGE (1748-1827) frère de Gaspard MONGE.
[1105] STENDHAL, *Vie de Henry Brulard*, *op. cit.*, p.342

d'un second examen par M. Dupuy, j'étais harassé, excédé de travail, réellement les forces étaient à bout. Repasser l'arithmétique, la géo[*métrie*]*, la trigo*[*nométrie*]*, l'algèbre, les sections coniques, la statique, de façon à subir un nouvel examen, était une atroce corvée. Réellement je n'en pouvais plus. Ce nouvel effort, auquel je m'attendais bien mais en décembre, m'aurait fait prendre en horreur mes chères mathématiques. Heureusement la paresse de M. Dupuy, occupé de ses vendanges de Noyarey, vint au secours de la mienne. Il me dit en me tutoyant, ce qui était le grand signe de sa faveur, qu'il connaissait parfaitement ce que je savais, qu'un nouvel examen était inutile, et il me donna d'un air digne et sacerdotal un superbe certificat certifiant une fausseté, à savoir qu'il m'avait fait subir un nouvel examen pour mon admission à l'École Polytechnique et que je m'en étais tiré supérieurement. »*[1106]

Le public, à qui s'adresse l'enseignement à l'École Polytechnique, diffère socialement et culturellement de ceux constitués par les auditeurs du *Lycée* ou de l'École Normale. De fait, la forme du savoir transmis s'en trouve également modifiée. À une forme déclarative, propositionnelle, qui caractérisait le cours de LACROIX au *Lycée* puis celui de LAPLACE à l'École Normale, se substitue progressivement un formalisme mathématique. Dans les notes prises par H. RENAUD, on trouve certes encore de nombreuses expressions écrites en langue naturelle mais le système symbolique formel, les formules mathématiques, les calculs sont de plus en plus nombreux. Ainsi, on trouve, par exemple, cet énoncé :

« Quelle est la prob, pour qu'en tirant des objets semblables $a, b, c, d, e, f,$ *on ait un nombre impair ? »*[1107]

Immédiatement sous cet énoncé on lit la solution du problème :

« Soit n *le nombre des objets.*

$$(1+a)^n = 1 + [n/1]\,a + [n(n-1)/1.2]\,a^2 + [n(n-1)(n-2)/1.2.3]\,a^3 \quad etc.$$

Les coeff. successifs sont les comb. que n *quantités peuvent fournir 1 à 1, 2 à 2, etc.*

[*Faisons*] $a = 1$ *:*

$$(1+1)^n = 1 + [n/1] + [n(n-1)/1.2] + [n(n-1)(n-2)/1.2.3] + \quad etc.$$

donc $2^n - 1 = (\textit{somme des comb. imp.} + \textit{des comb. paires})$

$$= P + I$$

[1106] STENDHAL, *Vie de Henry Brulard*, *op. cit.*, p.345

[1107] *Notes de l'élève H. RENAUD*, *Cours d'arithmétique sociale de F. Arago*, in *P. CRÉPEL, L'enseignement des probabilités en France (1786-1830)*, Bulletin de la Société des Amis de la Bibliothèque de l'École Polytechnique, *op. cit.*, p.60

[P *représente, dans ce raisonnement, le nombre de combinaisons contenant un nombre pair d'objets,* I *le nombre de celles qui en contiennent un nombre impair.*]

Si $a = -1$ *:*

$$0 = 1 - [n / 1] + [n(n-1) / 1.2] - [n(n-1)(n-2) / 1.2.3] + \text{ etc.}$$

$$= 1 - P + I, \textit{ donc } I - P = 1$$

$$\textit{donc} \quad I = (2^n - 1 + 1)/2 = 2^{n-1}$$

$$P = 2^{n-1} - 1$$

La prob. de la sortie d'un nomb. imp. [*d'objets*] *est* $2^{n-1} / (2^n - 1)$

La prob. *pair* $(2^{n-1} - 1) / (2^n - 1)$

Si zéro était dans les comb. paires, il y aurait égalité, mais comme on l'exclut etc., il vaut mieux parier impair. »[1108]

On observe que l'on trouve immédiatement sous l'énoncé du problème sa solution rédigée qui mobilise des connaissances analytiques non élémentaires (formule du binôme, règles de simplification de formules comportant des exposants). On peut donc faire l'hypothèse que le professeur ARAGO propose un énoncé de problème puis expose immédiatement une solution experte. Si c'est le cas (et compte tenu du peu de temps qui conditionne cet enseignement, cette hypothèse nous apparaît plausible), la tâche des élèves consiste essentiellement en une prise de notes d'énoncés de problèmes, de leurs solutions-types et à comprendre l'enchaînement et la raison des calculs. On ne trouve en effet, dans les notes de cet élève, aucune trace de tâtonnements, de tentatives de mise au point de solutions bricolées indicatrices d'une quelconque recherche personnelle. ARAGO ne se contente pas de donner l'esprit des méthodes ou d'indiquer les démonstrations : il présente les méthodes elles-mêmes, développe les démonstrations, expose les solutions des problèmes. Le savoir probabiliste et mathématique présenté est non seulement proche du savoir savant : il est le savoir savant notamment lorsqu'il est extrait des ouvrages de LAPLACE. LACROIX, que l'on présente généralement comme un "pédagogue", doit sa réputation à la clarté et à la rigueur dont il fait preuve pour traduire, paraphraser, reformuler en termes simples certaines formulations de CONDORCET et de LAPLACE. Mais il n'y a chez ARAGO, aucune recherche d'artefacts pédagogiques destinés à discipliner l'esprit des élèves (exercices gradués et répétés d'entraînement, d'application, de contrôle, etc.). Il y a transmission, en très peu de temps, d'une culture mathématique et probabiliste qui combine exigence de réflexion et de maîtrise technique de calculs à des fins pratiques. Apprendre à

[1108] *Notes de l'élève H. RENAUD*, *Cours d'arithmétique sociale de F. Arago*, in *P. CRÉPEL, L'enseignement des probabilités en France (1786-1830)*, Bulletin de la Société des Amis de la Bibliothèque de l'École Polytechnique, *op. cit.*, p.61

résoudre des problèmes d'intérêt d'argent, de rentes viagères, d'assurances, permet notamment d'éviter la fraude dans les combinaisons financières. Rappelons que dans sa biographie de CONDORCET, ARAGO écrit : *« Dans le nombre d'éminents services que ce calcul a déjà rendus à l'humanité, il faut citer en première ligne l'abolition de la loterie et de plusieurs autres jeux, qui, eux aussi, étaient de déplorables pièges tendus à la cupidité, à la crédulité et à l'ignorance. Grâce aux principes évidents et simples sur lesquels la nouvelle analyse se fonde, il n'est pas aujourd'hui de replis qui puissent déguiser la fraude dans les combinaisons financières. Les escomptes, les annuités, les tontines, les assurances de toute nature, n'ont plus rien d'obscur, de mystérieux. Sur ce terrain, les applications des probabilités ont été admises sans trop de résistance. Mais lorsque Condorcet, à la suite de quelques essais de Nicolas Bernoulli, fit incursion, à l'aide du nouveau calcul, dans le domaine de la jurisprudence et des sciences morales ou politiques, un soulèvement presque général dut l'avertir que sa prise de possession n'aurait pas lieu sans un combat animé. À vrai dire, le combat dure encore. Pour le faire cesser, il faudrait, d'une part, que les géomètres consentissent à exposer les principes des probabilités en termes clairs, précis, dégagés, autant que possible d'expressions techniques ; il faudrait, d'autre part, et ceci est bien plus difficile, amener la masse du public à reconnaître que l'appréciation de certaines matières très complexes ne saurait être du domaine d'un premier aperçu ; qu'on ne doit pas s'attendre à parler pertinemment de chiffres sans avoir au moins approfondi les principes de la numération. »*[1109]

Nous concluons ce paragraphe consacré au cours d'arithmétique sociale d'ARAGO à Polytechnique, en soulignant combien les thèmes retenus, les notions étudiées appartiennent à des registres relativement différents. On peut y voir le résultat d'un compromis entre le projet des mathématiciens membres de la Commission chargée d'établir le programme (LAPLACE, POISSON) qui défendent l'introduction d'un cours de calcul des probabilités, celui des responsables politiques qui souhaitent enseigner des rudiments d'économie et de mathématiques financières utiles aux futurs ingénieurs et aux futurs cadres administratifs dans l'objectif d'un développement du capitalisme d'entreprise (éléments d'actuariat, considérations sur les systèmes monétaires et bancaires, techniques d'arithmétique commerciale) et le projet d'inspiration critique et citoyenne, inspiré par CONDORCET et soutenu en partie par ARAGO et POISSON. On voit ici à l'œuvre les tensions qui donnent forme à un enseignement. Cet enseignement a une forme historique et sociale dans laquelle les dimensions culturelles, économiques, politiques sont agencées dans des formes qui sont elles-mêmes susceptibles de variations, notamment dans ce qui est du rapport entre des problématiques d'essence mathématique susceptibles d'exercer le

[1109] ARAGO, *Œuvres*, tome 2, éditions J. Barral, 1862, p.133

jugement (problème de Pétersbourg, objections de D'ALEMBERT, calcul des partis, etc.) et des finalités économiques et pratiques.

§.2.3.4. L'enseignement du calcul des probabilités à l'Ecole Polytechnique après 1830

SAVARY[1110] élève de la promotion 1815, succède à ARAGO en 1831. Son cours, dispensé jusqu'en 1838, est calqué sur celui d'ARAGO. Dans le programme imprimé, d'abord inchangé, apparaissent progressivement quelques nouveautés, notamment le théorème de BERNOULLI et le problème de l'aiguille de BUFFON. En 1834-1835, le cours d'"arithmétique sociale" devient "éléments du calcul des probabilités et arithmétique sociale". En 1835-1836, l'aspect mathématique du calcul des probabilités est enseigné dans le cours d'analyse et la partie consacrée à la théorie des erreurs passe dans le cours de géodésie. En 1838-1839, les cinq leçons de probabilités sont intégrées au cours d'analyse de deuxième année qui est alors assuré par Jean-Marie Constant DUHAMEL[1111]. À partir de 1841, le cours de probabilités est enseigné par Joseph LIOUVILLE[1112] les années impaires et par Charles François STURM[1113] les années paires. Bien que leur cours s'inspire de celui d'ARAGO, une dérive vers les mathématiques pures et vers la technicité est signalée. Le programme est allégé une première fois en 1845-1846. Cet allègement concerne les questions d'arithmétique commerciale ainsi que la partie traitant des "moyennes entre plusieurs observations" ; puis en 1848-1849 le théorème de BERNOULLI et la "probabilité des événements à venir déduite de l'observation d'événements antérieurs de même nature" disparaissent à leur tour. L'astronome Urbain Jean Joseph LE VERRIER[1114], connu pour avoir découvert, grâce au calcul, l'existence de la planète Neptune, est chargé, après la révolution de 1848 et avant le Second Empire, d'élaborer des propositions relatives à la mise en place de réformes de l'enseignement à Polytechnique. Il recommande notamment de faire moins de mathématiques théoriques et davantage d'applications pratiques notamment pour la géodésie, la cartographie et l'artillerie où le calcul des probabilités est alors considéré comme un outil de traitement mathématique de la dispersion : nous y reviendrons. La mise en œuvre de ces recommandations conduit notamment à la suppression de la démonstration du théorème de BERNOULLI et à celle de l'enseignement de la méthode des moindres carrés en géodésie. Joseph BERTRAND[1115] succède à C.F. STURM en 1854 et va enseigner jusqu'en 1894 soit pendant 40 ans. Dans ses leçons, J. BERTRAND fait preuve d'intérêt pour la discussion critique des

[1110] - 1797-1841 -
[1111] - 1797-1872 -
[1112] - 1809-1882 -
[1113] - 1803-1855 -
[1114] - 1811-1877 -
[1115] - 1822-1900 -

fondements de la théorie des probabilités et son point de vue, initialement très réservé envers cette science, évolue progressivement. Les exemples qu'il propose dans ses cours sont régulièrement renouvelés. Évoquons certains d'entre eux :

- Problème de la fraction. On pense à une fraction. Quelle est la probabilité pour qu'elle soit irréductible ?
- Problème des parallèles. On considère une famille de droites parallèles et équidistantes et on jette une pièce assez petite pour qu'elle ne puisse pas couper deux parallèles. Quelle est la probabilité pour qu'elle coupe une parallèle ?
- On considère un cercle. On lance un bâton et on ne considère que les cas où le bâton coupe le cercle en deux points ce qui détermine une corde. Quelle est la probabilité pour que la longueur de cette corde soit supérieure à celle du côté du triangle équilatéral inscrit ?[1116]
- Problème du tir à la cible. On vise un point sur une cible. On suppose que les impacts se font également dans toutes les directions. Quelle est la loi de probabilité des écarts ?
- Un pays a dix millions d'électeurs dont six millions ont une certaine opinion et quatre millions ont l'opinion opposée. On forme mille collèges de dix mille électeurs et, pour éliminer toute influence locale, on compose ces collèges de manière aléatoire. Quelle est la probabilité pour qu'un député de la minorité soit élu ?

Notons, à partir de 1860, la disparition complète de la partie consacrée à l'arithmétique politique : démographie, assurances, rentes viagères, tables de mortalité, etc. Vers la fin du Second Empire, donc après la réforme LE VERRIER, apparaît une relative libéralisation qui a des incidences sur les contenus des cours dans la mesure où une grande latitude est laissée aux enseignants. Charles HERMITE[1117] et Camille JORDAN[1118] s'en félicitent et se pressent de ne plus enseigner le calcul des probabilités. Après la guerre de 1870, une reprise de cet enseignement intervient mais elle n'est que partielle dans la mesure où lorsque le cours annuel est assuré par BERTRAND, les élèves bénéficient d'un enseignement de calcul des probabilités et lorsque le cours annuel est assuré par LIOUVILLE ou par JORDAN, ils n'en bénéficient pas. En 1885, des instructions plus fermes sont données : l'enseignement du calcul des probabilités est

[1116] On reconnaît ici ce qui est aujourd'hui appelé "le paradoxe de BERTRAND", paradoxe que nous avons déjà évoqué et traité dans la première partie de cette thèse. On remarquera que ce problème est directement inspiré du précédent : J. BERTRAND a simplement remplacé les droites par des cercles et les cercles par des droites.

[1117] - 1822-1901 -

[1118] - 1838-1921 -

obligatoire et apparaît explicitement au programme d'analyse des élèves de deuxième année et JORDAN est contraint de l'assurer. À partir de 1873-1874 et avec Hervé FAYE, l'enseignement de la méthode des moindres carrés et de la théorie des erreurs est rétabli en astronomie et en géodésie. P. CRÉPEL, dans la recherche qu'il a consacrée à l'histoire de l'enseignement des probabilités à Polytechnique, souligne la qualité des sommaires des leçons que FAYE a faites. Apparaît en effet un souci statistique, au sens de la statistique mathématique et notamment apparaît la recherche de la loi de probabilité des erreurs accidentelles. Par ailleurs FAYE réfute les objections de LE VERRIER relatives à l'emploi de la méthode des moindres carrés, objections qui tiennent, selon FAYE, à l'absence de distinction entre erreurs systématiques et erreurs accidentelles. En 1894-1895, à l'instigation de JORDAN, le cours de probabilités rejoint la théorie des erreurs dans le cours d'astronomie et de géodésie. En effet, en juillet 1894, JORDAN fait part au directeur des études de son souhait de voir disparaître du cours d'analyse les trois leçons consacrées au calcul des probabilités et en novembre 1894, le conseil de perfectionnement propose, après accord du professeur CALENDREAU, de transférer ces leçons au cours d'astronomie et de géodésie. Ainsi, à la fin du XIXe siècle, le calcul des probabilités et la théorie des erreurs font certes l'objet d'un enseignement à l'École Polytechnique, mais intégrés au cours d'astronomie et de géodésie et non à celui d'analyse, et dans un esprit très éloigné de celui qui avait conduit CONDORCET à élaborer son programme de mathématique sociale.

Dans un article d'un ouvrage consacré à la formation polytechnicienne, ouvrage élaboré sous la direction de Bruno BELHOSTE, Amy DAHAN-DALMEDICO et Antoine PICON, Pierre CRÉPEL analyse les conditions qui ont permis, à la fin du XIXe et au début du XXe sicle, au calcul des probabilités de devenir un art militaire : *« On ne souligne pas assez combien la ligne bleue des Vosges et la politique coloniale influent sur le contenu de la formation polytechnicienne. »*[1119] La formation polytechnicienne ne peut, en effet, être envisagée indépendamment de celle de ses écoles d'application. Or, au XIXe siècle et au début du XXe siècle, l'école qui absorbe la majorité des polytechniciens est l'École d'application de l'artillerie de l'armée de terre basée à Metz avant la guerre de 1870 et à Fontainebleau après. En pratique, vers la fin du XIXe siècle, siècle, les trois-quarts des élèves passent un an dans cette école où l'enseignement de l'artillerie comporte un cours de "probabilité du tir". Nous reviendrons, dans un prochain paragraphe, sur l'apport de la rationalité probabiliste à la précision des tirs au canon telle qu'elle a été mise au point dans les écoles d'artillerie : artillerie navale à Lorient, artillerie de l'armée de terre à

[1119] P. CRÉPEL, *Le calcul des probabilités : de l'arithmétique sociale à l'art militaire ?*, in *La formation polytechnicienne, 1794-1994*, sous la direction de B. BELHOSTE, A. DAHAN-DALMEDICO, A. PICON, éditions Dunod, 1994, p.206

Metz puis à Fontainebleau. Mais avant d'aborder cette question évoquons le statut du calcul des probabilités dans les autres enseignements supérieurs.

§.3. L'enseignement du calcul des probabilités à l'Ecole Normale Supérieure à partir de 1830 et à la Faculté des Sciences de Paris à partir de 1834[1120]

L'École Normale, recréée par le décret du 17 mars 1808, est chargée de former les futurs professeurs de l'enseignement secondaire. Elle est supprimée en septembre 1822 et rétablie en septembre 1826 d'abord sous le nom d'École Préparatoire, puis sous celui d'École Normale Supérieure. Si dans ses recherches, P. CRÉPEL n'a pas trouvé trace d'un quelconque enseignement de calcul des probabilités, il a cependant repéré quelques conférences sur ce thème, notamment une de COURNOT en 1834. Soulignons que ces conférences touchent beaucoup moins d'étudiants que les cours de l'École Polytechnique qui accueille chaque année quelque cent et deux cents étudiants.

La Faculté des Sciences de Paris, institutionalisée par les décrets des 17 mars et 17 septembre 1808, ne se voit pas attribuer au départ de chaire de calcul des probabilités. F.S. LACROIX, qui est doyen, n'écrira son traité qu'en 1816 et ses *Essais sur l'enseignement*[1121] confirment l'absence de cours sur le sujet. Notons que P. CRÉPEL n'a trouvé aucune allusion à des leçons sur les probabilités dans les archives de cette époque. La première chaire de calcul des probabilités est créée à la Faculté des Sciences de Paris en 1834, et au vu des sujets d'examens et de thèses soutenues, il se confirme que la théorie probabiliste n'a auparavant guère de place dans les préoccupations de la Faculté des Sciences. Il n'est toutefois pas impossible que des conférences y aient été dispensées de façon ponctuelle dans le cadre d'enseignements de mathématiques comme le révèle cette remarque du professeur d'analyse et de mécanique Louis-Benjamin FRANCŒUR[1122] lors de l'assemblée des professeurs de la Faculté des Sciences en 1834 : *« Mr Francœur fait remarquer que déjà les probabilités ont été enseignées pendant plusieurs années à la faculté, mais que ce cours était si peu suivi qu'il a fallu y renoncer. Dès que les théories sont devenues difficiles à comprendre, et surtout dès que le printemps éloignait de Paris les élèves sortis de l'École Polytechnique qui suivaient ce cours, les auditeurs se dispersaient. »*[1123] Lors de l'assemblée des professeurs, en février et en mai 1834,

---

[1120] Il serait intéressant de compléter cette étude par l'examen des cours de calcul des probabilités qui ont été dispensés au Collège de France.

[1121] F.S. LACROIX, *Essais sur l'enseignement*, Paris, 1ère édition en 1805, 2e édition en 1816

[1122] - 1773-1849 -

[1123] L.B. FRANCŒUR, *Déclaration à l'Assemblée des Professeurs de la Faculté des Sciences le 12 mai 1834*, Archives Nationales, AJI6 5120, cité par P. CRÉPEL, in *L'enseignement des probabilités en France (1786-1830)*, Bulletin de la Société des Amis de la Bibliothèque de l'École Polytechnique, *op. cit.*, p.50

des débats ont pour objet d'élaborer une proposition relative au devenir de la chaire de géométrie descriptive laissée vacante par la mort de Jean Nicolas Pierre HACHETTE[1124]. Le 11 février 1834, l'assemblée décide, à l'instigation de POISSON, de demander au ministre une extension de l'intitulé de la chaire en "géométrie descriptive et analyse appliquée aux trois dimensions". Le 30 avril, François GUIZOT[1125], ministre de l'instruction Publique, répond que la nouvelle destination de cette chaire peut être un enseignement de physique mathématique ou de calcul des probabilités ou une autre division scientifique proposée par la Faculté. Le 12 mai, POISSON propose d'introduire dans la faculté l'enseignement du calcul des probabilités. Le 5 septembre 1834, le Conseil Royal de l'instruction Publique décide que le cours de géométrie descriptive de cette Faculté aura dorénavant pour objet le calcul des probabilités. Guillaume LIBRI[1126], et non pas COURNOT qui postulait également, est nommé sur cette chaire le 16 décembre 1834. G. LIBRI n'est pas spécialiste des probabilités et se fait régulièrement remplacer, notamment par POISSON en 1836-1837, par Théodore DESPEYROUS[1127] et par Jules BIENAYMÉ. À partir de 1849, la chaire est occupée par Gabriel LAMÉ[1128] qui n'est pas probabiliste et qui la fait transformer en 1852 en chaire de calcul des probabilités et de physique mathématique. L'enseignement de probabilités de G. LAMÉ, va confirmer et amplifier la dérive mathématique et calculatoire déjà perceptible dans les enseignements précédents. Ainsi, plusieurs décennies après le projet de CONDORCET, la théorie des probabilités a certes conquis une place officielle, mais relativement marginale, au sein de l'enseignement supérieur français, mais pas comme outil pour les sciences morales et politiques. À la fin du XIXe siècle, le calcul des probabilités intéresse les responsables et les dirigeants politiques, mais pour des raisons militaires. Les questions qui se posent sont les suivantes : Dans quelle mesure le calcul des probabilités et la théorie des erreurs peuvent-ils permettre une maîtrise de la dispersion du tir ? Peuvent-ils permettre le réglage du tir ? Les réponses à ces questions font l'objet du paragraphe suivant.

1124 - 1769-1834 -
1125 - 1787-1874 -
1126 - 1803-1869 -
1127 - 1815-1883 -
1128 - 1795-1870 -

§.4. Le problème de la précision des tirs au canon dans les écoles d'artillerie. Etude des transformations d'un savoir pratique et de son enseignement : de l'empirisme à la rationalité probabiliste

Dans un article intitulé "Problème de l'efficacité du tir à l'École d'Artillerie de Metz"[1129], Bernard BRU décrit la façon dont a été étudiée et enseignée aux futurs officiers, au milieu du XIX^{e} siècle, la question de la précision des tirs au canon et de la dispersion des points d'impact autour d'une cible. Il compare notamment la doctrine de l'École d'artillerie navale de Lorient, empirique, à celle de l'École d'artillerie de l'armée de terre de Metz, basée sur des théories physiques, chimiques, mathématiques et à partir de 1860, basée sur la théorie laplacienne du calcul des probabilités.

§.4.1. L'artillerie française au début du XIX^{e} siècle

Rappelons rapidement la situation et les ambitions de l'artillerie française à la fin du XVIII^{e} siècle. L'artillerie, en adoptant le système de GRIBEAUVAL en 1765, acquiert une plus grande mobilité stratégique et tactique[1130]. De plus, une mesure, adoptée la même année, prescrit d'envoyer les capitaines en second des

[1129] B. BRU, *Problème de l'efficacité du tir à l'école d'artillerie de Metz, aspects théoriques et expérimentaux*, Revue Mathématiques, informatique, sciences humaines, 1996, n°36, p.29-42

[1130] Le système de Gribeauval, introduit en 1765, subit quelques avatars (lutte entre les partisans de l'ancien et du nouveau système), puis est définitivement adopté en 1801. Il restera en service jusqu'en 1827. Pour les différents calibres des pièces d'artillerie et leur portée, il convient de distinguer les pièces suivant leur usage. L'artillerie de campagne constituée de pièces de 4, 8 et 12 livres, est destinée à renverser la troupe et à abattre des retranchements relativement faibles. De par sa fonction, les affûts et les charges sont allégés de manière à garantir une grande mobilité sur le terrain. L'artillerie de place est composée de pièces de 8 et de 12 livres d'un modèle différent. La volée, ainsi que la longueur de la pièce, est plus importante par rapport à une pièce de campagne d'un calibre équivalent. Les portées s'en trouvent ainsi augmentées. L'artillerie de siège est composée de pièces de 16 et de 24 livres. Ces pièces lourdes et peu mobiles ont pour objectif d'ébranler les fortifications. Leur taille permet des portées plus importantes lorsque la précision n'est pas recherchée. Par contre, lorsqu'il s'agit de réaliser une brèche, les pièces sont parfois disposées à moins de 100 mètres des murailles. Une utilisation tactique de l'artillerie, à l'exemple de Napoléon (lorsqu'il crée la "Grande Batterie"), donne une place prépondérante à l'artillerie de campagne sur le champ de bataille. Si dans l'artillerie de siège, on conserve pour les lourdes pièces les affûts du système Vallière, les affûts de place sont modifiés dès le milieu du XVIII^{e} siècle sur la proposition de Gribeauval. Les flasques de cet affût sont assez semblables à ceux d'un affût marin. Ils sont seulement plus hauts et, au lieu des deux roues arrière de l'affût des pièces de marine, il n'y a qu'une seule roue. Ceci est destiné, grâce au principe du trépied, à obtenir une meilleure stabilité et à permettre un pointage plus précis. Il convient également de relever que la normalisation des roues, des pièces des affûts et des chariots à munitions permet une simplification de la production, une accélération des réparations qui contribuent à améliorer la mobilité des troupes sur un plan stratégique. Il ne faut pas non plus oublier que si les pièces deviennent mobiles, c'est essentiellement lié au fait que le visage de la guerre change durant les guerres de la Révolution et de l'Empire (concept divisionnaire, conscription, etc.) : on passe ainsi de conflits plus ou moins statiques à des campagnes caractérisées par d'importants mouvements de troupes.

régiments dans les fonderies, les forges, les arsenaux, les poudreries, afin d'être formés aux nouvelles techniques. Cependant l'uniformisation souhaitée des matériels est loin d'être réalisée et le mouvement réel des projectiles n'est pas maîtrisé. Au niveau théorique, le seul cas étudié est celui d'un boulet idéalement sphérique, propulsé par une charge de poudre de composition idéale qui lui communique une vitesse initiale idéalement connue, lancé par un canon à âme idéalement lisse, dans un air dont la composition est idéalement uniforme. Évidemment ces conditions optimales ne sont, dans la réalité, jamais réunies : il est notamment établi que l'une des principales causes d'erreur dans les tirs longs provient des phénomènes de déviation dus aux défauts de sphéricité des boulets et de régularité des canons qui communiquent aux projectiles un mouvement de rotation d'axe variable, créant des courbures de trajectoires incontrôlables et rétives à toute théorie. Pour tenter de s'affranchir des phénomènes de dérivation, il est recommandé de procéder à une mise en rotation maîtrisée des projectiles qui sont alors guidés par des rayures inscrites à l'intérieur de l'âme des canons. La pratique traditionnelle des citoyens-artilleurs se trouve ainsi remise en cause par la mise au point et par l'adoption des canons rayés à projectiles oblongs (c'est-à-dire de formes allongées et non plus sphériques) bien que d'autres causes de déviation n'aient pu encore être maîtrisées, notamment celles liées aux explosions de poudre, aux défauts de pointage et à la variabilité des conditions météorologiques. Compte tenu de ces difficultés, nombreux sont les artilleurs qui doutent de l'intérêt d'une quelconque théorie, à l'exemple d'URTUBIE qui écrit dans son manuel d'artillerie : *« Le degré de hauteur, la véritable charge à donner sont des choses difficiles à trouver. Des causes sans nombre répondent de l'incertitude sur ce service : la résistance de l'air, toujours hétérogène ; la quantité et la qualité de la poudre, jamais bien proportionnées ; les bombes toutes à la rigueur défectueuses en poids, en figures, en dimensions ; la construction du mortier, celle de l'affût, celle de la plate-forme inévitablement dérangée au premier coup ; l'impossibilité de placer la bombe avec précision, de façon que son axe et celui du mortier ne fassent qu'un et que tous les deux soient confondus avec l'alignement du but, une seule de ces deux causes produit des variations étonnantes. »*[1131] Ce sont ces incertitudes qui ont conduit les artilleurs de la fin du XVIII^e^ siècle à n'utiliser que le tir dit "de but en blanc", c'est-à-dire le tir à charge fixe sur un but aligné avec la génératrice supérieure du canon et situé à moins de cinq cent mètres : cette technique ne nécessite en effet aucune procédure de réglage particulière autre que celle résultant du coup d'œil, du bon sens et du sang-froid. Ainsi les comportements intellectuels de l'artilleur en situation de combat combinent-elles flair, précision, attention vigilante, bricolage et habiletés diverses se prêtant difficilement à la mesure précise et au calcul exact. Toutes les expériences conduites au début du

[1131] URTUBIE, *Manuel d'artillerie*, cité par B. BRU, *Problème de l'efficacité du tir à l'école d'artillerie de Metz*, *op. cit.*, p.31

XIX^e siècle dans toutes les artilleries européennes démontrent que la justesse des tirs, au-delà du “but en blanc”, est illusoire même dans les conditions idéales des polygones de tir. Les cadres de l'École d'artillerie de l'armée de terre de Metz ont évidemment conscience de ces difficultés lorsqu'ils décident en 1831 de substituer aux cours traditionnels de balistique des cours sur les principes de l'artillerie qu'ils confient à Guillaume PIOBERT[1132]. À la même époque, Félix HÉLIE[1133] est chargé des mêmes fonctions à l'École d'artillerie de marine de Lorient. Des commissions d'expériences sur les principes du tir sont également constituées à Metz et à Gavre, près de Lorient, afin d'étudier expérimentalement l'efficacité des matériels en usage ainsi que les théories enseignées notamment aux polytechniciens venus se spécialiser dans ces Écoles.

§.4.2. L'adoption d'un point de vue empirique à l'École d'artillerie de marine de Lorient

À l'École d'artillerie de marine de Lorient, Félix HÉLIE privilégie l'observation et développe l'analyse des expériences. Il considère que *« toutes les questions relatives aux tirs de projectiles et à leurs effets destructeurs sont du ressort de la Balistique. Les principes de la Mécanique rationnelle ne suffisent point pour les résoudre, les forces et les résistances qui se trouvent en jeu ne peuvent être appréciées que par l'observation. »*[1134] HÉLIE expérimente pendant cinquante ans et expose ses résultats dans son *Traité de balistique expérimentale* publié pour la première fois en 1865. L'examen de cette édition fait apparaître une attaque réglée contre les théoriciens de l'École de Metz que sont les généraux MORIN, PIOBERT et DIDION. *« Les recherches qualifiées du nom de théoriques sont toutes fondées sur des hypothèses en désaccord avec les faits observés et dont le seul mérite est de rendre les questions plus ou moins accessibles au calcul. Ce n'est pas en substituant à la réalité un état de choses purement imaginaire qu'on peut espérer de faire avancer la science de l'artillerie. Force est de recourir aux formules empiriques... »*[1135] Pour HÉLIE, aucune des formules théoriques de PIOBERT relatives au mouvement des gaz ou aux effets de la résistance de l'air ne lui paraît correspondre à la nature des choses : *« Les nombreuses hypothèses qui leur servent de base, et dont chacune n'est motivée que par la facilité plus ou moins grande qu'elle offre au calcul, s'écartent trop des circonstances que présente la pratique pour qu'elles puissent conduire à quelques résultats vraiment utiles. »*[1136] Il laisse entendre que PIOBERT et DIDION ont arrangé certains de leurs résultats expérimentaux afin que ceux-ci s'accordent avec les formules qu'ils ont élaborées. Il estime par ailleurs que les

[1132] - 1793-1871 -
[1133] - 1795-1885 -
[1134] cité par B. BRU, *Problème de l'efficacité du tir à l'école d'artillerie de Metz*, *op. cit.*, p.34
[1135] cité par B. BRU, *Problème de l'efficacité du tir à l'école d'artillerie de Metz*, *op. cit.*, p.34
[1136] cité par B. BRU, *Problème de l'efficacité du tir à l'école d'artillerie de Metz*, *op. cit.*, p.34

recherches de DIDION sur l'équation de la trajectoire d'un projectile lancé sous de grands angles conduisent à des formules très compliquées qui n'ont jamais pu être utilisées en dépit des tables que celui-ci a dressées. HÉLIE propose de remplacer ces formules théoriques, qu'il juge complexes, par des formules empiriques obtenues par interpolation des résultats des expériences, formules les plus simples possibles et dont il a vérifié à la fois leur applicabilité et leur enseignement. C'est ainsi par exemple qu'il ajuste au mouvement des projectiles une équation du troisième degré à coefficients déterminés expérimentalement, équation qui, selon lui, offre toute l'exactitude possible. Il propose également une formulation permettant de rendre compte de la résistance de l'air, formulation plus simple que celle élaborée par PIOBERT et vérifiée expérimentalement par DIDION.

§.4.3. L'adoption d'un point de vue théorique à l'École d'artillerie de l'armée de terre de Metz

Les intentions affirmées de l'École d'artillerie de l'armée de terre de Metz sont de former par la science aux armes savantes. En 1833, l'expérimentation des effets de la poudre est inscrite au programme de la Commission : il s'agit de tester les formules théoriques élaborées par PIOBERT et MORIN et relatives au mouvement des gaz lors d'une explosion de poudre. Bernard BRU considère qu'il s'agit-là de la première tentative de planification scientifique des expériences en contrôle de fabrication menées sur une grande échelle. Ainsi pour déterminer la charge de rupture des projectiles creux, PIOBERT fait éclater un très grand nombre de projectiles de vingt espèces différentes, variant soit par la grandeur du calibre, soit par l'épaisseur des parois : *« Afin d'éviter des anomalies, chaque obus n'a été tiré qu'une seule fois : on les a tirés successivement avec des charges de poudre que l'on augmentait quand ils résistaient et que l'on diminuait quand ils éclataient, de manière à obtenir l'un et l'autre résultat avec des charges très peu inférieures ou supérieures à celle dont le plus grand effet est de faire éclater le projectile. La charge calculée par les formules sert de point de départ pour le premier obus de chaque série, afin de diminuer les tâtonnements ; les autres obus n'étaient chargés que successivement, au fur et à mesure du tir, de manière à pouvoir augmenter ou diminuer la quantité de poudre, suivant que le projectile avait résisté ou non. »*[1137] Au XIX^e^ siècle, les expériences, de plus en plus nombreuses et les résultats s'accumulent, sans souci d'ordre ni de méthode : ceci conduit à envisager un changement dans la manière d'envisager les protocoles. L'empirisme est alors organisé. Des théories sont élaborées en amont afin d'éviter de longs tâtonnements. En aval, les expériences sont planifiées scientifiquement, ce qui permet d'extraire des conclusions significatives. La

[1137] cité par B. BRU, *Problème de l'efficacité du tir à l'école d'artillerie de Metz*, *op. cit.*, p.36

Commission d'artillerie de l'École de Metz prend conscience de ces nécessités en 1835 et inscrit la planification des expériences au programme de son enseignement.

§.4.4. Détermination expérimentale de l'efficacité du tir et calcul des probabilités

En 1829, le Comité de l'artillerie met au concours, pour l'année, les deux sujets suivants :

- Premier sujet : *« Indiquer, en se fondant sur les principes connus de la théorie des probabilités, le meilleur mode à adopter pour la recherche des portées moyennes, discuter le mérite relatif des divers procédés en usage. »*
- Deuxième sujet : *« L'étendue superficielle de l'objet à frapper et sa position relativement à la batterie étant données, assigner, pour chacune des bouches à feu, la fraction exprimant le rapport entre le nombre total de coups et les coups à effet. »*[1138]

Cette seconde question constitue le problème dit de l'efficacité du tir : "quelle est la probabilité qu'une bouche à feu donnée atteigne son but ?" Des trois mémoires ayant concouru en 1829, reste celui du Capitaine Prosper COSTE, de Metz, intitulé *Des déviations ou de la probabilité du tir des projectiles*. Dans son mémoire, le Capitaine COSTE décrit les phénomènes de dérivation évoqués précédemment et analyse également un certain nombre d'expériences faites en 1771 à la Fère, en l'An II à Metz et en 1818 à Lens. Il en déduit quelques lois empiriques simples, notamment que les déviations des projectiles sont en raison inverse de leur diamètre ou encore que les rapports des déviations aux portées sont constants. Au sujet de l'efficacité du tir, il énonce que la probabilité de toucher des buts de même largeur est "à peu près" en raison inverse de leurs distances et qu'à distance égale, la probabilité de toucher des buts de différentes largeurs ne croît pas autant que ces largeurs. Les résultats publiés par COSTE confirment par ailleurs que la probabilité d'atteindre une cible de 4 mètres de large à plus de 800 mètres est des plus faibles. Dans son mémoire, COSTE ne s'appuie ni sur les principes de la théorie des probabilités, ni sur ceux d'aucune autre théorie mathématique identifiable et c'est pourquoi POISSON, examinateur de l'artillerie, propose d'instruire les officiers-artilleurs à la théorie laplacienne des moyennes : il se pose par là-même en continuateur de CONDORCET qui projetait de former les soldats en faisant appel à leur raison et non pas en leur imposant une pure et simple soumission aux règles, qu'elles soient disciplinaires ou techniques. POISSON publie dans le Mémorial de l'artillerie un article intitulé *Formules de probabilité relatives au résultat moyen des observations* qui expose

1138 cité par B. BRU, *Problème de l'efficacité du tir à l'école d'artillerie de Metz*, *op. cit.*, p.37

la théorie des erreurs de LAPLACE et notamment la loi de probabilité d'une moyenne prise sur un grand nombre d'observations : la “loi des erreurs”, appelée au XX^{e} siècle “loi normale”. Cette loi de probabilité d'une moyenne a la particularité de ne dépendre que d'un seul paramètre, l'écart-type empirique, pouvant être facilement estimé à partir des observations. C'est ainsi qu'à l'École d'artillerie de Metz, il est fait appel aux formules mathématiques de la *Théorie analytique des probabilités* élaborées par LAPLACE dès lors qu'il est nécessaire d'établir des moyennes de mesures de même nature, par exemple pour calculer des portées moyennes ou pour calculer les écarts moyens au centre d'une cible. La précision d'une arme est alors jugée lorsque la loi de probabilité de ces écarts moyens est la plus resserrée possible autour du but. En fait les artilleurs vont très vite préférer mesurer la précision d'une arme en utilisant le “cercle probable” centré sur le but et contenant la “meilleure moitié” des coups tirés. Il devient alors théoriquement possible de comparer deux armes différentes en comparant simplement les rayons de leurs cercles probables. Isidore DIDION montre ainsi que le fusil d'infanterie à balle sphérique a un cercle probable de 9,40 mètres de rayon à 400 mètres de distance alors que le cercle probable de la carabine de chasseur modèle 1842 à balle aplatie, à la même distance, a un rayon de 90 cm et que, pour la carabine à tige à balle oblongue, ce rayon n'est plus que de 26 cm[1139]. En revanche, POISSON ne traite pas la seconde question proposée par le Comité de l'Artillerie, celle concernant l'efficacité du tir, et relative au calcul de la probabilité d'atteindre un but de forme déterminée. Pour POISSON cette probabilité existe mais n'est pas assignable théoriquement et seule l'observation des coups à effet permet de l'évaluer empiriquement, comme l'a fait COSTE dans son mémoire. DIDION, qui succède à PIOBERT en 1837 à l'École de Metz, s'intéresse à cette question. L'édition de 1860 de son traité de balistique aborde la question du mouvement des projectiles oblongs tirés par des canons rayés et évoque l'éventuelle dérivation excessive de ces projectiles forcés à tourner dans un sens arbitrairement fixé. En 1846, DIDION, qui rédige un traité de balistique relatif au mouvement des projectiles, cherche des illustrations expérimentales. Il a alors l'idée d'utiliser les résultats des multiples expériences sur la précision des tirs auxquels il a participé depuis 1823 pour vérifier la loi des moyennes de LAPLACE qui fait dorénavant partie, sur recommandation de POISSON, du programme de l'enseignement à l'École de Metz. C'est dans ce contexte que DIDION trouve la solution théorique du problème de la probabilité des coups à effets : non seulement les moyennes sont distribuées suivant la “loi des erreurs”, mais les tirs eux-mêmes le sont. Il démontre cette loi en comparant les résultats expérimentaux avec les tables théoriques de la “loi des erreurs”. Ses données sont bidimensionnelles : un coup de canon est repéré par deux nombres qui fixent sa position par rapport au but verticalement et horizontalement. En faisant l'hypothèse que les causes des déviations horizontales et des déviations

[1139] - *Cours élémentaire de balistique* (1858), *Traité de balistique* (1860) -

verticales sont indépendantes, il élabore la loi de probabilité du couple. Il s'agit d'une loi normale à deux dimensions indépendantes, d'écarts-types différents : conséquence, les courbes d'égale probabilité sont des ellipses d'axes parallèles aux axes de coordonnées. DIDION prouve ainsi que la chute des obus relève de la théorie probabiliste de LAPLACE : les obus tombent en suivant la "loi des erreurs". DIDION résout ensuite le problème de l'efficacité du tir dans sa généralité quelle que soit la forme de la cible. La probabilité de succès est obtenue en intégrant la fonction de LAPLACE sur la surface déterminée par la cible. Dès 1860, les élèves-officiers de l'École d'artillerie de Metz apprennent le calcul des probabilités pour améliorer la précision du tir.

Il est par la suite difficile, faute de documents, de suivre les développements ultérieurs de la probabilité du tir à l'École de Metz. Bernard BRU considère qu'elle continue à prospérer, puisqu'en 1872, E. JOUFFRET, professeur du cours d'artillerie à Metz, puis à Fontainebleau, publie un cours de probabilités du tir, cours qui sera amélioré par son successeur HENRY à partir de 1886. JOUFFRET montre que la dispersion du tir d'un projectile d'artillerie est la résultante d'un très grand nombre de causes perturbatrices : elle est donc régie, suivant le théorème de LAPLACE, par la "loi des erreurs". Ainsi, selon JOUFFRET : *« Si on tire un très grand nombre de coups, et qu'ensuite on aille placer l'un au-dessus de l'autre, en chaque point du sol, tous les projectiles tombés en ce point, la surface enveloppe de ces projectiles sera semblable à une cloche. »*[1140] Cette image de la "cloche" va ainsi connaître un destin remarquable : on oubliera la "loi des erreurs" de LAPLACE pour ne plus parler que de "courbe en cloche", projection de la cloche véritable formée par l'empilement des boulets de canon de JOUFFRET.

Les expériences de GAVRE, celles de la seconde Commission de Metz transplantée à Châlons-sur-Marne en 1862, et celles en vraie grandeur de la guerre de 1870, démontreront la précision des tirs longs rayés. La théorie, enrichie par l'expérience, va le confirmer et va permettre de dresser des tables de correction. Il est alors possible d'envisager de régler un tir sur un objectif quelconque, à une distance approximativement connue, jusqu'à le détruire. La théorie messine de l'efficacité du tir, en fixant les proportions de coups dans une "fourchette" encadrant le but, d'amplitude donnée par une table, permet de proposer des procédures de réglages successifs des tirs qui se révèlent efficaces. Ces études entreprises après 1870, notamment par les artilleurs savants de Fontainebleau, conduiront aux règles de tir prescrites dans "l'aide-mémoire de l'artillerie de campagne" de 1883 : elles seront encore en service après 1918. Ces règles, régulièrement précisées, la mise au point de canons performants, le canon de 75 notamment, et le calcul de tables de tir de plus en plus précises,

[1140] cité par B. BRU, *Problème de l'efficacité du tir à l'école d'artillerie de Metz*, *op. cit.*, p.40

donneront à l'Artillerie française de la première guerre mondiale une efficacité qui lui a été reconnue.

Les oppositions entre les deux grandes Écoles françaises d'artillerie des trois premiers quarts du XIX^{e} siècle, le théorique à Metz, l'empirisme à Lorient, vont être anéanties par le désastre de la guerre de 1870 : celui-ci met fin aux polémiques et impose des remises en cause. Un renversement des rôles se produit alors : Fontainebleau adopte un profil théorique bas et expérimente, alors que Lorient-Gavre se tourne vers l'élaboration de nouvelles théories. À l'École de Metz les savants se sont attachés à produire des théories qui se sont révélées généralement peu pertinentes sans doute parce qu'ils les ont élaborées sans disposer d'observations préliminaires suffisantes. Au contraire, à l'École de Lorient, les savants ont beaucoup expérimenté mais de manière empirique, sans ordre ni méthode. Or, parmi toutes les théories mises au point par l'École de Metz, l'une d'entre elles, relative à une théorie des expériences, put être appliquée à l'ensemble des observations recueillies : ceci permit de déterminer l'efficacité des théories nouvellement mises au point. Ensuite, les observations recueillies méthodiquement se multipliant, la théorie put être affinée.

Pour reprendre la terminologie utilisée par HABERMAS, le problème de la détermination de l'efficacité du tir relève des sciences empirico-analytiques et est évidemment d'un intérêt technique. Les recherches et les travaux des ingénieurs-artilleurs ont en effet pour objet la prévision : le calcul des probabilités et la théorie des erreurs permettent alors d'ajuster le tir. *« Dans les sciences empirico-analytiques, le système de références qui anticipe le sens des énoncés scientifiques donne des règles tant pour l'élaboration des théories que pour leur vérification critique. Peuvent remplir la fonction de théorie des complexes hypothético-dédutifs des propositions permettant de dériver des hypothèses nomologiques présentant un certain sens au niveau de l'expérience.* […] *Elles permettent de faire des prévisions quand certaines conditions de départ sont données. Le savoir empirico-analytique est donc un savoir prévisionnel possible. À vrai dire, le sens de telles prévisions, c'est-à-dire leur utilisabilité technique, n'est que le résultat des règles en fonction desquelles nous appliquons les théories à la réalité. »*[1141] Remarquons que le problème de la mobilisation du calcul des probabilités à des fins d'amélioration de l'efficacité des armes n'est jamais évoqué. Aucun jugement de valeurs sur la redoutable efficacité de la science balistique (enrichie de théorie probabiliste) relative aux effets des obus sur les hommes à qui ils sont destinés quand bien même il s'agit de défendre la liberté. Dans ce cas, la théorie a aussi pour fonction de gommer l'horreur des champs de bataille. La question des rapports entre le rationnel et le

[1141] J. HABERMAS, *Connaissance et intérêt*, in *La technique comme idéologie*, *op. cit.*, p.145-146 raisonnable est une nouvelle fois occultée : ceci est caractéristique de la rationalité positiviste qui évite toute interrogation sur le sens. Alors que les pères fondateurs, notamment CONDORCET, souhaitaient utiliser le calcul des probabilités à des fins critiques et donc émancipatrices, il est ici utilisé pour faire la guerre. Cet exemple permet d'interroger les effets d'un enseignement de calcul des probabilités qui ignore tout jugement de valeurs quant à son utilisation.

§.5. Regard sur quelques-unes des étapes constitutives de l'enseignement des statistiques en France aux XIX^e et XX^e siècles

Statistique et calcul des probabilités sont des sciences interdépendantes dont la complémentarité est attestée par le théorème de Jakob BERNOULLI (relatif à la convergence en probabilité de la fréquence d'un événement vers sa probabilité), théorème qui autorise l'emploi du calcul des probabilités à partir de la prise en compte de données statistiques relevant notamment des faits économiques, démographiques, financiers. Cette complémentarité est également mise en œuvre par A. QUETELET lorsqu'il appuie son argumentation relative à la notion statistique d'"homme moyen" par des références au calcul des probabilités et notamment à la "loi des erreurs". Du fait de cette interdépendance, formellement explicitée depuis 1930 par les travaux de Karl PEARSON[1142], de son fils Egon PEARSON[1143], de Jerzy NEYMAN[1144], Ronald FISHER[1145] et William GOSSET[1146], il était inévitable que la recherche relative à l'histoire de l'enseignement du calcul des probabilités nous conduise à croiser et à évoquer l'histoire de l'enseignement de la statistique ainsi que celle de leurs rapports. L'histoire de l'enseignement de la statistique en France (et notamment celle de son éventuel "retard", par rapport à d'autres pays ou par rapport à d'autres branches de la science) ne peut être séparée de celle de la statistique, en particulier de sa formalisation au moyen d'outils mathématiques puis d'outils probabilistes. L'histoire de l'enseignement de la statistique et l'histoire de la statistique[1147] doivent en permanence tenir ensemble deux sens du mot statistique : un sens ancien et un sens moderne.

[1142] -1857-1936-
[1143] -1895-1980-
[1144] mathématicien polonais : 1894-1981
[1145] -1890-1962-
[1146] Rappelons que la firme qui employait W. GOSSET (1867-1937) lui avait imposé de signer ses travaux du pseudonyme de STUDENT.
[1147] Pour une histoire générale de la statistique, l'ouvrage de référence actuel est celui de Stephen STIGLER, *The History of Statistics, The Measurement of Uncertainty Before 1900*, The Belknap Press of Harvard University Press, Cambridge, Masachusetts, and London, England, 1986. Citons également l'ouvrage collectif de l'INSEE, *Pour une histoire de la statistique* : tome 1, *Contributions* ; tome 2, *Matériaux*, éditions J. Affichard, Paris, Economica, 1987

- Dans un sens ancien (XVIIe et XVIIIe siècles), le mot “statistique” désigne des techniques empiriques d’observation et de description des États. Cette conception s’accorde généralement avec une vision déterministe du monde social dans la mesure où, si elle n’ambitionne pas de mettre au jour les causes des phénomènes, elle permet cependant l’élaboration de prévisions en termes de nécessité[1148].

- Dans un sens moderne (début du XXe siècle), le mot “statistique” fait référence à l’analyse des données, aux méthodes mathématiques d’estimation fondées sur les probabilités, aux méthodes d’inférence (sondages aléatoires, intervalles de confiance, tests d’hypothèses) et à la modélisation. Dans le cas de données importantes, de “grands nombres”, la représentation des phénomènes intègre l’idée de hasard. La statistique mathématique permet en effet de compenser les variations irrégulières dues à des causes fortuites ou accidentelles et à ne conserver que l’essentiel. Cette conception renvoie à une conception non déterministe du monde social. La nécessité n’est pas stricte : il est question de probabilité.

§.5.1. Analyse socio-historique des rapports entre taylorisme et statistique

La période qui suit la Première Guerre Mondiale est celle du développement du taylorisme[1149], c’est-à-dire de la rationalisation de la production (division du travail en temps élémentaires ; description de ces mouvements élémentaires, chronométrage ; repérage et élimination des mouvements inutiles ; reconstitution des combinaisons de mouvements élémentaires les plus fréquentes ; chronométrage de ces groupes de mouvements, classements). Cette rationalisation, qui a pour fin non seulement l’accroissement de la productivité des postes de travail mais surtout le rendement maximal, est, avec l’adhésion du personnel aux objectifs de l’entreprise, un accélérateur du développement de l’outil statistique. Rappelons que la méthode de TAYLOR, d’inspiration cartésienne, revient à rechercher et à définir les conditions les plus rationnelles de production. C’est en assignant à la direction de l’entreprise le soin d’organiser méthodiquement le travail confié à des exécutants, en supprimant la spontanéité dans l’exécution, en divisant les tâches et en instituant une sélection systématique de la main-d’œuvre que des gains exceptionnels de productivité sont obtenus. Le taylorisme implique que tous les postes et les processus de travail soient rigoureusement analysés, que les conditions d’effectuation des gestes élémentaires - établies au moyen de différents instruments statistiques (moyennes, écart-types, échantillons,

[1148] - mise au jour d’une loi qui fait que tel phénomène va nécessairement se produire -

[1149] Le principal ouvrage de Frederic Winslow TAYLOR (1856-1915), *The principles of scientific management*, a été publié en 1909 et traduit en français en 1911 estimations, intervalles de confiance, etc.) - soient clairement définies, et que la forme et la mise à disposition des outils ainsi que l'ordre des différentes opérations fassent l'objet d'instructions inflexibles. Enfin, le taylorisme implique que, sur la base de temps "standards" prédéterminés statistiquement pour chaque type de tâche, un système dit de "salaires stimulants" soit établi, permettant de pénaliser ou de licencier les ouvriers n'atteignant pas les "standards" et de distribuer des primes à ceux qui les dépassent.

À l'inverse, il existe également une application de la division du travail aux travaux intellectuels. La réalisation, au début du XIX^{e} siècle, de tables de logarithmes sous la direction du baron DE PRONY, mathématicien et ingénieur, relève de cette logique. Une première section, constituée d'un demi-douzaine de mathématiciens de haut niveau, est chargée de la recherche : elle a pour objectif de trouver la meilleure méthode permettant d'effectuer les calculs numériques. Ce travail achevé, les formules retenues sont confiées à une deuxième section constituée de mathématiciens de niveau moyen qui ont pour mission de convertir les formules élaborées en opérations numériques simples. Une troisième section, constituée d'environ quatre-vingt personnes ne connaissant que l'arithmétique élémentaire, effectue les opérations préparées par la seconde section. Une double saisie permet de contrôler les résultats. Partant de l'hypothèse qu'il est très improbable que deux opérateurs commettent la même erreur, il suffit de comparer les travaux réalisés par l'un et l'autre : là où il y a différence, il y a erreur. Grâce à cette méthode, l'équipe constituée par le baron DE PRONY réussit à fabriquer en quelques mois des tables de logarithmes qui auraient demandé des dizaines d'années à plusieurs mathématiciens de haut niveau. Cette entreprise est donc issue de la rencontre entre deux traditions : celle des ingénieurs qui produisent des algorithmes et celle des industriels qui organisent le travail dans des manufactures. Le résultat donne un modèle qui ressemble à ce qui sera le taylorisme, avec une séparation des tâches selon des niveaux de compétence, la création d'un bureau d'étude (première section), d'un bureau des méthodes (deuxième section) et d'ateliers d'exécution (troisième section).

La conception de la "géométrie statistique" par Émile CHEYSSON relève du même esprit. Il s'agit d'un outil permettant la pratique du calcul mathématique par des collaborateurs, notamment commerciaux, ne possédant pas les compétences nécessaires pour les réaliser directement. La "statistique géométrique" utilise une méthode graphique de présentation des problèmes et des résultats empruntée à la géométrie : cette méthode présente l'avantage sur l'analyse d'être facilement accessible aux personnes n'ayant pas reçu de formation spécifique et permet une traduction immédiate de données expérimentales. Elle a essentiellement une dimension pratique : c'est un outil de management qui favorise le partage du travail entre un ingénieur qui conçoit un barème et des commis qui l'appliquent de façon quasi automatique. La distinction entre la préparation du travail et son exécution est ici clairement énoncée. Mais, à la différence du taylorisme à venir, la "statistique géométrique" est également un outil pour certains "décideurs" leur permettant, par exemple, d'acheter des matières premières, de calculer des investissements, des tarifs, des salaires. Elle rend lisible et intelligible un ensemble complexe. Les graphiques permettent en effet non seulement d'embrasser d'un seul coup d'œil une série de phénomènes, mais également d'en signaler les rapports ou les anomalies, voire d'en dégager la loi. En ce sens, la "statistique géométrique", si elle appartient à la nomographie, n'est pas qu'un simple abaque. Émile CHEYSSON met notamment l'accent sur l'intérêt d'un examen des courbes d'offre et de demandes : leur lecture et leur comparaison permet de définir un prix de vente optimum.

§.5.2. Les premières expériences d'enseignement des statistiques

En France, l'enseignement d'une science statistique générale (c'est-à-dire autonome, indépendante de son objet) est distinct de celui du calcul des probabilités au moins jusqu'à la création de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris (ISUP) en 1922. Cet enseignement a ses origines dans divers cours donnés au XIX^{e} siècle, cours qui se réclament du mot "statistique" dès lors que l'exposé est fondé sur la prise en compte de tableaux numériques. Il n'est cependant pas évident au XIX^{e} siècle de définir ce qu'est précisément la "statistique" tant le mot recouvre une grande variété de procédés et de méthodes s'appliquant à une large variété de sujets. Dans son dictionnaire, édition 1874, LITTRÉ la définit comme "science des dénombrements et de leurs conséquences". C'est comme outil d'appoint à la description et à l'analyse des phénomènes sociaux, notamment en géographie économique et politique, que l'enseignement de la statistique est progressivement introduit en France au cours de la seconde moitié du XIX^{e} siècle. Son enseignement est dispensé dans peu d'établissements. Une chaire lui est consacrée au Conservatoire des Arts et Métiers et, ponctuellement, la statistique a également accès à la chaire d'histoire et géographie économiques du Collège de France. Des enseignements de statistiques ont également lieu à l'École d'Anthropologie, à l'École des Sciences Politiques et à l'École des Ponts et Chaussées notamment en 1881 lorsque Émile CHEYSSON[1150] fait des conférences sur ce sujet. C'est au Conservatoire National des Arts et Métiers que l'on trouve la plus ancienne mention du mot "statistique" dans un intitulé de chaire. À l'origine, en 1819, une chaire d'Économie industrielle a été créée avec Jean Baptiste SAY[1151] comme titulaire,

1150 - 1836-1910 -
1151 - 1767-1832 -

chaire transformée en Administration et Statistique industrielle en 1854 puis en Économie industrielle et Statistique[1152] en 1864. Toutefois la place tenue par la statistique a toujours été modeste comme le confirme la lecture du programme de 1930 relevant du cours de statistique destiné aux étudiants de troisième année : “Élaboration et utilisation des statistiques. Rôle et importance de la statistique dans la conduite des affaires et l’organisation des entreprises. Sources de documentation et services d’études économiques”. À l’École d’anthropologie, l’enseignement de statistique est un cours de démographie et géographie médicales, assuré à partir de 1876 par le docteur Louis Adolphe BERTILLON[1153] puis par son fils Jacques BERTILLON[1154] (l’inventeur de l’anthropométrie judiciaire) et dont le contenu se retrouve dans l’ouvrage *Atlas de démographie figurée de la France* consacré à la mortalité ainsi que dans de nombreux articles du *Dictionnaire encyclopédique des sciences médicales*[1155]. À l’École des Sciences Politiques, certains des cours se réclament de la statistique mais l’enseignement dispensé n’a aucun caractère systématique. Ainsi en 1883-1884, le mot “statistique” apparaît à la fois dans l’intitulé “Statistique et Traités de commerce depuis 1876” et dans le programme du cours d’Économie politique générale de CHEYSSON[1156]. En 1884-1885, le cours de “Statistique et géographie économique” d’Émile LEVASSEUR[1157] traite essentiellement de statistique démographique. Un enseignement d’apparence plus spécifique assuré par André LIESSE[1158] apparaît plus tard : “Méthodes et procédés en statistique, étude critique et leur emploi”. Cet intitulé présent en 1920-1921 se retrouve en 1938-1939 avec un contenu apparemment rénové, puisque sont évoqués, entre autres, la loi des grands nombres, l’emploi du calcul des probabilités à base de données statistiques relevant des faits économiques, financiers, démographiques, biologiques. En 1892, à la Faculté de Droit de Paris, est créée pour la première fois une authentique chaire de statistique : Fernand FAURE en est le titulaire. Il est possible de se représenter l’esprit dans lequel la statistique est enseignée à l’époque, en se référant au programme du cours donné par F. FAURE en 1893-1894. Une première partie traite “de la statistique en général” et une deuxième partie “de la statistique du travail”. Considérons quelques intitulés de la première partie : “Définition de la statistique ; différence entre la statistique et la monographie. Objet de la statistique : individus, choses, phénomènes

---

1152 - chaire occupée successivement par F.J. BURAT (1864-1885), A. DE FOVILLE (1885-1893), A. LIESSE (1895-1929), F. DIVISIA (1929-1959) -.

1153 - 1821-1883 -

1154 - 1851-1922 -

1155 L.A. BERTILLON, *Dictionnaire encyclopédique des sciences médicales*, direction A. DECHAMBRE, éditions Masson, 1886

1156 - *Statistique : son utilité pour les études économiques. Population, influence sur les faits économiques, loi de MALTHUS.* -

1157 - 1828-1911 -

1158 - 1854-1944 -

susceptibles d'être dénombrés. De la statistique sociale. Données fournies par la statistique : grands nombres, coefficients et moyennes. La statistique et le déterminisme. Tableaux, classifications ; dépouillement des données brutes ; tableaux de chiffres. statistique graphique. Par qui la statistique peut-elle être dressée ? Rôle des pouvoirs publics, des particuliers. Continuité et périodicité nécessaires. Organisation et fonctionnement des services statistiques en France et à l'étranger"[1159]. Il s'agit donc d'enseignements où domine la présentation des modes de la collecte statistique, de la confection des tableaux statistiques et de leur lecture avec, selon les cas, une extension plus ou moins grande à l'analyse comparative. Il s'agit-là de "statistique administrative", c'est-à-dire de statistique descriptive élaborée avec des nombres sans contrôles probabilistes : aucun formalisme probabiliste spécifique au maniement des tableaux statistiques n'est utilisé. Ces enseignements, faits de mélange de techniques statistiques élémentaires, d'économie descriptive, de géographie, de démographie, sont surtout des tentatives pour promouvoir, de façon quasi-militante, un langage de la quantification encore peu formalisé. Il n'y a pas encore matière à un enseignement de statistique, au sens moderne d'ensemble formalisé d'outils mathématiques spécifiques et complexes : ceux-ci n'apparaissent que dans la première moitié du XX^e^ siècle. D'une certaine façon la "statistique" du XIX^e^ siècle n'a qu'un lointain rapport avec celle enseignée aujourd'hui. Elle est proche de celle pratiquée dans les administrations statistiques : elle vise avant tout à observer, à répertorier, à classer, à tabuler et à décrire la vie économique et sociale.

Cependant, malgré ces initiatives isolées, aucune institution n'est à même d'imposer un véritable essor à l'enseignement de la statistique en France. Il faut attendre 1922 et la création de l'ISUP et 1928 avec celle de l'Institut Henri POINCARÉ (IHP) pour que cet essor se concrétise. Avant d'aborder ces deux épisodes, examinons la situation où, avant la création de l'ISUP et de toute forme organisée d'enseignement, seule l'existence d'ouvrages de synthèse rend possible la diffusion du savoir statistique.

§.5.3. La diffusion du savoir statistique par les livres

À défaut d'institution d'enseignement permettant de préparer les concours pour intégrer les diverses administrations publiques, J. BERTILLON élabore en 1895 un *Cours élémentaire de statistique* conforme au programme arrêté par le Conseil Supérieur de la Statistique. La partie essentielle de son ouvrage est consacrée aux divers types de statistiques que les différentes administrations d'un pays peuvent être amenées à dresser : recensements, statistiques d'état

[1159] Référence : R. PRESSAT, *L'enseignement de la statistique en France à ses débuts (1830-1939)*, Journal de la Société de statistique de Paris, tome 128, n°1, 1987, p.18

civil, statistiques des maladies, des tribunaux, de l'instruction, de l'agriculture, de l'industrie, des transports.

Avant la première guerre, les ouvrages de statistique sont rares et leur esprit est le même que celui qui a présidé à la naissance de la statistique. La démographie y tient une place prépondérante : Moreau DE JONNÈS (qui a notamment étudié l'esclavage colonial avec l'outil statistique[1160]) et ses *Éléments de statistique* (1847), E. LEVASSEUR et ses trois tomes sur la population française (1891-1892), les ouvrages des BERTILLON, Maurice BLOCK et son *Traité théorique et pratique de statistique* (1878). Quelques écrits émergent en se démarquant des développements littéraires qui constituent alors une part importante des ouvrages se réclamant de la statistique. Dans son ouvrage *Exposition de la théorie des chances et des probabilités* (1843) et en particulier dans le chapitre IX intitulé "de la statistique en général et de la détermination expérimentale des chances", COURNOT propose une définition de la statistique suffisamment étendue qui révèle une approche statistico-mathématique des faits numériques. Dans son ouvrage *Statistique mathématique* (1908), Hermann LAURENT s'en prend à ceux qui ne voient dans la statistique qu'un maniement empirique de données numériques et qui jugent inutiles la connaissance des mathématiques, du calcul des probabilités et des sciences auxquelles correspondent les chiffres à interpréter. Fernand FAURE, dans ses *Éléments de statistique*, s'élève contre cette exigence, qui, selon lui, conduirait à exiger des statisticiens qu'ils connaissent la science universelle. Cependant, le livre de H. LAURENT ne peut se réclamer de son titre, au sens où l'on entend aujourd'hui l'appellation "statistique mathématique". En effet, après avoir traité quelques problèmes de probabilités discrètes, présenté le théorème de J. BERNOULLI, la méthode des moindres carrés et les questions d'interpolation, l'auteur aborde des questions de démographie mathématique, de mathématiques financières et développe sa vision des choses sur le rôle de la statistique en économie politique ou sociale : par contre, il ne procède à aucun examen de la statistique considérée comme "fille du calcul des probabilités". On doit à Lucien MARCH, directeur de la Statistique générale de la France, la première explicitation de ce qu'il faut entendre par "statistique mathématique" : dans un article du Journal de la Société de statistique de Paris publié en 1910, et intitulé "Essai sur un mode d'exposer les principaux éléments de la théorie statistique", il montre comment utiliser le calcul des probabilités en statistique. Cependant, et malgré ces initiatives éditoriales, le retard dans la diffusion du savoir statistique demeure important notamment au regard de la situation qui prévaut dans les pays anglo-saxons, et c'est la création de l'ISUP qui va se révéler l'événement fondateur du développement de l'enseignement de la statistique en France.

[1160] M. DE JONNÈS, *Recherches statistiques sur l'esclavage colonial*, 1842

§.5.4. De la statistique administrative à la statistique mathématique : la création de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris en 1922, événement fondateur du développement de l'enseignement de la statistique en France

L'Institut de Statistique de l'Université de Paris (ISUP) voit le jour sous l'impulsion de mathématiciens universitaires (Emile BOREL[1161], Georges DARMOIS[1162]), de membres de la Statistique Générale de la France[1163] (Lucien MARCH[1164], Michel HUBER, Henri BUNLE, Dugé DE BERNONVILLE) et un ingénieur des Ponts et Chaussées (René ROY) qui a introduit en France l'économie mathématique et l'économétrie. Placé officiellement sous la direction scientifique des quatre Facultés (Droit, Sciences, Médecine, Lettres), cet "institut inter-universitaire" a pour but d'enseigner la méthode statistique et ses applications, l'enseignement devant avoir un caractère à la fois théorique et pratique. Son objet est : "les méthodes statistiques et les applications des mathématiques à la statistique, aux finances et à l'économie politique ; la démographie, la biométrie, l'hygiène publique et l'instruction ; l'assistance, la prévoyance et l'assurance ; l'industrie, le commerce, l'agriculture, les transports, la banque et le crédit ; les finances publiques". Les programmes d'enseignement adoptés reflètent cette ambition. Et de 1925 à 1939, sans modifications profondes, les mêmes types de cours sont reconduits :

- I. La méthode statistique (éléments)[1165]. 25 leçons.
- II. Méthode statistique. Éléments de statistique mathématique[1166]. 12 puis 20 leçons.
- III. Démographie et statistique sanitaire. 15 puis 20 leçons.
- IV. Théorie des assurances sur la vie. 20 leçons.
- V. Opérations financières. 25 leçons.
- VI. Éléments d'économie politique mathématique. 15 puis 20 leçons.
- VII. Applications de la méthode statistique à la science des affaires[1167]. (Création en 1939 : 16 leçons.)
- VIII. Législation, hygiène et assistance sociales. (Création en 1939 : 12 leçons.)

[1161] - 1871-1956 -
[1162] - 1888-1960 -
[1163] - la SGF, ancêtre de l'INSEE -
[1164] - 1859-1933 -
[1165] - statistique descriptive -
[1166] - application des mathématiques supérieures à la statistique -
[1167] - contrôle des fabrications, études de marché, gestion des stocks -

Soulignons d'une part l'importance de l'enseignement de la statistique mathématique (cours II) qui est un enseignement obligatoire, et qui s'étoffe, comme en témoigne la comparaison des programmes des années 1925-1926 et 1938-1939 et d'autre part, l'exposé des deux conceptions de la statistique : la statistique administrative et la statistique mathématique. Il est également intéressant de signaler une inversion des rapports de priorité dans l'enseignement de statistique mathématique enseigné par DARMOIS qui apparaît entre la période 1925-1926 et la période 1938-1939. Dans la première période, DARMOIS enseigne d'abord la statistique puis le calcul des probabilités et dans la deuxième période, il enseigne d'abord le calcul des probabilités puis la statistique et les méthodes d'estimation. Notons que cette question de priorité continue aujourd'hui de faire l'objet de débats : elle est au cœur des rapports entre enseignement de statistique et enseignement des probabilités.

Programme de statistique mathématique (cours II)
à l'Institut de Statistique de l'Université de Paris

Année 1925-1926		**Année 1938-1939**	
Leçon	**Intitulé**	**Leçon**	**Intitulé**
1	Statistique des caractères. Association	1,2,3	La statistique, stabilité des fréquences. Probabilité. Théorèmes fondamentaux.
2	Statistique des variables. Courbes de fréquence.	4, 5, 6	Variables aléatoires, grandeurs aléatoires. Moyennes. Espérance mathématique. Méthode de Tchebichef pour la loi des grands nombres
3	Moyennes. Écarts. Corrélation. Covariation.	7, 8	Épreuves répétées. Loi limite de Laplace. Loi limite de Poisson pour les petites Probabilités.
4	Applications	9, 10	Schémas d'urnes. Tirages indépendants. Tirages dépendants.
5	Corrélation multiple.	11, 12	Polygones de fréquence. Courbe de Fréquence. Représentations analytiques.
6	Applications.	13, 14	Corrélation. Lignes de régression. Coefficients de corrélation, de contingence. Corrélation totale et partielle. Corrélation des rangs.
7	Stabilité des fréquences. Probabilité. Principes fondamentaux.	15,16 17,18	Méthodes d'estimation. Qualité de l'ajustement.
8	Épreuves répétées. Théorème de Bernoulli. Loi de Laplace.		
9	Applications.	19, 20	Les coefficients d'ajustement fonctionnel. La dépendance des variables aléatoires et le coefficient de corrélation. Conclusions générales.
10	Polygones dissymétriques. Loi des petits nombres.		
11	Ajustement des statistiques. Dispersion. Schéma des urnes.		
12	Écart des observations.		

À l'ISUP, les enseignants ne sont généralement pas des universitaires mais des praticiens de la matière qu'ils enseignent. Réparties sur deux années, les études comportent l'assimilation, en première année et à titre obligatoire, des cours (I) et (II) et, en tant qu'option, de deux autres cours ; en deuxième année, deux cours à option et la rédaction d'un mémoire. Ce système de cours optionnels fait l'originalité de l'ISUP Sont délivrés, après réussite aux examens, un certificat d'aptitude sanctionnant la première année et un diplôme de l'Institut de statistique sanctionnant la deuxième année. L'examen des 100 titres délivrés au cours de la période 1925-1939 fait apparaître un nombre important d'étudiants étrangers (32 étudiants français et 68 étudiants étrangers) ainsi qu'un faible nombre de titres décernés (quatre) sur la période 1925-1932. L'ISUP rencontre peu de succès auprès des étudiants français : ceci peut s'expliquer par le fait que les diplômes délivrés par l'Institut ne sont pas intégrés à ceux relevant des cursus universitaires classiques et ne représentent pas une sanction reconnue pour la poursuite d'une carrière administrative notamment pour celles requérant une formation statistique. Par ailleurs, il est nécessaire de mettre en relation la création de l'ISUP avec celle de l'IHP (Institut Henri POINCARÉ) en 1928.

§.5.5. La création de l'Institut Henri POINCARE en 1928[1168]

La création de l'Institut Henri POINCARÉ (IHP) répond à la volonté et au pouvoir d'Emile BOREL de créer un pôle autour de l'enseignement des mathématiques, des probabilités, de la statistique mathématique et de la physique. De même que LAPLACE, en étant non seulement savant mais homme de pouvoir, membre de nombreuses commissions, notamment sous la Restauration, a contribué fortement à imposer l'enseignement du calcul des probabilités à l'École Polytechnique, BOREL a une trajectoire quelque peu comparable dans la mesure où il combine production scientifique de haut niveau et responsabilité politique et administrative, use de son pouvoir et de son entregent afin de favoriser la création d'institutions scientifiques (ISUP et IHP) dont les orientations principales sont la statistique et le calcul des probabilités[1169]. BOREL, en effet, est non seulement l'ami, mais également le secrétaire général du gouvernement de Paul PAINLEVÉ[1170] (radical socialiste) lorsque celui-ci est Président du Conseil (en 1917, puis en 1925) ou son directeur de cabinet

[1168] Référence : entretien avec B. BRU par B. COLASSE et F. PAVÉ, *L'institut Henri Poincaré aux sources de la recherche opérationnelle*, Revue Gérer et Comprendre, éditions de l'École d'ingénieurs des Mines de Saint Etienne, mars 2002, n°67

[1169] E. BOREL a été reçu premier, en 1889, à la fois à l'École Polytechnique et à l'École Normale supérieure qu'il choisit d'intégrer.

[1170] - 1863-1933 - P. PAINLEVÉ, mathématicien, ancien élève de l'École Normale Supérieure, membre de l'Académie des Sciences (1900), député de Paris de 1910 à 1928, plusieurs fois ministre.

lorsqu'il est ministre[1171]. En 1919, BOREL est nommé sur la chaire de Calcul des probabilités et Physique mathématique. Député de l'Aveyron de 1924 à 1936, il est directeur du cabinet de PAINLEVÉ lorsque celui-ci est ministre de la Guerre. À ce titre, BOREL contrôle notamment la recherche scientifique qui est mise au service de la Défense nationale.

Alors que la statistique mathématique notamment, va prendre son essor d'abord aux États-Unis et en Angleterre notamment avec Karl PEARSON[1172], en France, le manque d'un enseignement organisé et d'institutions capables de relayer le savoir statistique et probabiliste continue de se faire ressentir malgré la création de l'ISUP. C'est dans ce contexte que BOREL s'active et réussit à convaincre l'administrateur parisien de la fondation ROCKEFELLER ainsi que le Baron DE ROTHSCHILD afin qu'ils contribuent à la création d'un Institut de Mathématiques et de Physique théorique fortement engagé dans le calcul des probabilités et ses applications : l'Institut Henri POINCARÉ (IHP) ouvre ainsi ses portes en septembre 1928. Au rez-de-chaussée de l'IHP, qui regroupe l'ensemble des mathématiques parisiennes, s'installe l'ISUP. BOREL, titulaire de la chaire de Calcul des probabilités à la Faculté des Sciences, en est le premier directeur. Initialement, le projet de l'IHP est de développer le calcul des probabilités et ses applications, aussi bien celles tournées vers la physique théorique, que celles tournées vers les autres physiques ou tout autre domaine notamment en économie, en particulier dans l'assurance. Du côté de la SGF (Statistique Générale de la France, ancêtre de l'INSEE[1173]), existe également une demande émanant des polytechniciens qui n'est pas couverte faute d'enseignement. Au début, la statistique mathématique d'origine anglaise n'apparaît pas dans les programmes et il faut attendre 1925 et l'arrivée de DARMOIS pour qu'elle soit enseignée. Les travaux de PEARSON ne sont pas évoqués, pas même le test du khi-deux, par contre les méthodes actuarielles sont développées. Ce n'est que progressivement qu'est introduite en France la statistique anglaise alors qu'elle s'impose aux États-Unis dès 1930 où elle permet de fonder le contrôle de fabrication.

Pendant trente ans, de 1929 à 1959, l'IHP a ainsi constitué le noyau dur à l'origine de l'introduction en France, de l'enseignement de la statistique

[1171] En 1915, PAINLEVÉ est ministre de l'Instruction publique dans le cabinet BRIAND. En mars 1917, il est ministre de la Guerre dans le cabinet RIBOT puis est investi Président du Conseil de septembre jusqu'en novembre. Il est président de la Chambre en 1924, puis président du Conseil en 1925. Entre 1926 et 1929, il est ministre des Armées sous BRIAND, HERRIOT et POINCARÉ : il est à l'origine de la construction de la ligne Maginot. De 1931 à 1933, il est ministre de l'Air dans les cabinets STEEG, HERRIOT et BONCOUR.

[1172] - 1845-1936 -

[1173] Institut National de la Statistique public français et des Études Économiques mathématique et du calcul des probabilités ainsi que de leurs applications à l'industrie, à la gestion ou à la recherche opérationnelle.

§.5.6. La création du Service National de Statistique en 1941 et de son école d'application en 1942 devenue Ecole Nationale de la Statistique et de l'Administration Economique en 1960

À la suite de la création de l'ISUP et de l'IHP, l'histoire de l'enseignement de la statistique est marquée par une dualité analogue à celle que connaissent les autres savoirs scientifiques et techniques, entre les universités et les grandes écoles. Une école de statistique et d'économie, rattachée à l'administration statistique, est créée en 1942, et prend le nom d'École Nationale de la Statistique et de l'Administration Économique (ENSAE) en 1960. Destinée à l'origine à former les cadres de l'administration statistique, selon deux niveaux hiérarchiques différents de formations et de responsabilités, elle conserve deux filières de formation distinctes, jusqu'à se dédoubler complètement, en juin 1994, en deux écoles différentes, dont la première conserve l'ancien intitulé ENSAE, tandis que la seconde est appelée École Nationale de la Statistique et de l'Analyse de l'Information (ENSAIE)[1174]. Si jusqu'en 1940, la Statistique Générale de la France (SGF) recrute seulement un ou deux candidats chaque année, cette situation change à partir de 1941 avec la création du Service National de Statistique, le SNS, devenu l'INSEE en 1946, service qui absorbe la SGF, et fait passer les effectifs de la statistique administrative de la centaine à plusieurs milliers d'employés. Son fondateur, René CARMILLE[1175], est également à l'origine de l'école d'application de la statistique créée en 1942 et devenue l'ENSAE en 1960. Notons que la création de cette école d'application n'est pas séparable du projet plus vaste de mise en place d'une administration statistique de grande ampleur, capable d'organiser non seulement les recensements et les études démographiques classiques de l'ancienne SGF, mais également de gérer, à des fins de connaissance statistique, de volumineux fichiers administratifs avec des moyens mécanographiques importants, et aussi de conduire des enquêtes par sondage, alors naissantes. Cette vaste entreprise génère la création de directions régionales et de corps administratifs nouveaux : les administrateurs et les attachés. Cette école d'application vise à former les cadres de haut niveau en statistique, en économie et en mécanographie, nécessaires à cette nouvelle institution. L'école est dirigée de 1942 à 1962 par Eugène MORICE[1176] qui inscrit l'école dans une collaboration étroite avec l'ISUP jusqu'à la fin des années

---

[1174] Pour une histoire de ces deux institutions, consulter la communication à la 4e conférence internationale sur l'enseignement de la statistique d'Alain DEROSIÈRES, *De l'école de l'INSEE à l'ENSAE et l'ENSAI : 1942-1994*, Marrakech, 1994

[1175] - 1886-1945 -

[1176] - 1897-1983 -

1950. En 1948, les cours de statistique théorique sont communs et assurés à l'ISUP par DARMOIS, et les étudiants de l'ISUP suivent des cours à l'école d'application de l'INSEE dont le celui de méthodes statistiques. De même, les cours d'économie théorique, d'économétrie, de démographie, d'analyse factorielle et de mécanographie sont communs aux deux institutions. Ainsi une collaboration forte existe avec l'ISUP. Vers la fin des années 1950, plusieurs éléments concourent à une réforme de l'école de l'INSEE. La "première division" forme, en deux ans, des administrateurs de l'INSEE et des élèves non-fonctionnaires qui deviennent majoritaires à partir de 1961. La "deuxième division" forme les attachés, en un an, et recrute peu d'élèves non-fonctionnaires. Par ailleurs, la coopération avec l'ISUP n'est plus nécessaire, le nombre de personnes susceptibles d'enseigner étant suffisant. Enfin le langage de l'économie quantitative et mathématique commence à se diffuser dans l'administration et dans les grandes entreprises. La macroéconomie keynésienne inspire les premiers travaux de comptabilité nationale ainsi que la planification concertée. La macroéconomie oriente, à travers la théorie du coût marginal, les décisions d'investissement et la tarification des entreprises publiques. Une demande nouvelle d'économistes-statisticiens maîtrisant ces divers formalismes apparaît dans certaines administrations et dans quelques entreprises. La question est alors soulevée de savoir si l'école d'application de l'INSEE peut répondre à ces divers besoins qui peuvent être scindés en deux parties : d'une part, assurer une formation complémentaire à des personnes déjà actives, notamment dans l'administration, d'autre part, créer une nouvelle filière de formation aux débouchés plus larges que ceux offerts par la seule statistique publique. Ces éléments conduisent à deux décisions complémentaires. En 1957, est créé le Centre d'Études des Programmes Économiques (CEPE) chargé d'assurer, en un an, une formation en théorie économique, en statistique et en économétrie, pour un public constitué de fonctionnaires et de cadres des entreprises publiques. En 1960, l'école d'application de l'INSEE devient l'ENSAE et acquiert une autonomie plus grande vis-à-vis de l'INSEE. Dans ce contexte, les deux divisions initiales acquièrent des identités distinctes. La division des "administrateurs" devient celle des "statisticiens-économistes et administrateurs" et s'oriente vers les usages économiques et économétriques de la statistique. La division des "attachés" devient celle des "cadres de gestion statistique et attachés" et se spécialise en statistique et en informatique. Puis, en 1994, l'ENSAE se scinde en deux écoles distinctes. La première conserve le nom d'ENSAE et se spécialise en économie et économétrie tout en conservant un fort ancrage en probabilités et statistiques mathématiques orientées vers les usages économiques. La seconde devient l'École Nationale de la Statistique et de l'Analyse de l'Information (ENSAIE) et, tout en continuant à assurer une formation en économie et économétrie, s'oriente vers les diverses branches de la statistique, la gestion des données, l'ingénierie statistique et l'informatique. Les secteurs qui sont susceptibles de recruter les élèves évoluent également. La part du système statistique public, initialement majoritaire, diminue, d'abord au profit des grandes entreprises publiques (années 1950-1960), puis du secteur industriel et commercial privé (années 1960-1970), et enfin plus récemment, des services. Dans les années 1980, des "statisticiens-économistes et administrateurs" sont massivement recrutés par les services financiers (banques, assurances, services financiers des grandes entreprises), tandis que les "cadres de gestion statistique et attachés" le sont par les services informatiques. Cette forte demande des services financiers, typique des années 1980, induit le développement, à l'ENSAE même, d'enseignements de statistique et d'économétrie financière. Ainsi, tout au long de son histoire, l'ENSAE redéfinit sans cesse son identité spécifique, en se situant, par rapport aux enseignements universitaires dans les années 1950 (statistique avec l'ISUP, économique avec les facultés de droit), par rapport à l'ENA dans les années 1960-1970 quand l'administration et la planification économiques avaient un grand prestige, puis par rapport aux enseignements de gestion, dans les années 1980, quand ces formations connaissent un vif succès, enfin par rapport à des domaines de la statistique non orientés vers l'économétrie à la fin des années 1980. Par ailleurs, la statistique étant au cœur de la vocation de l'école, sa place au regard de l'identité de l'école est objet de débat. Autour du noyau dur de la statistique mathématique classique, centrée sur les probabilités, la théorie de l'estimation, les tests et les sondages, d'autres branches des statistiques sont enseignées, puis leur importance décroît : les plans d'expérience dans les années 1960, l'analyse des données (BENZÉCRI) dans les années 1970. Plus récemment, le débat sur la place des divers domaines de la statistique a resurgi lors des tentatives pour redéfinir la division des "cadres de gestion statistique et attachés" à l'occasion de projets de décentralisation de l'école. Cette division s'est alors orientée vers une spécialisation en économie mathématique, macroéconomie, économie industrielle. L'enseignement de la statistique mathématique et de l'économétrie a été remodelé en fonction de cette orientation économique. Cette nouvelle orientation est également un moyen de redéfinir une identité en s'éloignant d'une image plus ou moins latente d'"ENSAE de niveau un peu moins élevé", pour s'orienter vers des domaines statistiques de pointe : méthodes statistiques soumises à des hypothèses moins restrictives et plus réalistes, méthodes mieux adaptées à l'analyse des phénomènes dynamiques, méthodes prenant en compte des éléments mal intégrés jusque là (par exemple, les non-réponses dans un sondage), méthodes permettant de traiter simultanément données qualitatives et quantitatives.

Comme les autres grandes écoles françaises, l'ENSAE se trouve tendue entre deux formes sociales et historiques d'enseignement. L'une, académique, avec des cours très formalisés, est proche de celle de l'université et de la recherche scientifique. L'autre forme, professionnelle, est caractéristique d'une attention et d'une adaptation aux débouchés des élèves et aux besoins supposés des employeurs. La forme des enseignements à l'ENSAE varie entre ces deux références tout en poursuivant un projet scientifique, affirmé sans discontinuité, depuis les années 1950, par Edmond MALINVAUD[1177] - incarnation de la figure française du haut fonctionnaire savant - et ses successeurs. Ce projet est centré sur la statistique mathématique, l'économétrie, et les modèles macro et microéconomiques. Par rapport à cette identité centrale, constamment approfondie, d'autres dimensions sont aussi présentes, dans des proportions variables : sondages, statistiques administratives, analyse des données, comptabilité nationale, gestion d'entreprise, sociologie, droit, mécanographie puis informatique, langues.

§.6. Les conférences sur la statistique, le calcul des probabilités et ses applications "pour le grand public" : les "causeries" sur Radio-Paris de Maurice FRECHET en 1930

En 1930, Maurice FRÉCHET[1178], professeur en calcul des probabilités théorique à l'ISUP, fait un certain nombre de conférences à la station radiophonique de l'École Supérieure des Postes et Télégraphes et à la Tour Eiffel. Ces conférences sont organisées puis publiées par l'"Association française pour l'Avancement des sciences". La première conférence est diffusée le 11 mars ; intitulée "Le calcul des probabilités", elle traite des "principes". La seconde conférence est diffusée le 1er avril ; intitulée "Les applications du calcul des probabilités", elle traite des thèmes suivants : "application aux jeux de hasard", "application à la science des assurances", "application à la physique" et "loi des écarts". Rappelons qu'en France, les premières stations de radio datent des années 1920-1922.

M. FRÉCHET débute sa première conférence à la radio par l'affirmation de la valeur des savants français qui auraient grandement contribué à la constitution de la science probabiliste, affirmation, nous l'avons montrée, historiquement très problématique. *« Le Calcul des Probabilités est une des sciences qui doivent le plus aux contributions des savants français. Fondé simultanément par Pascal et par Fermat, ses principaux résultats ont été codifiés par Laplace dans un grand ouvrage intitulé Théorie analytique des probabilités qui était encore récemment l'œuvre la plus importante et la plus complète consacrée à cette science. »*[1179] Ce type d'introduction peut avoir un effet d'accroche sur les auditeurs, à une

---

[1177] - enseignant à l'ENSAE dès les années 1950, directeur de l'école de 1962 à 1966, de 1970 à 1972, de la prévision de 1972 à 1974, de l'INSEE de 1974 à 1987, professeur au Collège de France jusqu'en 1992 -

[1178] - 1878-1973 -

[1179] M. FRÉCHET, *Sur le calcul des probabilités et ses applications*, in *Les mathématiques et le concret*, PUF, 1955, p.127

époque où la télévision n'existe pas encore (les premiers programmes publics de télévision datent des années 1934-1935) et où la référence à l'identité nationale n'est pas sans effet. FRÉCHET indique d'abord un certain nombre de références bibliographiques à l'intention des personnes disposant d'une “forte culture scientifique” : il s'agit des traités de Joseph BERTRAND, d'Henri POINCARÉ, de Paul LÉVY et d'Emile BOREL. Pour les personnes ayant fait des études littéraires ou ayant cessé de faire des mathématiques, il recommande la lecture de l'*Essai philosophique sur les probabilités* de LAPLACE - parce qu'écrit sans symbolisme mathématique et dans une langue claire - ainsi que le livre de BOREL intitulé *Le hasard*. FRÉCHET précise alors son intention de situer le niveau de sa conférence radiophonique “entre ces deux extrêmes” et en ne se limitant pas à une simple description de l'objet du calcul des probabilités et de ses applications ou d'une critique de ses principes. Son ambition est de donner aux personnes qui sont intéressées à cette science la possibilité de pouvoir aborder des problèmes précis et concrets avec un minimum de connaissances mathématiques que sont la pratique des opérations arithmétiques et celle des opérations algébriques élémentaires. Pour FRÉCHET, *« les difficultés principales du calcul des probabilités ne sont pas d'ordre mathématique. Elles sont propres au sujet lui-même. »*[1180] Après avoir défini l'objet du calcul des probabilités comme étant l'appréciation numérique des chances, FRÉCHET propose d'adopter deux points de vue différents permettant d'assigner une valeur numérique à la notion vague de “chance” : les points de vue du statisticien et du joueur. *« Alors que le statisticien ne peut calculer la probabilité d'un événement qu'après une expérience et même après une longue série d'épreuves ou d'observations, alors qu'il n'attache à la probabilité, en ce qui concerne les observations futures qu'une signification globale, le joueur peut calculer la probabilité du résultat qui l'intéresse avant de jouer. Et s'il peut choisir la combinaison dont la réalisation assure son gain, il ne manquera pas de choisir la combinaison dont la probabilité est la plus grande même s'il n'a qu'un coup à jouer. Ainsi, pour le statisticien, la probabilité d'un événement est une sorte de constante physique relative à une certaine catégorie de phénomènes collectifs. On en obtient une mesure expérimentale en calculant le rapport du nombre des réalisations de l'événement au nombre total des observations. Pour le joueur, la probabilité s'obtient, a priori, en isolant par la pensée certaines modalités de l'événement qui soient incompatibles et également vraisemblables et en prenant pour valeur de la probabilité le rapport du nombre des modalités au nombre total des modalités possibles. »*[1181] FRÉCHET fait ensuite remarquer que, dans les deux cas, la probabilité est une fraction dont le numérateur est, au plus, égal au dénominateur. La probabilité est donc un nombre compris entre zéro et un. La définition de l'événement impossible et de l'événement certain relève alors de

[1180] M. FRÉCHET, *Sur le calcul des probabilités et ses applications*, *op. cit.*, p.129
[1181] M. FRÉCHET, *Sur le calcul des probabilités et ses applications*, *op. cit.*, p.131

l'évidence : *« Il est clair que le numérateur est égal à zéro si l'événement est impossible, et au dénominateur si l'événement est certain. La probabilité d'un événement impossible est donc nulle et celle d'un événement certain est égale à l'unité. »*[1182] Ensuite, ces deux définitions de la probabilité débouchent sur les deux propositions fondamentales de la théorie des probabilités : le théorème des probabilités totales et le théorème des probabilités composées. FRÉCHET présente ces deux théorèmes en les illustrant d'abord à l'aide d'exemples "concrets" puis il les énonce sous une forme généralisée :

- Théorème des probabilités totales
  - Exemples : *« La probabilité de tirer d'un jeu de cartes ordinaire une carte rouge est égale à la somme de la probabilité d'en tirer un cœur et de la probabilité d'en tirer un carreau. De même, la probabilité que la taille d'un conscrit soit comprise entre 1 m 55 et 1 m 75 est la somme de la probabilité que cette taille soit comprise entre 1 m 55 et 1 m 65 et de la probabilité que cette taille soit comprise entre 1 m 65 et 1 m 75. »*[1183]
  - Généralisation : *« Si un événement fortuit A peut se produire suivant les modalités incompatibles B et C, la probabilité de A est la somme des probabilités respectives de B et de C. »*[1184]
- Théorème des probabilités composées
  - Exemples : *« La probabilité d'amener au jeu de dés d'abord un 6, puis un 5, est égale au produit de la probabilité d'amener un 6 par la probabilité d'amener un 5. De même, la probabilité qu'un groupe de deux personnes de 20 et de 30 ans survive au bout d'une année est égale au produit de la probabilité annuelle de survie pour une personne de 20 ans par la probabilité annuelle de survie pour une personne de 30 ans. »*[1185]
  - Généralisation : *« Si deux événements A, B sont indépendants, la probabilité que les deux événements A et B aient lieu concurremment est égale au produit de la probabilité de A par la probabilité de B. »*[1186]

Conformément aux règles probabilistes, FRÉCHET précise que ce dernier énoncé cesse d'être exact si les deux événements considérés ne sont pas indépendants, c'est-à-dire si le fait que A a eu lieu effectivement exerce une

[1182] M. FRÉCHET, *Sur le calcul des probabilités et ses applications*, *op. cit.*, p.132
[1183] M. FRÉCHET, *Sur le calcul des probabilités et ses applications*, *op. cit.*, p.132
[1184] M. FRÉCHET, *Sur le calcul des probabilités et ses applications*, *op. cit.*, p.132
[1185] M. FRÉCHET, *Sur le calcul des probabilités et ses applications*, *op. cit.*, p.133
[1186] M. FRÉCHET, *Sur le calcul des probabilités et ses applications*, *op. cit.*, p.133

réaction sur la réalisation éventuelle de B. À l'aide d'exemples, il précise la différence entre événements dépendants et événements indépendants : *« Par exemple, tirons une carte d'un jeu deux fois de suite et soient, A, l'événement consistant à tirer un cœur, B, l'événement consistant à tirer une carte rouge ; si on remet dans le jeu la première carte tirée avant d'extraire la seconde, A et B sont indépendants, dans le cas contraire, il n'en est pas ainsi. »*[1187] Il énonce alors, sans démonstration, le théorème des probabilités composées dans le cas d'événements non indépendants. *« Dans le cas général où les deux événements A et B ne sont pas indépendants, on démontre que la probabilité du concours des événements de A et de B est le produit de la probabilité de A par la probabilité de B quand A a eu lieu. »*[1188] Si FRÉCHET souligne de nouveau combien les énoncés des deux théorèmes fondamentaux du calcul des probabilités n'impliquent aucune connaissance mathématique d'ordre élevé, c'est pour mieux appeler à la vigilance pour ce qui relève de l'application correcte de ces théorèmes, notamment lorsqu'il s'agit de décider de l'indépendance de deux événements. Après avoir rappelé que la probabilité peut être définie de deux façons distinctes suivant que l'on se place au point de vue du joueur ou du statisticien, FRÉCHET s'efforce de montrer que la déduction des deux théorèmes fondamentaux à partir de l'un ou de l'autre point de vue a permis aux mathématiciens de se situer à un troisième point de vue, où la probabilité est définie de façon qu'il qualifie d'"artificielle". *« Finalement, on admettra qu'à chaque événement fortuit - et pour une catégorie d'épreuves déterminée - on peut associer un nombre - qu'on appellera la probabilité de cet événement dans cette catégorie d'épreuves - de sorte que ce nombre satisfasse aux conditions suivantes :*

- il est compris entre zéro et un ;

- il est égal à zéro pour un événement impossible, et à l'unité pour un événement certain ;

- il vérifie les théorèmes des probabilités totales et composées, en sorte qu'au point de vue actuel, ces théorèmes deviennent des postulats. »[1189]

Dans cette courte conférence - la durée n'excède pas trente minutes - dont la forme même - radiophonique - empêche la référence aux formules mathématiques, FRÉCHET expose non seulement les notions qui sont à la base du calcul des probabilités, mais situe son intervention dans le cadre d'une réflexion épistémologique sur les principes. *« L'avantage de ce point de départ, c'est de ne laisser aucune prise à l'incertitude des statistiques, c'est de permettre un développement mathématique rigoureux. Bien entendu, la théorie ne pourra s'appliquer à l'expérience que si l'on fait une hypothèse nouvelle. De même, la*

[1187] M. FRÉCHET, *Sur le calcul des probabilités et ses applications*, *op. cit.*, p.133
[1188] M. FRÉCHET, *Sur le calcul des probabilités et ses applications*, *op. cit.*, p.133
[1189] M. FRÉCHET, *Sur le calcul des probabilités et ses applications*, *op. cit.*, p.138

Géométrie ne pourra être confrontée avec la réalité que si l'on convient de représenter approximativement les plans imparfaits, les droites imparfaites de la réalité par les plans, les droites de la Géométrie pure. Ainsi, on ne pourra confronter les résultats de la Théorie de ce qu'on pourrait appeler la Probabilité pure, que si l'on convient d'assimiler quelques éléments concrets avec certains éléments de cette Théorie. À cet effet, rappelons qu'on appelle fréquence d'un événement, au cours de plusieurs épreuves, le rapport du nombre de réalisations de l'événement au nombre des épreuves. Par exemple, on a joué 10 fois à pile ou face, on a obtenu 3 fois pile, la fréquence des "piles" est 3/10 dans ces 10 épreuves (la probabilité en est égale à 1/2). L'hypothèse consisterait à admettre l'existence d'une loi du hasard, la suivante : les fréquences d'un même événement fortuit dans des groupes de nombreuses épreuves, diffèrent pratiquement peu les unes des autres, elles se massent la plupart autour d'une valeur centrale qui est la probabilité de l'événement. On en revient au calcul approché de la probabilité en considérant la fréquence comme une mesure expérimentale. Seulement, cette fois, ce n'est plus une définition de la probabilité, à la base de la Théorie, c'est une hypothèse faite une fois la Théorie édifiée pour établir le pont entre la Théorie et la réalité, pour confronter les découvertes de la Théorie avec les résultats de l'observation. Grâce à un théorème fameux dû à Bernoulli, il n'est d'ailleurs pas nécessaire d'assimiler tous les taux, toutes les fréquences, avec des probabilités, il suffit d'assimiler les petites probabilités avec les fréquences rares. Et alors, le théorème de Bernoulli démontre que les probabilités non petites sont aussi assimilables à des fréquences, en ce sens qu'elles en seront rarement numériquement différentes s'il s'agit de fréquences comptées dans un grand nombre d'épreuves. En effet, d'après le théorème de Bernoulli, il est peu probable que la fréquence d'un événement au cours d'un grand nombre d'épreuves diffère sensiblement de la probabilité de cet événement. Il est donc rare d'après l'hypothèse faite que la probabilité diffère sensiblement de la fréquence correspondante au cours d'un grand nombre d'épreuves. »[1190]

Dans la deuxième conférence, FRÉCHET dresse un aperçu rapide des principales applications du calcul des probabilités qui sont relatives :

- aux jeux de hasard ;
- à la science des assurances ;
- à la physique, notamment à la théorie cinétique des gaz.

Avant de développer ces sujets, il précise une nouvelle fois les principes et les conditions d'utilisation des probabilités dans la pratique. Notons qu'il y a là explicité tout ce qui caractérise les problèmes et les exercices qui, dans une

[1190] M. FRÉCHET, *Sur le calcul des probabilités et ses applications*, *op. cit.*, p.139

optique différente, seront posés aux élèves et aux étudiants dans un cadre scolaire. *« Ce qui est intéressant maintenant au point de vue pratique, c'est que la théorie permettant souvent de calculer par des raisonnements abstraits, la valeur de la probabilité, celle-ci va fournir une prévision du nombre utile, c'est-à-dire de la fréquence. Dans toutes les applications des probabilités, ce qu'on recherche, c'est soit une fréquence, soit la valeur d'un nombre qui sera connu si l'on détermine certaines fréquences. Par exemple, l'artilleur veut savoir combien, parmi les obus tirés, iront tomber dans le périmètre qui l'intéresse. L'assureur veut savoir combien de capitaux il devra payer. Il peut exactement le calculer s'il sait pour chaque âge la fréquence des décès. Dans tous ces cas, il s'agit précisément de fréquences qu'on ne peut calculer directement, soit que ce soit impossible, soit qu'on ne puisse songer, à le faire toutes les fois qu'on en aura besoin. C'est alors qu'intervient le Calcul des Probabilités, en fournissant la valeur de la probabilité du même événement, probabilité qu'on prendra comme valeur approchée de la fréquence. Et comment le Calcul des Probabilités fournit-il la probabilité cherchée ? Il l'obtient, sans expérience directe, par une suite de raisonnements et de calculs. L'emploi répété des deux théorèmes fondamentaux des probabilités totales ou composées, ou des conséquences de ces deux théorèmes permet de déduire de certaines probabilités connues les valeurs d'autres probabilités, inconnues. Ces probabilités connues auront pu, elles-mêmes, être obtenues, soit par un calcul statistique, soit par une détermination judicieuse de cas également vraisemblables, soit enfin au moyen d'hypothèses simples. Il s'agira souvent d'hypothèses qu'on ne peut vérifier directement, mais dont on a reconnu l'accord des conséquences avec la réalité. »*[1191]

L'application du calcul des probabilités à l'analyse des jeux de hasard, comme chez CONDORCET, LACROIX et LAPLACE, s'inscrit dans un projet de dévoilement des règles mathématiques qui permettent à l'organisateur du jeu de s'enrichir aux dépens des joueurs. *« Si le joueur joue dans un établissement de jeu, où, comme de juste, le banquier se réserve un avantage, il est à peu près évident, - et on peut prouver que le joueur doit à la longue se ruiner s'il persiste à tenter la chance. Mais, même si un joueur ne joue que des jeux dits équitables, des jeux à chances égales, comme le jeu de pile ou face, le mathématicien a prouvé que dans ce cas encore, le joueur doit finir par se ruiner. On a prouvé en effet, que si deux joueurs, ayant les deux fortunes A fr. et B fr. jouent l'un contre l'autre une suite de parties de pile ou face en risquant la même mise à chaque fois, la probabilité pour le premier de se ruiner est égale à $\frac{B}{A+B}$. Elle est donc d'autant plus grande que le second joueur a une fortune plus grande. Si le premier joueur ne jouait qu'avec une seule personne, ayant la même fortune*

[1191] M. FRÉCHET, *Sur le calcul des probabilités et ses applications*, *op. cit.*, p.142

que lui, les chances seraient égales de se ruiner ou de ruiner le partenaire. Mais si un joueur, comme cela a lieu d'habitude, est prêt à jouer avec n'importe qui, tout se passe comme s'il jouait avec une personne dont la fortune serait beaucoup plus grande. La ruine de notre joueur se présente alors avec, une probabilité extrêmement voisine de la certitude. »[1192] Si la connaissance du calcul des probabilités peut permettre d'éviter de se ruiner aux jeux, elle peut également permettre de comprendre l'intérêt d'autres créations : c'est le cas de la science des assurances. FRÉCHET rappelle que la gestion des compagnies d'assurances sur la vie repose sur l'usage des tables de mortalité. Il montre comment l'emploi du théorème des probabilités composées permet d'utiliser les tables de mortalité individuelle afin d'obtenir le taux de survie et d'extinction des deux membres d'un ménage. En abordant la question de l'évaluation des risques pour les compagnies d'assurance, il met en évidence l'importance de ce qu'il appelle "la loi des écarts" ou "loi normale des écarts". *« Les tables de mortalité permettent à une compagnie d'assurance de prévoir combien de leurs abonnés âgés de 30 ans par exemple, mourront dans l'année. Dans la réalité, le nombre des décès observés et totalisés en fin d'année ne sera jamais exactement égal aux nombres prévus. Cela n'a pas d'importance en principe, parce qu'il y aura compensation des résultats annuels dans le cours d'une longue période. Ceci n'est vrai cependant que si les écarts entre les nombres prévus et constatés ne sont pas trop grands. Dans ce cas, le capital de la compagnie pourvoira à la perte, une année mauvaise et se reconstituera une bonne année. C'est d'ailleurs dans ce but que la loi exige l'existence d'un capital initial de garantie. Mais si une année, l'écart entre les sommes réservées et les capitaux à verser était trop grand, la compagnie courrait à la faillite. Après avoir prévu la somme à verser, on a donc essayé de prévoir l'écart entre la somme prévue et la somme qu'il faudra effectivement verser. C'est là une des questions difficiles de la science des assurances, et une question dont la solution repose sur l'existence d'une loi des écarts, découverte grâce au Calcul des Probabilités.* […] *En revenant à la théorie des assurances, ajoutons que c'est la nécessité de diminuer le plus possible l'ampleur des écarts entre les prévisions et les faits qui a conduit les diverses compagnies d'assurances - contre l'incendie aussi bien que sur la vie - à prendre deux importantes dispositions. Bien qu'il soit très tentant et en moyenne profitable d'accepter des assurances du montant le plus élevé possible, chaque compagnie s'est fixé un maximum. Quand un client lui demande une assurance d'un montant dépassant le maximum, la compagnie accepte cette profitable proposition, mais elle se retourne vers une, ou au besoin plusieurs autres compagnies pour leur demander de se charger de l'assurance de la partie du montant qui dépasse le maximum. C'est le système de la "Réassurance". »*[1193]

[1192] M. FRÉCHET, *Sur le calcul des probabilités et ses applications*, *op. cit.*, p.144

[1193] M. FRÉCHET, *Sur le calcul des probabilités et ses applications*, *op. cit.*, p.145-146

Enfin, FRÉCHET traite des applications du calcul des probabilités à la physique : son exposé relatif à la théorie cinétique des gaz atteste que sa conférence s'inscrit dans une entreprise ambitieuse et désintéressée de développement de la culture scientifique, entreprise attestée par la publication en 1930 de cette conférence par "l'Association française pour l'Avancement des Sciences".

La forme de cette conférence, qui s'adresse, du fait du médium utilisé, au "grand public" apparaît comme un compromis "nécessaire" entre diffusion et vulgarisation. Rappelons que nous entendons par diffusion du savoir scientifique une situation où l'écart entre le savoir scientifique de référence et la restitution qui en est faite est faible, ce qui nécessite précision, rigueur voire formalisme. Or le formalisme utilisé aussi bien en statistique qu'en théorie des probabilités, formalisme inséparable de la forme scripturale de ces savoirs, ne peut être communiqué lors d'une émission de radio : la paraphrase[1194] s'impose alors comme procédé de transmission de savoirs qui ne peuvent être que propositionnels. Cette adaptation, ne pouvant prendre en compte les dimensions procédurales des savoirs statistique et probabiliste, situe la forme de cette transmission vers ce qui constitue la vulgarisation scientifique élémentaire. Cette expérience de "partage du savoir" participe de la constitution progressive d'une culture commune nécessaire à la discussion raisonnée au sein d'un espace public éclairé : elle contribue, certes modestement, à réduire l'écart entre experts et citoyens ordinaires. Elle trouve enfin un prolongement dans la consultation de livres auxquels FRÉCHET fait référence dans son introduction. En ce sens, elle est une dimension importante d'une socialisation démocratique qui permet le développement de dispositions critiques au sein d'un espace communicationnel.

Conclusion

L'étude des premières expériences de diffusion et d'enseignement des savoirs probabiliste et statistique révèle un grand nombre de projets restés à l'état d'ébauches ainsi qu'un certain nombre de réalisations effectives. On dispose en effet des projets de CONDORCET relatifs à une instruction publique du calcul des probabilités, et du programme d'enseignement élaboré par FOURIER à destination des élites polytechniciennes. On dispose par ailleurs du cours de LACROIX-CONDORCET au *Lycée*, de celui de LAPLACE à l'École Normale de la Première République, du plan et des extraits du cours d'ARAGO à l'École Polytechnique, des premières "modélisations" probabilistes élaborées dans les

[1194] Dans la réflexion critique qu'elle consacre à la paraphrase, Catherine FUCHS souligne, entre autres, une des caractéristiques de la reformulation paraphrastique, à savoir qu'elle est généralement quantitativement plus longue et plus étendue que la formulation initiale pour la raison qu'elle présente un développement de caractère explicatif. C. FUCHS, *La paraphrase*, PUF, 1982, p.8

écoles d'artillerie, des programmes à destination des étudiants de l'ISUP et de l'ENSAE, et des conférences de FRÉCHET à la radio. La prise en compte de tous ces éléments permet ainsi de distinguer deux logiques :

- Une logique émancipatrice, utopique et critique : elle caractérise le procès de socialisation démocratique qui structure les initiatives de CONDORCET, de LAPLACE en l'An II, de FOURIER, plus tard de FRÉCHET, initiatives ambitieuses et militantes qui visent à diffuser le plus largement possible les éléments de la science probabiliste dans le cadre d'une véritable instruction publique accessible au plus grand nombre.

- Une logique instrumentale : le cours d'ARAGO à l'École Polytechnique - résultat de compromis entre plusieurs injonctions (éléments de calcul des probabilités, d'économie et de mathématiques financières, d'actuariat) - cours destiné à former des administrateurs, préfigure certaines interrogations qui apparaîtront un peu plus tard, interrogations relatives à la place du calcul des probabilités soit dans un cours de mathématiques pures, soit dans celui de mathématiques appliquées pour géographes et militaires. Par ailleurs, les enseignements à l'ISUP et à l'ENSAE s'inscrivent dans une logique à la fois universitaire, instrumentale et utilitariste. Leur forme révèle l'articulation entre savoirs universitaires de haut niveau, théoriques et autonomes, et applications administratives, économiques et sociales, éventuellement militaires. Ces expériences sont inséparables d'un apprentissage de l'exercice du pouvoir et ont des effets discriminants entre "ceux qui savent et qui décident" et "ceux qui ne savent pas et qui exécutent".

Dans la deuxième moitié du XX^{e} siècle, la statistique et le calcul des probabilités vont être introduits dans la plupart des sections de l'enseignement secondaire et dans certaines filières de l'enseignement supérieur, non sans résistance, avec des avancées et des reculs. Mais alors que les expériences antérieures, même si elles relèvent de deux logiques distinctes, se caractérisent par une relative discrétion du procès de pédagogisation de ces sciences, les expériences contemporaines d'enseignement du calcul des probabilités et de statistique sont marquées par le formatage imposé à ces sciences par la forme scolaire. La pédagogie et la didactique vont ainsi s'emparer des savoirs probabilistes et statistiques et vont construire d'authentiques disciplines scolaires avec toute la batterie des artefacts pédagogiques classiques : les leçons à copier, à apprendre et à restituer, les exercices modèles à assimiler et à reproduire dans des situations similaires. Ceci est l'objet de la section II de ce chapitre.

Section II. Regard sur quelques expériences de transmission des savoirs statistiques et probabilistes dans l'enseignement secondaire au XX^{e} siècle : des expériences caractérisées par leurs formes disciplinarisées, c'est-à-dire par la prédominance du pédagogique sur le scientifique

La forme et le contenu des enseignements scolaires de statistique et de probabilités varient en fonction des époques et des contextes économiques, sociaux, institutionnels, du niveau des formations (Collège, Seconde, Première, Terminale des lycées, enseignement supérieur) et de la filière (enseignement général, enseignement technique puis technologique, enseignement professionnel) : le produit enseigné, qui est constitué d'éléments à la fois scientifiques et pédagogiques, adopte toutes les nuances et les variations obtenues par la nature de la combinaison, du mixage, de ces deux éléments, avec cependant, nous le verrons, une prédominance du pédagogique sur le scientifique.

L'histoire sociale des sciences du hasard, du probable et de la décision, de l'évaluation du risque, que nous avons élaborée lors du chapitre précédent, rend compte de la difficile distinction opérée entre les différentes manières d'évaluer les probabilités : les degrés de certitude subjective ou de croyance, l'égalité des possibilités fondées sur la symétrie physique, les fréquences observées des événements, et plus récemment, la formulation de l'hypothèse selon laquelle un certain nombre de phénomènes aléatoires sont susceptibles d'être modélisés par des lois de probabilité[1195], l'estimation des paramètres de ces lois permettant les calculs de probabilité. L'analyse historique des différentes formes d'enseignement du calcul des probabilités et des statistiques dans la seconde moitié du XX^{e} siècle révèle que la première manière d'évaluer les probabilités, subjective, non seulement n'est pas enseignée, mais n'est même pas évoquée, tout au moins en cours de mathématiques. La référence aux concepts de modèle et modélisation, n'est, pour l'instant, pas encore évoquée dans l'enseignement secondaire. Seules les deux manières, dites "objectives", d'évaluer les probabilités sont au programme de l'enseignement secondaire : la deuxième manière renvoie au "paradigme laplacien" et la troisième manière renvoie au "paradigme fréquentiste".

[1195] - l'histoire sociale de l'élaboration des concepts de modélisation et de modèle, en général et dans le domaine des probabilités en particulier, reste à faire -

Nous verrons que, selon les époques, les programmes privilégient davantage l'un ou l'autre de ces paradigmes sans que pour autant ce qui constitue la spécificité de la forme scolaire[1196] ne soit modifiée, comme si au fond, quels que soient les différents choix épistémologiques adoptés, la forme scolaire imposait un seul type de pratiques standardisées. L'intérêt accordé à tel paradigme épistémologique, plutôt qu'à tel autre change, les programmes aussi changent, mais au fond rien ne change.

§.1. Octobre 1942 : mise en œuvre des premiers enseignements de probabilités dans "l'enseignement moyen" en classe de "philosophie-sciences" devenue classe de "sciences expérimentales" d'octobre 1945 à juin 1967

L'intégration, par le régime de Vichy, des écoles primaires supérieures dans le secondaire provoque, pour celui-ci, une augmentation du nombre d'élèves et ce, malgré la suppression de sa gratuité qui avait été accordée en 1930. C'est dans ce contexte que l'arrêté du 7 mai 1942[1197] institue le dédoublement en deux sections de la classe de "philosophie" de l'enseignement secondaire : "philosophie-lettres" et "philosophie-sciences". Cette nouvelle section contribue en partie au désenclavement de l'enseignement primaire supérieur qui sera amplifié en 1952 par la création de la section "moderne prime" (M'). L'existence des grandes écoles et le développement d'un enseignement technique supérieur recrutant une partie de l'élite dirigeante ont également obligé à introduire les sciences dans un secondaire purement littéraire. Si les programmes de la classe de "philosophie-lettres sont ceux de l'ancienne classe de "philosophie", en revanche les programmes de la classe de "philosophie-sciences" font l'objet d'une publication spécifique par un arrêté daté du 16 juillet 1942 et publié au Journal Officiel le 2 août 1942[1198]. Pour les mathématiques, il est notamment écrit : *« L'enseignement des mathématiques, dans la classe de philosophie-sciences, a pour objet non d'établir que l'ensemble des définitions et des théories qui le composent est cohérent et logique, mais d'apprendre aux élèves à appliquer correctement les résultats à l'étude de problèmes concrets. »*[1199] La lecture du texte du programme officiel de mathématiques relatif à cette série fait apparaître, dans la section IV intitulée "Arithmétique", un paragraphe comportant les rubriques "combinaisons" et "probabilités simples". À notre connaissance, c'est la première fois qu'un enseignement de probabilités est inscrit au programme de l'enseignement

[1196] - organisation qui structure l'apprentissage en niveaux de maîtrise et le décompose en tâches spécifiques - cours, exercices méthodiques, évaluations - dans un lieu et un temps spécifiques -
[1197] Journal Officiel de l'État français, 8 mai 1942, p.1724
[1198] Abel BONNARD, ministre secrétaire d'État à l'Éducation nationale
[1199] Journal Officiel de l'État français, 2 août 1942, p.2660

secondaire. Nous n'avons pu approfondir notre recherche en particulier sur la nature du réseau des personnes qui ont constitué les commissions chargées d'élaborer ces programmes et qui ont réussi à imposer un enseignement de probabilités, ni sur la forme de cet enseignement : une future recherche spécifique à l'histoire de l'enseignement du calcul des probabilités ne pourra éviter de mener ces investigations[1200]. De plus, nous n'avons pu consulter de manuels de mathématiques publiés durant cette période trouble et troublée, ni examiner les questions de probabilités proposées au baccalauréat dans la mesure où l'épreuve de mathématiques de la deuxième partie du baccalauréat en série "philosophie-sciences" s'est faite sous la forme d'une interrogation orale, les élèves de cette série étant en effet soumis à deux types d'épreuves obligatoires : trois épreuves écrites (dissertation philosophique, composition de sciences physiques, composition de sciences naturelles) et six épreuves orales (interrogation de philosophie, d'histoire et de géographie, de mathématiques, de sciences physiques, de sciences naturelles, ainsi qu'une explication d'un texte de langue vivante)[1201]. Par ailleurs, le programme de mathématiques de cette série n'a pas été modifié pour la session du baccalauréat en 1944 mais il n'y a pas eu d'interrogation orale de mathématiques, donc de probabilités lors de cette session parce que l'examen n'a pu être organisé en juin 1944 ; il s'est alors tenu en janvier 1945 et, exceptionnellement, n'a comporté que des épreuves écrites[1202]. L'arrêté du 21 septembre 1944 précise que pour la classe de "philosophie-sciences" et pour l'année scolaire 1944-1945 *« aucun changement n'est apporté au programme en vigueur en 1942-1943 pour cette classe, ni aux instructions qui accompagnent ce programme. »*[1203] Les épreuves orales sont rétablies aux examens du baccalauréat à partir de la session régulière de juin 1945[1204]. Par ailleurs, l'examen des Journaux Officiels et des Bulletins Officiels de l'Éducation Nationale de l'année 1945 révèle que la classe de "philosophie-lettres" a repris son intitulé initial de classe de "philosophie" tandis que la classe "philosophie-sciences" a pris le nom de classe de "sciences expérimentales" lors de l'année scolaire 1945-1946. Nous avons constaté que, pour les mathématiques, ce changement d'intitulé n'avait induit aucun changement de

1200 Il serait également intéressant d'analyser les programmes des concours de recrutement d'enseignantes et d'enseignants - agrégation de mathématiques (concours distincts pour les hommes et les femmes) et certificat d'aptitude à l'enseignement dans les collèges (section des sciences mathématiques et physiques) - et repérer à quels moments, leurs programmes font explicitement référence aux savoirs statistiques et probabilistes et sous quelles formes.

1201 Décret du 9 février 1945 relatif au baccalauréat de l'enseignement secondaire, BOEN n°20 du 22 février 1945, p.1209

1202 *« Par dérogation à l'article 3 du décret du 7 août 1927, les épreuves du baccalauréat de l'enseignement secondaire pour la session de janvier 1945, comprendront uniquement des épreuves écrites. »* Décret du 21 décembre 1944 publié au Journal Officiel du 22 décembre 1944, BOEN n°13 du 4 janvier 1945, p.793

1203 Arrêté du 21 septembre 1944, BOEN n°2 du 12 octobre 1944, p.119

1204 Circulaire du 31 janvier 1945 aux Recteurs, BOEN n°19 du 15 février 1945, p.1159 programme non seulement en 1945-1946[1205] mais jusqu'à la dernière session de cette série du baccalauréat en juin 1967[1206]. Ainsi, le programme de combinatoire et de probabilités, institué en 1942, est resté en vigueur tel quel pendant vingt-cinq ans. L'autre source, avec les Instructions Officielles, que nous avons pu étudier pour tenter de comprendre la nature de l'enseignement de probabilités dispensé en classe de "sciences expérimentales" est constitué de l'ensemble des sujets proposés à l'examen du baccalauréat. De cette étude, il ressort que la première épreuve écrite de mathématiques, et donc de probabilités, a eu lieu en 1959. Auparavant, l'évaluation des connaissances en mathématiques était orale. Les trois premiers exercices de probabilités proposés à l'écrit du baccalauréat série "sciences expérimentales" lors des deux sessions de 1959 sont les suivants :

Exercice 1 : On jette ensemble deux dés dans l'air ; les faces des dés sont numérotées de 1 à 6 et l'on regarde les nombres portés par les faces supérieures des dés après leur chute.

1° Quelle est la probabilité pour que le nombre 1 figure sur l'un des dés au moins ?

2° Exprimer en fonction de p la probabilité f(p) pour que la somme des nombres sortis soit un entier p donné ($2 \leq p \leq 12$). Faire un graphique en portant en abscisses les diverses valeurs possibles de p et en ordonnées la probabilité f(p).

Série sciences expérimentales, session de juin-juillet 1959, France Métropolitaine[1207]

Exercice 2 : On répartit au hasard 32 cartes entre quatre joueurs A, B, C, D, chacun recevant 8 cartes.

Quelle est la probabilité que le joueur A ait les quatre as du jeu en main ?

Série sciences expérimentales, session de juin-juillet 1959, Madagascar[1208]

Exercice 3 : Une urne contient 7 boules blanches et 3 boules noires. On prend quatre boules au hasard.

Quelle est la probabilité pour qu'on ait les 3 boules noires ?

Quelle est la probabilité pour qu'on en ait 2 ?

Série sciences expérimentales, session de septembre-octobre 1959, Espagne et Portugal[1209]

Nous avons ensuite procédé à une étude approfondie des sujets publiés en 1966 et en 1967. Il ressort de cette étude que pour la session de juin-juillet en 1966, sur trente-deux épreuves de mathématiques répertoriées (sujets académiques), il y a eu douze exercices de calcul des probabilités proposés

---

[1205] Arrêté du 15 septembre 1945, BOEN n°46 du 27 septembre 1945, p.3274

[1206] - excepté un aménagement relatif à la cosmographie en 1956 : *cf.* arrêté du 23 novembre 1956 publié au Journal Officiel le 29 novembre 1956, p.11437 -

[1207] Annales du Baccalauréat, Mathématiques 2e partie, Librairie Vuibert, 1959, p.3

[1208] Annales du Baccalauréat, Mathématiques 2e partie, Librairie Vuibert, 1959, p.25

[1209] Annales du Baccalauréat, Mathématiques 2e partie, Librairie Vuibert, 1959, p.59

(37,5) %[1210]. Pour la session de septembre 66, vingt-neuf épreuves de mathématiques répertoriées et huit exercices de calcul des probabilités proposés (27,6 %)[1211]. Pour la session de juin-juillet 67, trente-cinq épreuves de mathématiques répertoriées et quinze exercices de calcul des probabilités proposés (42,85) %[1212]. Pour la session de septembre 67, vingt-huit épreuves de mathématiques recensées et douze exercices de calcul des probabilités proposés (42,85) %[1213]. Ainsi, pour la période 66-67, nous disposons d'une batterie de quarante-sept exercices de calculs de probabilités proposés à l'examen du baccalauréat série "sciences expérimentales". Si l'on examine maintenant le contenu et la forme de ces exercices de calcul des probabilités, on constate que ce sont des exercices assez courts qui mobilisent, en cohérence avec le programme ("combinaisons" et "probabilités simples"), deux types de connaissances : la formule de LAPLACE (la probabilité d'un événement est définie par le rapport du nombre de cas favorables au nombre de cas possibles) et les techniques de dénombrement. Les thèmes de ces quarante-sept exercices sont distribués de la manière suivante :

- Prélèvements de boules ou de jetons : 14 exercices ;
- Prélèvements de cartes dans un jeu : 9 exercices ;
- Lancers de dés ou de pièces de monnaie : 6 exercices ;
- Loteries : 4 exercices ;

[1210] Aix-Marseille : non ; Amiens : oui ; Besançon : non ; Bordeaux : oui ; Caen : non ; Clermont : oui ; Dijon : oui ; Grenoble : non ; Lille : oui ; Limoges : non ; Montpellier : non ; Nancy : non ; Nantes : oui ; Nice : non ; Orléans : non ; Paris : oui ; Poitiers : non ; Rennes : non ; Reims : oui ; Rouen : non ; Strasbourg : non ; Toulouse : oui ; Groupe 1 : oui ; Algérie : oui ; Dakar : non ; Laos : non ; Madagascar : oui ; Montréal et New York : non ; Réunion : non ; Sud Viet-Nam (Saïgon et Dalat) : non ; Sud Viet-Nam (Tourane) : non ; Tahiti : non.

[1211] Aix-Marseille : non ; Amiens : non ; Besançon : oui ; Bordeaux : non ; Caen : oui ; Clermont : non ; Dijon : non ; Grenoble : non ; Lille : non ; Limoges : non ; Lyon : oui ; Montpellier : non ; Nancy : oui ; Nantes : oui ; Nice : oui ; Orléans : non ; Paris : non ; Poitiers : non ; Reims : non ; Rennes : non ; Rouen : non ; Strasbourg : non ; Toulouse : oui ; Groupe 1 : oui ; Antilles : non ; Dahomey et Togo : non ; Dakar : non ; Laos : non ; Réunion : non.

[1212] Aix-Marseille : oui ; Amiens : oui ; Besançon : oui ; Bordeaux : non ; Caen : non ; Clermont : non ; Dijon : non ; Grenoble : oui ; Lille : non ; Limoges : non ; Lyon : oui ; Montpellier : non ; Nancy : oui ; Nantes : non ; Nice : oui ; Orléans : oui ; Paris : non ; Poitiers : oui ; Reims : non ; Rennes : oui ; Rouen : non ; Strasbourg : non ; Toulouse : non ; Algérie : non ; Groupe 1 : non ; Antilles : non ; Dakar : oui ; Guadeloupe : non ; Israël : oui ; Laos : oui ; Maroc : non ; Montréal et New York : oui ; Réunion : oui ; Tahiti : non ; Sud Viet-Nam : non.

[1213] Aix-Marseille : non ; Amiens : non ; Besançon : non ; Bordeaux : non ; Caen : oui ; Clermont : oui ; Dijon : non ; Grenoble : oui ; Lille : non ; Limoges : oui ; Lyon : non ; Montpellier : non ; Nancy : non ; Nantes : oui ; Nice : oui ; Orléans : non ; Paris : non ; Poitiers : oui ; Reims : non ; Rennes : non ; Rouen : oui ; Strasbourg : non ; Toulouse : oui ; Groupe 1 : oui ; Antilles : oui ; Comores : oui ; Laos : non ; Montréal et New York : non.

- Tirages au sort de divers éléments (individus, objets, lettres, nombres, etc.) donnant lieu à des calculs de dénombrements de différents groupements : 14 exercices.

Nous avons extrait cinq exercices qui nous apparaissent caractéristiques et représentatifs de ce qui a été soumis aux candidats du baccalauréat.

Exercice 4 : D'un jeu de 32 cartes on tire, au hasard, 8 cartes. Quelle est la probabilité pour que, parmi ces 8 cartes :

1° figure l'as de cœur ;

2° ne figure aucun as ;

3° figure au moins un as.

Série sciences expérimentales, session de juin-juillet 1966, Nantes[1214]

Exercice 5 : On place dans une urne 6 boules blanches et 4 boules noires.

1° On tire 3 boules au hasard. Quelle est la probabilité pour que les 3 boules soient blanches ; pour qu'elles soient noires ?

2° On tire 4 boules au hasard. Quelle est la probabilité pour en avoir 3 blanches et une noire ; une blanche et 3 noires ?

3° On tire 3 boules au hasard. Quelle est la probabilité pour avoir au moins une boule blanche ?

4° On tire d'abord 3 boules, que l'on ne remet pas dans l'urne, puis on tire à nouveau 4 boules. Quelle est la probabilité pour que les 3 premières soient blanches et que, dans les 4 suivantes, il y ait 1 blanche et 3 noires ?

Série sciences expérimentales, session de juin-juillet 1966, Amiens[1215]

Exercice 6 : Un dé à jouer est un cube dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On jette au hasard le dé sur un tapis et l'on note le numéro de la face opposée à celle qui est contre le tapis. On dispose de 3 dés, que l'on jette ensemble sur le tapis (au hasard).

1° Quelle est la probabilité d'obtenir les nombres 4, 5, 2, ces nombres étant pris dans un ordre quelconque ?

2° On relance une nouvelle fois les dés et l'on fait la somme des nombres notés. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme égale à 5 ?

Série sciences expérimentales, session de septembre 1967, Poitiers[1216]

[1214] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries "sciences expérimentales" et "technique et économie", Librairie Vuibert, 1966, p.55

[1215] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries "sciences expérimentales" et "technique et économie", Librairie Vuibert, 1966, p.8

[1216] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries "sciences expérimentales" et "technique et économie", Librairie Vuibert, 1967, p.157

Exercice 7 : Dans une loterie de 100 billets, 2 d'entre eux sont gagnants.

Quelle est la probabilité de gagner, au moins une fois, si l'on prend 12 billets ?

Combien faut-il prendre de billets pour que la probabilité de gagner au moins une fois dépasse $\frac{4}{5}$?

Série sciences expérimentales, session de juin-juillet 1967, Aix-Marseille[1217]

Exercice 8 : Un jury est composé de 5 membres, dont les noms sont tirés au sort parmi ceux d'une liste comportant 10 hommes et 7 femmes.

1° Calculer la probabilité pour que le jury comprenne 3 hommes et 2 femmes ?

2° Calculer la probabilité pour que le jury ne comprenne aucune femme ?

3° Calculer la probabilité pour que le jury comprenne au moins une femme ?

Série sciences expérimentales, session de septembre 1967, Strasbourg[1218]

Il apparaît que, dans ce type d'exercices, l'élève est sollicité afin de calculer des probabilités par application de la formule "cas favorables / cas possibles" (paradigme laplacien) en se basant, soit sur les propriétés de symétries des objets utilisés (lancers de un ou de plusieurs dés, etc.), soit sur des calculs de dénombrements (prélèvements d'une ou de plusieurs cartes dans un jeu, prélèvements de jetons, de boules, ou d'individus dans un ensemble). Le commentaire des instructions officielles spécifie clairement l'objectif poursuivi : *« La définition des combinaisons et des probabilités simples est seule au programme ; elle a pour objet de permettre des exercices de dénombrement. »*[1219] Dans ce cadre, la combinatoire, qui permet de calculer des probabilités, constitue le principal objet d'étude visé et non l'inverse : cette orientation pourrait révéler que le but recherché réside dans le développement de l'intelligence combinatoire et que le calcul des probabilités est le support de cette gymnastique de l'esprit. Pour autant, la fonction disciplinaire n'est évidemment pas complètement absente de cette activité, même si la plupart des historiens des sciences de l'éducation et des didacticiens ont tendance à l'ignorer, à la manière écrit P. BOURDIEU, *« de celui que Hegel appelle "l'historien original", qui, parce qu'il vit dans l'époque même qu'il décrit, raconte tout sauf l'essentiel, qui va de soi. »*[1220] Pour P. BOURDIEU, il est en effet

[1217] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries "sciences expérimentales" et "technique et économie", Librairie Vuibert, 1967, p.4

[1218] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries "sciences expérimentales" et "technique et économie", Librairie Vuibert, 1967, p.172

[1219] Journal Officiel de l'État français, 2 août 1942, p.2660 pour la série philosophie-sciences et, pour la série sciences expérimentales, Horaires, programmes, instructions, Mathématiques, cycle d'observation, classes d'accueil et d'adaptation, collèges d'enseignement général, collèges d'enseignement secondaire, lycées classiques et modernes, lycées techniques (préparation au baccalauréat), brochure n°59 Pg, éditions de l'Institut Pédagogique National, 1966, p.60

[1220] P. BOURDIEU, *L'inconscient d'école*, Actes de la Recherche en sciences sociales, n°135, décembre 2000, p.3

nécessaire de prendre en compte l'existence d'un "inconscient scolaire", qu'il définit comme l'ensemble des structures cognitives imputable aux expériences proprement scolaires et que donc, par-delà les différences, les "chercheurs" présentent un ensemble de dispositions communes qui font que beaucoup de choses, qui ne sont pas les moins importantes, vont de soi et vont sans dire[1221]. C'est le cas, nous semble-t-il, de la fonction disciplinaire qui structure l'enseignement, et notamment celui des mathématiques dans le cadre scolaire. Dans la mesure où ce que nous proposons d'appeler "inconscient disciplinaire" est devenu peu à peu consubstantiel à toute activité intellectuelle effectuée dans le cadre scolaire, sa mise au jour nécessite une analyse socio-historique qui a pour objet de "débanaliser" les pratiques scolaires les plus communes. Pour la période qui nous intéresse ici, il apparaît que les élèves doivent, au moyen de nombreux exercices de calculs de probabilités, s'entraîner à manipuler et à maîtriser un certain nombre de procédures et de techniques de manière à pouvoir réussir les compositions trimestrielles et leur examen, exercices qui, bien que se rapportant à un grand nombre de cas de figures (combinaisons obligent…) sont cependant toujours élaborés sur le même modèle. Le processus éducatif renvoie ici à une conception "bancaire" de l'instruction : l'enseignant transmet des savoirs et des savoir-faire relativement complexes aux élèves qui doivent les comprendre en même temps qu'ils prennent des notes, les apprendre, les mémoriser, les archiver et les restituer opportunément, c'est-à-dire en évitant, par exemple, dans la résolution d'un exercice, de convoquer une formule de combinaison en lieu et place d'une formule d'arrangement. Sans trop anticiper sur ce que vont nous révéler les recherches relatives aux enseignements et aux épreuves à venir, notons que ces exercices ont la particularité d'avoir une dimension intemporelle : lancer des dés, prélever des cartes ou des boules dans une urne, sont des activités qui ne souffrent pas de l'épreuve du temps. Expériences aléatoires jamais démodées, nous les rencontrerons sous la même forme dans toutes les séries, à toutes les époques, étrangères aux changements de programmes et de conceptions épistémologiques.

[1221] *« L'inconscient scolaire est un arbitraire historique qui, du fait qu'il a été incorporé et, par-là, naturalisé, échappe aux prises de la conscience - notamment parce qu'il porte à appréhender comme naturelles les structures dont il est le produit. »* P. BOURDIEU, *L'inconscient d'école*, *op. cit.*, p.3

§.2. Evocation du projet d'introduction de la statistique et du calcul des probabilités dans "l'enseignement moyen" élaboré dans le cadre de la Commission de réflexion sur la réforme de l'Enseignement présidée par Paul LANGEVIN en 1945

Si l'enseignement du calcul des probabilités fait son apparition dans l'enseignement secondaire en octobre 1942, il n'en est pas de même de l'enseignement de la statistique et c'est pourquoi il nous semble nécessaire d'évoquer le projet d'introduction de la statistique et du calcul des probabilités élaboré par une sous-commission de spécialistes[1222] et présenté en novembre 1945 à la Commission de Réforme de l'Enseignement[1223] par M. FRÉCHET. Dans son rapport, FRÉCHET souligne notamment qu'il est souhaitable de maintenir les programmes de "l'enseignement moyen" en harmonie avec les progrès de la science et avec les besoins de la situation économique et sociale. Quant aux programmes de mathématiques, leur détail doit être dominé par la nécessité de les mettre à la portée des élèves : dans les classes du premier cycle, l'enseignement des mathématiques doit ainsi être "concret et expérimental". Pour FRÉCHET, un élève doit d'abord commencer par admettre purement et simplement les propositions qui lui paraissent évidentes et ensuite admettre que d'autres propositions ont besoin d'être prouvées : ce serait pour cette raison que les membres de la sous-commission, malgré l'opposition de BOREL sur ce point, auraient proposé de faire précéder l'enseignement des éléments de calcul des probabilités par celui des éléments de statistique. En statistique, les propositions, ou bien se prêtent à une démonstration arithmétique élémentaire comme c'est le cas pour les théorèmes des fréquences totales ou composées, ou bien se vérifient sur une série d'observations comme c'est le cas pour la loi normale. Dans ce projet, les notions de théorie des probabilités apparaissent aux programmes des classes de "philosophie" et de "mathématiques élémentaires" avec un programme différent pour les deux classes[1224].

[1222] BOREL, JOLIOT et RUEFF, membres de l'Institut, CHAPELON, professeur à l'École Polytechnique, DUMAS, ingénieur en chef des industries navales, FORTET, professeur à l'Université de Paris, HÉNON, directeur de l'imprimerie HÉNON, HUBER, directeur honoraire de la Statistique générale de la France, LAZARD, président de la Société de Statistique de Paris et MORICE, professeur à l'Institut de Statistique de l'Université de Paris.

[1223] Commission ministérielle d'études de la Réforme de l'Enseignement présidée par Paul LANGEVIN, assisté de Henri PIERON et Henri WALLON

[1224] Notons, que dans ce projet, rendu public en novembre 1945, ne figure aucune allusion à la série sciences expérimentales, qui a vu le jour en octobre 1945.

Projet d'introduction de la statistique et des probabilités dans l'enseignement moyen

Notions de statistique mathématique en classe de Première[1225]

Série statistique (des valeurs observées d'un caractère) représentée par une liste énumérative ou une collection de fiches.

Nombre de répétitions et fréquence d'une de ces valeurs. Table des nombres de répétitions ou des fréquences relative à une série statistique. Exemples : nombre de logements d'une ville classés suivant leur nombre de pièces. Nombre des conscrits classés suivant leurs tailles. Nombres de pièces mécaniques, théoriquement interchangeables, classées d'après les valeurs précises de l'une de leurs dimensions.

Fréquences cumulées. Application au classement des valeurs observées d'un caractère par les déciles. Limites empiriques d'incertitude contenant 95 % (par exemple) des fréquences.

Théorèmes des fréquences totales et des fréquences composées.

Notion générale de valeur typique d'un caractère d'après une série statistique : médiane ; moyennes arithmétique et géométrique. Leur calcul d'après un tableau de fréquence.

Notion générale de dispersion : demi-écart interquartile, écart-type empirique. Inégalité empirique de Bienaymé.

Loi empirique des erreurs d'observation (cette loi sera définie par une table numérique de la loi de Laplace réduite). Graphiques de la courbe en cloche et de la courbe en ogive. Leur symétrie. Vérification du bien-fondé de l'emploi de cette table sur des séries d'estimation de mesures (longueurs, poids, temps, températures) faites par les élèves, soit en classe au jugé, soit au cours de leurs manipulations de Physique ou de Chimie.[1226]

Notions de théorie des probabilités[1227]

I. Classe de mathématiques élémentaires

Toute latitude sera laissée au professeur pour introduire la notion, si diversement interprétée, de probabilité. (Par exemple : loi du hasard ; interprétation de la probabilité comme une grandeur physique dont la fréquence est une mesure expérimentale. Cette interprétation conduit à poser les principes des probabilités totales et des probabilités composées). Soit comme conséquence de certains principes, soit comme définition, la probabilité est le rapport du nombre de cas favorables au nombre de cas également vraisemblables.

Applications aux jeux de hasard. Démonstration par l'intermédiaire des jeux, de la formule $C_n^r = \frac{n\,!}{r!\,(n-r)\,!}$.

Loi binomiale. Sa comparaison numérique et graphique avec la loi de LAPLACE[1228].

II. Classe de philosophie

Le professeur indiquera quelques-unes des interprétations qui ont été données de la probabilité et fera ressortir qu'elles sont toutes compatibles avec le même ensemble de théorèmes mathématiques fournis par la méthode axiomatique.

Théorèmes ou principes des probabilités totales et des probabilités composées. Applications aux jeux de hasard (en se limitant aux applications numériques immédiates).[1229]

[1225] - une heure par semaine au second semestre -

[1226] M. FRÉCHET, *Projet d'introduction de la statistique et du calcul des probabilités dans les programmes de l'enseignement moyen*, in *Les mathématiques et le concret*, *op. cit.*, p.292-293

[1227] - cours facultatif d'une heure, pendant un semestre pris parmi les matières à option obligatoire, ou cours obligatoire -

[1228] M. FRÉCHET, *Projet d'introduction de la statistique et du calcul des probabilités dans les programmes de l'enseignement moyen*, *op. cit.*, p.293

[1229] M. FRÉCHET, *Projet d'introduction de la statistique et du calcul des probabilités dans les programmes de l'enseignement moyen*, *op. cit.*, p.294

Dans son rapport, FRÉCHET insiste sur la distinction abstrait/concret dans sa conception des mathématiques, et recommande de développer la dévolution d'exercices et de problèmes de statistiques qu'il réfère aux mathématiques concrètes au détriment d'exercices d'algèbre qu'il rapporte à des mathématiques abstraites. Il précise en effet que *« pour diminuer la surcharge des programmes, d'une part, pour rapprocher de la vie l'enseignement de l'algèbre, d'autre part, le professeur s'efforcera de remplacer la plus grande proportion possible des exercices ou devoirs à traiter par les élèves à titre d'application du cours d'algèbre de première ou des classes précédentes (exercices généralement donnés sous forme abstraite) par des exercices correspondants de statistique mathématique concernant des problèmes concrets (avec applications numériques). »*[1230]

§.3. Recensement d'autres enseignements de statistique et de probabilités dans le secondaire à partir de 1951 : essai d'analyses internes et externes combinant réflexions épistémologiques, historiques et sociologiques, des principales expériences et de leurs logiques

Avant d'analyser le contenu et l'orientation des programmes de statistiques et de probabilités dans le secondaire, évoquons brièvement le contexte économique et social qui permet leur élaboration.

La société industrielle ne s'installe véritablement en France qu'après la Seconde Guerre Mondiale, sous la conduite d'une nouvelle "élite" formée d'ingénieurs et de hauts fonctionnaires qui mettent en place un "modèle fordiste" reposant sur un ensemble de compromis sociaux et institutionnels. Le pays se transforme en profondeur pendant les "Trente Glorieuses". En 1973, le secteur industriel occupe 38 % de l'emploi, au moment où se dessine "la fin des paysans" et où se développe le monde des services. La production de masse se développe, centrée sur l'automobile, le logement et les biens d'équipement ménager, permettant l'accès de la majorité des salariés à la société de consommation grâce à la croissance rapide de la productivité et des salaires. Au niveau de la production, le "modèle fordiste" repose sur une organisation tayloriste du travail avec une mesure du temps et des gestes des ouvriers soumis à une cadence réglée. Ce système de production, fondé sur une séparation nette entre activités de conception, de décision et d'exécution, entraîne une gestion extrêmement hiérarchisée de la main-d'œuvre. Au sein de ce système,

[1230] M. FRÉCHET, *Projet d'introduction de la statistique et du calcul des probabilités dans les programmes de l'enseignement moyen*, *op. cit.*, p.291-292 l'expansion s'appuie sur la standardisation des produits de grande série grâce à la consommation de masse dont bénéficient les travailleurs de la fin des années cinquante. Ce système facilite l'emploi de travailleurs peu qualifiés, ouvriers spécialisés, abaissant par-là le coût du travail et réduisant le temps de formation de la main-d'œuvre. Il permet de fortes économies d'échelle, ainsi que d'importants gains de productivité, à la base des compromis institutionnels et sociaux des "Trente Glorieuses".

Au niveau économique, les années 1947-1958 se caractérisent par l'application du plan MARSHALL par lequel les États-Unis contribuent à financer les importations nécessaires à la reconstruction et par un contexte de croissance centrée sur la France et ses colonies. L'expansion industrielle est alors largement soutenue par le développement de la consommation de masse. D'autre part, depuis la Libération, l'État s'est doté de moyens d'intervention importants. La planification, dont le rôle est de rendre cohérente la reconstruction, permet de mieux organiser la croissance économique. Le 1^er^ Plan, prévu pour 1947-1950, prolongé jusqu'en 1953, a pour objectif d'aider les secteurs indispensables au développement économique. Il détermine les investissements dans les principaux secteurs de l'activité économique : charbon, électricité, acier, ciment, transports, équipement, machinisme agricole, carburants et engrais. Le 2^ème^ Plan débute à la fin de la reconstruction. Ses objectifs portent sur l'accroissement de la production et sur l'amélioration de sa qualité et de son efficacité. Des initiatives sont prises pour permettre l'accroissement de la productivité et de la rentabilité, notamment le développement de la recherche scientifique et technique, la spécialisation et l'adaptation des entreprises, la formation et la reconversion de la main-d'œuvre, l'amélioration de l'organisation des marchés. La construction d'une Europe économique apparaît à beaucoup de milieux influents comme une solution nécessaire pour ouvrir des débouchés et stimuler l'industrie. La conférence de Messine en 1955 pose le problème de l'ouverture d'un Marché commun ; le traité de Rome est signé en 1957. Cependant, la politique d'échanges extérieurs conserve un caractère protectionniste, la croissance étant orientée vers la France et ses colonies. Par ailleurs, les déséquilibres régionaux, liés à l'industrialisation, prennent de l'ampleur : la reconstruction s'est faite autour de pôles et certaines industries de type traditionnel, plus dispersées, sont en déclin. L'appel de main-d'œuvre par l'industrie et les transformations des conditions d'exploitation provoquent un important exode rural et accentuent les déséquilibres. L'État joue au cours de cette période un rôle direct dans la croissance ne serait-ce que par l'importance de la demande que le secteur public adresse à l'industrie. C'est dans ce contexte économique que sont prises un certain nombre de décisions, dans le domaine scolaire, touchant au contenu et à l'orientation des programmes et parmi lesquelles nous extrayons la décision relative à la création, dans l'enseignement du second degré, de la série “technique et économie” dont une des spécificités est de comporter un ambitieux enseignement de statistique et de probabilités.

§.3.1. Octobre 1951 - juin 1967 : mise en œuvre d’un ambitieux enseignement de statistique descriptive, de calcul des probabilités et de statistique mathématique en série “technique économique”

Le texte du programme de statistique et de probabilités relatif à la série “technique économique”, pour la période qui s’étend d’octobre 1951 à juin 1967, est intégralement retranscrit en annexes.

Le programme de statistique et de probabilités de la série “technique économique”, à la fois par son volume et par la nature des notions abordées, est un des plus ambitieux jamais mis en place dans l’enseignement secondaire : ainsi le nombre de thèmes abordés dépasse largement celui proposé par les membres de la sous-commission FRÉCHET à l’occasion de l’élaboration de leur projet d’introduction de la statistique et du calcul des probabilités dans “l’enseignement moyen”. L’ensemble des statistiques descriptives est exposé en Seconde et en Première. Les statistiques à deux variables et la notion de corrélation sont traitées en Première. Le cours de calcul des probabilités enseigné en Terminale aborde de très nombreuses notions et a essentiellement pour objet de servir d’outil permettant d’aborder la “statistique mathématique” (appelée également “statistique inférentielle”). Parmi les notions probabilistes enseignées, remarquons celles de distribution binomiale et de distribution normale (courbe de LAPLACE-GAUSS) ainsi que l’absence des notions de probabilité conditionnelle et d’indépendance.

Quelles sont les raisons qui peuvent expliquer l’introduction de tels enseignements de probabilité et de statistique dans cette filière technico-commerciale qui préfigure, nous semble-t-il, ce qui sera enseigné dans les sections de techniciens supérieurs qui sont créées à peu près au même moment ?

Nous rapportons le programme de probabilités-statistiques de la série “technique économique” au développement de la production industrielle. Celui-ci va en effet trouver dans la statistique descriptive et dans la statistique mathématique, - notamment dans le contrôle des procédés de fabrication -, un outil répondant à un certain nombre de ses besoins. La statistique descriptive permet en effet de présenter les données sous de multiples formes afin de les “faire parler” : d’où le programme d’enseignement basé sur les observations, leur enregistrement, leur groupement, les différents types de classement et de représentations graphiques, la lecture et l’interprétation des tableaux statistiques et des graphiques (Seconde technique B), le calcul des paramètres de position - médiane, moyennes, dominante - et de dispersion - quartiles, écart type -, les problèmes d'ajustement linéaire, etc. (Première technique B'). La statistique mathématique permet d'effectuer moins de mesures, donc de diminuer les coûts, de ne prendre que des échantillons raisonnés lorsqu'il y a nécessité d'effectuer des tests destructifs : d'où le programme d'enseignement des principes de la méthodologie statistique, du jugement par échantillon, de l'estimation de la moyenne d'une population à l'aide d'un échantillon, de la valeur significative de la différence entre deux moyennes d'échantillon. De plus, les calculs de corrélation ont pour objet d'évaluer d'éventuelles variables cachées (Terminale “technique économique”). Par ailleurs, le dernier paragraphe du programme de Terminale aborde un certain nombre de questions directement liées au mode de production : *« Emploi de la statistique dans la conduite et le contrôle des entreprises. Contrôle des matières premières, de la production ; analyse des stocks. Statistique de direction : prévisions. »*[1231] Le fait de rapporter ce programme au développement de la production industrielle ne doit pas cependant faire oublier sa spécificité scolaire : cours organisés en séquences dans un temps spécifique et un lieu spécifique, exercices divers, évaluation. La dimension disciplinaire de l'enseignement rencontre ici la dimension utilitariste.

Comme pour la série “sciences expérimentales”, l'autre source, avec les Instructions Officielles, que nous avons étudiée afin de cerner la nature de l'enseignement de probabilités dispensé dans cette série “technique et économie”, est l'ensemble des sujets proposés à l'examen du baccalauréat. On doit alors distinguer : d'une part, l'évaluation qui a lieu à l'issue de la classe de Première (première partie du baccalauréat), et d'autre part celle qui a lieu à l'issue de la classe Terminale (deuxième partie du baccalauréat). Pour la première partie du baccalauréat, l'évaluation comporte généralement deux épreuves : la première se rapporte aux mathématiques traditionnelles (géométrie dans le plan et dans l'espace, algèbre et analyse), la deuxième se rapporte aux mathématiques statistiques et est généralement intégrée à un problème d'ordre économique. À titre d'illustration, nous proposons le premier sujet de cette série qui a été soumis aux candidats en France métropolitaine lors de la session de juin-juillet 1954.

[1231] Horaires, programmes, instructions, Mathématiques, cycle d'observation, classes d'accueil et d'adaptation, collèges d'enseignement général, collèges d'enseignement secondaire, lycées classiques et modernes, lycées techniques (préparation au baccalauréat), brochure n°59 Pg, éditions de l'Institut Pédagogique National, 1964, p.126

Mathématiques, Première partie du baccalauréat, série technique B, Juin 1954

Deuxième épreuve

Une entreprise fabrique et fait vendre par ses succursales des appareils frigorifiques de ménage. Les statistiques des ventes et de la production du modèle de 70 litres, pour quatre années consécutives, sont rassemblées dans le tableau ci-après.

Années	Nombre d'unités vendues												Total	Stock au 01.01	Stock au 31.12	Production Annuelle
	J.	**F.**	**M.**	**A.**	**M.**	**J.**	**J.**	**A.**	**S.**	**O**	**N**	**D.**				
1950	307	321	354	409	800	2488	1750	783	92	49	58	26	7437	1917	1814	7334
1951	226	317	293	410	956	2337	1924	540	79	57	43	112	7294	1814	1789	7269
1952	543	625	815	418	734	1834	1293	580	104	89	280	310	7625	1789	1284	7120
1953	484	578	977	334	726	1746	1182	592	102	78	312	436	7547	1284	1312	7575

Jusqu'en décembre 1951, l'entreprise a vendu exclusivement au comptant. À partir de cette date elle a inauguré une nouvelle méthode : les appareils peuvent être livrés à la commande et sont payables en six mensualités égales au 1/6 du prix au comptant pour toute commande passée entre le 1er novembre et le 31 mars.

1° En utilisant le tableau des ventes mensuelles, tracer la courbe chronologique pour les années 1952 et 1953.

2° Pour ces deux années tracer la droite de longue durée AB ; donner l'équation de cette droite ; indiquer comment on obtiendrait les données régularisées pour les années 1952 et 1953.

(Dans les calculs pour la recherche de cette équation, les ventes seront appréciées à une dizaine près.)

Problème d'ordre économique

Quelles observations faites-vous sur le mouvement des ventes ? Quelle explication pouvez-vous fournir ? Quel a été l'effet du changement de méthode de vente, l'influence des facteurs extérieurs étant supposée restée constante ?[1232]

L'étude des documents que nous avons pu consulter grâce à l'aimable autorisation des éditions Vuibert, révèle que les connaissances statistiques évaluées lors de la première partie du baccalauréat (1954-1962) puis lors de la probation (1963-1965) pour les sessions de juin-juillet ont été :

- en 1954 : séries chronologiques, mouvements de longues durées ;
- en 1955 : (sujet non disponible) ;
- en 1956 : nuage de points, droites de régression, coefficient de corrélation ;
- en 1957 : étude des séries chronologiques par la méthode des moyennes mobiles ;
- en 1958 : moyennes arithmétique, géométrique, harmonique ;
- en 1959 : série statistique à variable continue : histogramme, médiane, moyenne, écart-type ;

[1232] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, première partie du Baccalauréat, France Métropolitaine, série technique B, session de juin-juillet 1954, Librairie Vuibert, 1954, p.6-7

- en 1960 : série statistique à variable continue : moyenne, médiane, mode, quartiles ;
- en 1961 : ajustement d'un nuage de points par la méthode des moindres carrés ;
- en 1962 : série statistique à variable continue : polygone des fréquences, moyenne, écart-type ;
- en 1963 : ajustement d'un nuage de points par la méthode des moindres carrés, aspect théorique, démonstration ;
- en 1964 : série statistique à variable continue : médiane, moyenne, écart-type ;
- en 1965 : série statistique à variable continue : histogramme, médiane ; ajustement d'un nuage de points par la méthode des moindres carrés. Notons que l'année 1965 marque la fin de l'organisation du baccalauréat en deux parties.

Nous avons extrait un exercice de statistique qui nous apparaît caractéristique et représentatif de ce qui a été proposé aux candidats de la première partie du baccalauréat de la série "technique économique" : il sera intéressant de s'y référer lorsque nous examinerons ce qui a été également proposé aux candidats du baccalauréat dans les années quatre-vingt.

<u>Exercice 9</u> : On donne le tableau à double entrée relatif à l'étude de la série double suivante : voitures de petites cylindrées circulant dans Paris, classés en pourcentage sous les deux caractères suivants : puissance de la voiture et durée moyenne des pneumatiques.

X désigne la puissance en ch ; Y désigne la durée des pneumatiques en milliers de kilomètres.

X / Y	2	3	4	Total
20		8	30	38
25	5	20	7	32
30	25	3	2	30
Total	30	31	39	100

On demande de :
1° représenter graphiquement cette série par un nuage de points ;
2° calculer l'équation des deux droites de régression ;
3° calculer le coefficient de corrélation ;
4° construire les droites de régression sur le graphique représentatif de la série.

Baccalauréat (1ère partie), Série technique B, juin-juillet 1956, France Métropolitaine[1233]

[1233] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, Fascicule 1, Librairie Vuibert, 1956, p.6-7

Pour la deuxième partie du baccalauréat (classe Terminale), l'évaluation comporte, de 1954 à 1959, une seule épreuve organisée de la manière suivante : une question de cours à traiter parmi trois sujets proposés, un exercice (généralement une étude de fonction) et un problème d'ordre économique (statistiques, mathématiques financières, comptabilité et gestion, bilan, productivité, etc.). En 1960, l'intitulé de la série passe de "technique économique" à "technique et économique" et l'épreuve unique est scindée en deux épreuves distinctes : une première épreuve comporte une question de cours à traiter parmi trois sujets et un exercice ; la deuxième épreuve est un problème de mathématique pour l'économie. À partir de la session 1961, la première épreuve ne comporte plus de questions de cours mais deux exercices dont l'un à choisir parmi trois sujets, la deuxième épreuve étant toujours un problème de mathématique pour l'économie. À partir de 1963, la "première épreuve" prend le nom d'épreuve de "mathématiques" et la "deuxième épreuve" est explicitement appelée "économie" au moment où s'opère un deuxième glissement dans l'intitulé de la série qui prend alors le nom de "technique et économie". L'année 1967 marque l'extinction de la série "technique et économie" : elle est remplacée par la série B dont la première session du baccalauréat en 1968 comporte, entre autres une épreuve de mathématiques et une épreuve intitulée "sciences économiques".

Examinons quelques-unes des questions proposées, en mathématiques, à l'examen, en 1954, 1955 et 1956 :

- en 1954, sur les trois sujets proposés, le troisième traite de mathématiques financières[1234] et les deux autres de probabilités :

Sujet A : Représenter graphiquement les différentes probabilités de la variable aléatoire X définie de la façon suivante : nombre de boules blanches extraites d'une urne contenant 4 boules blanches et 6 boules noires, après 6 extractions (chaque boule est remise dans l'urne après extraction).

Sujet B : Estimation de la moyenne vraie à l'aide d'un échantillon. Application : Dans une usine employant 20 000 ouvriers on fait un sondage portant sur 900 ouvriers ; on a trouvé comme moyenne des salaires journaliers 600 F, avec un écart-type de 25 F. On demande d'estimer, avec une probabilité de 95 %, l'intervalle dans lequel se trouve la moyenne vraie. On rappelle qu'une probabilité de 95 % correspond, dans une distribution gaussienne, à un écart réduit d'environ deux écarts type.[1235]

[1234] valeur actuelle d'une suite d'annuités

[1235] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, deuxième partie du Baccalauréat, France Métropolitaine, série technique économique, session de juin-juillet 1954, Librairie Vuibert, 1954, p.40

- en 1955, sur les trois sujets proposés, le troisième traite de mathématiques financières[1236] et les deux autres de probabilités :

Sujet C : Définition de l'espérance mathématique.

Sujet D : Établir la valeur de l'écart-type d'une variable aléatoire admettant une distribution binomiale.[1237]

- en 1956, sur les trois sujets proposés, le premier traite de trigonométrie[1238], le deuxième de probabilités et le troisième de combinatoire :

Sujet E : Définition de la probabilité d'un événement. Que signifient la probabilité 1 et la probabilité 0. Application : Les 52 cartes d'un jeu étant réparties au hasard et également entre 4 joueurs, quelle est la probabilité pour un joueur d'avoir les quatre rois ?

Sujet F : Définition d'une combinaison de m objets p à p et calcul du nombre de ces combinaisons. Application : Combien de jeux de 8 cartes peut-on former avec un jeu de 32 cartes ? [1239]

Par ailleurs, et afin de mieux comprendre la nature de l'enseignement de probabilités dispensé dans cette série devenue "technique et économie", nous avons étudié l'ensemble des sujets proposés à l'examen du baccalauréat en 1966 et en 1967. Il ressort de cette étude que pour la session de juin-juillet en 1966, sur vingt-trois épreuves de mathématiques recensées (sujets académiques), il y a eu dix-huit exercices de calcul des probabilités proposés, (78,2 %)[1240]. Pour la session de septembre 66, vingt-quatre épreuves de mathématiques recensées et dix-sept exercices de calcul des probabilités proposés (70,8) %[1241]. Pour la session de juin-juillet 67, vingt-cinq épreuves de mathématiques recensées et vingt-trois exercices de calcul des probabilités proposés (92 %)[1242]. Pour la session de septembre de 67, vingt-cinq épreuves de mathématiques recensées et

[1236] loi d'amortissement d'un emprunt

[1237] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, deuxième partie du Baccalauréat, France Métropolitaine, série technique économique, session de juin-juillet 1955, Librairie Vuibert, 1955, p.32

[1238] Dérivée de sin x et de sin (3x + 4).

[1239] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, deuxième partie du Baccalauréat, France Métropolitaine, série technique économique, session de juin-juillet 1956, Librairie Vuibert, 1956, p.38-39

[1240] Aix-Marseille : non ; Amiens : oui ; Besançon : oui ; Bordeaux : oui ; Caen : oui ; Clermont : oui ; Dijon : non ; Lille : oui ; Limoges : oui ; Lyon : oui ; Montpellier : oui ; Nancy : oui ; Nantes : non ; Nice : non ; Orléans : oui ; Paris : oui ; Poitiers : oui ; Reims : oui ; Rennes : oui ; Strasbourg : oui ; Toulouse : oui ; Groupe 1 : oui ; Dakar : non.

[1241] Aix-Marseille : oui ; Amiens : oui ; Besançon : non ; Bordeaux : oui ; Caen : oui ; Clermont : oui ; Dijon : oui ; Grenoble : non ; Lille : oui ; Limoges : non ; Lyon : oui ; Montpellier : oui ; Nancy : non ; Nantes : oui ; Nice : non ; Orléans : oui ; Paris : oui ; Poitiers : non ; Reims : non ; Rennes : oui ; Rouen : oui ; Strasbourg : oui ; Toulouse : oui ; Groupe 1 : oui.

[1242] Aix-Marseille : oui ; Amiens : oui ; Besançon : oui ; Bordeaux : oui ; Caen : oui ; Clermont : oui ; Dijon : oui ; Lille : oui ; Limoges : oui ; Lyon : oui ; Montpellier : oui ; Nancy : oui ; Nantes : oui ; Nice : oui ; Orléans : oui ; Paris : non ; Poitiers : oui ; Reims : oui ; Rennes : oui ; Rouen : oui ; Strasbourg : oui ; Toulouse : oui ; Groupe 1 : non ; Antilles : oui ; Dakar : oui.

vingt exercices de calcul des probabilités proposés (80 %)[1243]. Ainsi, pour la période 66-67, nous disposons d'une batterie de soixante-dix-huit exercices de calculs de probabilités proposés à l'examen du baccalauréat série "technique et économie". Si l'on examine maintenant le contenu et la forme de ces exercices de calcul des probabilités, on constate que l'éventail des sujets est bien plus important qu'en série "sciences expérimentales" même si une cinquantaine de ces exercices auraient pu également être proposés en série "sciences expérimentales" dans la mesure où ils ne nécessitent que des connaissances relatives aux domaines de la combinatoire et des calculs élémentaires de probabilités. Les thèmes de ces soixante-dix-huit exercices sont distribués de la manière suivante :

- Prélèvements de boules ou de jetons : 13 exercices ;
- Prélèvements de cartes dans un jeu : 9 exercices ;
- Lancers de dés ou de pièces de monnaie : 3 exercices ;
- Loteries : 9 exercices ;
- Tirages au sort de divers éléments (individus, objets, objets fabriqués industriellement, lettres, nombres, etc.) donnant lieu à des calculs de dénombrements de différents groupements : 18 exercices.
- Variable aléatoire, loi de probabilité, calcul de l'espérance, de la variance, de l'écart-type ; variable produit, loi de probabilité et calcul de moments : 11 exercices ;
- Loi binomiale : 2 exercices ;
- Lemme de BIENAYME et loi normale : 8 exercices ;
- Estimation de la moyenne à l'aide d'un échantillon ; valeur significative de la différence entre deux moyennes d'échantillon et test d'hypothèse : 5 exercices.

Nous avons extrait cinq exercices qui nous apparaissent caractéristiques et représentatifs de ce qui a été proposé aux candidats du baccalauréat de la série "technique et économie", en n'insérant pas dans cet extrait, des exercices dont la nature n'a rien de spécifique à cette série et qui auraient tout aussi bien pu avoir été proposés aux candidats de la série "sciences expérimentales", par exemple :

[1243] Aix-Marseille : oui ; Amiens : oui ; Besançon : oui ; Bordeaux : oui ; Caen : oui ; Clermont : oui ; Dijon : oui ; Grenoble : oui ; Lille : oui (2 exercices) ; Limoges : oui ; Lyon : oui ; Montpellier : non ; Nancy : oui ; Nantes : non ; Nice : oui ; Orléans : oui ; Paris : oui ; Poitiers : non ; Reims : oui ; Rennes : oui ; Strasbourg : oui ; Toulouse : oui ; Groupe 1 : oui ; Antilles : non ; Maroc : non.

<u>Exercice 10</u> : À la sortie d'une chaîne de fabrication, on tire chaque jour un lot de 1 000 pièces prises au hasard et l'on poursuit cette opération pendant 100 jours. Dans chaque lot, on compte les pièces défectueuses. Au bout de 100 jours, on a obtenu :

aucune pièce défectueuse	dans 5 lots,
1 pièce défectueuse	dans 16 lots,
2 pièces défectueuses	dans 23 lots,
3 pièces défectueuses	dans 21 lots,
4 pièces défectueuses	dans 17 lots,
5 pièces défectueuses	dans 9 lots,
6 pièces défectueuses	dans 6 lots,
7 pièces défectueuses	dans 3 lots.

1° Calculer la moyenne et l'écart-type du nombre de pièces défectueuses par lot.

2° En admettant que la distribution envisagée obéit à une loi théorique binomiale dont la moyenne et l'écart-type sont les nombres calculés précédemment, retrouver la proportion théorique des pièces défectueuses.

Série technique et économie, session de juin-juillet 1967, Orléans[1244]

<u>Exercice 11</u> : On mesure les diamètres de pièces mécaniques dans un lot très important fabriqué par une même machine ; il apparaît que les valeurs observées forment une distribution gaussienne, de moyenne 10,06 mm et d'écart-type 0,18 mm.

a) Quelle est la probabilité pour qu'une pièce choisie au hasard dans ce lot ait un diamètre inférieure à 9,70 mm ; à 9,97 mm ?

b) Si l'on prélève 9 pièces, au hasard, dans ce lot, quelle est la probabilité pour que le diamètre moyen de cet échantillon soit :

1° inférieur à 10 mm ;

2° supérieur à 10,15 mm ?

Série technique et économie, session de juin-juillet 1966, Rennes[1245]

<u>Exercice 12</u> : On a calculé le nombre de milliers de kilomètres parcourus par 10 pneus de chacune des marques A et B avant usure. Les résultats suivants ont été obtenus :

A : 25, 28, 26, 34, 30, 24, 28, 22, 27, 33

B : 31, 19, 24, 26, 21, 32, 27, 29, 26, 24

1° Déterminer, pour chacune des séries (l'une correspondant au pneu A, l'autre au pneu B) :

- le nombre moyen de kilomètres parcourus ;
- l'écart-type ;
- l'écart-type de la distribution des moyennes que l'on pourrait construire à partir de cette série considérée comme un échantillon.

2° Déterminer l'écart-type de la distribution différence.

3° En déduire si les pneus d'une marque peuvent être considérés comme plus résistants que ceux de l'autre.

Série technique et économie, session de juin-juillet 1966, Besançon[1246]

1244 Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries "sciences expérimentales" et "technique et économie", Librairie Vuibert, 1967, p.36

1245 Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries "sciences expérimentales" et "technique et économie", Librairie Vuibert, 1967, p.196-197

1246 Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries "sciences expérimentales" et "technique et économie", Librairie Vuibert, 1966, p.12-13

Exercice 13 : Un fabricant de piles électriques annonce que la durée de vie moyenne du matériel qu'il produit est égale à 170 (cent soixante-dix) heures. Un bureau de vérification des annonces publicitaires prélève au hasard un échantillon de 100 (cent) piles et en étudie la durée de vie. Les résultats sont les suivants : durée de vie moyenne pour l'échantillon observé : 159 heures ; écart-type : 30 heures.

En estimant l'écart-type de population totale par la valeur trouvée pour l'échantillon trouvé, quel est l'intervalle de confiance à 99 % pour la durée de vie moyenne observée sur un échantillon de 100 piles prélevées au hasard si l'on admet que la durée de vie moyenne pour la population totale est celle annoncée par le fabricant ?

On rappelle :

1° que la taille de l'échantillon est suffisante pour que les durées de vie moyenne observées suivent une loi normale ;

2° que, pour une variable normale centrée réduite, U, on a

Prob (- 2,57 < U < + 2,57) = 0,99.

Au niveau de confiance de 99 %, doit-on refuser la valeur annoncée par le constructeur, compte tenu de l'échantillon observé ?

Série technique et économie, session de juin-juillet 1966, Lille[1247]

Exercice 14 : On se propose d'estimer le revenu mensuel moyen d'une famille dans une population relativement importante de familles.

À cet effet, on constitue au hasard un échantillon de 100 familles, dont on calcule le revenu moyen, $\bar{x}$, et l'écart-type, σ'.

On trouve $\bar{x} = 900$ F et $\sigma' = 210$ F.

Déterminer un intervalle de confiance comprenant le revenu moyen m avec une probabilité égale à 0,954 4.

On prendra, comme estimateur de l'écart-type σ, de la population totale, l'écart-type σ' de l'échantillon.

Série technique et économie, session de septembre 1967, Strasbourg[1248]

Enfin, il nous semble intéressant, dans le cadre de la mise au jour des fonctions politico-morales de l'enseignement des probabilités d'examiner quelques éléments de la morale sociale qui transparaissent lors de la lecture de certains énoncés d'exercices :

[1247] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries "sciences expérimentales" et "technique et économie", Librairie Vuibert, 1966, p.38

[1248] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries "sciences expérimentales" et "technique et économie", Librairie Vuibert, 1967, p.174

Exercice 15 : Dans une ville, il existe deux lycées, l'un de garçons, l'autre de filles. Chaque lycée a une classe terminale C, une classe terminale D et une classe terminale A. Une bourse de voyage est offerte par la ville à six élèves pris parmi les élèves des six classes terminales. Pour cela, on choisit les six meilleurs élèves de chaque classe, soit, en tout, trente-six élèves, et les noms des six boursiers sont alors déterminés par tirage au sort parmi ces trente-six élèves. On demande de calculer les probabilités :

1° pour que les six boursiers soient les six élèves de la classe terminale D garçons.
2° pour que les six boursiers soient des élèves de Terminale D.
3° pour que les six boursiers soient six filles.
4° pour que les six boursiers soient trois garçons et trois filles.
5° pour que, dans les six boursiers, il y ait moins de trois garçons.

Série "sciences expérimentales", session de septembre 1966, Besançon

Dans la perspective d'une sociologie du curriculum, l'exercice 15 combine valorisation de l'idéologie méritocratique et valorisation du tirage au sort comme procédé d'équité puisque la désignation des six élèves qui se verront attribuer une bourse de voyage ne se fait pas relativement à l'ensemble de tous les élèves des classes Terminales mais relativement à l'ensemble des trente-six meilleurs élèves. Ce simple exemple montre que l'apprentissage des statistiques et des probabilités, dans le cadre de la forme scolaire, se caractérise également par la transmission subreptice d'une certaine morale sociale.

Dans une autre perspective, on notera, non sans malice, que l'exercice 16, ci-dessous, révèle[1249] le glissement qui progressivement s'opère entre le statut, la place et les fonctions du THÈME latin dans l'enseignement et ceux des MATHÉMATIQUES.

Exercice 16 : On tire successivement, au hasard, sans les remettre après tirage, cinq lettres du mot MATHÉMATIQUES. Quelle est la probabilité pour que, dans l'ordre du tirage, ces lettres forment le mot THÈME ? (On ne tiendra pas compte des accents sur la lettre E.)

Série "technique et économie", session de septembre 1966, Caen

Le fait même de poser cet exercice n'exprime-t-il pas l'idée, pour son auteur, que certaines fonctions de l'enseignement du latin (discipline, formation de l'esprit au jugement et au raisonnement, gymnastique de l'esprit, sélection des élites…) se retrouvent dans l'enseignement des mathématiques ?[1250]

[1249] intention délibérée ou involontaire et inconsciente ?

[1250] *cf.* P. CIBOIS, *Le choix de l'option latin au collège*, Education & Formations, n°48, 1996, p.39-51

§.3.2. Essai d'analyse du contenu et de la forme des enseignements de statistique et de probabilités dans les différentes sections du second cycle long entre septembre 1966 (Premières) et juin 1972 (Terminales)

De même qu'à l'occasion de l'étude du programme de statistique et de probabilités de la série "technique et économie" nous avons évoqué le contexte économique et social de la France après la guerre, il nous semble intéressant de poursuivre cette évocation pour ce qui concerne la période 1958-1972.

Les années 1958-1962 apparaissent comme une période de transition dans l'évolution de l'économie française. Cette période est marquée par le problème de la décolonisation et par l'ouverture des frontières en 1961. La perte de l'Algérie, après celle du Maroc, de la Tunisie, de l'Indochine, coïncide avec la mise en route du Marché commun. Le développement des exportations est appelé à orienter la croissance. À partir de 1958, la nécessité ressentie de faire face à la concurrence étrangère fait de la notion de compétitivité un impératif. L'ouverture des frontières, en contraignant les entreprises françaises à la compétitivité, les oblige à faire un effort d'adaptation de leurs structures. L'État intervient directement pour aider certaines industries en difficulté, notamment les chantiers navals et les charbonnages. L'industrie charbonnière est de plus en plus concurrencée par l'industrie pétrolière. Le pétrole saharien tient alors une place croissante dans la consommation de l'énergie. Une reconversion massive des charbonnages devient nécessaire. Le 3ème Plan (1958-1961), dont la préparation est assurée avec plus de précision grâce aux progrès de la comptabilité nationale, s'efforce de répondre au problème de l'ouverture du Marché commun et à celui de l'emploi dans la perspective de l'arrivée sur le marché du travail de "classes jeunes". Les "tâches impératives" de ce plan concernent la formation professionnelle, la recherche, l'organisation des marchés. Lors de la période 1962-1973, la pénétration de l'influence extérieure, l'importance grandissante du Marché commun qui nécessite l'harmonisation des politiques des pays membres, le développement des firmes multinationales, contribuent à limiter la possibilité et l'efficacité des mesures de l'État pour atténuer les déséquilibres économiques. La croissance est orientée par la nécessité de développer les exportations et d'améliorer la compétitivité. Les pouvoirs publics mettent en place des mesures visant à alléger les dépenses publiques pour libérer des fonds permettant d'accorder la priorité à l'industrie et aux transports. Au début de la Cinquième République, une politique d'orthodoxie budgétaire est instaurée. C'est dans ce cadre qu'intervient la "débudgétisation" de certaines catégories de dépenses publiques et l'introduction, à partir de 1968, de la rationalisation des choix budgétaires. La "débudgétisation" consiste à imputer le financement de dépenses inscrites au budget aux collectivités locales à des institutions de crédit qui demeurent dans la sphère publique notamment à la Caisse des dépôts. À la suite du rapport NORA en 1967, les entreprises publiques sont invitées à rapprocher leur gestion de celle des entreprises privées. Elles doivent trouver leur financement sans aide de l'État et faire appel au marché financier après avoir augmenté leur autofinancement. Le 4ème Plan a pour objet le développement économique et social : il s'agit de prendre en compte les problèmes sociaux liés à la rapidité de la croissance. Le 5ème Plan met l'accent sur la rénovation des structures industrielles et commerciales. Une aide spéciale concerne les secteurs de pointe qui doivent former des groupes de taille internationale et jouer un effet d'entraînement. Le 6ème Plan renforce l'accompagnement des "mutations". Les objectifs sont de consolider les positions fortes, d'accélérer l'élimination des entreprises petites ou moyennes peu dynamiques et d'aider les implantations à l'étranger. Ce plan a pour objet de favoriser le développement d'infrastructures favorables aux industries. La recherche est encouragée et une politique de l'emploi et de la formation professionnelle susceptible d'aider les entreprises est menée. À la suite de l'ouverture des frontières, la notion de rentabilité devient primordiale. L'importance nouvelle de la sélectivité dans la politique industrielle se traduit, entre autres, à partir du 6ème Plan, par l'instauration de "grands programmes" dont les origines sont à la fois économiques et politiques (recherche d'une indépendance nationale). Les grands programmes de la sidérurgie concernent la convention sidérurgique (1966-1970) qui a pour but de rendre compétitif ce secteur en procédant à des restructurations techniques ou financières. La construction navale est constamment soutenue par l'État depuis les années cinquante. Dans le domaine de la construction aéronautique, l'intervention de l'État est motivée par le retard des entreprises par rapport au niveau international et par l'importance de cette branche sur le plan stratégique et dans le domaine civil, les crédits budgétaires sont absorbés par les projets Concorde et Airbus. L'informatique apparaît comme un secteur-clé dès le début des années soixante. L'utilisation militaire des ordinateurs détermine le gouvernement à s'attacher à la création d'un système français. Un premier "plan calcul" (1967-1971) est élaboré : il confie à des entreprises privées les moyens financiers d'origine publique nécessaires pour atteindre les objectifs fixés. Un second "plan calcul" (1971-1975) assure la poursuite du premier. L'aide aux recherches, pouvant contribuer à améliorer la compétitivité l'industrie, se développe. Une politique de l'énergie est progressivement mise en place pour tenir compte des difficultés des approvisionnements et prendre en charge les coûts de reconversion de sources énergétiques. La part croissante prise par le pétrole et le gaz naturel dans la consommation énergétique aggrave les problèmes des mines dès 1958. Dès le début des années soixante, d'importantes subventions sont accordées au Centre d'Études Atomiques afin de développer la recherche et la production en matière d'énergie nucléaire.

Ainsi, après la reconstruction du pays et le développement économique des années 1945-1955, la France entre dans une période de croissance et d'industrialisation accélérée, marquée par des besoins importants en personnel qualifié. Rappelons que les auteurs du 4ème Plan (1962-1965), qui prend 1959 comme année de référence statistique, ont établi les besoins en personnel technique et scientifique à l'horizon 1965 et 1975 de la manière suivante[1251] :

	1965	**1975**
ouvriers qualifiés	+ 11 %	+ 29 %
techniciens	+ 24 %	+ 70 %
ingénieurs	+ 15 %	+ 50 %
personnel enseignant	+ 30 %	+ 50 %

En 1959, la France manque de 85 000 techniciens et doit former environ 10 000 ingénieurs par an pendant la période du 4ème Plan (1962-1965) orienté vers l'aménagement du territoire et le développement d'équipements collectifs, alors qu'il n'a été délivré que 5 700 diplômes d'ingénieurs en 1960. Le 5ème Plan (1966-1970) orienté vers la rénovation des structures industrielles et commerciales et la compétitivité, et le 6ème Plan (1971-1975), qui accorde une priorité au développement industriel et à l'accompagnement des mutations, confirment ces besoins : il est nécessaire de former des ingénieurs, des techniciens, des enseignants, des architectes et, d'une façon générale, des cadres pour diverses professions intellectuelles. Ainsi, le 5ème Plan établit que de 1962 à 1970 le personnel technique et scientifique doit passer de 622 000 personnes à 933 000 et prévoit que de 1970 à 1978 les mêmes tendances vont se confirmer, conduisant à une élévation considérable des besoins en main d'œuvre qualifiée. Pour affronter l'avenir et tirer parti du progrès technique, il apparaît nécessaire aux décideurs d'élever le niveau de compétence de l'ensemble des jeunes et de former notamment des techniciens, des scientifiques et des ingénieurs. Une grande part de la nouvelle population de l'enseignement secondaire doit être orientée vers les études techniques. Pour l'accueillir, sont crées en 1965 le baccalauréat de technicien (BTn, première session en 1969), en 1966 le brevet d'études professionnelles (BEP) ainsi que les instituts universitaires de technologie (IUT). Les sections de techniciens supérieurs (STS), installées dans les établissements secondaires, qui préparent aux différents brevets de techniciens supérieurs (BTS), vont connaître une croissance régulière et rapide. L'ensemble de ce dispositif est prolongé par la loi n° 71-575 du 16 juillet 1971 portant organisation de la formation professionnelle continue dans le cadre de

[1251] Source : article de B. CHARLOT, *Histoire de la réforme des "maths modernes" ; idées directrices et contexte institutionnel et socio-économique*, Bulletin de l'APMEP, n°352, 1986, p.29

l'éducation permanente[1252]. Il semble alors évident aux décideurs, que les mathématiques sont la base d'une culture générale tournée vers la science et la technique et que l'élévation du niveau technique et scientifique passe également par l'élévation du niveau mathématique. C'est ainsi qu'apparaît la nécessité de réformer l'enseignement des mathématiques pour l'adapter aux besoins de la société moderne. C'est l'objet de la réforme dite des "mathématiques modernes" qui est mise en place à la rentrée 1969 en Sixième et en Seconde et à la rentrée 1970 dans l'enseignement primaire[1253] : nous abordons cette question dans un prochain paragraphe. Auparavant, rappelons qu'au terme du décret n°65-438 du 10 juin 1965[1254], les deux dernières années du second cycle long comprennent cinq sections pour l'enseignement général (A, B, C, D, E)[1255] ainsi qu'un grand nombre de sections préparant au baccalauréat de technicien. À la rentrée 1966, les programmes applicables aux classes de Première sont relatifs aux sections A, B, C, D, E, alors que ceux applicables aux classes Terminales sont encore relatifs aux sections "philosophie", "sciences expérimentales", "mathématiques élémentaires", "mathématiques et technique", "technique et économie". À la rentrée 1967, les programmes applicables aux classes Terminales sont relatifs aux sections A, B, C, D, E. La première session du baccalauréat de technicien intervient en 1969. Ces modifications s'accompagnent d'innovations dans les programmes de mathématiques avec notamment l'introduction d'enseignements de statistiques et de probabilités en séries B, D et A : l'arrêté du 8 juin 1966[1256] précise les notions à acquérir dans ces domaines pour les classes de Première et de Terminale.

[1252] Journal Officiel de la République Française, 17 juillet 1971, p.7035-7041. Le texte de loi comporte huit paragraphes : institutions de la formation professionnelle, conventions de formation professionnelle, congé de formation, aide de l'État, participation des employeurs au financement de la formation professionnelle continue, aides financières accordées aux stagiaires de formation professionnelle, dispositions relatives aux agents de l'État et aux agents des collectivités locales, dispositions diverses.

[1253] Notons que si cette manière de justifier la réforme des mathématiques modernes constitue la thèse dominante, nous verrons plus loin que Michel ARMATTE, sans l'infirmer complètement, avance une autre explication en rapportant l'origine de cette réforme à la convergence d'intérêts entre le structuralisme mathématique et celui des sciences sociales.

[1254] - publié au Journal Officiel le 12 juin 1965, p.4882 -

[1255] La section A, orientée vers les études littéraires, linguistiques et philosophiques, comporte une option "arts". La section B, orientée vers les sciences économiques et sociales, comporte une initiation aux mathématiques pures et appliquées nécessaires à l'étude de ces sciences. La section C est orientée vers les mathématiques et les sciences physiques. La section D est orientée vers les sciences de la nature et les mathématiques étudiées en vue de leurs applications. La section E associe à un enseignement scientifique un enseignement technique industriel. Une section D', sciences agronomiques et technique, sera également implantée dans les lycées agricoles (arrêté du 10 janvier 1969 publié au Journal Officiel le 15 janvier 1969).

[1256] - publié au Journal Officiel le 15 Juin 1966, p.4811 -

Les textes des programmes de statistique et de probabilités, relatifs aux classes de Première et Terminales pour la période qui s'étend de septembre 1966 à juin 1972, sont intégralement retranscrits en annexes.

Pour les séries B et D, l'année de Première est consacrée à l'enseignement de la statistique descriptive : le programme, ambitieux[1257] lors de sa mise en place en 1966-1967, se trouve amputé dès la fin de cette première année[1258]. L'année de Terminale est consacrée à l'enseignement de l'analyse combinatoire[1259], au calcul des probabilités[1260] et à la statistique mathématique[1261]. Si le programme reste important en classes Terminales B et D, il faut noter qu'il est inexistant dans les deux séries où le volume de l'enseignement mathématique est le plus important, c'est-à-dire en classes de Premières et Terminales C et E : on pourrait s'en étonner si l'on ignorait le statut particulier des probabilités et des statistiques au sein de la science mathématique, statut que nous avons évoqué et problématisé de manière historique dans le chapitre précédent. Rappelons que les explications habituellement invoquées pour rendre raison de cette situation consistent à dire que les programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire sont construits en fonction des programmes de l'enseignement supérieur et des Classes Préparatoires aux Grandes Écoles auxquels ils sont très étroitement raccordés. Dans cette hypothèse, la logique d'élaboration des programmes consiste à mettre à la disposition des élèves les outils mathématiques nécessaires à la poursuite d'études supérieures : outils statistiques et probabilistes en économie et sciences sociales d'une part, en biologie et médecine d'autre part, dans la mesure où ces sciences se trouvent confrontées, dans la problématisation de leurs objets, au hasard et à l'incertitude. Par ailleurs, ces mêmes outils ne sont pas immédiatement utiles aux études de mathématiques, de physique et chimie, aussi bien dans les Classes Préparatoires aux Grandes Écoles que dans les premiers cycles des universités scientifiques : nous formulons l'hypothèse qu'à cette époque, le monde des mathématiques et des sciences de la matière est encore dominé par une conception paradigmatique de la nécessité et de la certitude.

1257 Observation, enregistrement, groupement de données, tableaux numériques, représentations graphiques, médiane, moyennes, dominante, quantiles, écart moyen, fluctuation, écart-type ; indices de la vie économique ; ajustement linéaire, séries chronologiques, corrélation.

1258 Les notions d'ajustement linéaire, de corrélation et les séries chronologiques sont retirées du programme dès 1967.

1259 Permutations, arrangements, combinaisons.

1260 Principes du calcul des probabilités ; variable aléatoire ; loi binomiale, loi normale, loi des grands nombres, loi de POISSON.

1261 Applications des propriétés de la distribution normale au jugement d'un échantillon ; estimation d'une moyenne ; valeur significative d'une moyenne ; intervalle de confiance ; valeur significative de la différence entre les moyennes de deux échantillons.

Nous avons examiné attentivement deux manuels rédigés par Maurice HAGÈGE, intitulés d'une part *Initiation à la statistique*, ouvrage destiné aux élèves de Premières B et D et d'autre part *Éléments de calcul des probabilités et applications* pour les élèves des classes Terminales B et D, ouvrages respectivement publiés en 1966 et 1967 aux éditions OCDL. Lorsqu'il élabore ces manuels, Maurice HAGÈGE est maître-assistant à la Faculté des Sciences de Lyon : il n'enseigne donc pas dans les classes en question. L'ouvrage destiné aux élèves des classes Terminales B et D de M. HAGÈGE, comme son titre l'indique, expose les éléments du calcul des probabilités ainsi que ses applications à l'acquisition des outils statistiques. Vis-à-vis de cet objectif, le cours a pour objet de donner les outils conceptuels, les savoirs déclaratifs et procéduraux permettant d'aboutir à la loi normale : celle-ci est définie comme approximation de la loi binomiale (reprise du processus historique), d'où la nécessité également de connaître en amont les notions de variable aléatoire, de probabilité, ainsi que quelques éléments de combinatoire.

- Dans le chapitre 1[1262] (p.7-19), il est question de problèmes de dénombrement : permutations, arrangements, combinaisons, exercices d'applications résolus, nombre de sous-ensembles d'un ensemble à *n* éléments, formule du binôme. En fin de chapitre, neuf exercices sont proposés.

- Le chapitre 2 (p.21-43) traite des notions d'expérience aléatoire, d'événements et de composition d'événements et installe le vocabulaire. La probabilité est introduite au moyen d'une approche par la stabilisation des fréquences lors d'une expérience aléatoire puis est définie axiomatiquement. Des exercices d'application du calcul des probabilités aux jeux de hasard sont ensuite présentés comme modèles (ce sont des exercices résolus) puis proposés à la réflexion des élèves. <u>La notion de probabilité conditionnelle est introduite au moyen de la notion de "fréquence relative sous une condition" puis définie rigoureusement</u>. En fin de chapitres, seize exercices sont proposés dont un certain nombre ont été posés aux épreuves du baccalauréat de la série "sciences expérimentales" en 1962.

- Le chapitre 3 (p.45-63) traite des notions de variable aléatoire discrète et de loi de probabilité. Sont alors définies les notions de fonction de répartition, d'espérance mathématique, de moments. L'inégalité de BIENAYMÉ-TCHEBYCHEFF est démontrée et un exemple de son utilisation est proposé. Il est ensuite question de l'indépendance des variables aléatoires. Cinq exercices sont proposés en fin de chapitre.

[1262] M. HAGÈGE, *Éléments de calcul de probabilités et applications, Terminales BD*, éditions OCDL, 1967

- Le chapitre 4 (p.65-78) traite des notions de variable aléatoire continue et de loi de probabilité. Ce chapitre reprend les mêmes notions que celles du chapitre 3 en les traitant avec les outils spécifiques aux variables continues : fonctions, intégrales, etc. Trois exercices sont proposés dont l'un consiste à démontrer l'inégalité de BIENAYMÉ-TCHEBYCHEFF dans le cas d'une variable aléatoire continue. Il est intéressant de remarquer comment M. HAGÈGE présente la notion de variable aléatoire continue et de comparer sa présentation avec celle qui sera faite lors de la période des "mathématiques modernes". *« Considérons l'expérience aléatoire qui consiste à choisir une personne dans une ville déterminée et à mesurer sa taille ; le nombre obtenu peut a priori être n'importe quelle valeur réelle (en fait, décimale) de l'intervalle* [*0 ; 2*]*, l'unité de longueur étant le mètre ; nous disons alors que la taille X est une variable aléatoire continue. De même la portée d'un obus de type déterminé, tiré par une pièce d'artillerie dans des conditions (plan vertical, angle de visée) uniformes, la durée d'une conversation téléphonique sont des variables aléatoires continues. »*[1263]

- Le chapitre 5 (p.79-88) aborde la loi binomiale et la loi des grands nombres. Le théorème de BERNOULLI est énoncé et démontré à l'aide de l'inégalité de BIENAYMÉ-TCHEBYCHEFF ; le théorème de BOREL est simplement énoncé. M. HAGÈGE évoque alors de manière intuitive les conséquences des théorèmes de BERNOULLI et de BOREL : *« Étant donné un événement de probabilité p, il est peu probable que la fréquence relative de cet événement au cours d'un grand nombre d'épreuves, s'écarte beaucoup de la probabilité p de cet événement. »*[1264] Sept exercices sont proposés en fin de chapitre.

- Le chapitre 6 (p.89-109) traite de la loi de LAPLACE-GAUSS. Elle est présentée comme forme limite de la loi binomiale lorsque le nombre d'épreuves est indéfini. Le théorème central limite est énoncé : quelles que soient les lois de probabilité de variables aléatoires indépendantes, et sous certaines conditions, la somme de ces variables aléatoires suit une loi de LAPLACE-GAUSS. Huit exercices d'application sont proposés en fin de chapitre.

- Le chapitre 7 (p.111-115) traite de la loi de POISSON. Elle est présentée comme approximation de la loi binomiale lorsque les paramètres de celle-ci vérifient un certain nombre de conditions. Six exercices d'application sont proposés en fin de chapitre.

[1263] M. HAGÈGE, *Éléments de calcul de probabilités et applications, Terminales BD*, *op. cit.*, p.65
[1264] M. HAGÈGE, *Éléments de calcul de probabilités et applications, Terminales BD*, *op. cit.*, p.86

- Le chapitre 8 (p.117-133) est intitulé “Jugement sur échantillon, problèmes relatifs aux pourcentages”. Il s’agit d’appliquer le calcul des probabilités à quelques problèmes d’interprétation statistique : à partir de l’étude d’un échantillon tiré d’une population, dans quelle mesure peut-on tirer des conclusions relatives à cette population ? Sont distingués les problèmes d’estimation et les problèmes de comparaison. Sont introduites les notions d’intervalle de confiance et de test d’hypothèse. Huit exercices sont proposés.

- Le chapitre 9 (p.135-147) traite du “Jugement sur échantillon et des problèmes relatifs aux moyennes”. Il s’agit d’étudier les problèmes d’estimation et de comparaison relatifs à la moyenne d’une population. Connaissant la moyenne d’un échantillon, peut-on estimer la moyenne de la population ? Il est ensuite question de la comparaison d’une moyenne d’échantillon à une moyenne présumée et de la comparaison des moyennes de deux échantillons. En fin de chapitres, dix exercices sont proposés dont un certain nombre a été posé aux épreuves du baccalauréat en 1966.

Par ailleurs, il nous semble intéressant d’examiner la manière choisie par l’auteur pour définir la notion de probabilité. Maurice HAGÈGE écrit au chapitre 2 :

« a) La géométrie, par exemple, est une branche abstraite des mathématiques, qui peut être développée à partir de notions premières (point, droite, ...) et d’axiomes, indépendamment de considérations expérimentales ; mais le fait que ces notions premières et ces axiomes correspondent à des objets réels et à des faits expérimentaux (un fil tendu donne la notion de droite, un fil tendu entre deux épingles conduit à l’axiome : par deux points il passe une droite et une seule, etc.) permet l’utilisation de la géométrie comme modèle mathématique dans des problèmes pratiques : supposons par exemple qu’un topographe veuille déterminer les dimensions d’une parcelle de terrain triangulaire, ABC, le point C lui étant inaccessible ; il va mesurer sur le terrain la distance AB et les angles B et C, la géométrie lui permet alors de calculer les autres éléments du triangle ABC.

b) Tout comme la géométrie, le calcul des probabilités peut être développé à partir de notions premières (probabilité d’un événement, ...) et d’axiomes ; son principal objet est alors de calculer les probabilités de certains événements à partir des probabilités, supposées connues, d’autres événements. Mais, comme la géométrie, il peut aussi servir de modèle mathématique, dans des situations concrètes : le statisticien “mesure” les probabilités de certains événements et se sert du calcul des probabilités pour en déduire les probabilités d’autres événements qui l’intéressent et dont il lui serait malaisé ou même impossible de “mesurer” les probabilités. Pour le statisticien, la notion de probabilité d’un événement repose sur la notion expérimentale de fréquence de cet événement dans une série d’épreuves et sur le phénomène expérimental de régularité statistique.

c) Fréquence observée d’un événement

Considérons une expérience aléatoire $\mathcal{E}$ *et intéressons-nous à un événement* A *lié à cette expérience ; la fréquence observée* $n(A)$ *de l’événement* A *au cours d’un nombre* N

d'épreuves est le nombre de fois que cet événement s'est réalisé au cours de ces N *épreuves ; la fréquence relative de* A *est alors :* $\varphi(A) = \dfrac{n(A)}{N}$ *et jouit des propriétés suivantes :*

1° $0 \leq \varphi(A) \leq 1$

2° E *étant l'événement certain (donc réalisé à chaque épreuve),* $\varphi(E) = 1$ *;*

3° A *et* B *étant deux événements incompatibles,* $\varphi(A \text{ ou } B) = \varphi(A) + \varphi(B)$ *(en effet le nombre de réalisations de l'événement* A *ou* B *au cours des* N *épreuves est égal à* $n(A) + n(B)$.

d) Régularité statistique

Taillons dans un morceau de bois un dé ayant la forme d'un tétraèdre (non régulier) et numérotons ses faces 1, 2, 3, 4 ; considérons l'expérience aléatoire qui consiste à lancer ce dé et à observer la face sur laquelle il repose une fois qu'il est tombé ; intéressons-nous par exemple à l'événement A *"le dé tombe sur la face n°1". Lançons ce dé un grand nombre de fois,* N, *et calculons la fréquence relative de l'événement* A *pour des valeurs croissantes de* N *: pour les grandes valeurs de* N, *les fréquences relatives* $\varphi_N(A)$ *semblent se stabiliser autour d'une valeur fixe.*

N	$n(A)$	$\varphi_N(A)$
10	3	0,300
50	12	0,240
100	26	0,260
200	53	0,265
500	142	0,284
1000	277	0,277
2000	588	0,279

Tableau 5

Cette stabilisation des fréquences relatives lorsque N *augmente, a été constatée expérimentalement sur plusieurs autres phénomènes et est appelée régularité statistique.*

Citons quelques exemples :

1° Lorsque l'on consulte les registres d'état civil, on s'aperçoit que le rapport $\dfrac{\text{nombre de naissances de garçons}}{\text{nombre de naissances}}$ *calculé pour un grand nombre de naissances a une valeur voisine de 0,510 et cela quelles que soient la ville et la période où sont faites les observations. (Chaque naissance considérée est une épreuve et le rapport calculé est la fréquence relative de l'événement "garçon" dans l'ensemble d'épreuves considérées).*

2° Si on observe un grand nombre de pièces produites par une machine-outil, le rapport $\dfrac{\text{nombre de pièces défectueuses}}{\text{nombre de pièces observées}}$ *a une valeur sensiblement constante d'une série d'observations à une autre.*

e) La notion empirique de probabilité

Revenons à l'exemple du dé tétraédrique : le tableau 5 nous conduit à admettre que $\varphi_N(A)$ *tend vers une limite quand* N *tend vers l'infini et c'est cette limite que le statisticien appelle la probabilité de l'événement* A.

Peut-on connaître la valeur de cette limite ? Non, puisqu'il n'est pas possible de faire un nombre infini d'épreuves ; le statisticien prend alors 0,279 comme valeur approchée de cette limite ; il peut espérer obtenir une valeur approchée meilleure en augmentant le nombre d'épreuves (par exemple en lançant le dé mille fois de plus). Lorsque le topographe mesure sur le terrain la distance AB, il n'en obtient, lui aussi, qu'une valeur approchée. Il y a toutefois une différence essentielle entre la mesure du topographe et celle du statisticien : le topographe sait donner l'erreur maximum commise dans la mesure (il obtient par exemple AB = 324 m ± 1 m). Par contre lorsque le statisticien prend 0,279 comme valeur approchée de la probabilité p *de l'événement* A*, cela n'a de sens que s'il sait donner l'erreur maximum, c'est-à-dire une valeur numérique supérieure à la différence* $|p - 0{,}279|$. *Nous verrons plus loin que cela est possible et de plus que cette erreur maximum diminue lorsque le nombre d'épreuves augmente.* […] *Dans la présentation axiomatique du calcul des probabilités, la probabilité d'un événement est considérée comme une notion première ; mais puisque dans l'utilisation du calcul des probabilités comme modèle mathématique dans des situations concrètes, la notion (empirique) de probabilité apparaît comme une "idéalisation" de la fréquence relative, les axiomes du calcul des probabilités sont calqués sur les propriétés des fréquences relatives.*

Étant donnés une expérience aléatoire $\mathcal{E}$ *(ayant* n *issues* $e_1, e_2, ..., e_n$*) et les* 2^n *événements liés à* $\mathcal{E}$ *(sous-ensembles de* $E = \{ e_1, e_2, ..., e_n \}$*), à tout événement* A *lié à* $\mathcal{E}$*, on fait correspondre un nombre* $P(A)$*, appelé probabilité de l'événement* A*, satisfaisant aux axiomes suivants :*

1° $0 \leq P(A) \leq 1$

2° Si A *et* B *sont deux événements incompatibles alors :* $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$.

3° $P(E) = 1$. »[1265]

Pour définir la notion de probabilité, M. HAGÈGE adopte une "approche fréquentiste". Cet auteur considère en effet les expériences aléatoires comme des substrats concrets permettant des développements théoriques : en mettant en regard valeurs observées et concept théorique, il considère le calcul des probabilités comme un modèle mathématique servant à l'étude de situations aléatoires de la réalité. M. HAGÈGE distingue les fréquences relatives observées lors d'expériences aléatoires qui relèvent du domaine réel et la probabilité qui est un concept abstrait relevant du domaine théorique. Il prend donc soin de ne pas confondre ces deux domaines qui, au niveau épistémologique, sont de natures différentes. Notons que M. HAGÈGE mobilise le moins possible le formalisme mathématique et n'utilise pas le vocabulaire ensembliste. Dans l'expression "approche fréquentiste", le mot "approche" est important : il s'agit en effet d'introduire une notion plutôt qu'un concept et, nous le verrons, cette manière de procéder sera expressément recommandée dans les programmes des classes de Premières en 1991. Une "approche fréquentiste" consiste en une mise en compréhension de la situation : il ne s'agit pas d'une conceptualisation mais

[1265] M. HAGÈGE, *Éléments de calcul de probabilités et applications, Terminales BD*, *op. cit.*, p.24-27 d'une préparation à la conceptualisation. Notons qu'il ne faut pas confondre "approche fréquentiste" et "définition fréquentiste" de la probabilité dont les fondements axiomatiques ont été posés par Richard VON MISES. Les travaux théoriques de R. VON MISES ont, par la suite, inspiré un certain nombre de professeurs qui ont rédigé des ouvrages à l'intention des étudiants, en particulier Alfred RÉNYI et Hélène VENTSEL. Pour Alfred RÉNYI, professeur de l'université de Budapest, la probabilité est le nombre vers lequel se stabilise la fréquence. Il écrit : *« Il y a donc des événements aléatoires dont la fréquence relative dénote une certaine stabilité, c'est-à-dire qu'elle oscille autour d'une valeur bien déterminée et les oscillations deviennent en général d'autant plus petites que le nombre des épreuves est plus grand. Nous appellerons probabilité d'un événement le nombre autour duquel oscille la fréquence relative de l'événement considéré. »*[1266] Il s'agit là d'une "définition fréquentiste" de la probabilité. A. RÉNYI postule, après constatation de la stabilisation des fréquences, qu'un tel nombre existe : il définit ainsi la probabilité. Ce nombre est parfois appelé "fréquence théorique" pour précisément ne pas confondre "probabilité" et "fréquence théorique". Il nous semble intéressant d'évoquer ici une autre définition de la probabilité, à savoir celle élaborée par Hélène VENTSEL dans un ouvrage édité à Moscou en 1962 et traduit en français en 1973 : H. VENTSEL développe la thèse qu'il existe un lien entre fréquence et probabilité, thèse différente de celle de A. RÉNYI et proche de celle présentée par M. HAGÈGE. Elle écrit : *« Le lien existant entre la fréquence d'un événement et sa probabilité est très profond. Ces deux notions sont pratiquement inséparables. En effet, lorsqu'on estime la probabilité d'un événement, on se base forcément sur la fréquence des événements analogues dans la pratique. En caractérisant la probabilité d'un événement par un nombre quelconque on ne peut attribuer à ce nombre une autre valeur réelle et une autre signification que la fréquence relative d'apparition de l'événement en question dans un grand nombre d'expériences. L'estimation numérique de l'éventualité d'un événement par la probabilité n'a de sens pratique que parce que les événements plus probables se produisent en moyenne plus souvent que les moins probables. Et si la pratique montre que, au fur et à mesure de l'augmentation du nombre d'expériences, la fréquence de l'événement a tendance à se stabiliser, s'approchant rigoureusement d'un nombre constant, il est naturel d'admettre que ce nombre est la fréquence de l'événement. Il est clair que l'on peut vérifier cette hypothèse seulement pour des événements dont les probabilités sont susceptibles d'être calculées directement, c'est-à-dire pour les événements se réduisant à un système de cas, car ce n'est qu'alors qu'il existe une méthode permettant de calculer la probabilité mathématique. De nombreuses expériences réalisées depuis la naissance du calcul des probabilités confirment effectivement cette hypothèse. Il est tout naturel d'admettre que pour les événements ne se*

[1266] A. RÉNYI, *Calcul des probabilités*, éditions Dunod, 1966, p.24-25 *réduisant pas à un système de cas, la même loi reste vraie et que le nombre constant vers lequel tend la fréquence d'un événement, lorsque le nombre d'expériences augmente, n'est rien d'autre que la probabilité de l'événement. On peut alors prendre la fréquence d'un événement, calculée pour un nombre suffisamment grand d'expériences, pour la valeur approchée de la probabilité. C'est ce qu'on fait en pratique, en déterminant à partir de l'expérience les probabilités des événements ne se réduisant pas à un système de cas. »*[1267] Son raisonnement est analogique. Dans les cas où il y a équiprobabilité, il est possible de calculer la probabilité *a priori* et, sous cette hypothèse, d'observer que les fréquences se stabilisent vers ce nombre. Dans les cas où il n'y a pas équiprobabilité, il n'est pas possible de calculer la probabilité *a priori* mais il est alors possible de postuler que, comme dans les cas d'équiprobabilité, ce nombre existe et que les fréquences se stabilisent vers ce nombre : il s'agit-là d'une position objectiviste.

Dans l'ouvrage pour les élèves des classes Terminales de Maurice HAGÈGE, une grande partie des exercices dévolus aux élèves est tirée des annales des sujets proposés au baccalauréat lors des sessions précédentes[1268] (séries "sciences expérimentales" et "technique et économie", sessions 1960, 1962 et 1966) : c'est en ce sens que la forme de l'examen détermine en amont la forme des exercices qui sont proposés aux élèves pendant plusieurs années. Il s'agit généralement d'exercices courts comportant peu de questions, celles-ci mobilisant l'équiprobabilité et la combinatoire considérée comme outil particulièrement approprié à la gymnastique de l'esprit. Ces questions, dans la mesure du possible, sont indépendantes les unes des autres de manière à ce que la non-résolution de l'une d'elles n'empêche pas la résolution des autres. De même, lors de la période 1959-1967 pour la série "sciences expérimentales", et pour la période 1954-1967 pour la série "technique et économie", nous avons étudié l'ensemble des sujets proposés en série D lors des sessions de juin-juillet de l'examen du baccalauréat en 1971 et en 1972. Il ressort de cette étude que pour la session de juin-juillet en 1971, sur trente-deux épreuves de mathématiques répertoriées, il y a eu vingt-quatre exercices de calcul des probabilités proposés (75 %)[1269]. Pour la session de juin-juillet 72, trente-quatre épreuves de mathématiques répertoriées et vingt-quatre exercices de calcul des

---

[1267] H. VENTSEL, *Théorie des probabilités*, éditions Mir, Moscou, 1973, p.24-25

[1268] - ces exercices ont donc été élaborés dans le cadre d'une autre conception des programmes -

[1269] Aix-en Provence : oui ; Amiens : non ; Besançon : non ; Bordeaux : oui ; Caen : oui ; Clermont : non ; Dijon : oui ; Grenoble : oui ; Lille : oui ; Limoges : non ; Lyon : non ; Montpellier : non ; Nancy : oui ; Nantes : oui ; Nice : oui ; Orléans : oui ; Paris : oui ; Poitiers : oui ; Reims : oui ; Rennes : oui ; Rouen : non ; Strasbourg : oui ; Toulouse : oui ; Groupe 1 : oui ; Abidjan : oui ; Cambodge et Laos : oui ; Départements d'outre-mer : oui ; Nord Cameroun : oui ; Maroc : oui ; Mexico : non ; Montréal et New York : oui ; Saigon : oui.

probabilités proposés (70 %)[1270]. Ainsi, pour la période 71-72, nous disposons de quarante-huit exercices de calculs de probabilités proposés à l'examen du baccalauréat série D. Si l'on examine maintenant le contenu et la forme de ces exercices de calcul des probabilités, on constate que les thèmes de ces exercices sont distribués de la manière suivante :

- Prélèvements de boules ou de jetons dans une urne, combinaisons : 7 exercices ;
- Tirages au sort de divers éléments (individus, objets fabriqués industriellement, lettres, nombres, etc.) donnant lieu à des calculs de dénombrements de différents groupements ; déduction de certaines probabilités inconnues à partir des valeurs d'autres probabilités connues : 9 exercices ;
- Variable aléatoire discrète, loi de probabilité, calcul de l'espérance mathématique, de la variance, de l'écart-type ; fonction de répartition : 17 exercices ; variable continue, loi de probabilité, calcul de l'espérance, de la variance à l'aide d'intégrations : 1 exercice ;
- Loi binomiale : 4 exercices ; loi de POISSON : 1 exercice ; loi normale : 1 exercice ;
- Couples de variables aléatoires, indépendance : 4 exercices ; somme de deux variables aléatoires : 2 exercices ;
- Probabilités conditionnelles : 2 exercices.

Remarquons, par rapports aux expériences précédentes - “sciences expérimentales” (1959-1967) et “technique et économie” (1954-1967) - le très grand nombre d'exercices (dix-sept sur quarante-huit) portant sur la notion de variable aléatoire discrète (loi de probabilité ; calcul de l'espérance mathématique, de la variance, de l'écart-type ; étude la fonction de répartition) et la nouveauté consistant à proposer des exercices avec des calculs de probabilités conditionnelles. Par contre, un certain nombre de notions qui figurent explicitement au programme de cette série n'apparaissent jamais dans les sujets du baccalauréat (nous l'avons également vérifié pour les années 1968, 1969, et 1970) : c'est le cas des notions de jugement sur échantillon, d'intervalles de confiance, de tests d'hypothèse, des problèmes d'estimation et de comparaison d'échantillons relatifs à la moyenne d'une population. De

[1270] Aix-en Provence : non ; Amiens : oui ; Besançon : oui ; Bordeaux : non ; Caen : oui ; Clermont : oui ; Dijon : oui ; Grenoble : non ; Lille : oui ; Limoges : non ; Lyon : oui ; Montpellier : non ; Nancy : oui ; Nantes : oui ; Nice : oui ; Orléans : oui ; Paris : non ; Poitiers : oui ; Reims : non ; Rennes : oui ; Rouen : non ; Strasbourg : non ; Toulouse : oui ; Groupe 1 : oui ; Abidjan : oui ; Cambodge et Laos : non ; Sud Cameroun : oui ; Centres d'outre-mer : oui ; Dakar : oui ; Départements d'outre-mer : oui ; Maroc : oui ; Mexico : oui ; Montréal et New York : oui ; Sud Viet-Nam : oui.

manière à illustrer notre propos et à pouvoir également comparer avec ce qui est proposé à d'autres périodes, nous avons extrait cinq exercices qui nous apparaissent caractéristiques et représentatifs de ce qui a été proposé aux candidats du baccalauréat de la série D en 1971 et 1972.

<u>Exercice 17</u> : (*Prélèvements de boules dans une urne, combinaisons*)
Une urne contient douze boules : cinq rouges, quatre blanches, trois noires. En supposant l'équiprobabilité du tirage d'une boule quelconque, on demande la probabilité pour qu'en tirant simultanément quatre boules de l'urne, on obtienne :

a) quatre boules rouges ;
b) aucune boule rouge ;
c) au moins une boule rouge ;
d) une boule rouge, une boule blanche et deux boules noires.

Série D, session de juin-juillet 1971, Groupe 1[1271]

<u>Exercice 18</u> : (*Loi binomiale*)

Un dé homogène et cubique a quatre faces blanches et deux faces noires. Une partie consiste à le lancer cinq fois de suite et à observer la couleur de la face supérieure du dé stabilisé, après sa retombée. On appelle X le nombre d'apparitions d'une face blanche au cours de cinq jets successifs.

1° Quelle loi de probabilité l'étude de cette expérience aléatoire permet-elle ?

2° Quelle est la probabilité pour que $X = 3$?

3° Quelle est la probabilité d'avoir au moins trois apparitions d'une face blanche au cours de la partie ?

Série D, session de juin-juillet 1971, Orléans[1272]

<u>Exercice 19</u> : (*Variable aléatoire discrète, loi de probabilité, calcul de l'espérance mathématique et de l'écart-type*)[1273]

Un sac contient cinq boules numérotés respectivement 1, 2, 3, 3 et 4 (deux boules portent le numéro 3).

On tire deux boules simultanément et l'on fait la somme, X, des nombres inscrits sur les boules tirées. (On suppose que tous les tirages de deux boules ont la même probabilité).

1° Quelle est la probabilité pour que $X = 4$?

2° Quelle est la probabilité pour que $X \geq 6$?

3° X peut donc être considérée comme une variable aléatoire dont la valeur est la somme des numéros tirés. Quelle est la loi de probabilité de X ?

4° Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de la loi de probabilité de X.

Série D, session de juin-juillet 1972, Lille[1274]

[1271] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries A, B, D et D', Librairie Vuibert, 1971, p.102
[1272] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries A, B, D et D', Librairie Vuibert, 1971, p.67
[1273] Les commentaires en italique sont nôtres et n'accompagnent donc pas le texte des exercices.
[1274] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries A, B, D et D', Librairie Vuibert, 1971, p.37

Exercice 20 : (*Prélèvements de boules dans une urne, combinaisons ; couples de variables aléatoires, indépendance*)

On considère dix jetons identiques. On inscrit sur six d'entre eux le chiffre 0 et sur les quatre autres le chiffre 1.

1° Combien existe-t-il de combinaisons de trois jetons parmi les dix :

a) contenant trois chiffres 0 ;

b) contenant deux chiffres 0, et deux seulement ;

c) contenant un chiffre 0, et un seulement ;

d) ne contenant aucun chiffre 0 ?

2° On mélange les dix jetons dans un sac, puis on en extrait trois, au hasard, les tirages de l'un quelconque des jetons étant équiprobables. On note X la somme des trois nombres indiqués sur ces trois jetons et Y le plus grand de ces trois nombres.

a) Calculer les espérances mathématiques de X et de Y.

b) Dresser un tableau donnant la loi de probabilité du couple (X, Y), ainsi que les lois marginales de X et de Y.

c) Les variables aléatoires X et Y sont-elles indépendantes ? Justifier la réponse.

Série D, session de juin-juillet 1972, Dijon[1275]

Exercice 21 : (*Loi normale*)

Une usine fabrique des tuyaux en utilisant un procédé de fabrication qui ne garantit pas leur longueur avec exactitude.

La longueur X des tuyaux est une variable aléatoire et l'expérience montre que $\frac{X-10}{2}$ est une variable aléatoire de Gauss (densité $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$). L'unité de longueur est le mètre.

1° Avec quelle probabilité la longueur X d'un tuyau est-elle comprise entre 9,20 m et 10,80 m ?

2° Avec quelle probabilité la longueur X d'un tuyau est-elle supérieure à 12 mètres ?

3° L'usine fabrique six tuyaux. Quelle est la probabilité d'obtenir deux tuyaux mesurant plus de 12 mètres ?

Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un tuyau mesurant plus de 12 mètres ?

On donnera les valeurs approchées des probabilités en utilisant le tableau suivant des valeurs approchées de la loi de Gauss :

t	- 0,2	- 0,4	- 0,6	- 0,8	- 1
$\Phi(t)$	0,42	0,34	0,27	0,21	0,15

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{t} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$$

Série D, session de juin-juillet 1971, Bordeaux[1276]

[1275] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries A, B, D et D', Librairie Vuibert, 1972, p.28

[1276] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries A, B, D et D', Librairie Vuibert, 1971, p.13

§.4. Les effets de la domination de la production bourbakiste[1277] sur le développement et sur l'enseignement des statistiques et des probabilités dans la seconde moitié du XX^e^ siècle

§.4.1. La réorganisation du savoir mathématique par BOURBAKI

On ne peut élaborer une histoire de l'enseignement des probabilités et des statistiques en France sans évoquer le rôle considérable de l'équipe BOURBAKI dans la production mathématique à partir de 1940. Rappelons que le nom "Nicolas BOURBAKI" recouvre une libre association de mathématiciens ayant pour projet initial d'élaborer collectivement et dans l'anonymat un traité d'analyse mathématique susceptible de remplacer, dans l'enseignement supérieur, les manuels existants qu'ils jugent insatisfaisants, notamment en calcul différentiel et intégral. De ce projet initial vont émerger les *Éléments de mathématique* publiés en une trentaine d'ouvrages représentant un volume d'environ sept mille pages. Les fondateurs, sept anciens élèves de l'École Normale Supérieure de la rue d'Ulm, sont André WEIL[1278], Henri CARTAN, Claude CHEVALLEY, Jean DELSARTE, Jean DIEUDONNÉ, Benoît MANDELBROT et René DE POSSEL. Leur projet, délibérément élitiste bien qu'ils s'en défendent, consiste à élaborer au niveau le plus élevé une vaste synthèse réfléchie et discutée de résultats mathématiques de très haut niveau, notamment ceux issus des courants modernes de la mathématique du premier tiers du XXe siècle, généralement fabriqués hors de France, et à les diffuser sans concession, d'où un aspect austère, monolithique et dogmatique, les exposés s'en tenant à l'agencement logique des notions et des raisonnements. Dans un article consacré à l'aventure bourbakiste, André REVUZ[1279] souligne que le dogmatisme de BOURBAKI est d'autant plus profond que quelles qu'aient pu être les discussions ayant présidé à l'élaboration des textes produits, ceux-ci ne présentent toujours qu'un seul point de vue. Le traité sur l'intégration a ainsi été l'objet de vives critiques, notamment parce que la démarche utilisée mobilise des notions de topologie - la continuité - qui apparaissent inutiles à de nombreux et éminents mathématiciens, notamment à Arnaud DENJOY[1280]. Les *Éléments de mathématique* sont censés prendre la mathématique à son début, du moins sur le plan logique. Le mode d'exposition est axiomatique et systématique, l'ouvrage devant servir aux fondements de la mathématique et ayant vocation à être un

---

1277 ou bourbachique
1278 - frère de la philosophe Simone WEIL -
1279 A. REVUZ, *La prise de conscience bourbakiste*, 1930-1960, in *Les sciences au lycée*, sous la direction de B. BELHOSTE, H. GISPERT et N. HULIN, Vuibert-INRP, 1996, p.74
1280 - 1884-1974 -

outil universel de référence pour les mathématiciens. L'œuvre de BOURBAKI, qui a eu un retentissement mondial, reste inachevée, ce qui est inévitable compte tenu du développement des mathématiques. Les travaux et les publications se poursuivent toujours ainsi que le séminaire, mais le rythme s'est considérablement ralenti. Notons que 1998 a vu la parution du dixième chapitre du Livre d'algèbre commutative.

L'équipe BOURBAKI a élaboré une méthode de travail commandée par le principe de l'unité de la mathématique : elle a ainsi mis en évidence le fait que la mathématique n'étudie pas des objets mais des relations entre objets, l'important étant l'agencement de ces relations, d'où la mise en évidence de structures abstraites (algébriques, topologiques, structures de groupe, d'anneau, d'idéal, de corps, d'espace vectoriel, etc.), de morphismes (homo-, iso-, endo-, auto-, difféo-, etc.) qui sont les applications qui vont d'un ensemble muni d'une structure à un autre ensemble muni d'une structure de même espèce, applications compatibles avec ces structures. *« Définies par un ensemble restreint d'axiomes, les structures mathématiques telles que groupes, corps, algèbres, graphes, etc. établissent un réseau de conditions issues du jeu itératif des relations qu'on peut se représenter comme une petite théorie préparée à l'avance pour qui veut l'utiliser dans tel ou tel cas particulier, du prêt-à-porter en quelque sorte. Peu importe qu'un groupe soit un groupe de symétries, un groupe de déplacements ou encore d'opérateurs linéaires, les déductions faites pour la structure du groupe s'appliqueront. La notion de structure mathématique décrit une situation sans s'attacher au sens des objets concernés mais à leurs relations uniquement. »*[1281] L'équipe BOURBAKI a ainsi substitué à une classification selon les objets une classification selon les méthodes. BOURBAKI a accordé à l'axiomatique une place centrale dans la construction de la mathématique qui est alors considérée comme une théorie déductive reposant entièrement sur ses axiomes. L'équipe BOURBAKI fonde sa construction théorique sur la théorie des ensembles. La notion de structure, cœur de la construction axiomatique, est d'abord présentée ; les structures sont ensuite classées par degré de complexité. De même que la chimie distingue les éléments simples à partir desquels tout peut être reconstruit, de même les structures mathématiques complexes et particulières sont construites à partir de structures plus simples et plus générales. L'équipe BOURBAKI distingue les structures fondamentales de l'analyse, de l'algèbre, les structures topologiques, les structures combinées. En 1941, le plan général du *Traité des Éléments de mathématique* comporte quatre parties (Structures fondamentales de l'analyse, Analyse fonctionnelle, Topologie différentielle, Analyse algébrique), chacune divisée en "Livres", chaque "Livre" étant divisé en chapitres. Par exemple, la partie "Structures fondamentales de l'analyse", est divisée en huit "Livres" qui

[1281] N. BOULEAU, *Philosophies des mathématiques et de la modélisation*, *op. cit.*, p.124

sont : Livre I : Théorie des ensembles ; Livre II : Algèbre ; Livre III : Topologie générale ; Livre IV : Espaces vectoriels topologiques ; Livre V : Calcul différentiel ; Livre VI : Intégration ; Livre VII : Topologie combinatoire et variétés différentiables ; Livre VIII : Fonctions analytiques. Chacun de ces ouvrages s'appuie sur les notions précédemment introduites et les combine entre elles. Si le mouvement bourbakiste est apparemment né d'une insatisfaction profonde vis-à-vis de l'enseignement des mathématiques dans les facultés des sciences dans les années vingt (1920), il semble ne jamais s'être soucié des retombées de son travail sur des niveaux inférieurs à celui où il s'est placé, ni s'être intéressé à l'enseignement du second degré, ce qui ne signifie pas, à l'inverse, que les concepteurs des programmes - notamment du secondaire - ne se soient pas intéressés et référés à la production de BOURBAKI. L'équipe BOURBAKI a révélé l'importance de certaines théories mathématiques jusqu'alors négligées. Si elle n'a pu couvrir la totalité du champ mathématique, son prestige a été tel qu'il y a eu un glissement entre deux assertions : de l'assertion vraie “les choses auxquelles BOURBAKI s'intéresse sont importantes”, on est passé à l'assertion fausse “ce à quoi BOURBAKI ne s'intéresse pas est sans importance”. En première analyse, cette dernière assertion semble pouvoir s'appliquer à la manière dont l'équipe BOURBAKI a considéré la statistique et le calcul des probabilités. Ceux-ci apparaissent parfois marqués par le désintérêt et le dédain comme l'atteste l'accueil déplorable fait à Joseph DOOB, éminent probabiliste américain, dont la conférence à Paris a été, comme le rapporte Laurent SCHWARTZ[1282], sérieusement perturbée par les membres du groupe BOURBAKI. Cependant, l'examen approfondi de certains documents d'archives exhumés par Norbert MEUSNIER permet de revisiter ce jugement. Il semble en effet, que le groupe BOURBAKI n'ait jamais eu l'intention de marginaliser la théorie des probabilités. Au contraire, et ce dès le départ, il a souhaité les englober dans sa théorie de l'intégration : c'est ce qui ressort notamment de la lecture d'un article, écrit en prison par André WEIL, publié en avril 1940 dans le numéro 4 de la Revue scientifique, revue rose illustrée, dont le titre “Calcul des probabilités, méthode axiomatique, intégration” témoigne de l'intérêt de son

[1282] *« Je me souviens encore d'une conférence du célèbre probabiliste américain Doob à Paris où il était question d'une probabilité sur l'espace des fonctions continues, non localement compact, la probabilité de Wiener du mouvement brownien. Les bourbakistes présents à la conférence l'interrompaient constamment, bruyamment et sans courtoisie, sous le prétexte que son espace n'était pas localement compact et que ce qu'il disait “n'avait pas de sens”. »* L. SCHWARTZ, *Un mathématicien aux prises avec le siècle*, *op. cit.*, p.173

auteur pour le sujet[1283]. Après avoir mis en évidence l'existence d'un lexique permettant de passer des théories de l'intégration et de la mesure à la théorie des probabilités, A. WEIL annonce, dans une note de bas de page, la parution future, dans les *Éléments de mathématique* de Nicolas BOURBAKI, d'un fascicule consacré aux premiers principes du calcul des probabilités[1284]. Notons également l'existence, dans le cadre du Séminaire BOURBAKI, d'au moins trois exposés consacrés au calcul des probabilités avant 1964 : l'un de Laurent SCHWARTZ en 1958 dans lequel il définit les "principes essentiels du calcul des probabilités", les "variables aléatoires sur des espaces vectoriels topologiques"[1285], les "variables gaussiennes", les "variables aléatoires généralisées d'ordre 2", la "fonction aléatoire du mouvement brownien dite de WIENER-LEVY" et la "mesure de WIENER-LEVY"[1286], deux de Pierre CARTIER en 1962[1287] et en 1964[1288]. Il y a eu d'autres exposés depuis cette date. Comme nous l'avons évoqué précédemment, il semble que l'adoption du calcul des probabilités par l'équipe BOURBAKI ait été rendue délicate en raison des choix faits en théorie de l'intégration. En effet, il existe deux approches concurrentes en théorie de l'intégration. D'une part, une approche classique, inspirée des travaux menés au XIX^e^ siècle, notamment par RIEMANN, sur les fonctions intégrables et le calcul intégral par approximations soit de fonctions en escaliers, soit de fonctions continues sur des ensembles compacts. D'autre part, une approche de type ensembliste fondée sur une théorie axiomatique d'une mesure abstraite posée sur un ensemble abstrait et sur la construction d'une intégrale par rapport à cette

---

[1283] *« La théorie des probabilités, qui a fourni le sujet de quelques-uns des travaux les plus pénétrants de l'analyse moderne, a donné l'occasion aussi, plus peut-être qu'aucune autre branche des mathématiques (sans en excepter même la logique ni la théorie des ensembles) d'énoncer des non-sens et des absurdités. Il était réservé à la méthode axiomatique moderne d'éclaircir définitivement les questions de principe posées par les probabilités, ou tout au moins celles de ces questions qui sont d'ordre mathématique : c'est désormais chose faite, et il n'y a plus guère, pour en discuter, que quelques retardataires qui s'attachent encore, pour des raisons d'habitude ou d'amour-propre, à des idées périmées. D'ici quelques années, les discussions acharnées auxquelles ce sujet a donné lieu paraîtront aussi incompréhensibles que, pour nous, les disputes du calcul infinitésimal à ses débuts ou de la théorie des nombres relatifs jusqu'à l'époque de Descartes. »* A. WEIL, *Calcul des probabilités, méthode axiomatique, intégration*, Revue scientifique, Revue rose illustrée, n°4, avril 1940, p.201

[1284] *« Une théorie de l'intégration,* […] *sera exposée dans un fascicule à paraître des Éléments de mathématique de N. Bourbaki, déjà cités, fascicule qui contiendra aussi les premiers principes du calcul des probabilités. »* A. WEIL, *Calcul des probabilités, méthode axiomatique, intégration*, *op. cit.*, p.206

[1285] On repère "l'attraction" de L. SCHWARTZ pour l'analyse puisqu'il s'attache à relier ici les fondements des probabilités, qui n'avaient rien de topologiques, aux préoccupations des bourbakistes pour la topologie.

[1286] *La fonction aléatoire du mouvement brownien*, L. SCHWARTZ, Séminaire Bourbaki, 1958, p.327-349

[1287] *Fluctuations dans les suites de variables aléatoires indépendantes*, P. CARTIER, Séminaire Bourbaki, 1962-1963, exposé n°241, p.7-24

[1288] *Processus aléatoires généralisés*, P. CARTIER, Séminaire Bourbaki, 1963-1964, exposé n°272, p.425-434 mesure abstraite. Seule, cette dernière approche permet de fonder le calcul des probabilités. L'explication n'est compréhensible qu'avec un certain bagage mathématique[1289]. La théorie axiomatique du calcul des probabilités élaborée par KOLMOGOROV en 1933 est en effet étroitement apparentée à la théorie de la mesure et de l'intégration au sens de LEBESGUE qui exige des mesures abstraites. Or, dans son exposé sur la théorie de l'intégration, l'équipe BOURBAKI a adopté une théorie de la mesure et de l'intégration qui mobilise, non des mesures abstraites de portée générale, mais des mesures, dites de RADON, de portée moins générale car limitées à des espaces localement compacts[1290]. Ce choix ne s'étant pas révélé le plus adapté à la théorie axiomatique des probabilités, il n'a donc pas été facile de raccrocher théorie bourbakiste de la mesure et de l'intégration, et théorie des probabilités de KOLMOGOROV, d'où les blocages et les luttes entre représentants appartenant à des champs du savoir concurrents et arguant de leur propre légitimité, blocages d'autant plus importants que J. DIEUDONNÉ, un des principaux animateurs de l'équipe BOURBAKI, a longtemps voué une aversion profonde au calcul des probabilités. Le peu d'intérêt, relatif, de l'équipe BOURBAKI pour le calcul des probabilités, notamment les probabilités appliquées[1291], et pour la statistique (mais également pour les mathématiques appliquées, l'informatique, l'analyse numérique, etc.) aurait pu ne pas avoir de conséquences sur le développement de ces sciences si le groupe BOURBAKI n'avait pas acquis un pouvoir intellectuel considérable : son influence fut si forte que la mathématique française privilégia l'orientation structuraliste et la mathématique pure. Quant aux domaines non explorés, ils connurent un développement beaucoup plus lent. Ceci eut des effets à long terme : les étudiants et les enseignants formés à la mathématique bourbakiste ont ainsi développé un rapport de distanciation, voire de défiance vis à vis du calcul des probabilités et ont rechigné à l'enseigner : les enseignants du secondaire

[1289] - au moins une licence de mathématiques -

[1290] *« Dans l'évaluation des probabilités, Bourbaki a commis de franches erreurs. Antérieurement existaient les mesures abstraites ou de Borel sur des ensembles munis d'une tribu. Bourbaki a introduit, sous l'influence d'André Weil et de son livre remarquable L'intégration dans les groupes topologiques et ses applications, paru en 1940 et que j'ai beaucoup travaillé, les mesures de Radon sur les espaces localement compacts. Il y a donc deux théories de la mesure, également nobles, très étrangères l'une à l'autre : mesure abstraite et mesure de Radon. Le terme d'abstrait est ici un peu ridicule. Les "espaces abstraits" de Fréchet sont tous ceux qui sont "quelconques", ils généralisent les espaces usuels, la droite, le plan, l'espace à trois dimensions (dans lequel nous vivons) ; les mesures abstraites sont des généralisations de la mesure de Lebesgue sur des "espaces abstraits". Bourbaki a totalement privilégié les mesures de Radon et rejeté les autres. Or les probabilités nécessitent les autres. »* L. SCHWARTZ, *Un mathématicien aux prises avec le siècle*, *op. cit.*, p.172

[1291] - BOURBAKI s'est en effet intéressé aux probabilités théoriques comme mathématique pure axiomatisée mais pas aux probabilités appliquées, au sens, par exemple, de l'étude des conditions dans lesquelles les lois de probabilité peuvent être utilisées en sciences physiques ou sociales -

recrutés durant cette période ont généralement été peu formés à la culture de l'aléatoire et du risque[1292].

Enfin il nous semble nécessaire, pour conclure ce paragraphe, de rapporter la mathématique bourbakiste au mouvement général structuraliste qui a animé les sciences humaines à la fin des années cinquante, mouvement découlant du point de vue formaliste que Ferdinand DE SAUSSURE[1293] a introduit en linguistique au début du XX^{e} siècle. Rappelons que les recherches en linguistique structuraliste s'efforcent notamment de rendre compte de la langue en termes de combinatoire en privilégiant la réflexion sur la forme dans les phénomènes linguistiques ainsi que la diversité des codes et des normes qui règlent la langue écrite et orale. Évoquons également l'œuvre de Claude LÉVI-STRAUSS lorsque, avec l'aide d'André WEIL, il mobilise les structures algébriques (notamment celle de groupe) pour rendre compte des systèmes de parenté et pour construire une anthropologie structurale[1294]. J. PIAGET inscrit également ses travaux de psychologie et d'épistémologie dans le cadre du structuralisme. La sociologie voit également émerger des travaux fortement influencés par le paradigme structuraliste : citons, entre autres, l'essai d'Erwin PANOFSKY, *Architecture gothique et pensée scolastique*, consacré à la mise en évidence d'analogies entre les principes d'organisation logique de la scolastique et les principes de construction de l'architecture gothique aux XII^{e} et XIII^{e} siècles et au voisinage de Paris. Michel FOUCAULT souligne que c'est en référence aux mathématiques que se formule la question méthodologique des sciences humaines : *« De plus, voilà que par cette émergence de la structure (comme invariant dans un ensemble d'éléments) le rapport des sciences humaines aux mathématiques se trouve ouvert à nouveau et selon une dimension nouvelle ; il ne s'agit plus de savoir si on peut quantifier les résultats, ou si les comportements humains sont susceptibles d'entrer dans le champ d'une probabilité mesurable ; la question qui se pose est de savoir si on peut utiliser sans jeu de mots la notion de structure, ou du moins si c'est de la même structure qu'on parle en mathématique et dans les sciences humaines, question qui est centrale si on veut connaître les possibilités et les droits, les conditions et les limites d'une formalisation justifiée. »*[1295] Rappelons enfin que P. BOURDIEU, a d'abord été structuraliste notamment lorsque, décrivant les mécanismes de

[1292] Par ailleurs et par exemple, l'absence de formation initiale relative à la pratique des tests d'hypothèse a renforcé un enseignement de techniques et de recettes dont le sens n'apparaît pas immédiat.
[1293] F. DE SAUSSURE, *Cours de linguistique générale* (1916), éditions Payot, 1969
[1294] C. LÉVI-STRAUSS, *Les structures élémentaires de la parenté*, PUF, 1949 ; *Anthropologie structurale*, éditions Plon, 1958
[1295] M. FOUCAULT, *Les mots et les choses, une archéologie des sciences humaines*, éditions Gallimard, 1966, p393

reproduction de la structuration sociale en classes, il essaie d'élaborer ce qu'il appelle un "structuralisme génétique".

§.4.2. La réforme de la "mathématique moderne", "fille" de BOURBAKI

Créée en octobre 1966, la commission LICHNEROWICZ, composée initialement d'une vingtaine de personnes, est chargée par le ministre de l'Éducation Nationale Christian FOUCHET, de se pencher sur l'enseignement des mathématiques de la maternelle à l'Université. En fait, l'entreprise visant à "re-former" l'enseignement des mathématiques a commencé bien avant la création de cette commission. Celle-ci marque l'aboutissement d'une réflexion amorcée en dehors des autorités officielles, d'une longue maturation d'idées novatrices et d'initiatives émanant de mathématiciens, en particulier du groupe BOURBAKI, de psychologues, notamment de Jean PIAGET, d'enseignants de mathématiques, membres de l'APMEP[1296] dont certains effectuent des expérimentations dans le cadre de l'Institut National Pédagogique, et des membres de la SMF, Société Mathématique de France. Elle marque aussi la volonté du pouvoir politique de répondre aux problèmes soulevés à la fois par la restructuration du système scolaire[1297] et par le déficit en ingénieurs et en techniciens qualifiés. Dans les années soixante, nous l'avons évoqué, il semble aller de soit, pour les responsables et les élites du pays - les décideurs - que la plupart des problèmes techniques, économiques et sociaux ne sont solubles que grâce aux progrès des sciences et des techniques, ceux-ci ne pouvant résulter que de la nécessaire unification méthodologique induite par la mathématique nouvelle. Le 10 mars 1969, Edgar FAURE, alors ministre de l'Éducation nationale, impose la mise en place immédiate d'un tronc commun d'enseignement des mathématiques. L'organisation et la mission de la commission LICHNEROWICZ sont alors modifiées. Sa tâche se concentre dorénavant sur l'élaboration de programmes ; son effectif s'accroît rapidement : s'ajoutent des membres de l'Inspection Générale, de l'enseignement supérieur, de l'enseignement secondaire et des représentants de l'édition. Le nouveau statut de la commission lui vaut alors un surcroît de reconnaissance et une plus grande subordination au pouvoir politique et administratif : celui-ci impose alors des échéances obligeant les membres de la commission à élaborer dans l'urgence des programmes. La réforme est mise en place en septembre 1969 en Sixième et en Seconde, les autres classes devant suivre année après année, et en septembre 1970, année de la création des

[1296] Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

[1297] - prolongation de la scolarité jusqu'à seize ans (décret n°59-57 du 6 janvier 1959 portant réforme de l'enseignement public - réforme BERTHOIN -, publié au Journal Officiel le 7 janvier 1959, p.423), mesure entrant en application en 1967 et induisant une forte augmentation de la scolarisation dans le premier cycle dès 1960, notamment dans les CEG ; unification progressive des structures du premier cycle -

premiers IREM, dans l'enseignement primaire, sous le ministère d'Olivier GUICHARD. La justification publique de l'utilité sociale de cette réforme mobilise donc deux types d'arguments :

- La mathématique joue un rôle moteur dans le développement des sciences et des techniques, que ce soit les sciences de l'ingénieur ou les sciences sociales. Il importe donc que ceux qui prolongeront leurs études et contribueront au développement des sciences et des techniques dominent cette base universelle et unifiée de toutes les sciences que constitue la mathématique moderne : il s'agit là d'une justification qui emprunte son argumentation aux notions d'efficacité et d'utilité.

- La mathématique joue un rôle fondamental, par le biais des sciences et des techniques, dans la vie quotidienne de tout citoyen. Dans un souci civique et démocratique, pour permettre à tous les citoyens de comprendre le fonctionnement de la société, de s'y insérer et de contribuer à son développement, les membres de la commission LICHNEROWICZ, estiment nécessaire de former dès le primaire et le secondaire tous les enfants au langage commun de la mathématique moderne. Or cette mathématique, comme langage formel et jeu de l'esprit et indépendamment de toute utilité directe (par ailleurs souhaitée…), apparaît comme le seul domaine d'exercice et d'évaluation qui puisse remplacer la rhétorique et le latin dans la formation intellectuelle de tout lycéen. Enfin la sélection des élites ne peut plus se faire sur la base des humanités et d'une culture historiquement et socialement située, ni sur celle d'une mosaïque de techniques mathématiques éclatées en fonction des domaines d'application, mais sur celle d'une culture scientifique générale, dont le noyau dur est le langage de la mathématique moderne telle qu'elle a été élaborée et unifiée par le groupe BOURBAKI. Cette sélection se rapporte non seulement aux mathématiques pures mais également, nous le verrons, à la statistique et à la théorie des probabilités, savoirs retranscrits dans des formes cohérentes avec l'esprit de la mathématique nouvelle. Il s'agit là d'une justification de type civique dans la mesure où toute l'argumentation de ce discours est structurée autour de l'inscription de la réforme des mathématiques modernes dans le cadre des principes d'égalité républicaine, de l'élévation du niveau général et de la nécessaire sélection des meilleurs, ce qui n'est pas sans effet sur le sentiment, pour nombre d'enseignants de mathématiques, d'être confrontés à des injonctions difficilement conciliables.

Cependant l'utilité sociale des mathématiques, invoquée comme "justificatif" de la réforme mérite d'être interrogée : nous ne pouvons ici qu'évoquer brièvement l'hypothèse qui alimente la réflexion de Michel ARMATTE à ce sujet et qui est développée dans un article intitulé

Mathématiques modernes et sciences humaines, article publié en 1996 dans un ouvrage collectif[1298] dirigé par Bruno BELHOSTE, Hélène GISPERT et Nicole HULIN. Pour Michel ARMATTE, l'argument d'essence fonctionnaliste avancé pour "justifier" des besoins d'un enseignement d'une mathématique moderne structurée et unifiée, argument établi au regard des besoins de la société en cadres et en citoyens qualifiés, doit être sociologiquement questionné. Il considère en effet qu'il est nécessaire de chercher derrière les soi-disant besoins de la société, derrière les fonctions soi-disant indispensables de tel ou tel dispositif, le groupe des acteurs qui construisent ces besoins, ces fonctions et cette problématisation. La vie quotidienne, les nouvelles structures économiques et sociales, effectivement modifiées par les sciences et les techniques et notamment par l'informatique, si elles exigent sans doute plus de mathématiques, n'exigent pas forcément une "nouvelle mathématique" : celle-ci n'apparaît pas aux acteurs concernés comme un substitut avantageux à la mathématique classique pour résoudre la majorité des problèmes de l'ingénieur et du technicien. Pour Michel ARMATTE, c'est davantage en sciences sociales qu'en sciences de l'ingénieur que le gain du changement parut substantiel. Sans rejeter définitivement la thèse dominante, Michel ARMATTE situe l'origine de la réforme des mathématiques modernes dans la convergence entre le structuralisme des mathématiciens et celui des linguistes, des anthropologues, des philosophes, des psychologues et des sociologues, convergence que nous avons déjà évoquée à propos de la démarche du groupe BOURBAKI. Pour Michel ARMATTE, c'est dans le cadre de la recherche de réponses à apporter aux questions d'un petit groupe de chercheurs en sciences humaines qu'aurait émergé l'idée d'une unité structurelle des modes de pensée des sociétés et de leurs langues, unité structurelle que la mathématique nouvelle aurait pu exprimer et dominer. Pour Michel ARMATTE, la validité de cette hypothèse serait même confirmée par l'échec de cette réforme, celui-ci coïncidant avec la fin de l'enthousiasme suscité par la nouvelle mathématique structuraliste dans les sciences humaines.

[1298] M. ARMATTE, *Mathématiques modernes et sciences humaines*, in *Les sciences au lycée*, sous la direction de B. BELHOSTE, H. GISPERT et N. HULIN, Vuibert-INRP, 1996, p.77-88

§.4.3. Essai d'analyse du contenu et de la forme des enseignements de statistique et de probabilités dans les différents niveaux et les différentes séries du secondaire entre septembre 1971 (Premières) et juin 1983 (Terminales) : comment la "mathématique moderne" s'est révélée outil privilégié de sélection scolaire

Les textes des programmes de statistique et de probabilités, relatifs aux classes de Premières et Terminales pour la période dite des "mathématiques modernes" qui s'étend de septembre 1971 (Premières[1299]) à juin 1983 (Terminales[1300]), sont intégralement retranscrits en annexes.

La statistique est aux programmes de toutes les classes de Première. Il s'agit de statistique descriptive : description d'une population ou d'un échantillon ; représentations graphiques, éléments caractéristiques (effectifs, fréquences). L'étude des séries statistiques à deux caractères et celle du coefficient de corrélation linéaire sont au programme de la seule Terminale D. La statistique mathématique (inférentielle), qui était au programme des classes Terminales B et D de septembre 1967 à juin 1972, disparaît des programmes à partir de septembre 1972. En séries C et E, où l'enseignement du calcul des probabilités est instauré pour la première fois, le programme apparaît très ambitieux : espaces probabilisés finis et dénombrement en Première ; couple de variables aléatoires, lois marginales, système de variables aléatoires, espérance mathématique, variance, somme de variables aléatoires, inégalité de BIENAYMÉ-TCHEBITCHEFF et loi faible des grands nombres en Terminale. Le programme de Terminale D est identique à celui des classes Terminales C et E pour ce qui relève des probabilités. Pour les promoteurs de la réforme des "mathématiques modernes", l'abstraction[1301] est la caractéristique fondamentale de la

[1299] Arrêté du 19 mars 1970 publié au BOEN n°17 du 23 avril 1970

[1300] Arrêté du 14 mai 1971 publié au Journal Officiel le 17 juin 1971, p.5828 et au BOEN n°25, 24 juin 1971

[1301] *« Plutôt que d'enseigner seulement des recettes ou des stratégies mathématiques, que de se borner en fait à programmer des enfants comme on programme un petit ordinateur, il faut leur apprendre, d'abord et surtout, ce qui restera permanent et ce qui est par nature, polyvalent : le regard mathématique sur les situations du monde ce regard porteur de probité intellectuelle et d'imagination. Élever le niveau mathématique moyen de notre société est devenu l'un de premiers impératifs d'une éducation visant l'autonomie. »* A. LICHNEROWICZ, *Le regard mathématique*, Revue Education, n°399, 1979 mathématique qu'il est important de développer car elle permet l'autonomie[1302]. La mathématique est abstraite au sens de polyconcrète et au sens où elle se rapporte à des relations entre choses abstraites : elle permet d'étendre et de diversifier les applications d'une notion mathématique. Cette abstraction nécessite une langue spécifique et un haut degré de codification et de formalisation. La définition de la notion de variable aléatoire, extraite d'un manuel de l'époque, illustre ce propos : *« Étant donné un espace probabilisable fini (E, $\mathcal{B}$(E)), on dit qu'une application X de E dans $\mathbb{R}$ est une variable aléatoire si l'image réciproque de tout point de $\mathbb{R}$ est un événement. »*[1303] Cette manière de définir la notion de variable aléatoire mobilise des connaissances relatives à la théorie des ensembles et aux correspondances entre ensembles : il est notamment fait appel aux notions d'application et d'image réciproque. Nous avons vu, lors de l'étude du manuel de M. HAGÈGE, caractéristique de la période se situant avant la réforme des "mathématiques modernes", qu'il existe d'autres manières, certes moins rigoureuses, d'introduire la notion de variable aléatoire : l'une d'elles consiste à énumérer une liste d'exemples. Cette manière de procéder, qui implicitement consiste à se placer dans la "zone proximale de développement" des élèves, a l'avantage de donner du sens à l'activité. Par exemple, le nombre de pétales d'une marguerite est une variable ; cette variable est aléatoire ; cette variable aléatoire, dans la mesure où elle ne peut prendre que des valeurs entières, est dite discrète. Le nombre de personnes dans une file

[1302] Cette ambition s'inscrit dans la tradition rationaliste marquée par les figures emblématiques de Platon (*cf.* dialogues socratiques où il s'agit de ne pas se contenter d'apparences de vérité permettant de briller mais de dialoguer avec les individus de manière à leur permettre, par la réminiscence, de prendre conscience des vérités et de penser par eux-mêmes ; Platon a fait un éloge de l'abstraction au sens où elle permet un détachement à l'égard du sensible. C'est grâce au maniement des abstractions mathématiques que l'on quitte le sensible pour aller vers l'intelligible au sens où, d'une part on n'est plus rattaché aux objets empiriques singuliers et où, d'autre part on commence à s'acclimater à des propositions universelles et non plus à des propositions qui changent en fonction des circonstances. Rappelons également l'analyse que fait Platon du célèbre mythe de la caverne qui montre comment les mathématiques nous introduisent dans un autre monde que celui de la réalité sensible.), de Descartes (sa démarche consiste à instaurer l'autonomie du sujet à partir d'un doute radical relatif à l'ensemble des savoirs et des connaissances accumulés jusqu'alors et à fonder la raison sur des bases qu'il estime fixes et inébranlables), de Condorcet… L'abstraction, aptitude commune à l'ensemble des sujets rationnels, permet théoriquement, non de se diriger en fonction d'arguments d'autorité, mais de se forger un jugement propre et donc d'être maître non seulement de ses pensées mais aussi de ses actes et donc d'être autonome. Cependant, on a vu des scientifiques manier, dans leur spécialité, l'abstraction avec une très grande virtuosité et mettre leurs connaissances au service de régimes totalitaires, ce qui tendrait à prouver, que le lien entre abstraction et autonomie est beaucoup plus problématique qu'il n'y paraît. De même, on a vu de très grands mathématiciens entretenir un rapport au monde et aux autres qui n'est pas exactement un modèle d'autonomie. En fait, ce n'est pas tant l'abstraction elle-même qui permet l'autonomie que la rationalité, le mot rationalité devant être compris en termes de bon sens et non en termes de purs enchaînements logiques de propositions : autrement dit, c'est moins la rationalité comme cohérence des raisonnements que la rationalité comme capacité de bien juger, c'est-à-dire comme bon sens, qui permet l'autonomie du sujet.

[1303] A. BAILLE, J.L. BOURSIN, C. PAIR, *Mathématiques Terminale D*, tome 2, collection COSSART et THERON, éditions Bordas, 1971, p.386

d'attente est également une variable aléatoire discrète. Le diamètre d'une bille d'acier prélevée dans une chaîne de production, la taille d'un individu, la portée d'un obus, la durée d'une conversation téléphonique sont également des variables ; ces variables sont également aléatoires mais sont dites continues dans la mesure où elles ne prennent pas que des valeurs entières même si elles peuvent toujours être mesurées à l'aide d'un nombre entier : on mesure ici la nature de l'écart entre une définition mathématique "pure et dure" et une tentative de reformulation ordinaire et commune.

Dans les ouvrages de l'époque des "mathématiques modernes", la manière d'envisager l'enseignement de statistiques, désormais réduites à leur seule dimension descriptive, révèle également l'intention de privilégier les dimensions d'abstraction et de réinvestissement des notions générales étudiées tout au long du cursus secondaire. Ainsi, dans les manuels, il n'est pas question "des" statistiques mais de "la" statistique. Les auteurs de l'ouvrage destiné aux élèves de Premières CDE dans la collection Aleph 1 présentent les choses de la manière suivante :
« Définition : On appelle statistique d'un ensemble fini E, relativement à une partition $\mathscr{P} = \left\{ A_1, A_2, ..., A_n \right\}$ *de cet ensemble, la liste des cardinaux des éléments de* $\mathscr{P}$*. Exemple : Considérons l'ensemble* $E = \{a,\ b,\ c\}$*. Soit, dans l'ensemble* $\mathscr{P}(E)$*, la relation* $\Re$ *définie par* $X \ \Re\ Y \Leftrightarrow \mathrm{Card}\ X = \mathrm{Card}\ Y$*. Cette relation est une équivalence qui définit sur* $\mathscr{P}(E)$ *la partition* $\mathscr{P}$ *suivante :*
$\mathscr{P} = \left\{ \left\{\{\varnothing\}\right\}, \left\{\{a\},\ \{b\},\ \{c\}\right\}, \left\{\{a,\ b\},\ \{b,\ c\},\ \{c,\ a\}\right\}, \left\{\{a,\ b,\ c\}\right\} \right\}$*. Cette partition se note symboliquement :* $\mathscr{P} = \left\{ \square,\ \mathrm{I},\ \mathrm{II},\ \mathrm{III} \right\}$*. On a la statistique correspondante : Card* $\square = 1$*, Card* $\mathrm{I} = 3$*, Card* $\mathrm{II} = 3$*, Card* $\mathrm{III} = 1$*. »*[1304] Dans un registre comparable, M. QUEYSANNE et A. REVUZ écrivent dans leur manuel de Terminale D. *« Se donner une série statistique à un caractère, c'est se donner une relation d'un ensemble E d'objets* a_i*, ou d'événements, vers un ensemble F contenant les valeurs* x_i *du caractère étudié, de façon qu'à tout objet* a_i *soit associée la valeur correspondante* x_i *du caractère étudié. Cette relation est donc une application de E vers F. »*[1305] Un peu plus loin, ils définissent ainsi l'effectif d'une population statistique : *« Soit* f *l'application considérée de E vers F.* [...] *Cette application peut ne pas être injective.* [...] *Si* n_i *éléments de E ont même image* x_i *par* f *on dit que* n_i *est l'effectif des individus ayant* x_i *pour valeur du caractère. »*[1306] Pour Bernard PARZYSZ, il s'agit de *« montrer que "la*

[1304] C. GAUTIER, G. GIRARD, D. GERLL, C. THIERCE, A. WARUSFEL, *Aleph1, Analyse/Probabilités, 1ère CDE*, éditions Hachette, 1976, p.77-78
[1305] M. QUEYSANNE et A. REVUZ, *Mathématique, Terminale D*, éditions Nathan, 1971, tome 1, p.245
[1306] M. QUEYSANNE et A. REVUZ, *Mathématique, Terminale D*, tome 1, *op. cit.*, p.246

mathématique moderne" peut s'appliquer à tous les domaines de la vie (aussi bien dans la vie courante que dans les domaines académiques) et ainsi légitimer, en quelque sorte, l'enseignement généralisé des concepts ensemblistes. »[1307]

Examinons maintenant la forme et le contenu des exercices qui sont proposés aux élèves des classes Terminales durant cette période. Nous distinguons deux catégories. D'une part des exercices, généralement extraits des annales du baccalauréat, caractéristiques, nous l'avons déjà évoqué, d'une certaine intemporalité, résistant aux modifications de programmes et aux changements de paradigmes épistémologiques ("paradigme laplacien" ou "paradigme fréquentiste"), exercices stéréotypés renvoyant toujours au même type de situations : il s'agit d'étudier des modèles déjà constitués à travers des exercices identiques où seul l'habillage diffère quelque peu ; prélèvements de boules ou de jetons dans une urne, de cartes, lancers de dés, loterie, calcul des caractéristiques d'une variable aléatoire (espérance mathématique et écart-type). D'autre part, d'exercices faisant appel à la fois à la déduction[1308] comme forme de rationalité caractéristique de la conception bourbakiste et à la conception langagière de la mathématique : il s'agit d'exercices décontextualisés dont le niveau d'abstraction et de virtuosité qu'ils exigent ne peut manquer de produire des effets discriminants.

◙ Les exercices suivants, extraits du même manuel de Terminale D, correspondent à la première catégorie d'exercices : on remarquera notamment que les exercices de probabilités ne présentent aucune différence, par exemple, avec ceux proposés en 1966 et 1967 au baccalauréat de la série "sciences expérimentales".

<u>Exercice 22</u> : On extrait au hasard 8 cartes d'un jeu de 32. Calculer la probabilité d'avoir :

a) 5 cœurs, et 5 seulement.
b) au moins 5 cœurs.[1309]

[1307] B. PARZYSZ, *Les probabilités et la statistique dans le secondaire d'hier à aujourd'hui*, in *Enseigner les probabilités au lycée*, éditions IREM de Reims, 1997, p.20

[1308] La déduction consiste à tirer des conséquences et des résultats à partir d'énoncés fondamentaux pris comme point de départ.

[1309] A. BAILLE, J.L. BOURSIN, C. PAIR, *Mathématiques Terminale D*, tome 2, *op. cit.*, n°392, p.398

Exercice 23 : On jette deux dés. Chaque dé est parfait, de sorte que les probabilités d'amener chacun des six nombres 1, 2, 3, 4, 5 et 6 sont égales. On suppose que les 36 couples possibles sont équiprobables.

Quelles sont les probabilités d'amener :

a) deux fois 2 ;

b) une fois et une seule 2 ;

c) au moins une fois 2 ;

d) un total égal à 5 ;

e) un total égal à 8 ?[1310]

Exercice 24 : Un sac renferme 15 jetons : 5 jetons blancs, 5 jetons noirs et 5 jetons rouges. On extrait simultanément 3 jetons du sac.

1°) Quelles sont les probabilités respectives p_1, p_2, p_3 des événements suivants :

a) Les 3 jetons extraits sont rouges ;

b) 2 sont rouges et 1 est blanc ;

c) les 3 jetons sont de couleurs différentes ?

2°) Calculer $3p_1 + 6p_2 + p_3$. Pouvait-on prévoir le résultat ?[1311]

Exercice 25 : On dispose de 12 boules identiques, numérotées de 1 à 12. On en tire 3 simultanément.

Quelle est la probabilité pour que figurent, parmi les boules tirées :

a) le 2, le 5 et le 9 ;

b) le 2 et le 8 ;

c) le 2 ?[1312]

Exercice 26 : Dans une entreprise, on cherche à déterminer s'il existe une corrélation entre certaines charges variables et les quantités produites. Un exercice de douze mois a fourni les données suivantes :

Mois	Quantités X	Charges présumées variables Y	Mois	Quantités X	Charges présumées variables Y
Janvier	3 400	26 200	Juillet	3 300	26 000
Février	4 000	29 000	Août	3 500	27 000
Mars	3 200	25 400	Septembre	4 200	29 600
Avril	3 700	27 200	Octobre	4 100	28 800
Mai	3 600	27 000	Novembre	3 800	28 000
Juin	3 100	25 200	Décembre	3 300	25 800

1°) Faire une étude graphique de ces données.

2°) Calculer le coefficient de corrélation linaire.[1313]

1310 A. BAILLE, J.L. BOURSIN, C. PAIR, *Mathématiques Terminale D*, tome 2, *op. cit.*, n°396, p.399

1311 A. BAILLE, J.L. BOURSIN, C. PAIR, *Mathématiques Terminale D*, tome 2, *op. cit.*, n°392, p.399

1312 A. BAILLE, J.L. BOURSIN, C. PAIR, *Mathématiques Terminale D*, tome 2, *op. cit.*, n°401, p.400

1313 A. BAILLE, J.L. BOURSIN, C. PAIR, *Mathématiques Terminale D*, tome 2, *op. cit.*, n°401, p.496

◙ Les exercices suivants, extraits de manuels de classes de Premières C, D et E, de Terminales C et E et de Terminale D correspondent à la deuxième catégorie d'exercices.

Exercice 27 : On considère trois événements U, V, W et les trois événements : $A = U \cap \overline{V} \cap \overline{W}$, $B = \overline{U} \cap V \cap \overline{W}$, $C = \overline{U} \cap \overline{V} \cap W$.

On suppose connues les probabilités de U, V, W et de leurs intersections.

Calculer $P(A \cup B \cup C)$.[1314]

Exercice 28 : Soit f une application mesurable de $(\Omega_1, \mathcal{B}_1)$ dans $(\Omega_2, \mathcal{B}_2)$, g une application mesurable de $(\Omega_2, \mathcal{B}_2)$ dans $(\Omega_3, \mathcal{B}_3)$; montrer que l'application $g \circ f$ est mesurable.[1315]

Exercice 29 : Montrer que, si A et B sont indépendants, de même que A et C, et si B et C sont incompatibles, alors A est indépendant de $B \cup C$.[1316]

Exercice 30 : Soit $(\Omega, \mathcal{B})$ un espace probabilisable tel que $\mathcal{B}$ soit engendrée par une partition $(B_1, B_2, \ldots, B_i)$ de Ω. Soit φ_i les variables aléatoires égales à 1 sur B_i et à zéro sur B_i^c. Montrer que toutes les variables aléatoires réelles sur $(\Omega, \mathcal{B})$ sont des combinaisons linéaires des φ_i. Quelle est la dimension de l'espace vectoriel des variables aléatoires sur $(\Omega, \mathcal{B})$?[1317]

Exercice 31 : Soit l'ensemble E = {a, b, c, d, e, f }. On considère les statistiques S_1 et S_2 respectivement définies dans $\mathcal{P}$(E) par les relations $\mathfrak{R}_1$ et $\mathfrak{R}_2$ telles que :

$\mathfrak{R}_1$: $X \ \mathfrak{R}_1 \ Y \Leftrightarrow [\, a \in X \cap Y$ ou $a \notin X \cup Y \,]$,

$\mathfrak{R}_2$: $X \ \mathfrak{R}_2 \ Y \Leftrightarrow Card\ X = Card\ Y$.

1° Étudier et représenter graphiquement ces statistiques.

2° Étudier la statistique résultant de la superposition des caractères $\mathfrak{R}_1$ et $\mathfrak{R}_2$.

3° Étudier l'indépendance des caractères $\mathfrak{R}_1$ et $\mathfrak{R}_2$.[1318]

Nous proposons de rattacher à cette liste quelques exercices proposés au baccalauréat durant cette période. L'étude exhaustive, que nous avons menée en examinant tous les sujets de baccalauréat (séries A, B, C, D, E) proposés entre 1973 et 1983, permet de faire ressortir les principaux éléments suivants :

[1314] A. BAILLE, J.L. BOURSIN, C. PAIR, *Mathématiques Terminale D*, tome 2, *op. cit.*, n°391, p.398

[1315] M. DEBRAY, D. REVUZ, M. QUEYSANNE, *Mathématique, Terminale CE*, tome 1, éditions Nathan, 1971, n° 5.19, p.294

[1316] A. BAILLE, J.L. BOURSIN, C. PAIR, *Mathématiques Terminale D*, tome 2, *op. cit.*, n°403, p.406

[1317] M. DEBRAY, D. REVUZ, M. QUEYSANNE, *Mathématique, Terminale CE*, tome 1, *op. cit.*, n°5.20, p.294

[1318] C. GAUTIER, G. GIRARD, D. GERLL, C. THIERCE, A. WARUSFEL, *Aleph1, Analyse/Probabilités, 1ère CDE*, éditions Hachette, 1976, p.100

- Pour les séries A, B et D, les exercices proposés à l'examen présentent très peu de modifications par rapport à ceux proposés lors de la période précédente (1968-1972). Ce constat pourrait donc révéler une certaine résistance envers l'esprit des programmes qui invite à problématiser les situations aléatoires en mobilisant les notions d'espace probabilisable et d'espace probabilisé. Seules quelques rares exceptions, comme l'exercice proposé en 1975 en série B dans l'Académie de Toulouse (voir exercice 32, ci-dessous), répondent aux exigences des programmes. Par ailleurs, la notion qui fait l'objet du plus grand nombre d'exercices, dans ces séries A, B et D, reste la notion de variable aléatoire discrète et il s'agit alors principalement de calculer l'espérance mathématique et l'écart-type associés à l'explicitation de la loi de probabilité de cette variable aléatoire : l'exercice 33 nous semble être l'archétype de ce qui est proposé durant cette décennie.

<u>Exercice 32</u> : (*espace probabilisé, loi de probabilité, fonction de répartition*)

Soit l'ensemble $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ et l'ensemble produit $\Omega = E \times E$.

On considère l'espace probabilisé $(\Omega, \mathscr{P}(\Omega), p)$ où $\mathscr{P}(\Omega)$ est l'ensemble des parties de Ω et p la loi de probabilité telle que

$$\forall\, \omega \in \Omega, \qquad p(\{\omega\}) = \frac{1}{36}.$$

Tout élément de Ω s'écrivant $\omega = (i, j)$, avec $i \in$ E et $j \in$ E, on définit la variable aléatoire X par

$X\,(i, j) = 0$, si $i + j \leq 4$,

$X\,(i, j) = 2$, si $4 < i + j \leq 8$,

$X\,(i, j) = 5$, si $8 < i + j$.

1° Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire X ?

2° Quelle est la fonction de répartition F de cette variable aléatoire ? Représenter graphiquement cette fonction.

3° Proposer une expérience concrète réalisant la situation probabiliste décrite ci-dessus.

Série B, session normale 1975, Toulouse[1319]

<u>Exercice 33</u> : (*loi de probabilité, espérance mathématique, écart-type*)

Étant donné un jeu bien battu de 32 cartes (c'est-à-dire qu'à chaque tirage les cartes ont la même probabilité de sortie), une épreuve consiste à tirer deux cartes sans remise. Chaque cœur tiré compte 2 points et chaque pique 1 point.

On appelle X le nombre de points obtenus au cours d'une épreuve.

Donner la loi de probabilité de cette variable aléatoire.

Calculer son espérance mathématique et sa variance.

Série D, session normale 1974, Rouen[1320]

[1319] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries A, B, D et D', Librairie Vuibert, 1975, p.94

[1320] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries A, B, D et D', Librairie Vuibert, 1974, p.85

- Pour les séries C et E, et notamment pour la série C, il semble que les sujets de probabilités, qui sont beaucoup moins souvent proposés que dans les autres séries, correspondent effectivement à l'esprit des programmes. Ainsi l'exercice 34 ci-dessous a été proposé en 1975 en série C dans l'Académie de Rennes. Sa présentation emprunte beaucoup à un formalisme tatillon et son ambition théorique est grande ("montrer que $(\Omega, \mathcal{B})$ est un espace probabilisable" ; "montrer que la probabilité P est parfaitement définie sur $(\Omega, \mathcal{B})$").

Exercice 34 : (*espace probabilisable, loi de probabilité, espérance mathématique, variance*)

Dans une épreuve, l'espace des éventualités Ω comprend 8 éléments notés a, b, c, d, e, f, g, h.

Les ensembles A = { a, c, f, h } et B = { b, c, f, g } sont des événements.

a) Trouver un ensemble $\mathcal{E}$ de 4 événements E_1, E_2, E_3, E_4 incompatibles (ou disjoints) deux à deux et tels que

$A = E_1 \cup E_2$, $B = E_1 \cup E_3$, $\Omega = E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup E_4$.

On notera désormais < 1, 4 > l'ensemble des entiers { 1, 2, 3, 4 }.

b) Soit $\mathcal{B}$ l'ensemble des parties de Ω tel que

$\emptyset \in \mathcal{B}$, $\Omega \in \mathcal{B}$, $\mathcal{E} \in \mathcal{B}$,

$\forall i \in <1, 4> \overline{E_i} \in \mathcal{B}$ ($\overline{E_i}$ désigne le complémentaire de E_i)

et $\forall i \in <1, 4>$, $\forall j \in <1, 4>$, $i \neq j$, $E_i \cup E_j \in \mathcal{B}$.

Montrer que $(\Omega, \mathcal{B})$ est un espace probabilisable.

c) On pose $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$.

Calculer $P(E_1)$, $P(E_2)$, $P(E_3)$, $P(E_4)$.

Montrer que la probabilité P est parfaitement définie sur $(\Omega, \mathcal{B})$.

d) Soit X la variable aléatoire définie sur $(\Omega, \mathcal{B}, P)$ telle que

X(a) = 2, X(b) = 3, X(c) = -1, X(d) = 0.

Quelles sont les valeurs X(e), X(f), X(g), X(h) ?

Quelle est la loi de X ; sa fonction de répartition ?

Trouver l'espérance mathématique et la variance de X.

Série C, session normale 1975, Rennes[1321]

Ainsi l'étude des programmes et des tâches imposées aux élèves en statistique et en théorie des probabilités, pendant cette période, révèle d'une part l'inertie inhérente à tout changement de programme (visible notamment dans le fait que des exercices "anciens" continuent d'être proposés bien qu'ils ne correspondent plus aux nouveaux "préceptes" diffusés par les instructions officielles) et d'autre part les effets de la conception "moderne", bourbakiste, sur l'enseignement mathématique où la question de l'articulation de la statistique et des probabilités n'est jamais posée et où les notions abordées (espace

[1321] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries C, E, Librairie Vuibert, 1975, p.69-70 probabilisable, espace probabilisé, répartition uniforme, aléas numériques, etc.) sont des objets théoriques auxquels généralement aucune observation de la réalité et aucune expérience aléatoire concrète ne sont associées. Dans cette perspective “moderne”, il ne s’agit pas, au sens propre, de calculer des probabilités mais de manipuler le langage ensembliste dans des espaces probabilisés. Nous avons résumé dans le tableau suivant les différentes formes d’enseignement de la statistique et des probabilités pendant cette période.

	Statistique	Probabilités
Performances scolaires	Calculs et procédures élémentaires standardisés appliqués à l’étude de phénomènes “concrets” (données numériques soumises à divers traitements : tableaux, représentations graphiques, calculs de valeurs typiques).	Calculs élémentaires standardisés appliqués au dénombrement : arrangements et combinaisons. Exercices de type “baccalauréat”[1322].
Compétences mathématiques	Exposés désincarnés des théories statistique et probabiliste. Forme axiomatique du cours de probabilités. Exercices abstraits nécessitant la manipulation d’un langage formel.	

Comme nous l’avons indiqué précédemment, nous avons classé les exercices proposés aux élèves selon deux catégories. La première catégorie renvoie à des “modèles standards” : les exercices proposés au baccalauréat appartiennent à cette catégorie. Ils comportent en général entre deux et cinq questions et sont de difficulté modérée : ils sont en effet élaborés de manière à ce que tout élève “moyen” rédigeant posément après avoir réfléchi posément, puisse achever l’épreuve dans le temps imparti. La tâche des élèves consiste essentiellement à imiter, à reproduire des procédures exposées en classe ou dans les manuels, à mobiliser des connaissances et à utiliser de façon pertinente les indications fournies par l’énoncé : ces exercices, sans surprise, permettent d’évaluer les <u>performances scolaires</u> des élèves. Les exercices de la deuxième catégorie ont pour objet de démontrer une propriété, une formule ou de généraliser un résultat évoqué dans le cours. Ils ont pour fonction d’évaluer la compréhension du fonctionnement de l’objet mathématique : ces exercices nécessitent de véritables <u>compétences mathématiques</u>. En effet, la seule connaissance des règles opératoires dans des espaces probabilisés ne permet sans doute pas de résoudre ce type d’exercices qui exigent réflexion, capacité à dominer le sujet, compétences mathématiques, recours aux symboles logiques, virtuosité. Soumettre les élèves à ce type d’exercices est l’indicateur d’un enseignement

[1322] Rappelons qu’à cette époque, les élèves ne disposent pas encore de calculatrices.

tourné vers la rigueur et le contrôle de la maîtrise de la langue mathématique. La dévolution d'exercices de cette nature n'est pas sans effet sélectif. Cette pratique peut être rapportée aux nombreux travaux sociologiques qui ont mis au jour les mécanismes par lesquels le lycée est devenu, par le travail de classement et de sélection qu'il opère au cours d'une scolarisation longue et continue, le principal appareil de distribution sociale. Dans ce processus d'écrémage, le rôle des mathématiques est, avec celui du français, prépondérant. Dans cette décennie, qui va faire de l'orientation la clef de voûte du système scolaire, les fonctions des enseignements de "mathématiques modernes" consistent, non seulement à transmettre du savoir, mais à sélectionner les élèves capables de se passionner pour des cours et des exercices décontextualisés et abstraits et à faire accepter une sélection qui leur apparaît d'autant plus "juste" qu'elle se réfère au pur langage mathématique théoriquement également accessible à toute personne. Au lycée, la prédominance du "pédagogique" sur le "scientifique" est avérée tant la forme de l'enseignement mathématique est entièrement déterminée par le projet d'évaluation des connaissances, même si, il faut le rappeler, Edgar FAURE supprime les compositions trimestrielles et les classements et recommande de substituer à la notation de 0 à 20 une notation plus globale du type A, B, C, D, E (circulaire du 6 janvier 1969). Olivier GUICHARD rétablit la notation sur 20 pour les seules classes d'examen (circulaire du 9 juillet 1969). Certes, la notation par lettres rend le calcul de moyennes impossible mais cette substitution a pour fonction première, après les événements de mai 68, d'absorber en partie la critique radicale du système : en effet, ce nouveau type de notation ne change fondamentalement rien à sa logique. De plus, la suppression des compositions trimestrielles ne débouche aucunement sur une diminution du contrôle : au contraire, la substitution aux compositions trimestrielles du contrôle continu des connaissances engendre un accroissement de la pression scolaire et favorise le fait que les élèves travaillent en fonction des évaluations, de l'orientation, de l'examen. L'élève compare alors ses performances à celles de ses pairs et progressivement acquiert la conviction que le classement établi est "juste", "naturel" voire "moral". Ce processus participe d'une socialisation républicaine et moralisatrice fondée sur l'idée selon laquelle l'institution apporte à la fois contrainte et habilitation et seule la soumission à l'institution peut produire la liberté. On rencontre ici les thèses de Peter WAGNER : *« Il est de moins en moins possible aux individus et aux groupes d'échapper à la sphère des institutions modernes.* […] *Parallèlement, toute personne capable d'utiliser leurs règles à bon escient peut s'attendre que sa propre action s'en trouve renforcée. »*[1323]

[1323] P. WAGNER, *Liberté et discipline, Les deux crises de la modernité*, éditions Métailié, 1996, p.15

Pour comprendre le processus par lequel la réforme des “mathématiques modernes” s’est traduite par une invasion du formalisme dans l’enseignement et par un renforcement du rôle sélectif des mathématiques alors que son objectif, vis-à-vis du second point, était inverse, il apparaît intéressant de considérer de nouveau les données du 4ème Plan, non pas en pourcentages mais en effectifs. Leur analyse fait en effet apparaître un phénomène que masquent les statistiques en pourcentages mais que révèlent les données brutes : l’industrialisation réclame des ingénieurs et des techniciens mais aussi des ouvriers non qualifiés. En pourcentage, le nombre d’ouvriers spécialisés n’augmente que de 7 % entre 1959 et 1975, contre 50 % pour les ingénieurs et 70 % pour les techniciens, mais, en valeur absolue, l’industrie a besoin en 1975 de 3 500 000 ouvriers spécialisés, 3 400 000 ouvriers qualifiés et 1 200 000 ingénieurs, techniciens ou agents de maîtrise. S’il est nécessaire d’élever le niveau de formation générale et de compétence technique de tous les jeunes, y compris des futurs ouvriers spécialisés, il faut également sélectionner une minorité d’ingénieurs et de techniciens et une masse d’ouvriers, et notamment d’ouvriers non ou peu qualifiés. Derrière l’idéologie du progrès technique, qui envahit la conscience collective, la réalité de l’évolution de l’emploi est en fait une bi-polarisation croissante entre techniciens et ouvriers peu qualifiés. Ce besoin en main d’œuvre peu qualifiée s’inscrit dans les structures nouvelles du système scolaire : filière transition-pratique, CPPN-CPA, orientation en collège d’enseignement technique sur la base de l’échec scolaire. La mathématique, qui a été placée au cœur de la culture moderne, a été promue en discipline formatrice par excellence, à la fois pour son utilité pratique, sa valeur intrinsèque et son utilité “pédagogique” (formation de l’esprit au jugement et au raisonnement, habitude de certaines opérations mentales plutôt qu’érudition et empilement de connaissances). Dans le processus de sélection sociale opérée par l’école à partir de la lecture et de l’utilisation des “performances” scolaires individuelles des élèves, la mathématique se trouve, de par cette promotion même, investie d’une fonction de sélection et de hiérarchisation des jeunes. Dans la mesure où la réforme est introduite dans un système social qui vise à élever le niveau de formation de tous les jeunes tout en maintenant une division sociale hiérarchique du travail, le processus apparaît logique. L’évolution technique et économique requiert certes une compétence collective plus élevée mais, dans un environnement économique caractérisé par la parcellisation des tâches et par la diminution, par tous les moyens, du coût de la main d’œuvre, la compétence collective peut également naître de l’articulation de tâches individuelles peu qualifiées, organisées en complémentarité par une élite très qualifiée. La société française, qui entend à la fois se moderniser et préserver sa structure hiérarchique, va alors accorder autant d’importance à la sélection des jeunes qu’à leur formation. Le principe fondamental de la formation devient le principe fondamental de la sélection. La mathématique, élevée au rang de discipline reine dans les années soixante-dix, acquiert en même temps le statut de discipline sélective. L'étude des mécanismes ayant contribué à ce que l'enseignement de la "mathématique moderne" devienne l'outil privilégié de sélection scolaire révèle que cet enseignement s'est surtout traduit par une invasion du formalisme : celui-ci s'est imposé d'autant plus fortement et plus durablement que les nouveaux contenus s'y prêtaient[1324] et que les auteurs de manuels ont surenchéri en ce sens. Si la mathématique moderne a été présentée comme clef du réel physique et social, comme voie d'accès à la pensée scientifique et technique, comme fondement de la culture dans une société moderne, c'est parce qu'elle a été conçue comme logique, comme étude de structures, comme système de symboles, c'est-à-dire comme langage. La mathématique moderne est le langage de la rationalité moderne et c'est donc cette mathématique, conçue comme langage à vocation universelle, qu'il convient d'enseigner. Or, toute l'analyse socio-historique des rapports entre la culture écrite et les inégalités scolaires montre que la sélection scolaire passe fondamentalement par la valorisation d'un langage conçu comme système codifié, clos sur lui-même, formalisé et pas uniquement comme un instrument permettant d'exprimer une maîtrise ou une pratique. Comme l'écrit B. CHARLOT, ce langage formalisé, qui était autrefois le latin, est désormais la mathématique. *« Cette substitution des mathématiques au latin modernise le critère de sélection socialement accepté comme légitime. Au niveau du système scolaire, cette substitution ne change pas grand chose : ce seront les mêmes élèves qui seront sélectionnés car la réussite en latin et en mathématiques sont en corrélation étroite. Mais au niveau idéologique, la substitution est importante pour maintenir le consensus sur la légitimité de la sélection. Sélectionner en mathématiques, c'est apparemment sélectionner sur l'aptitude à penser et à parler la rationalité moderne, celle qui engendre le progrès technique. Et qui contesterait le progrès technique ? »*[1325]

[1324] Rappelons que, pendant la période des mathématiques modernes, l'enseignement de géométrie pouvait ne comporter aucune figure.
[1325] B. CHARLOT, *Histoire de la réforme des "maths modernes"*, *op. cit.*, p.31

§.5. Recensement des enseignements de statistique et de probabilités dans le secondaire entre septembre 1981[1326] et juin 2003 : essai d'analyses internes et externes, combinant réflexions épistémologiques et sociologiques, des principales expériences et de leurs logiques

§.5.1. Rentrées 1981 (Seconde)[1327], 1982 (Premières A1, A2 et A3, B, S et E)[1328], 1983 (Terminales A1, A2 et A3, C et E, D) : abandon du paradigme structuraliste ; augmentation du volume des enseignements de statistique et réduction du volume des enseignements de probabilités

Considérons les programmes officiels de statistique et de probabilités à partir de la rentrée scolaire 1981 : les programmes de Seconde, installés en septembre 1981, vont rester en vigueur jusqu'en juin 1985 ; les programmes de Première A1 et B, S, installés en septembre 1982, vont également rester en vigueur jusqu'en juin 1985 ; les programmes de Première A2 et A3, installés en septembre 1982, vont rester en vigueur jusqu'en juin 1988 ; les programmes de Terminale A1 et B, C et E, D, installés en septembre 1983, vont rester en vigueur jusqu'en juin 1986 ; les programmes de Terminale A2 et A3, installés en septembre 1983, vont rester en vigueur jusqu'en juin 1989. Tous les textes de ces programmes sont intégralement retranscrits en annexes.

L'étude des statistiques, envisagée du seul point de vue descriptif, est maintenant entreprise dès la classe de Seconde et non plus seulement en Premières. En Seconde, et dans les classes de Premières non scientifiques, l'accent est mis sur l'organisation, la lecture et la présentation des données, notamment sur les aspects graphiques (diagrammes en bâtons ou circulaires, histogrammes) et sur les paramètres de description élémentaires (fréquences, moyennes, variance, écart-type). On relève, dans les commentaires communs aux programmes de Première et de Terminale B, l'injonction faite aux enseignants d'utiliser des statistiques obtenues à partir de véritables enquêtes. Remarquons que les enseignements de statistique et de probabilités, lorsque ces derniers existent (ils sont obligatoires en classes Terminales A1, B et D, optionnels en classes Terminales A2 et A3), sont présentés de manière indépendante et séparée. Par ailleurs, le volume des enseignements de probabilités est beaucoup moins important que dans les précédents programmes : ainsi, les notions de couple de variables aléatoires, de lois marginales, l'inégalité de BIENAYMÉ-TCHEBITCHEFF et la loi faible des grands

[1326] - septembre 1981 (Seconde), septembre 1982 (Premières), septembre 1983 (Terminales) -
[1327] - arrêté du 26 janvier 1981 publié au Journal Officiel le 3 février 1981, p.1164 -
[1328] - arrêté du 29 décembre 1981 pour les classes de Première et les classes Terminales -

nombres disparaissent des référentiels. Il est important de souligner qu'il n'y a plus d'enseignement de probabilités dispensé aux élèves des classes de Première et de Terminale C et E. La seule référence qui est faite dans les programmes de ces deux séries précise : *« On fera le lien avec quelques calculs (sans théorie) des probabilités dans le cas d'équiprobabilité sur un ensemble fini d'épreuves. »*[1329] Il s'agit alors d'utiliser "sans théorie" la formule "cas favorables / cas possibles". Dans les sections A1, A2, A3 et B, l'approche "laplacienne" s'appuie sur une étude préalable des dénombrements qui, eux, figurent au programme de toutes les sections des classes Terminales. Par ailleurs, la présentation traditionnelle, consistant à fonder le calcul des probabilités sur la combinatoire (argument utilisé notamment par COURNOT pour affirmer le caractère authentiquement mathématique du calcul des probabilités), voit son autorité remise en cause en Terminale D où le programme stipule que l'étude d'expérimentations doit faire comprendre la nécessité de la modélisation en probabilité. *« En préalable au calcul des probabilités, on marquera la nécessité d'une certaine familiarité avec l'aléatoire. On sera donc amené à créer des situations où intervient le hasard : ainsi pourra-t-on* [...] *utiliser des relevés empruntés aux jeux, des suites pseudo-aléatoires fabriquées par une calculatrice ou encore des séries de mesures expérimentales ou d'observations d'écoulements de trafic, de files d'attentes, etc. Cette étude expérimentale fera comprendre la nécessité d'une modélisation. On montrera en particulier que les hypothèses d'indépendance sont celles qui produisent les modèles les plus simples, ce qui suffit à les recommander sauf réalité expérimentale contraire. »*[1330] Si le programme de probabilités est moins ambitieux que lors de la période précédente, il y a par contre une augmentation du volume des enseignements de statistique avec l'étude simultanée de deux variables, l'ajustement affine par la méthode des moindres carrés, les équations et les tracés des droites de régression, l'étude de la corrélation entre deux variables, dans toutes les sections, exceptée en série A1. Pour comprendre cette situation, il est nécessaire de se replacer dans le cadre de l'évolution générale des programmes de mathématiques, dans lesquels l'aspect axiomatique, algébrique et formel a cédé le pas à une approche pragmatique et algorithmique : *« Tout recours abusif aux symboles logiques est à éviter : les formules doivent être intégrées à des phrases françaises correctement rédigées. »*[1331] Cette injonction est une réaction à ce qui était explicitement exigé lors de la période des "mathématiques modernes". Le balancier des recommandations va dans un sens opposé à ce qu'il était jusqu'alors. Il s'agit de privilégier l'enseignement de

---

[1329] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1982, p.90
[1330] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1982, p.110
[1331] BOEN n°40 du 13 novembre 1986, p.2967

thèmes relativement “faciles” à enseigner et relativement “faciles” à évaluer et d’écarter ce qui est trop problématique et pratiquement inévaluable. Pour Marc LEGRAND, *« les indices de réussite externe, la chasse aux échecs trop voyants* [...]*, les “impératifs économiques”* [...] *ont souvent poussé nos décideurs* [...] *à prôner la suppression des savoirs les plus consistants puisque par nature ce sont ceux qui sont les plus difficiles à enseigner pour le professeur et qui opposent le plus de résistance à être rapidement appris et récités par les élèves. »*[1332] Rappelons également que cette période voit le développement de l’usage scolaire des instruments de calcul : les élèves sont invités à se munir d’une calculatrice électronique dont l’utilisation est définie par la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986[1333], puis, à partir de la session 1988, d’une calculatrice scientifique programmable ce qui permet une résolution rapide des exercices de statistique (calculs de moyenne et d’écart-type, détermination des coefficients de corrélation et des équations des droites de régression). Remarquons enfin que les contenus sont différenciés selon les séries ; auparavant, les programmes des diverses sections n’étaient que de simples sous-ensembles de celui de la section C : ce n’est plus le cas cette fois. Ainsi, le programme des sections A2 et A3 est orienté vers les aspects culturels et historiques des concepts étudiés. Figurent ainsi dans le programme optionnel, le problème du chevalier de MÉRÉ et le problème des partis : on sort donc ici d’une logique purement technique et instrumentale. L’exercice élaboré à partir d’un texte de MONTMORT et proposé à l’écrit en série A1 en 1985[1334] illustre ce nouveau point de vue. Il s’agit là d’une innovation importante à repérer puisque la traditionnelle pratique scolaire mathématique se trouve articulée à la pratique culturelle en mathématiques. Il ne s’agit pas de simplement proposer aux élèves un discours sur la science, une méta-science, mais d’articuler appropriation de savoirs scolaires et réflexions historiques et épistémologiques sur les savoirs scientifiques originaux. De même, le programme de la section B prend en compte le fait que cette section est destinée à préparer les élèves aux études en sciences économiques et sociales : ce programme comporte à la fois un enseignement de probabilités limité (calcul de probabilités simples issues de dénombrement, distribution binomiale) et de statistique (étude simultanée de deux variables). Remarquons que l’on trouve, dans l’annexe au commentaire de ce programme de Terminale B, la première mention explicite de la possibilité d’utiliser des arbres probabilistes pour représenter le schéma de BERNOULLI et la distribution binomiale. C’est en section D (mathématiques et sciences de la nature) que le programme de probabilités est le plus complet. Le chapitre “combinatoire” traite de dénombrements (arrangements, combinaisons), de la formule du binôme. Puis, il est question de calculs des probabilités à l’aide de dénombrement, de

---

1332 M. LEGRAND, *Mathématiques, mythe ou réalité*, Revue Repères-IREM, n°20, juillet 1995, p.94
1333 BOEN n° 34 du 2 octobre 1986
1334 Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries A, B, D et D’, Librairie Vuibert, 1986, p.61

probabilité conditionnelle, d'événements indépendants, de variable aléatoire, de distribution binomiale. Dans cette série, comme en B, est abordée l'étude simultanée de deux variables : ajustement d'une fonction affine par la méthode des moindres carrés, droites de régression.

Nous avons étudié l'ensemble des sujets proposés lors des sessions de juin 1985 et 1986 de l'examen du baccalauréat en séries D et B. Il ressort de cette étude que, en série D et en 1985, sur seize épreuves de mathématiques examinées, il y a eu onze exercices traitant de probabilités[1335] (69 %) et aucun exercice de statistiques. En 1986, sur sept épreuves[1336], cinq exercices de probabilités[1337] (71 %) et un exercice de statistique[1338] (14 %). Ainsi, pour la période 85-86, pour le baccalauréat de la série D, nous disposons de seize exercices de calculs de probabilités et d'un seul exercice de statistique. Pour trouver davantage d'exercices de statistiques, il est nécessaire d'étudier les sujets proposés en série B. En 1985, sur seize épreuves de mathématiques de la série B, on trouve dix exercices de probabilités[1339] (63 %) et huit de statistiques[1340] (50 %). En 1986, sur dix épreuves, on trouve sept exercices de probabilités[1341] (70 %) et deux de statistiques[1342] (20 %). Pour la période 85-86, au baccalauréat de la série B, nous disposons de dix-sept exercices de calculs de probabilités et de dix exercices de statistiques. Si l'on examine maintenant le contenu et la forme des exercices proposés dans ces deux séries (D et B), on constate que les thèmes sont distribués de la manière suivante :

1335 Aix-en Provence, Montpellier et Nice : oui ; Amiens : non ; Besançon, Lyon et Nancy-Metz : oui ; Bordeaux, Nantes et Orléans-Tours : non ; Lille : non ; Paris : oui ; Toulouse : oui ; Groupe 1 : oui ; Amérique du Nord : oui ; Amérique du Sud : oui ; Antilles : oui ; Guyane : oui ; Inde : oui ; Papeete : oui.

1336 Ce faible nombre s'explique par la multiplication de sujets communs à plusieurs académies : ainsi, c'est par exemple la même épreuve qui est proposée dans les académies de Limoges, de Bordeaux et de Nantes.

1337 Amiens : oui ; Lille : oui ; Limoges, Bordeaux et Nantes : oui ; Paris-Créteil-Versailles : non ; Strasbourg, Lyon et Montpellier : oui ; Amérique du Nord : non ; Espagne : oui.

1338 Amiens : non ; Lille : non ; Limoges, Bordeaux et Nantes : non ; Paris-Créteil-Versailles : oui ; Strasbourg, Lyon et Montpellier : non ; Amérique du Nord : non .

1339 Aix-en Provence, Montpellier et Nice : oui ; Amiens : non ; Besançon, Lyon et Nancy-Metz : oui ; Bordeaux, Nantes et Orléans-Tours : non ; Lille : oui ; Paris : oui ; Toulouse : non ; Groupe 1 : oui ; Amérique du Nord : oui ; Amérique du Sud : oui ; Antilles : oui ; Guyane : oui ; Inde : oui ; Papeete : non.

1340 Aix-en Provence, Montpellier et Nice : oui ; Amiens : oui ; Besançon, Lyon et Nancy-Metz : non ; Bordeaux, Nantes et Orléans-Tours : oui ; Lille : oui ; Paris : oui ; Toulouse : non ; Groupe 1 : oui ; Amérique du Nord : non ; Amérique du Sud : non ; Antilles : non ; Guyane : non ; Inde : oui ; Papeete : oui.

1341 Aix-en Provence : oui ; Besançon, Lyon, Montpellier et Strasbourg : non ; Lille et Amiens : oui ; Nantes, Bordeaux et Limoges : oui ; Paris-Créteil-Versailles : oui ; Toulouse : non ; Amérique du Nord : non ; Djibouti : oui ; Espagne : oui ; Pondichéry : oui.

1342 Aix-en Provence : non ; Besançon, Lyon, Montpellier et Strasbourg : non ; Lille et Amiens : non ; Nantes, Bordeaux et Limoges : non ; Paris-Créteil-Versailles : oui ; Toulouse : non ; Amérique du Nord : oui ; Djibouti : non ; Espagne : non ; Pondichéry : non.

- Série D, calcul des probabilités :
  - Lancer de dés ou de pièces : 1 exercice ;
  - Tirages au sort de divers éléments (individus, objets fabriqués industriellement, lettres, nombres, etc.) donnant lieu à des calculs de dénombrements de différents groupements ; déduction de certaines probabilités connues des valeurs d'autres probabilités inconnues : 2 exercices.
  - Variable aléatoire, loi de probabilité, espérance mathématique : 11 exercices ;
  - Loi binomiale : 1 exercice
  - Probabilités conditionnelles : 1 exercice.
- Série D, statistiques :
  - Etude simultanée de deux variables quantitatives, nuage de points, ajustement d'une fonction affine par la méthode des moindres carrés, droites de régression : 1 exercice.
- Série B, calcul des probabilités :
  - Prélèvements de boules ou de jetons dans une urne, combinaisons : 5 exercices ;
  - Lancer de dés : 2 exercices ;
  - Tirages au sort de divers éléments (individus, objets fabriqués industriellement, lettres, nombres, etc.) donnant lieu à des calculs de dénombrements de différents groupements ; déduction de certaines probabilités inconnues à partir des valeurs d'autres probabilités connues : 10 exercices.
- Série B, statistiques :
  - Etude simultanée de deux variables quantitatives, nuage de points, ajustement d'une fonction affine par la méthode des moindres carrés, droites de régression : 10 exercices.

Il apparaît donc un écart entre ce qui est recommandé dans les programmes et ce qui est proposé au baccalauréat. Alors que la quasi-totalité des exercices, à l'examen, traite des notions de variable aléatoire, de loi de probabilité, de calcul de l'espérance et de la variance, les situations faisant intervenir la notion de probabilité conditionnelle, par exemple, sont très marginales. Remarquons également, en série B, le nombre important d'exercices traitant d'études statistiques à deux variables : la forme de ces exercices confirme l'orientation techniciste (application de formules, de recettes) qui s'oppose à la dérive structuraliste de la période précédente.

De manière à mieux fonder notre analyse et à pouvoir comparer avec les tâches imposées aux élèves durant d'autres périodes, nous avons extrait quatre exercices qui nous apparaissent caractéristiques et représentatifs de ce qui a été proposé d'une part aux candidats du baccalauréat de la série D, d'autre part à ceux de la série B en 1985 et 1986.

Série D, calcul des probabilités :

Exercice 35 : (*Variable aléatoire, loi de probabilité, fonction de répartition, espérance mathématique, variance*)

Une loterie comporte vingt billets parmi lesquels :

Un billet gagne le gros lot de 100 F.

Deux billets gagnent chacun des lots de 50 F.

Trois billets gagnent chacun des lots de 20 F.

Une personne achète 2 billets.

On désigne par X la somme que peut gagner cette personne.

1° Déterminer la loi de probabilité de X.

2° Représenter graphiquement la fonction de répartition de X.

3° Calculer l'espérance et la variance de X.

4° Calculer la probabilité pour que la personne gagne :

a) au moins 70 F ;

b) une somme strictement comprise entre 40 F et 100 F.

Série D, session de juin 1985, Inde[1343]

- Série B, calcul des probabilités :

Exercice 36 : (*Dénombrement et calcul de probabilités*)

Une urne contient 10 boules :

5 sont rouges et portent les numéros 1, 1, 3, 3, 5,

3 sont vertes et portent les numéros 1, 2, 4,

2 sont jaunes et portent les numéros 0, 0.

On suppose les tirages équiprobables.

1° On tire simultanément 3 boules de l'urne.

Calculer les probabilités des événements suivants :

A = « on obtient 3 boules de même couleur »,

B = « on obtient 3 boules de couleurs différentes ».

2° On tire simultanément 4 boules.

Chaque boule tirée portant le numéro 0 ne rapporte rien.

Chaque boule tirée portant un numéro pair non nul fait gagner 10 francs.

Chaque boule tirée portant un numéro impair fait gagner 5 francs.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

C : « on gagne 25 francs »,

D : « on gagne 10 francs »,

E : « on gagne 0 franc ».

Série B, session de juin 1986, Lille[1344]

[1343] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries A, B, D et D', Librairie Vuibert, 1985, p.96

Exercice 37[1345] : (*Dénombrement, probabilités simples*)

Quatre amateurs d'astrologie se rencontrent. Chacun donne son signe du zodiaque (il y en a 12), on note (δ_1, δ_2, δ_3, δ_4) le résultat.

1° Combien y-a-t-il de résultats possibles ?

2° Quelle est la probabilité pour qu'ils aient tous des signes différents ?

3° Quelle est la probabilité pour qu'au moins deux d'entre soient du même signe ?

4° L'aînée de ces quatre personnes est de la Balance, quelle est la probabilité pour qu'au moins une des trois autres soit du même signe que l'aînée ?

Série B, session de juin 1985, Besançon[1346]

- Série B, statistiques :

Exercice 38 : (*Statistiques à deux variables, nuage de points, ajustement d'une fonction affine par la méthode des moindres carrés, droite de régression, extrapolation, coefficient de corrélation linéaire*)

Durant les premiers mois de sa naissance, un nourrisson est pesé quotidiennement. Voici un tableau où la variable X représente le nombre de jours après la naissance et la variable Y le poids en kilogrammes.

X	5	7	9	13	17	19	22	24
Y	3,650	3,780	3,800	3,850	3,930	4,000	4,090	4,150

1° Représenter graphiquement cette série chronologique.

2° Par la méthode des moindres carrés déterminer l'équation de la droite de régression de Y en X. La représenter sur le graphique. (Justifiez vos calculs.)

3° Quelle pourrait être une estimation du poids du nourrisson le 20^{e} jour après sa naissance ?

4° Calculer le coefficient de corrélation.

Série B, session de juin 1985, Aix en Provence[1347]

Une fois encore, et malgré les modifications imposées aux divers programmes, on remarquera le peu de changement de la forme de ces exercices par rapport à ceux proposés lors des sessions précédentes. L'exercice 38, ci-dessus, proposé en 1985 en série B (statistiques à deux variables, nuage de points, ajustement d'une fonction affine par la méthode des moindres carrés, droite de régression, extrapolation, coefficient de corrélation linéaire) est semblable à celui proposé en 1956 (exercice 9) lors de la première partie du baccalauréat de la série "technique B".

[1344] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries A, B, D et D', Librairie Vuibert, 1986, p.34

[1345] Au passage, on s'étonnera qu'un exercice de mathématiques proposé au baccalauréat puisse puiser son inspiration dans l'astrologie : alors que les mathématiques sont théoriquement le lieu de la pensée rationnelle, l'évocation des signes du zodiaque dans une telle épreuve peut apparaître problématique. Les mathématiques auraient-elles ainsi précédé une certaine sociologie dans l'entreprise implicite de légitimation de l'astrologie ?

[1346] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries A, B, D et D', Librairie Vuibert, 1985, p.25

[1347] Annales du Baccalauréat, Mathématiques, séries A, B, D et D', Librairie Vuibert, 1985, p.10

§.5.2. Une nouveauté à la rentrée 1986 : l'introduction d'enseignements de statistique au collège

Les textes des programmes de statistique, pour les quatre classes du collège, institués à partir de la rentrée 1986, sont intégralement retranscrits en annexes.

L'orientation amorcée en 1981, mettant l'accent sur l'enseignement des statistiques, s'amplifie avec les programmes du collège de 1986 qui introduisent cet enseignement dès la classe de Sixième, enseignement qui se poursuit durant toute la scolarité secondaire[1348] : il est ainsi mis en vigueur en 1989-1990 en classe de Troisième. Ainsi, l'enseignement des statistiques, après avoir trouvé place dans l'enseignement supérieur (ISUP, 1922) puis dans le second cycle de l'enseignement secondaire (section "technique et économique", 1951) est instauré dans le premier cycle de l'enseignement secondaire en 1986.

L'idée, inspirée des didacticiens, selon laquelle l'appropriation des connaissances suppose un processus lent de construction de celles-ci, et la prise de conscience, notamment à l'occasion des colloques internationaux, des initiatives prises dans ce domaine par les pays anglo-saxons, sont probablement à l'origine de l'introduction d'un enseignement des statistiques dès le début du collège. Cette introduction peut également être expliquée par l'adéquation de ce domaine aux objectifs qui sont alors assignés à l'enseignement des mathématiques dans le premier cycle du second degré, à savoir, relier des observations du réel à des représentations (schémas, tableaux, figures) puis relier ces représentations à une activité mathématique et à des concepts. Pour y parvenir, les auteurs des programmes estiment nécessaire de faire des mathématiques à partir des problèmes rencontrés dans d'autres disciplines scolaires et, en retour, d'utiliser les savoirs mathématiques dans des spécialités diverses. Il s'agit donc, d'une part de modéliser le réel, et non d'étudier des modèles déjà constitués, et d'autre part d'utiliser, pour ce faire, des outils variés et notamment visuels. Or les statistiques scolaires s'intègrent tout à fait à cet objectif dans la mesure où les élèves peuvent être invités, à partir d'une situation rencontrée dans une discipline scolaire (géographie, démographie historique, sciences de la nature et de la vie, etc.), à se poser un certain nombre de questions. Ils recueillent alors des données numériques relatives à cette situation dans le but de pouvoir répondre à leurs questions. Ils doivent alors organiser ces données de la façon la plus adéquate possible, grâce à des outils numériques et graphiques (les représentations) qui conduisent à définir certains concepts utiles : variable, fonction, fréquence, moyenne. Les élèves doivent ensuite essayer de trouver les réponses aux questions initiales et confronter leurs

[1348] Nouveaux programmes du collège : arrêté du 14 novembre 1985 publié au Journal Officiel le 21 novembre 1985, p.13497, BOEN n°44, 12 décembre 1985, p.3129 et fascicule annexé au bulletin.

réponses. Cette manière de faire, inspirée des recommandations des didacticiens, prend en compte le fait que l'activité mathématique consiste en la résolution de problèmes plutôt qu'en la répétition d'exercices. Ce programme et l'esprit qui le caractérise assignent diverses fonctions déclarées à l'enseignement des statistiques : une fonction de formation citoyenne (comprendre des tableaux statistiques, des graphiques afin de développer l'esprit d'analyse et l'expression critique) ; une fonction de formation générale (savoir organiser, représenter et traiter des données) ; une fonction institutionnelle, notamment en incitant au travail interdisciplinaire (mathématiques avec les sciences de la nature et de la vie, mathématiques avec les sciences physiques, mathématiques avec la géographie, etc.). Comme nous l'avons évoqué[1349], les questionnements anthropologique, épistémologique, et sociologique relatifs à la construction sociale des données statistiques, à leur présentation, à leur utilisation ne sont pas évoqués, ce qui a pour effet d'inhiber la réflexion critique.

Pour donner une idée de la nature des tâches proposées aux élèves de collège, nous intégrons à ce paragraphe un exercice de statistique qui a fait l'objet d'une évaluation lors du brevet des collèges à la session de 1989.

<u>Exercice 39</u> : Une enquête faite auprès de 120 personnes portait sur le nombre de livres que chacune avait lu au cours du dernier mois et donnait les résultats suivants : 12 personnes n'avaient lu aucun livre ; 48 personnes avaient lu 1 livre ; 30 personnes avaient lu 2 livres ; 21 personnes avaient lu 3 livres et 9 personnes avaient lu 4 livres.
a) Compléter le tableau suivant.

Nombre de livres lus	Effectifs	Fréquence	Fréquence en %	Effectifs cumulés croissants	Effectifs cumulés décroissants

b) Construire un diagramme semi-circulaire pour représenter les effectifs de cette enquête et indiquer par un calcul l'angle correspondant à chaque secteur.
c) En précisant quelle partie du tableau est utilisée, répondre aux questions suivantes :
- 1° Combien de personnes ont lu au moins 2 livres ?
- 2° Combien de personnes ont lu moins de 3 livres ?

d) Quel est, en moyenne, le nombre de livres lus par ces 120 personnes ?

Brevet des collèges, session de juin 1990, Reims[1350]

[1349] *cf.* Chapitre 5, Sociologie historique de la connaissance didactique ; Section III, Didactique et sociologie(s) : entre références et occultations.
[1350] Annales du Brevet, Mathématiques, Sujets 89, corrigés, éditions Nathan, 1990, p.103

§.5.3. Rentrées 1985 (Seconde et Premières A1 et B, S et E), 1986 (Terminales A1 et B, C et E, D), 1988 (Premières A2 et A3), 1989 (Terminales A2 et A3) : augmentation du volume des enseignements de probabilités considérés comme applications des enseignements de combinatoire

Considérons l'évolution des programmes de statistique et de probabilités, au lycée, à partir de la rentrée scolaire 1985 : les programmes de Seconde et de Premières A1 et B, S et E, installés en septembre 1985 et les programmes de Premières A2 et A3, installés en septembre 1988, vont rester en vigueur jusqu'en juin 1991 ; les programmes des classes Terminales A1 et B, C et E, D, installés en septembre 1986 et les programmes des classes Terminales A2 et A3 installés en septembre 1989, vont rester en vigueur jusqu'en juin 1992. Tous les textes de ces programmes sont intégralement retranscrits en annexes.

- Le programme pour la classe de Seconde, applicable à la rentrée 1985, est défini par l'arrêté du 30 août 1985[1351] : ce programme, qui s'est vu confirmé dans ses grandes lignes par les arrêtés des 14 mars et 30 juin 1986, comporte, en statistique, très peu de changements par rapport à celui dispensé depuis septembre 1981 : les objectifs et les thèmes étudiés sont en effet identiques, seule l'argumentation associée aux objectifs est plus étoffée. Les finalités déclarées de cet enseignement, comme précédemment, sont à la fois sociales et scolaires. D'une part, entraîner les élèves à la lecture pertinente de tableaux statistiques de manière à leur permettre de comprendre le fonctionnement de la société ; leur apprendre à organiser, représenter, traiter des données fournies à l'état brut et à savoir apprécier l'intérêt et les limites d'un processus de mathématisation d'une situation. D'autre part, permettre des activités interdisciplinaires dans lesquelles les élèves sont amenés à faire preuve d'initiative et à développer leurs méthodes de travail ; permettre des calculs numériques, des représentations graphiques et utiliser des outils de calcul (calculatrices, ordinateurs). Par ailleurs, il est notifié dans le texte officiel, que ce programme étant celui d'une classe de Seconde "pour tous", il convient de mettre un terme définitif aux orientations structuralistes, algébriques et formelles qui avaient été conseillées lors de la période des "mathématiques modernes" : *« il convient de le préserver d'une intervention <u>artificielle de descriptions de structures</u>, et par conséquent de ne pas l'alourdir d'une algébrisation prématurée. »*[1352] Alors que pendant la période des "mathématiques modernes", les "réformateurs" avaient proposé de substituer les structures aux recettes, les auteurs qui ont élaboré les programmes après cette période

[1351] BOEN n°31 du 12 septembre 1985

[1352] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, brochure n°6012, éditions du CNDP, 1989, p.13

et donc dès la rentrée 1981, en écartant l'étude des structures algébriques (les espaces vectoriels, les espaces affines, les espaces probabilisés, etc.) ont, de fait, de nouveau privilégié la référence et l'application de recettes et de formules. Indépendamment de la nouveauté que constitue l'introduction précoce d'un enseignement de statistique au collège, il est possible de repérer un certain nombre de modifications dans les programmes des classes de Premières et Terminales, en particulier la réapparition d'un enseignement, plus ou moins ambitieux selon les séries, de calcul des probabilités en Terminales.

- En classe de Premières, le programme de statistique est pratiquement le même dans toutes les séries, A1 et B, A2 et A3, S et E et il n'y a pas d'enseignement de probabilités à ce niveau. La partie "organisation de données" favorise les activités interdisciplinaires et a pour objet de donner aux élèves l'occasion d'organiser, de représenter, de traiter des données. Il s'agit de privilégier la dimension pragmatique plutôt que la dimension théorique (processus inverse, une nouvelle fois, de la période des "mathématiques modernes") : il s'agit d'habituer les élèves aux techniques d'organisation de données (représentations en arbres, tableaux à double entrée, partitions) et à la mise en place d'algorithmes de classement et aux techniques de codage. L'étude des séries statistiques qualitatives précède celle des séries statistiques quantitatives à une seule variable. Malgré l'objectif d'amener les élèves à élaborer une démarche de réflexion critique sur la pratique statistique, les exercices proposés privilégient les calculs systématiques des paramètres de position et de dispersion (moyenne et écart-type) et orientent ainsi l'activité mathématique vers l'utilisation de recettes, d'algorithmes et la création d'"automathismes". Cette orientation est repérable non seulement en classe de Premières mais à tous les niveaux du cursus : nous l'illustrons plus loin au moyen d'exercices de probabilités extraits d'un ouvrage de Terminale D.

- En classes Terminales, le programme de 86, comporte un enseignement de calcul des probabilités en séries A1, B, C, D, E[1353] dont l'objectif affiché est, dans une première étape, d'entraîner les élèves à employer les techniques de dénombrement figurant au programme pour calculer des probabilités : il s'agit ensuite, dans un deuxième temps, en se plaçant *a priori* dans le cadre de l'équiprobabilité, de réinvestir les formules de combinatoire à travers la formule de LAPLACE "cas favorables / cas possibles". Dans un troisième temps, et donc après avoir déjà calculé des probabilités, les enseignants et leurs élèves sont invités à revenir sur la notion de probabilité afin d'initier une réflexion épistémologique en

[1353] Le programme des séries A2 et A3 n'est modifié qu'en 1988 (Premières) et 1989 (Terminales) : il emprunte son esprit au programme de la série A1 publié en 1986.

s'appuyant, lors de séances de Travaux Pratiques, sur l'observation de séries statistiques : à partir d'expériences aléatoires, il est possible de dégager les propriétés des fréquences et de mettre en évidence la stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque l'expérience est répétée “un grand nombre de fois”. La probabilité d'un événement est alors définie, conformément au deuxième principe formulé par LAPLACE, à la somme des probabilités élémentaires qui le constituent (séries C, D, E). En classes Terminales A1 et B, sont également abordées les notions de probabilité conditionnelle, d'indépendance de deux événements et de distribution binomiale : par contre, les notions de probabilité-produit et de variable aléatoire ne sont plus au programme. En classes Terminales A2-A3, seul le calcul élémentaire de probabilités, dans des cas d'équiprobabilité et après la mobilisation des formules simples de combinatoire, est enseigné dans la partie obligatoire ; la partie optionnelle comporte, outre la possibilité d'étudier les séries statistiques à deux variables quantitatives, l'étude d'expériences aléatoires par simulation sur ordinateur, celle de la distribution binomiale et celle de problèmes issus de l'histoire du calcul des probabilités. La réintégration de calculs élémentaires de probabilités en séries C et E s'accompagne de la disparition de l'étude des séries statistiques à deux variables. Il s'agit donc, dans ces deux séries, d'un rééquilibrage entre l'enseignement de statistique et celui de probabilités qui, par ailleurs, n'aborde ni la notion de probabilité conditionnelle, ni celle de probabilité-produit, ni celles de variable aléatoire et de loi binomiale. Par contre, en série D, les probabilités conditionnelles, les variables aléatoires et la loi binomiale sont au programme. Comme nous l'avons évoqué plus haut, nous étayons notre diagnostic relatif à une orientation procédurale et algorithmique des exercices en considérant un certain nombre d'entre eux, extraits d'un manuel de Terminale D[1354] : pour chaque exercice proposé, l'objectif est clairement explicité.

Exercice 40 : *(objectif : “calculer des probabilités élémentaires”)*[1355]
On lance trois fois de suite une pièce de monnaie.

a) Pour $k \in \{0, \ldots, 3\}$, quelle est la probabilité p_k d'obtenir k fois pile et $(3 - k)$ fois face ?

b) Calculer $\sum_{k=0}^{3} p_k$.

[1354] *Mathématiques*, collection N. DIMATHEME, éditions Didier, 1988
[1355] *Mathématiques*, collection N. DIMATHEME, *op. cit.*, exercice n°17 p.364

Exercice 41 : *(objectif : "calculer des probabilités conditionnelles")*[1356]
On tire une carte d'un jeu de 32 cartes ; on note A l'événement "la carte tirée est rouge" ; calculer les probabilités conditionnelles P(B/A) pour les événements B suivants :
a) "c'est un trèfle" ;
b) "c'est un carreau" ;
c) "ce n'est pas un cœur".

Exercice 42 : *(objectif : "reconnaître un schéma de BERNOULLI et appliquer la formule")*[1357]
Une urne contient trois boules blanches et trois boules noires : on procède alors à cinq tirages consécutifs de 2 boules, les boules étant remises dans l'urne après chaque tirage.
Calculer la probabilité de tirer trois fois deux boules blanches.

Exercice 43 : *(objectif : "calculer l'espérance mathématique")*[1358]
La loi de probabilité de la variable aléatoire X est définie par le tableau :

X	-2	-1	0	1	2	3
P(X= x)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

Calculer l'espérance mathématique E(X).

Exercice 44 : *(objectif : "calculer directement l'espérance de la loi binomiale")*[1359]
L'aléa numérique X suit une loi binomiale ; à chaque essai, la probabilité de succès est 0,2 ; le nombre d'essais est de 50.
Calculer P(X = 4). Déterminer E(X).

Remarquons enfin que lors de la période précédente (1983-1986), le programme de probabilités-statistique le plus complet était celui de la Terminale D, ce qui n'est plus le cas lors de la période 1986-1992 puisque l'étude des séries statistiques à deux variables n'est plus au programme de cette classe. Seule la classe de Terminale B comporte un enseignement supplémentaire de statistique : l'objectif est alors d'exploiter les acquis de Première sur les séries statistiques à une variable et de fournir des outils pour l'étude des séries à deux variables quantitatives (tableau d'effectifs, fréquences marginales et conditionnelles, nuage de points, point moyen, ajustement affine par moindres carrés, droite de régression, coefficient de corrélation linéaire).

[1356] *Mathématiques*, collection N. DIMATHEME, *op. cit.*, exercice n°1 p.379
[1357] *Mathématiques*, collection N. DIMATHEME, *op. cit.*, exercice n°18 p.381
[1358] *Mathématiques*, collection N. DIMATHEME, *op. cit.*, exercice n°7 p.401
[1359] *Mathématiques*, collection N. DIMATHEME, *op. cit.*, exercice n°19 p.402

§.5.4. Rentrées 1990 (Seconde), 1991 (Premières A1 et B, A2 et A3, S), 1992 (Terminales A1 et B, A2 et A3, C et E, D) : l'institutionnalisation de l'approche fréquentielle pour introduire la notion de probabilité

Considérons l'évolution des programmes officiels de statistique et de probabilités à partir de la rentrée scolaire 1990 : les programmes de Seconde qui sont installés en septembre 1990 vont rester en vigueur jusqu'en juin 2000 ; les programmes des classes de Premières A1 et B, A2 et A3, S, installés en septembre 1991 vont rester en vigueur jusqu'en juin 1993 ; les programmes des classes Terminales A1 et B, A2 et A3, C et E, installés en septembre 1991 vont rester en vigueur jusqu'en juin 1994. Tous les textes de ces programmes sont intégralement retranscrits en annexes.

- Le programme pour la classe de Seconde, applicable à la rentrée 1990, est défini par l'arrêté du 25 avril 1990[1360]. Il conserve, pour l'essentiel, les objectifs et la substance du programme précédent défini par l'arrêté du 30 août 1985 : *« La perspective reste celle d'une seconde pour tous les élèves et d'une classe d'orientation, et non d'une classe préparant de manière privilégiée aux filières scientifiques. »*[1361] Comme précédemment, ce programme comporte un enseignement de statistique organisé principalement autour de la lecture pertinente de tableaux statistiques, de la représentation et du traitement de données brutes, ainsi que du calcul et de l'interprétation d'une moyenne et d'un écart-type, de leur emploi dans la comparaison de séries statistiques.

- Quelles sont, pour les classes de Premières et Terminales, les principales modifications par rapport à la période précédente ? La première modification réside dans le fait que l'enseignement de probabilités débute dorénavant en classes de Premières. La deuxième modification est plus subtile et réside dans un changement de l'ordre des propositions. Alors que les programmes de 86 recommandent de débuter l'enseignement de probabilités par la combinatoire (étape 1), puis, dans le cadre d'un modèle d'équiprobabilité, de calculer des probabilités en mobilisant à la fois la formule "cas favorables / cas possibles" et les outils de la combinatoire (étape 2), puis d'interroger la notion même de probabilité en reliant ce concept à l'observation statistique (étape 3), les programmes de 91, pour les classes de Premières, invitent à commencer par introduire la notion de probabilité en s'appuyant sur des exemples d'expériences aléatoires (observation de la stabilisation des fréquences puis essai de mathématisation de cet objet), à définir ensuite la probabilité, puis à proposer un certain nombre d'exercices ne nécessitant pas la mobilisation

[1360] publié au Journal Officiel le 3 mai 1990 et au BOEN n°20 du 17 mai 1990
[1361] BOEN n°20, 17 mai 1990, annexe, p.III

des algorithmes de la combinatoire dont l'enseignement est réservé aux classes Terminales. De manière plus précise, les programmes de 91 (Premières) recommandent l'introduction fréquentiste de la notion de probabilité, imposent la définition de la probabilité comme somme des probabilités élémentaires[1362] et interdisent l'étude du dénombrement des permutations, des arrangements et des combinaisons. *« L'étude du dénombrement des permutations, arrangements et combinaisons, est hors programme. On s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités, et non des exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement. »*[1363] De même que dans le programme mis en place en 86, mais dans un ordre différent (les étapes 3[1364] et 2[1365] des programmes de 86 devenant respectivement les étapes 1 et 2 des programmes de 91), il est écrit que l'introduction de la notion de probabilité doit se faire par la stabilisation des fréquences puis, que la probabilité d'un événement doit être définie comme la somme des probabilités élémentaires qui le réalisent[1366]. Sont donc distinguées dans les instructions officielles, approche fréquentiste de la probabilité et définition mathématique de la probabilité. La probabilité d'un événement est ensuite définie par addition de probabilités d'événements élémentaires (deuxième principe de LAPLACE). Mais cette définition n'est pas suffisante car il est nécessaire de savoir ce qu'est la probabilité d'événements élémentaires… Cette définition laisse donc la porte ouverte à différentes hypothèses de modèles : si l'on postule l'équiprobabilité des événements élémentaires, il est aisé de calculer leur probabilité et alors la probabilité de l'événement initial, qui a été décomposé en éléments élémentaires, se détermine à l'aide du premier principe de LAPLACE : c'est ce seul modèle qui est retenu dans l'enseignement secondaire. Mais il est également possible d'estimer les probabilités des événements élémentaires grâce à l'observation statistique en introduisant, dans le modèle, les valeurs théoriques issues de l'observation : on dispose alors d'un modèle approché. En pratique, ces probabilités sont cependant trop faibles pour être estimées directement. Il est enfin possible de proposer une évaluation subjective des probabilités élémentaires : cette manière de faire n'est jamais évoquée, ni explicitée aux élèves du secondaire sans doute, c'est notre hypothèse, parce que l'idée

---

[1362] *« La probabilité* [*est*] *la somme des possibilités de chaque cas favorable. »* Deuxième principe du calcul des probabilités. P.S. LAPLACE, *Essai philosophique sur les probabilités*, *op. cit.*, p.38

[1363] BOEN n° spécial 2, 2 mai 1991, tome 1, p.10-11 pour les Premières A1 et B, p.27 pour les Premières A2 et A3, p.39 pour les Premières S et E

[1364] - sens du concept de probabilité -

[1365] - calculs de probabilités rapportés à des formules de combinatoire -

[1366] *« La probabilité d'un évènement s'obtient par addition de probabilités d'événements élémentaires. »* BOEN n° spécial 2, 2 mai 1991, tome 1, p.11 pour les Premières A1 et B, p.27 pour les Premières A2 et A3, p.39 pour les Premières S et E domine encore, chez les enseignants de mathématiques et les concepteurs de programmes, que les élèves ont besoin de se raccrocher à des choses sûres. Notons cependant que l'évaluation subjective des probabilités est la pratique dominante chez les statisticiens, tout simplement parce qu'il y a rarement équiprobabilité dans la réalité (excepté dans le cas des jeux de hasard), parce les approches fréquentistes sont difficiles à pratiquer du fait d'un grand nombre de contraintes : il n'est en effet pas possible de répéter des milliers de fois la même expérience, d'une part dans des conditions expérimentales rigoureusement identiques et d'autre part en raison des coûts élevés. En réalité, il y a souvent une estimation subjective des probabilités élémentaires, estimation obtenue grâce aux techniques bayésiennes. Ainsi, et avec l'hypothèse, pour les exemples canoniques habituellement considérés (jeux de dés, prélèvements divers), qu'il y a équiprobabilité des probabilités élémentaires, calculer la somme de ces probabilités élémentaires revient à appliquer le premier principe formulé par LAPLACE : *« la probabilité est le rapport du nombre de cas favorables à celui de tous les cas possibles. »*[1367] Un des aspects de notre travail sociologique consiste non seulement à analyser le texte des instructions officielles (orientations épistémologiques et conceptions du rapport au savoir), ce qui renvoie à la problématique de la diffusion d'un discours (généralement, c'est la seule qui est prise en compte), mais également à s'intéresser à quelques-unes des caractéristiques de sa réception. L'examen des manières (variables) dont les auteurs de manuels s'approprient et traduisent les injonctions officielles n'est pas inintéressant dans la mesure où il est possible de repérer, à partir de la présentation d'une notion, différentes conceptions de l'apprentissage qui s'articulent ici autour de deux pôles : d'une part un néo-dogmatisme, d'autre part un socio-constructivisme tel qu'il est conseillé par les didacticiens. Considérons tout d'abord le texte officiel relatif à la manière de présenter aux élèves la notion de probabilité : *« Pour introduire la notion de probabilité, on s'appuiera sur l'observation de séries statistiques obtenues par répétition d'une expérience aléatoire, en soulignant les propriétés des fréquences et la relative stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois. »*[1368] Considérons ensuite, dans deux ouvrages de Premières SE, les activités qui se rapportent à cette directive :

[1367] P.S. LAPLACE, *Essai philosophique sur les probabilités*, *op. cit.*, p.38
[1368] BOEN n° spécial 2, 2 mai 1991, tome 1, p.39

- Dans le manuel de la classe de Première SE, publié aux éditions Delagrave, on lit :

« Observation d'une série statistique : Nous avons étudié en classe de Seconde des séries statistiques. Si on s'intéresse aux effectifs d'individus d'une population présentant un certain caractère, on voit apparaître des régularités que l'on peut appeler permanences statistiques. Par exemple le rapport du nombre des naissances, des mariages, des décès ou des individus de sexe masculin à une population donnée est sensiblement constant. De même, dans cette population, les tailles ou les âges se distribuent suivant des "courbes en cloche" d'allures générales voisines. Considérons un dé cubique portant, sur ses faces, les nombres de 1 à 6. Si nous procédons à un très grand nombre de lancers nous verrons les nombres précédents apparaître chacun avec une fréquence voisine de 1/6. Nous dirons alors que la probabilité d'apparition, par exemple, du nombre 2, est égale à 1/6. Tirons de même une carte 6 d'un jeu de 32 cartes. Nous admettons que, si le tirage s'effectue "au hasard", chaque carte a une chance sur 32 de sortir. Intéressons-nous alors au tirage d'un roi. Sur les 32 cas possibles, il y en a 4 correspondant au résultat visé, c'est-à-dire 4 cas favorables. La probabilité de tirer un roi est ainsi 4/32 = 1/8. Ce tirage "au hasard" constitue une expérience aléatoire. »[1369]

- Dans le manuel de la classe de Première SE, collection Transmath, publié aux éditions Nathan, on lit :

« Travaux pratiques d'approche : On jette simultanément deux pièces de monnaie indiscernables. Trois résultats sont possibles :
- Les deux côtés visibles sont les côtés "PILE". On notera cette situation {P, P}.
- Les deux côtés visibles sont les côtés "FACE". On notera cette situation {F, F}.
- Un côté visible est "PILE", l'autre "FACE". On notera cette situation {P, F}.

a) À votre avis, ces trois résultats ont-ils autant de chances de se produire ?
b) Réalisez vous-même cette expérience en effectuant cent lancers avec deux pièces identiques. Votre intuition du a) vous semble-t-elle confirmée par les résultats de votre expérience ?
c) Calculez la fréquence de chacun des événements {P, P}, {F, F}, {P, F} après les cinquante premiers lancers, puis après les cent premiers lancers.
d) Rassemblez les résultats des expériences effectuées par groupes de cinq élèves. Calculez alors, pour chacun des trois événements précédents, la fréquence relative aux cinq cents observations. Comparez vos résultats avec les autres groupes.
e) Quelle semble être la "probabilité" de chacun des trois événements précédents?
f) Essayez de justifier ce résultat. »[1370]

Il est clair que les auteurs du premier manuel tiennent très peu compte, sur ce point précis, d'instructions officielles apparemment inspirées par le discours didactique. Est-ce que les deux phrases "Considérons un dé cubique portant, sur ses faces, les nombres de 1 à 6. Si nous procédons à un très grand nombre de

[1369] L. CORRIEU, M. PENSIVY, J.P. ROUMILHAC, J. VILATTE, *Algèbre, analyse, géométrie, probabilités, 1ères S/E*, éditions Delagrave, 1991, p.461

[1370] A. ANTIBI, R. BARRA, J. MALAVAL, A. TRICOIRE, *Mathématiques, 1res SE*, tome 2, éditions Nathan, 1991, p.203

lancers nous verrons les nombres précédents apparaître chacun avec une fréquence voisine de 1/6" correspondent à ce qu'il est recommandé de mettre en œuvre dans les instructions officielles où il est expressément stipulé "on s'appuiera sur l'observation de séries statistiques obtenues par répétition d'une expérience aléatoire" ? La réponse à notre question est évidemment négative. À l'inverse, les auteurs du second manuel proposent une véritable activité d'observation statistique : chaque élève est d'abord invité à effectuer seul cinquante puis cent lancers, à noter ses résultats, puis à les mettre en commun avec quatre de ses camarades, ce qui constitue un échantillon de cinq cents observations. Le fait de comparer les fréquences relatives des différents résultats obtenus pour cinq cents expériences avec ceux des autres groupes d'élèves permet la prise de conscience des fluctuations d'échantillonnage et de construire progressivement les notions de fréquence théorique et de probabilité. Ce type d'activité, plus long, et qui n'est pas sans susciter un certain désordre au sein de la classe, est, pour les didacticiens, très formateur : on peut d'ailleurs faire l'hypothèse que c'est précisément la capacité à gérer le trouble produit par sa mise en œuvre qui peut inciter un certain nombre d'enseignants à préférer le type d'argumentation dogmatique développé par les auteurs du premier manuel[1371]. Ainsi, ce détour par l'analyse des conditions de réception et d'appropriation, par les auteurs de manuels d'un certain nombre d'injonctions officielles, permet d'interroger les différentes manières dont les principaux acteurs (auteurs de manuels et enseignants) conçoivent le rapport au savoir dans le cadre de la forme scolaire d'apprentissage. Par ailleurs, au niveau des classes de Premières, le programme de 1991 en probabilités est rigoureusement identique dans pratiquement toutes les séries[1372], à l'exception des séries A1 et A2 où ce programme est réduit compte tenu de l'orientation et du destin théorique des élèves qui fréquentent cette section.

- En classe Terminale, le programme est organisé autour de la combinatoire, de la mobilisation des règles de dénombrement (listes, arrangements, permutations, combinaisons) lors de calculs de probabilités et de l'appropriation de nouveaux concepts probabilistes : variables aléatoires, probabilités conditionnelles, indépendance d'événements. Au concept de variable aléatoire sont associées les notions de fonction de répartition, d'espérance mathématique, de variance et d'écart-type et au concept de probabilité conditionnelle sont associées les notions d'indépendance ainsi que la formule des probabilités totales qui permet,

[1371] Il est juste de rappeler qu'en 1967, Maurice HAGEGE, dans son ouvrage de Terminales B et D, procédait déjà exactement de la même manière . *cf.* le paragraphe "régularité statistique", déjà cité. M. HAGEGE, *Eléments de calcul de probabilités et applications, Terminales BD*, *op. cit.*, p.25-26
[1372] A1 et B, C et E, D

lorsqu'on connaît les probabilités conditionnelles d'un événement par rapport à d'autres événements, de calculer la probabilité de cet événement.

- Notons que seul le programme de la série B comporte un enseignement de statistique. En Première B, il s'agit d'une initiation aux séries statistiques à deux variables quantitatives (tableaux d'effectifs, nuage de points, point moyen). En Terminale B, l'objectif est de fournir des outils pour l'étude de ces séries : il est alors question de fréquences marginales et conditionnelles, d'ajustement affine par la méthode des moindres carrés, de droite de régression et de coefficient de corrélation. Remarquons qu'il est un fait susceptible d'être mis en évidence : lors de chaque période, l'enseignement en statistique et en probabilités le plus ambitieux est généralement dispensé en série économique et sociale, à la seule exception du programme de la série D (mathématique et science de la nature) lors de la période 1983-1986.

§.5.5. Rentrée 1993, nouvelles séries (ES, S, L) pour les classes de Première et rentrée 1994 pour les classes Terminales : pas de changement au niveau des programmes de mathématiques, excepté en série "économique et sociale" (ES)

L'année scolaire 1993-1994 voit une refonte des séries en classes de Première et en classes Terminales : les séries A1, A2, A3 sont regroupées en une seule série L (série littéraire), la série B devient la série ES (série économique et sociale), les séries C, D et E sont regroupées en série S (série scientifique), la différentiation s'opérant au niveau des options prévues. Le décret n°92-57 du 17 janvier 1992, relatif à l'organisation des formations dans les lycées, est publié au Journal Officiel le 19 janvier 1992. L'article premier de l'arrêté du 17 janvier 1992 associé au décret, qui abroge l'arrêté du 29 septembre 1981 portant organisation des classes de Premières et Terminales, stipule : *« Dans le cadre de la scolarité des lycées, à l'issue de la classe de seconde de la voie générale et technologique, les élèves poursuivent des études sanctionnées soit par l'examen du baccalauréat général dans l'une des séries L (littéraire), ES (économique et sociale), S (scientifique), soit par l'examen du baccalauréat technologique dans l'une des séries STT (sciences et technologies tertiaires), STL (sciences et techniques de laboratoire), SMS (sciences médico-sociales), Arts appliqués, Techniques de la musique et de la danse, Hôtellerie, STAE (sciences et technologies de l'agronomie et de l'environnement), STI (sciences et technologies industrielles), soit par l'examen du brevet de technicien dans une spécialité donnée ou du brevet de technicien agricole. »*[1373] De plus, l'appellation

[1373] BOEN n°4, 23 janvier 1992, p.6

du baccalauréat général se substitue à l'appellation de baccalauréat de l'enseignement du second degré dans les textes réglementaires relatifs à ce diplôme[1374]. L'arrêté du 15 septembre 1993[1375] précise dans le détail, notamment pour ce qui concerne les règles des enseignements dits de spécialité, l'organisation et les horaires des enseignements obligatoires et optionnels des classes de Premières et Terminales ES, L et S. En ce qui concerne les programmes de mathématiques, modifiés en septembre 1991 pour les classes de Première et en septembre 1992 pour les classes Terminales, seuls ceux de la section "économique et sociale" (Première ES et Terminale ES) font l'objet d'un changement par rapport à ceux de l'ancienne section B[1376] : c'est-à-dire que les programmes de mathématiques des classes de Premières L et de Premières S sont identiques jusqu'en juin 2001, respectivement aux programmes des anciennes classes de Premières A1 et des anciennes classes de Premières S et E qui étaient en cours de septembre 1991 à juin 1993 ; les programmes des Terminales L sont identiques jusqu'en juin 2002 à ceux des anciennes Terminales A1 ; les programmes des classes Terminales S sont identiques jusqu'en juin 1998, aux programmes des anciennes classes Terminales C et E qui étaient en vigueur de septembre 1992 à juin 1994.

Les textes des programmes de statistique et de probabilités, pour les classes de Première ES, institués à partir de la rentrée 1993, et de Terminale ES, institués à partir de la rentrée 1994, sont intégralement retranscrits en annexes.

- En Première ES, les statistiques et les probabilités figurent dans le programme obligatoire. Les auteurs des programmes insistent de nouveau sur la nécessité de faire réaliser "au moins une fois" aux élèves une étude statistique complète en faisant remarquer qu'à chaque étape du traitement, un gain en signification a pour prix la perte d'une partie des informations. *« Les élèves doivent comprendre que les statistiques n'arrivent pas toutes faites, mais procèdent de choix raisonnés successifs.* […] *Pour les élèves, le meilleur moyen d'acquérir cette expérience est d'avoir au moins une fois, mené eux-mêmes une étude statistique simple, allant jusqu'à son terme : l'élaboration d'une réponse à une question posée au départ. »*[1377] Seule la statistique descriptive est au programme : elle reprend l'étude, initiée en Seconde, des séries statistiques à une variable (caractères qualitatifs et quantitatifs, continus ou discrets, notions d'effectifs, de fréquences, mode, médiane, moyennes, variance, écart-type) et aborde de

[1374] Décret n°92-300 du 31 mars 1992 publié au Journal Officiel le 3 avril 1992 et au BOEN n°18 du 30 avril 1992, p.1272-1273
[1375] BOEN n° spécial 4, 23 septembre 1993
[1376] - arrêté du 10 juillet 1992 -
[1377] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, séries ES, L, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, éditions du CNDP, 1998, p.44

manière détaillée celle des tableaux de séries statistiques à deux variables (tableaux usuels, tableau d'effectifs, répartition marginale, tableaux des fréquences par rapport à l'effectif total ; fréquences marginales ; tableaux des fréquences par rapport aux effectifs partiels ; tableau théorique obtenu par produit des fréquences marginales ; observations de sous-représentation et de sur-représentation par comparaison de tableaux ou par construction d'un tableau des écarts). En ce qui concerne les probabilités, le programme indique que le lien avec les statistiques doit se faire par le biais du rapprochement entre fréquence et probabilité sans toutefois imposer la manière d'opérer ce rapprochement : il est donc possible soit de partir de la répétition d'une expérience aléatoire, soit du recensement d'une population, l'observateur s'intéressant uniquement à la probabilité, en tirant "au hasard" un individu de la population E, que celui-ci possède un caractère donné. Cette probabilité est numériquement égale à la fréquence des individus présentant le caractère considéré dans la population E. En appelant A l'événement "l'individu tiré présente le caractère considéré" et E_A l'ensemble des individus de la population E présentant ce caractère, il vient : $P(A) = f(E_A) =$ "nombre d'individus ayant le caractère A divisé par nombre total d'individus". La nécessité du saut conceptuel des statistiques aux probabilités conduit ici à retrouver le paradigme laplacien. Notons que cette approche apparaît cohérente avec la moindre importance attribuée à la combinatoire : en effet, si la détermination des différents nombres de cas (favorables, possibles) intervenant dans les calculs de probabilités se fait à partir de recensements au sein d'une population, les formules d'analyse combinatoire cessent d'avoir un intérêt.

- En Terminale ES, la partie obligatoire du programme comporte, en statistique, l'étude des séries à deux variables (nuage de points, point moyen, ajustement affine par moindres carrés, droites de régression, coefficient de corrélation linéaire) et en probabilités, les notions de variable aléatoire et de probabilité conditionnelle. Quant aux dénombrements, ils figurent dans l'enseignement de spécialité avec un objectif modeste. Dans cette partie se trouve également la loi binomiale dont l'étude permet d'approcher la loi faible des grands nombres : la convergence en probabilité de la fréquence vers la probabilité apparaît donc en fin de parcours secondaire.

§.5.6. Rentrée 1998 : légères modifications des programmes des classes Terminales S et ES. Vers la reconnaissance de solutions "bricolées" en lieu et place de démonstrations académiques

Suite à l'arrêté du 15 mai 1997, les programmes des classes Terminales S et ES sont légèrement modifiés. Pour ces deux classes, les textes des programmes de statistique et de probabilités, institués à partir de la rentrée 1998, sont intégralement retranscrits en annexes.

- En Terminale S, le paragraphe consacré au dénombrement d'arrangements et de permutations est reformulé plus simplement : il n'est plus question du "cardinal de l'ensemble A^p des p-listes d'éléments d'un ensemble fini A" et de l'étude du "cas où les éléments sont distincts deux à deux" mais de l'"utilisation d'arbres, de tableaux, de diagrammes pour des exemples simples de dénombrement". Il est recommandé d'étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités plutôt que des exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement. Dans cette logique, le paragraphe intitulé "calculs de probabilités" est accompagné du commentaire suivant : *« On introduira <u>les arbres pondérés</u>. On en explicitera les règles de fonctionnement pour leur utilisation comme outil de démonstration. »*[1378] L'étude de phénomènes aléatoires, initiée en Première S, est prolongée et vise à mettre à la disposition des élèves de nouveaux concepts probabilistes : variables aléatoires (et loi de probabilité associée, fonction de répartition, espérance mathématique, variance, écart-type) et probabilités conditionnelles (indépendance de deux événements)[1379]. De même que ce programme invite, pour le calcul de probabilités simples, à élaborer et à exposer un raisonnement en s'aidant d'arbres pondérés, cette recommandation est réitérée pour traiter les calculs de probabilités conditionnelles. Il y a là une prise en compte de la possibilité d'envisager d'autres formes de démonstration et d'exposition que celles traditionnellement utilisées en mathématiques. Il s'agit d'une reconnaissance de la validité à la fois de solutions bricolées et d'une ouverture vers une branche des mathématiques encore peu diffusée dans l'enseignement secondaire : la mathématique discrète qui porte notamment sur l'étude des graphes.

[1378] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, séries ES, L, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, éditions du CNDP, 1998, p.177

[1379] Les notions de probabilité-produit et d'indépendance de deux variables aléatoires sont hors programme. Le paragraphe consacré à la "formule des probabilités totales" disparaît du programme 98.

- Le programme de Terminale ES comporte également quelques modifications qui vont dans le même sens que celles repérées en Terminale S, c'est-à-dire que l'accent est mis sur l'utilisation des arbres pondérés, notamment lors de la répétition d'un schéma de BERNOULLI : *« L'objectif est d'apprendre aux élèves que la répétition d'un schéma de Bernoulli se modélise par la loi binomiale. On exploitera les représentations en arbres. »*[1380] En statistique, les formules pour l'ajustement par moindres carrés sont admises et exprimées en terme de variance et covariance et sont démontrées dans l'enseignement de spécialité.

§.5.7. Rentrée 2000 : les effets des progrès de la technologie informatique sur la forme scolaire d'enseignement des statistiques et des probabilités : l'ère de la simulation et de la modélisation

Considérons les programmes actuels de statistique et de probabilités : les programmes de Seconde ont été installés en septembre 2000, ceux des Première L, S, ES, ont été installés en septembre 2001 et les programmes des classes Terminales L, S, ES ont été installés en septembre 2002. Tous les textes de ces programmes sont intégralement retranscrits en annexes.

Évoquons brièvement le fait que l'année 2000 voit la mise en forme d'une nouvelle réforme de l'enseignement des statistiques et des probabilités au lycée. L'initiation à l'aléatoire se fait dès la Seconde par l'observation de la fluctuation d'échantillonnages. L'expérimentation traditionnelle est remplacée par la simulation informatique qui permet, avec une grande économie de moyens, d'observer des résultats associés à la réalisation d'un grand nombre d'expériences. Il est ainsi possible de simuler le lancer de deux dés en utilisant un logiciel dont une commande permet de disposer, instantanément, de 10 000 nombres entiers compris entre un et six. Si on s'intéresse à la distribution de probabilité de la variable aléatoire représentant la somme des points obtenus en lançant simultanément deux dés, ce procédé permet d'observer rapidement que certaines sommes sont plus fréquentes que d'autres, les moins fréquentes étant deux et douze. On perçoit ici les effets des progrès de la technologie informatique sur la manière d'organiser l'enseignement des statistiques. La simulation est la méthode statistique qui permet la reconstitution fictive de l'évolution d'un phénomène. Il s'agit d'une expérimentation qui suppose au préalable la construction, par le concepteur du logiciel, d'un modèle théorique présentant une similitude de propriétés avec le phénomène étudié. Cette simulation consiste à remplacer une épreuve aléatoire réelle par une autre épreuve pseudo-aléatoire basée sur un modèle dont l'hypothèse a été faite qu'il

[1380] Mathématiques, classes de seconde, première et terminale, séries ES, L, collection horaires, objectifs, programmes, instructions, éditions du CNDP, 1998, p.82

représente de manière adéquate la réalité de la première expérience. En ce sens, la simulation informatique illustre et montre les conséquences engendrées par le choix de ce modèle mais, pas plus qu'une figure en géométrie, la simulation ne démontre quoi que ce soit dans la mesure où les probabilités sont déterminées par le modèle employé lors de l'élaboration du programme et où l'indépendance des événements n'est nullement assurée. En Seconde, les élèves sont invités à se constituer un "cahier de statistique" dans lequel ils doivent consigner les traitements de données et des expériences de simulation qu'ils font, des raisons qui les conduisent à faire des simulations ou traiter des données, l'observation et la synthèse de leurs propres expériences ainsi que de celles des autres élèves de la classe. Il est précisé que ce cahier doit être complété en Première et Terminale et doit faire partie des procédures d'évaluation. Si l'objectif déclaré est de faire réfléchir les élèves sur la nature des données traitées et de s'appuyer sur des représentations graphiques pour justifier un choix de résumé, il n'en demeure pas moins que l'approche expérimentale apparaît privilégiée au détriment de la conceptualisation renvoyée aux classes de Premières et Terminales. Il est intéressant de remarquer que de nombreux enseignants de mathématiques, ne disposant plus des outils habituels leur permettant d'organiser leur enseignement autour des cours et de la résolution d'exercices scolaires de statistiques, apparaissent quelque peu déstabilisés. De plus, le fait de devoir "réduire" leur enseignement à des observations de fluctuations d'échantillonnage lors de séances de Travaux Pratiques consacrées à des expériences de simulation de phénomènes aléatoires où la conclusion susceptible d'être élaborée se réduit à une phrase telle que "la fréquence théorique d'apparition de la somme cinq lors du lancer de deux dés est de 10,78 %" a, dans un premier temps, induit un certain nombre de réactions plutôt négatives envers la forme de cet apprentissage. Sans doute que la difficulté pour les enseignants d'envisager un apprentissage sans évaluation est à l'origine de l'institutionnalisation du "cahier de statistiques" : si les enseignants de sciences physiques, par exemple, ont l'habitude de faire utiliser aux élèves ce type d'outil à l'occasion de manipulations et d'observations consignées dans un compte rendu, les enseignants de mathématiques éprouvent des difficultés à changer leurs habitudes et leurs manières d'évaluer le travail et les connaissances. Un équilibre semble cependant s'établir peu à peu : l'enseignement des statistiques et des probabilités débute par des séances de Travaux Pratiques (simulation et observation d'expériences aléatoires), ce qui permet d'élaborer des connaissances qui vont être éprouvées au travers de situations-problèmes.

- En série L, la partie obligatoire du programme est consacrée à la statistique. L'objectif est de montrer, à travers la notion de "phénomènes gaussiens", la nature de l'information prévisionnelle apportée par un écart-type lors de mesures issues de la biologie ou du contrôle industriel[1381] et d'analyser des tableaux de pourcentages. L'étude de tableaux croisés avec de grands effectifs consiste à construire et à interpréter le tableau des pourcentages obtenu en divisant chaque cellule par la somme de toutes les cellules ; à construire et à interpréter des tableaux de pourcentages par ligne (respectivement, par colonne) en divisant chaque cellule par la somme des cellules de la même ligne (respectivement, colonne). Il s'agit davantage de faire comprendre et de donner du sens aux informations et aux paramètres statistiques que de multiplier les calculs et les techniques. Quant à la partie optionnelle du programme de Première L, elle a pour objet de définir, non pas la probabilité, mais la "loi de probabilité" considérée comme un modèle de distribution de fréquences. Une loi de probabilité est ainsi définie par un ensemble de valeurs numériques positives comprises entre 0 et 1, dont la somme est 1, chaque élément de cet ensemble étant une probabilité. Notons que "l'énoncé vulgarisé" de la loi des grands nombres qui est censé "éclairer" le lien entre les notions de loi de probabilité et de distribution de fréquences, apparaît très "contestable" à un grand nombre de didacticiens et d'historiens du calcul des probabilités. La polémique a pour objet le texte suivant qui est inscrit dans tous les programmes des classes de Première et Terminale : *« Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences obtenues sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand. »*[1382] En effet, non seulement aucune allusion n'est formulée au fait qu'il s'agit d'une convergence "en probabilité" des fréquences vers la probabilité théorique de l'événement (hypothèse qui implique un nombre infini d'expériences), mais également, comme nous l'avons déjà évoqué à propos des travaux de BOREL, du fait que, dans la réalité, il n'est possible que de faire un nombre fini d'expériences. Il existe donc un écart entre les fréquences observées et la probabilité théorique et c'est pourquoi de nombreuses critiques soulignent l'intérêt non pas de développer simplement une maîtrise procédurale des calculs mais de permettre la formation du jugement et de l'esprit critique en incitant les élèves à interroger les conséquences liées à la prise de risque qui consiste à attribuer un valeur à la probabilité d'un événement à partir d'observations empiriques. En Terminale L, l'étude de la notion de loi de probabilité est reprise : elle précède celle de la modélisation d'expériences de référence qui mènent à l'équiprobabilité ainsi que l'étude des lois de BERNOULLI et binomiale. Les notions de

[1381] Par exemple, quelle est la définition de la plage de normalité pour un niveau de confiance donné ?
[1382] BOEN Hors Série n°3 du 30 août 2001, p.65

probabilité conditionnelle et d'expériences indépendantes sont exposées, mais la formule des probabilités totales n'est pas au programme. Notons que la probabilité conditionnelle est définie à l'aide de calculs fréquentiels. Dans le prolongement de ce qui a été initié en séries S et ES en 1998, les élèves sont invités à utiliser à bon escient les représentations telles que les tableaux, les arbres, les diagrammes pour résoudre des problèmes de probabilités, un arbre de probabilité correctement construit constituant, d'après les Instructions Officielles, une preuve.

- En série S, la partie du programme consacrée aux probabilités et à la statistique diffère peu du programme de la série L. Remarquons l'introduction d'outils descriptifs nouveaux : outil graphique (diagrammes en boîtes) et outils de mesures de dispersion (écart-type et intervalle interquartile). L'objectif déclaré est d'être capable de résumer une série statistique par un couple (mesure de tendance centrale ; mesure de dispersion) qui est soit le couple (médiane ; intervalle interquartile), robuste par rapport aux valeurs extrêmes de la série, soit le couple (moyenne ; écart-type).
    - En Première S, l'enseignement de probabilités est obligatoire. Les notions enseignées au début sont identiques à celles de la série L, puis sont abordées les notions de variable aléatoire, de loi d'une variable aléatoire, d'espérance, de variance et écart-type. Il est explicitement recommandé d'éviter le calcul systématique et sans but précis de l'espérance mathématique et de la variance de lois de probabilité. L'objectif n'est plus de calculer des probabilités mais de tirer de l'observation d'expériences concrètes l'idée de modélisation probabiliste. Il est rappelé que simuler une expérience (par exemple de lancers de dés, de tirages au hasard dans une urne) consiste à simuler un modèle de cette expérience. Les lois de probabilités simulées sont uniquement celles obtenues comme images d'une loi équirépartie par une variable aléatoire, la modélisation obtenue avec des lois ne découlant pas d'une loi équirépartie étant hors programme.
    - En Terminale S, la présentation des concepts fondamentaux de probabilité est poursuivie avec les notions de conditionnement et d'indépendance, la formule des probabilités totales, l'étude de lois de probabilité discrètes (lois de BERNOULLI et binomiale) et de lois continues à densité (loi de durée de vie sans vieillissement) ainsi que l'introduction des combinaisons[1383]. Il est également question de modélisation (cas de la répétition d'expériences identiques et

[1383] Il est précisé que, pour les dénombrements intervenant dans les problèmes, les situations doivent rester élémentaires et résolubles à l'aide d'arbres, de diagrammes ou de combinaisons.

indépendantes) et de vérification de l'adéquation d'une loi de probabilité équirépartie à des données expérimentales obtenues par simulation d'une expérience aléatoire.

- En Première ES, le programme de probabilités est très peu différent de ceux, déjà évoqués, des classes de Premières L et S. Par contre, le programme de statistique comporte, outre les thèmes abordés dans les séries déjà citées (mesures de dispersion, tableau à double entrée, lien entre arbre et tableau à double entrée, notion de fréquence conditionnelle), un certain nombre de thèmes spécifiques à cette série. Il est en effet question de lissage des données par des moyennes mobiles (utilisation du tableur), d'histogrammes à pas non constants (pour étudier des pyramides des âges, des salaires), de diagrammes en boîtes, de séries chronologiques.
- En Terminale ES, l'étude approfondie des statistiques à deux variables est au programme. Quant au programme de calcul des probabilités (conditionnement et indépendance, formule des probabilités totales), de modélisation d'expériences indépendantes et de simulation d'expériences aléatoires, d'adéquation de données expérimentales à une loi équirépartie, il est quasi identique à celui de la Terminale S : seule l'étude des lois à densité n'est pas au programme de la série ES.

Conclusion

Nous avons construit notre objet en appréhendant les savoirs probabilistes et statistiques enseignés au lycée et au collège, comme des "disciplines", c'est-à-dire comme des constructions spécifiquement scolaires qui ont pour objet la transmission de règles impersonnelles et la soumission à ces règles. En l'occurrence, les règles sont mathématiques et sont non seulement impersonnelles mais impératives. Elles ont même statut que les règles de droit, elles exigent le respect des procédures et des conventions d'écriture. Dans une perspective d'anthropologie et de sociologie des formes historiques, nous avons analysé les traditions, les structurations, les caractéristiques épistémologiques des savoirs scolaires probabilistes et statistiques, leur degré de formalisation, leurs logiques de connaissance. Nous avons analysé les tâches proposées aux élèves afin de mettre au jour la nature et la forme des attentes institutionnelles, explicites et implicites, rapportées aux différentes séries (littéraires, scientifiques, techniques, économiques), c'est-à-dire au destin social théorique des élèves qui les fréquentent.

Alors que l'analyse socio-historique de la naissance et du développement du calcul des probabilités montre que ce savoir a été créé afin de répondre aux problèmes de prises de décision en situation d'incertitude, notre recherche révèle que cette dimension essentielle est totalement gommée des tâches scolaires qui sont généralement dévolues aux élèves : les activités proposées ne renvoient à aucune prise de décision, à aucune action sur le réel. La mise en forme scolaire des sciences probabiliste et statistique fait de ces savoirs des produits pédagogiques autonomes, structurés en niveaux de conceptualisation et de traitement, décomposés en tâches spécifiques (observation, appropriation, exercices), traités dans des lieux spécifiques (collège, lycée), dans des temps spécifiques (années scolaires, emplois du temps). Les pratiques attachées à la mise en forme et en ordre scolaire de ces sciences sont la réorganisation des savoirs en chapitres, en paragraphes, en règles, théorèmes et formules mathématiques, la visualisation de simulations de situations aléatoires sur des écrans d'ordinateurs, la production de relevés d'observations, l'assimilation méthodique d'exercices-types, la dévolution d'exercices toujours progressifs et toujours préparatoires à quelque chose, l'imitation et la reproduction d'un certain nombre de savoirs procéduraux lors d'évaluations. C'est en ce sens que l'ensemble de ces routines, très pédagogiques et très peu scientifiques, participe de la disciplinarisation des esprits.

Si l'on considère l'évolution des programmes de probabilités et de statistique du seul simple point de vue de leur volume, une augmentation très nette apparaît, à la fois en valeur absolue et en valeur relative au sein des enseignements de mathématiques dans le secondaire. L'enseignement du calcul des probabilités a été introduit pour la première fois en 1942 en classe Terminale de la série "philosophie-sciences" : le programme comportait alors quatre mots ("combinaisons et probabilités simples") et deux lignes de commentaires ; l'enseignement de la statistique a été introduit pour la première fois en 1951 en classe de Seconde de la série "technique économique". En 2002, le programme de statistique et de probabilités de la Terminale "économique et sociale" (ES) comporte cinq cent soixante mots. Cette évolution se mesure également à travers le fait que l'enseignement de la statistique est aujourd'hui organisé sur toute la durée de la scolarité, dès la classe de Sixième jusqu'en Terminale, et que l'enseignement de probabilités est dispensé en classes de Premières et Terminales dans toutes les séries. Par ailleurs, et à l'exception de la période 83-86, c'est en série économique que le volume d'enseignement de ces deux disciplines est généralement le plus important. Si, dans les expériences qui ont eu lieu lors des soixante dernières années, il y a bien eu quelques tentatives d'enseigner la statistique inférentielle, notamment de 1953 à 1967 en Terminale "technique économique" puis de 1966 à 1972 en Terminales B et D, avec au programme des notions telles que les jugements sur échantillons, les intervalles de confiance, les tests d'hypothèses, une relative stabilisation des objets étudiés est apparue depuis les années soixante-dix. La statistique descriptive scolaire distingue les données qualitatives et quantitatives et, au sein des données quantitatives, les données discrètes et continues. Pour les données quantitatives, sont étudiées les statistiques à une variable et à deux variables. Les thèmes traités sont relatifs aux observations, à leur enregistrement, à leur groupement, aux différents types de classement et de représentations graphiques, à la lecture et à l'interprétation de tableaux statistiques et de graphiques, au calcul des paramètres de position et de dispersion. Pour les statistiques scolaires à deux variables, les notions, régulièrement au programme depuis leur introduction d'abord en 1952 en classe de Première "technique et économique" puis en classes de Premières B et D en 1966, sont l'ajustement affine d'un nuage de points par la méthode des moindres carrés, les droites de régression et la corrélation. Pour ce qui est du programme d'enseignement des probabilités scolaires, il est nécessaire de distinguer, au point de vue épistémologique, deux approches de la notion de probabilité. Une première approche nous semble devoir être rapportée à la formule dite de LAPLACE relative à l'évaluation de la probabilité comme rapport du nombre de cas favorables au nombre de cas possibles et à la thèse de COURNOT relative au fondement du calcul des probabilités à partir de la combinatoire, thèse qui permet indirectement de rattacher le calcul des probabilités aux mathématiques pures, liaison peu anodine tant la résistance des enseignants de mathématiques vis à vis du calcul des probabilités est réelle. Dans le cadre de ces deux conceptions, assez proches l'une de l'autre puisque celle de COURNOT intègre celle de LAPLACE, la probabilité est déterminée *a priori* par des considérations non expérimentales : elle nécessite de se ramener à un univers dans lequel tous les événements élémentaires sont équiprobables, présentation qui permet uniquement de traiter les cas pouvant se ramener à ce seul modèle et ne nécessitant pas de confrontation avec la réalité. Une deuxième approche, fréquentiste, est basée sur l'étude expérimentale de phénomènes aléatoires. La notion de probabilité apparaît comme limite de fréquences observées expérimentalement. Il s'agit donc ici d'une probabilité définie *a posteriori* et qui est de portée plus générale. Cette manière de procéder permet d'attribuer une probabilité à la réalisation d'un événement aléatoire, pour les cas où la géométrie du hasard se révèle insuffisante. Cette approche résout, théoriquement, le problème de la confrontation avec le réel, puisque précisément c'est à partir de lui que se construit la notion de probabilité. Quant aux différents thèmes étudiés, on ne peut qu'en dresser une liste exhaustive en soulignant combien ils sont susceptibles d'apparaître, disparaître, puis réapparaître en fonction des différentes séries et au gré des changements de programmes. Les thèmes généralement étudiés sont les suivants : dénombrement (listes, arrangements, permutations, combinaisons), calculs élémentaires de probabilités, variables aléatoires (loi de probabilité, fonction de répartition, espérance, variance, écart-type), loi binomiale, probabilités conditionnelles, indépendance d'événements, formule des probabilités totales. Les notions de couple de variables aléatoires, de lois marginales, l'inégalité de BIENAYMÉ-TCHEBITCHEFF, la loi faible des grands nombres, la loi de POISSON, la loi normale, ont également été au programme des enseignements secondaires entre 1952 et 1983. Rappelons que la réforme de la mathématique moderne (1971-1983) a eu pour objet de substituer l'étude des structures algébriques aux calculs élémentaires probabilistes et statistiques. Par la suite, le retour de balancier a été opéré et l'abandon de l'ambition structuraliste et conceptuelle (dégager des objets mathématiques les éléments universels, les structures, les concepts qui permettent de traiter simultanément des questions relèvent de domaines distincts) a induit une nouvelle orientation : celle-ci, d'inspiration techniciste, vise à la manipulation de connaissances rationnelles et formalisées de nature essentiellement procédurale sans jamais permettre leur reconstruction à l'intérieur d'un questionnement plus fondamental : ainsi la question du hasard n'est-elle jamais abordée. Seules les séries littéraires proposent, depuis la réforme des programmes des classes de Premières en 1982, un enseignement qui aborde la dimension culturelle de ces savoirs : il s'agit de combiner enseignement scientifique et enseignement de culture scientifique.

L'analyse des formes d'enseignement des statistiques et des probabilités révèle la tension inhérente à toute tentative de mise en place d'un enseignement de nature émancipatoire dans le cadre de la forme scolaire. Dans son ouvrage *Liberté et Discipline*, Peter WAGNER écrit : *« La transformation du sujet humain dans la modernité devrait être considérée comme un dramatique processus parallèle de libération et de disciplinarisation. »*[1384] Le processus de libération et celui de disciplinarisation sont sans doute parallèles mais dans des sens opposés et contradictoires, ce qui donne au processus résultant son caractère "dramatique". On peut s'interroger pour savoir si un des deux processus est susceptible, à un moment ou à un autre, de dominer l'autre. Or, dans la mesure où le processus de disciplinarisation est un processus long et continu, son action est beaucoup plus efficace que n'importe quel processus d'émancipation inhérent au contenu d'un enseignement. On peut dire, en se référant à la Gestalt-théorie, qu'il subsiste une "prégnance" de la forme scolaire. Si les principaux objectifs déclarés des enseignements scolaires de statistiques et de probabilités demeurent la formation du citoyen, le développement de l'esprit d'analyse et de l'esprit critique, leurs mises en œuvre, dans le cadre de la forme d'assujettissement scolaire, revèlent être une entreprise de mystification. La forme (d'assujettissement scolaire) est le fond.

Soulignons enfin que, dans ce chapitre, nous avons étudié les formes historiques et sociales de la diffusion des savoirs probabilistes et statistiques

[1384] P. WAGNER, *Liberté et discipline*, *op. cit.*, p.17

mais n'avons pas abordé la question de leur réception et de leur appropriation. Rappelons que l'étude des formes de rencontre entre des élèves des sections de techniciens supérieurs et le calcul scolaire des probabilités fait l'objet de la troisième partie de cette thèse.