

# 2

## Plateforme logicielle de recalage déformable d'images

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>26</b>
<b>2.2</b>	<b>Recalage déformable</b>	<b>26</b>
2.2.1	Energie de similarité	26
2.2.2	Energie de régularisation	28
2.2.3	Paramétrisation d'un champ de déformation	29
2.2.4	Procédures d'optimisation	29
<b>2.3</b>	<b>Modèle mécanique des milieux continus</b>	<b>31</b>
<b>2.4</b>	<b>Flux optique et démons</b>	<b>33</b>
2.4.1	Flux optique	33
2.4.2	Les "Demons"	34
<b>2.5</b>	<b>Validation des déformations</b>	<b>35</b>
<b>2.6</b>	<b>Recalage déformable (d'images de thorax)</b>	<b>36</b>
2.6.1	Etudes	36
<b>2.7</b>	<b>Implémentation</b>	<b>38</b>
2.7.1	Introduction	38
2.7.2	Prétraitements des images	39
2.7.3	Schémas d'implémentation	43
2.7.4	Calcul des images déformées	51
<b>2.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>52</b>

## 2.1 Introduction

De nombreuses applications en imagerie médicale ont besoin de calculer des ressemblances entre des images provenant de modalités d'acquisition différentes (TDM, IRM, radiographies numériques). Certaines techniques commencent par segmenter les images et ramènent le problème à une mise en correspondance de caractéristiques géométriques. Cependant, l'étape de segmentation n'est pas toujours réalisable et est source d'imprécisions. D'autres techniques procèdent sans segmentation et cherchent une transformation rigide de l'une des images (translations et rotations) permettant de maximiser une mesure de similarité statistique (information mutuelle, rapport de corrélation) avec l'autre image. Nous nous proposons d'étudier dans cette thèse un cadre plus général intégrant des transformations élastiques (nonrigides) permettant de prendre en compte des déformations irrégulières entre les images. Ce cadre met en jeu des techniques d'analyse d'images, de transformations géométriques, de mesures statistiques et d'optimisation fonctionnelle.

## 2.2 Recalage déformable

Le recalage est un processus important dans le traitement d'images utilisé pour mettre en correspondance deux ou plusieurs images prises à des instants différents. Un grand nombre de techniques a été développé au cours du temps en fonction des données qu'on avait à représenter et en fonction des problèmes apparus. Ces techniques ont été étudiées indépendamment pour des applications différentes, ce qui a donné naissance à un très large domaine de recherche. Dans l'imagerie médicale multiple études (voir par exemple les états de l'art [68, 60]) sur les algorithmes de recalage déformable afin d'estimer les déformations des organes, l'évolution des lésions ou des traitements aux cours du temps.

Etant données deux images  $I$  et  $J$  ( $I, J : \Omega \subset \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}, n \in \{2, 3\}$ ) le but du recalage (ou mise en correspondance) déformable est de calculer un vecteur de déplacement  $U(\mathbf{x})$  pour chaque point  $\mathbf{x}$  de l'image  $I$ . A chaque point  $\mathbf{x}$  ( $\mathbf{x} \in \mathbb{Z}^n$ ), origine du vecteur, de l'image référence  $I$ , le vecteur de déplacement calculé par recalage déformable associe un point  $\mathbf{x}'$  ( $\mathbf{x}' \in \mathbb{N}^n$ ), extrémité du vecteur, dans l'image objet  $J$ ,  $\mathbf{x}' = \mathbf{x} + U(\mathbf{x})$ . L'ensemble des vecteurs de déplacement forment le champ de déformation  $U$  (ou champ de déplacement). Le champ de déformation optimal  $\tilde{U}$  est obtenu après un processus d'optimisation (le plus souvent il s'agit d'une minimisation) d'un critère global  $E$  composé de deux parties appelées dans la littérature énergies : une énergie interne, d'attache aux données,  $E_1$  et une énergie externe imposant des contraintes sur le champ  $E_2$ . Les équations 2.1 et 2.2 résument cette formulation générique,  $\beta$  ( $0 \leq \beta \leq 1$ ) étant le coefficient permettant de régler le compromis entre les deux énergies.

$$\tilde{U} = \arg \min_U (E(U)) \quad (2.1)$$

$$\text{avec } E(U) = (1 - \beta)E_1(U) + \beta E_2(U) \quad (2.2)$$

### 2.2.1 Énergie de similarité

L'énergie  $E_1$  appelée énergie de similarité est une mesure qui quantifie la qualité d'appariement des images. Elle peut prendre le sens d'une mesure de similarité ou de dissimilarité. Diminuer la disparité entre les images se traduit par une minimisation de la valeur de dissimilarité ou une maximisation de la mesure de similarité : plus la mesure de similarité est grande, plus les images sont bien appariées.

En fonction de la supposition faite sur le lien qui existe entre les images à recalcr, on choisit un certain critère à appliquer. Plusieurs énergies de similarités ont été proposées dans la littérature. La majorité des mesures de similarité utilisées dans le recalage déformable a été introduite dans le cadre de recalage rigide d'images. Dans le cadre des méthodes de recalage iconiques monomodalité (les images TDM avec un bruit d'acquisitions faible) une simple comparaison des intensités peut suffire. La somme des carrés des différences des intensités (SCD) est un critère standard de dissimilarité entre les images.

$$E_{SCD}(I, J) = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} (I(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x} + U(\mathbf{x})))^2 \quad (2.3)$$

$\Omega$  désigne l'ensemble de points (voire tous les points de l'image) pour lesquels on estime des vecteurs de déplacement.

Certaines mesures de similarités utilisent les intensités et leur probabilités d'apparition. Dans ce contexte interviennent des notions comme la moyenne des intensités, l'écart type, la variance.

Moyennes :

$$m_I = \sum_i i p_i \quad m_J = \sum_j j p_j$$

$i$  - intensité d'un voxel dans l'image

$p_i$  - probabilité d'apparition de l'intensité  $i$  ( $p_i$  peut, par exemple, être estimé par fréquence  $p_i = \frac{N_i}{N}$ , avec  $N_i$  le nombre de voxels d'intensité  $i$  et  $N$  le nombre total de voxels).  $p_i = \frac{1}{N}$  si on considère que toutes les intensités dans l'image ont la même probabilité d'apparition.

Ecart types :

$$\sigma_I^2 = \sum_i (i - m_I)^2 p_i = \left( \sum_i i^2 p_i \right) - m_I^2 \quad \sigma_J^2 = \sum_j (j - m_J)^2 p_j = \left( \sum_j j^2 p_j \right) - m_J^2$$

Le coefficient de corrélation linéaire mesure une dépendance linéaire (affine plus précisément) entre les intensités :

$$\rho(I, J) = \sum_i \sum_j \frac{(i - m_I)(j - m_J)}{\sqrt{\sigma_I} \sqrt{\sigma_J}} p_{ij}$$

Parfois son expression au carré est utilisée :  $\rho^2(I, J) = \frac{[\sum_i \sum_j (i - m_I)(j - m_J)]^2}{\sigma_I \sigma_J}$

Weruaga et al. [123] utilisent un nouveau critère de similarité : le rapport entre coefficient de corrélation et une différence d'intensités calculés entre les blocs des images.

$$C(\mathbf{x}) = \frac{\rho(I_L(\mathbf{x}), J_L(\mathbf{x} + U(\mathbf{x})))}{1 + \alpha \frac{E_{SCD}(I_L(\mathbf{x}), J_L(\mathbf{x} + U(\mathbf{x})))}{\sigma_{I_L(\mathbf{x})}}}$$

où  $I_L(\mathbf{x})$  désigne un bloc de taille  $L$  de l'image  $I$  centré sur le voxel  $\mathbf{x}$  et  $J_L(\mathbf{x} + U(\mathbf{x}))$  un bloc de taille  $L$  de l'image  $J$  centré sur le voxel  $\mathbf{x} + U(\mathbf{x})$ .  $\alpha$  ( $\alpha > 0$ ) est un paramètre qui règle l'influence de la différence des intensités sur la valeur du critère de similarité.

Même si dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons qu'au recalage monomodalité (acquisitions TDM 3D et 4D), nous rappelons aussi qu'il existe des mesures de

similarité adaptées au recalage multimodalité (les images à recaler proviennent de modalités différentes d'acquisition). Dans ce cas, une simple comparaison des intensités n'est plus suffisante. En fonction des images multimodalités, il existe des mesures de similarité plus adaptées que d'autres : par exemple, dans le cas du recalage IRM - TEP, le rapport de corrélation [94]. Si, dans le cadre du recalage rigide, il s'agit de calculer une transformation affine globale, le recalage déformable permet de prendre en compte les déformations locales qui interviennent entre les images. Afin de tenir compte des variations locales entre les images à partir des valeurs des intensités, [47] propose d'estimer la valeur de similarité localement en considérant les intensités appartenant à un certain voisinage de chaque voxel.

## 2.2.2 Energie de régularisation

L'énergie de similarité n'impose aucune contrainte spatiale sur le champ de correspondance estimé avec la mesure de similarité. L'énergie de régularisation (ou de lissage spatial) contraint le champ de déformation de respecter une certaine cohérence spatiale.

Dans la littérature, en fonction du problème à résoudre, il existe de nombreuses énergies de régularisations proposées. Ici nous rappelons quelques unes utilisées pour le recalage des images de thorax. Une énergie de régularisation classique est celle proposée par Horn et Schunck [48] (équation 2.4) dans la méthode de flux optique (voir section 2.4).

$$E_F(U) = \int_{\mathbf{x} \in \Omega} \|\nabla U\|^2 d\mathbf{x} = \int_{\mathbf{x} \in \Omega} \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \left( \frac{\partial U_k}{\partial x_l} \right)^2 d\mathbf{x} \quad (2.4)$$

Parfois on essaie d'intégrer dans l'énergie de régularisation une connaissance a priori des paramètres physiques des matériaux. C'est le cas des énergies de régularisation s'inspirant de la mécanique de milieux continus (voir section 2.3). On peut citer par exemple :

- L'énergie linéaire élastique [21], avec  $\lambda$  et  $\mu$  les coefficients de Lamé :

$$E_{LE}(U) = \int_{\mathbf{x} \in \Omega} \frac{\lambda}{2} (\text{div}(U))^2 + \mu \|\nabla U\|^2 - \frac{\mu}{2} \|\text{rot}(U)\|^2 d\mathbf{x} \quad (2.5)$$

Les coefficients de Lamé sont calculés à partir de module de Young et de coefficient de Poisson :

Coefficient de Poisson	Module de Young
$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$	$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$

Il existe des énergies simplifiées qui se déduisent de la formulation ci-dessus comme par exemple :

- L'énergie membrane - la régularisation de champs est faite en appliquant l'opérateur laplacien [38] :

$$E_L(U) = \int_{\mathbf{x} \in \Omega} \|\Delta U\|^2 d\mathbf{x} = \int_{\mathbf{x} \in \Omega} \|\nabla^2 U\|^2 d\mathbf{x} \quad (2.6)$$

$$= \int_{\mathbf{x} \in \Omega} \left\| \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 U}{\partial x_i^2} \right\|^2 d\mathbf{x} = \int_{\mathbf{x} \in \Omega} \left[ \begin{array}{c} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_i^2} \\ \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_i^2} \\ \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_i^2} \end{array} \right]^2 d\mathbf{x} \quad (2.7)$$

- L'énergie biharmonique - la régularisation du champ est obtenue en appliquant l'opérateur biharmonique ( $\nabla^4$ ) (appelée aussi bilaplacien) sur le champ de déformation [12, 22] :

$$E_{tps}(U) = \int_{\mathbf{x} \in \Omega} \Delta^2 U \, d\mathbf{x} = \int_{\mathbf{x} \in \Omega} \nabla^4 U \, d\mathbf{x} = \int_{\mathbf{x} \in \Omega} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left( \frac{\partial U_i^2}{\partial x_i \partial x_j} \right)^2 \, d\mathbf{x} \quad (2.8)$$

### 2.2.3 Paramétrisation d'un champ de déformation

La paramétrisation spatiale du champ de déformation entre deux images peut être faite de plusieurs manières : globalement, semi-localement ou localement. Pour une paramétrisation globale on peut utiliser de fonctions polynomiales ou harmoniques (fonctions trigonométriques) [126, 2, 127]. Semi-localement, les champs de déformation peuvent être exprimés à l'aide des fonctions polynomiales par morceaux ou autre fonctions de base comme par exemple les ondelettes. Les splines sont les fonctions le plus souvent utilisées [57].

Dans le cadre de travaux présentés dans ce manuscrit, nous avons utilisé une paramétrisation locale du champ de déformation. Le déplacement est exprimé comme la différence entre le point de départ et celui d'arrivée :  $U(\mathbf{x}) = \mathbf{x}' - \mathbf{x}$ . Avec cette paramétrisation, résoudre l'équation de minimisation 2.1 revient à déterminer directement les déplacements en chaque point de l'image.

### 2.2.4 Procédures d'optimisation

Au sens de Hadamard[44], le recalage déformable est un problème mal-posé<sup>1</sup>. On peut trouver plusieurs solutions "acceptables" pour un même processus de recalage.

Une solution à l'équation de minimisation 2.1 est obtenu à partir des équations d'Euler associées :  $\nabla E(\tilde{U}) = 0$ . Compte tenu du nombre important de variables (dans une image 3D 3 variables par voxel du domaine  $\Omega$ ), résoudre numériquement cette équation revient à adopter une stratégie de recherche d'une solution qui minimise l'énergie totale (somme pondérée entre l'énergie de similarité et l'énergie de régularisation).

Les méthodes de descente consiste à construire une suite  $(U_i(\mathbf{x}))_{i \in \mathbb{N}}$  de la forme :

$$U_{i+1} = U_i + \kappa_i(\mathbf{x})d_i \quad (2.9)$$

avec  $\kappa_i$  le pas de la descente et  $d_i$  la direction de la descente à l'itération  $i$ . Le champ de déformation final est le résultat d'un processus itératif qui converge au bout d'un certain nombre d'itérations.

Au lieu d'utiliser la valeur explicite de la valeur d'énergie, la majorité de stratégies de recherche utilisent les dérivées de cette énergie comme direction de recherche. Les propriétés de l'opérateur gradient, permettent d'exprimer la dérivée de l'énergie totale comme la somme des gradients des deux énergies :  $\nabla E(\tilde{U}) = \nabla E_1(\tilde{U}) + \nabla E_2(\tilde{U})$ .

<sup>1</sup>Un problème mathématique est dit bien posé si une solution existe, elle est unique et elle dépend continûment des données initiales. Autrement, le problème est mal posé.

### 2.2.4.1 Méthode de Newton

Résoudre l'équation 2.1 par la méthode de Newton, revient à construire la suite  $(U_i)_{i \in \mathbb{N}}$  de la forme :

$$U_{i+1} = U_i - \frac{E(U_i)}{\nabla E(U_i)} \quad (2.10)$$

Lu et al. [63] utilisent cette méthode d'optimisation pour le recalage des images TDM du thorax.

### 2.2.4.2 Méthode de descente de gradient

Pour une méthode de descente de gradient, comme le nom le laisse aussi sous-entendre, la direction de descente est le gradient de la fonction à optimiser :  $d_i = \nabla E(U_i)$ . Le pas de la descente  $\kappa_i$  peut-être fixe ou variable aux cours des itérations.

### 2.2.4.3 Méthode de gradient conjugué

Initialement, les méthodes de gradient conjugué ont été introduites pour minimiser des formes quadratiques. On utilisant un développement limité à l'ordre 2,  $E$  peut-être considérée comme une approximation d'une forme quadratique.

Résoudre l'équation 2.1 par cette méthode revient à construire une suite  $(U_i(\mathbf{x}))_{i \in \mathbb{N}}$  de la forme :

$$U_{i+1} = U_i + \kappa_i \mathbf{p}_i \quad (2.11)$$

avec  $\mathbf{p}_i$  une suite de directions dont le calcul est détaillé par la suite. A chaque itération, la direction de recherche  $\mathbf{p}_i$  est calculée en fonction de la direction précédente  $\mathbf{p}_{i-1}$ , le gradient local courant noté  $\nabla E(U_i)$ , avec  $\mathbf{p}_0 = \nabla E(U_0)$  et un scalaire  $\beta_i$ . Les gradients successifs sont orthogonaux entre eux et aux directions précédentes :  $\nabla E(U_i) \cdot \nabla E(U_j) = 0, \nabla E(U_i) \cdot \mathbf{p}_j = 0, i < j$ .

$$\mathbf{p}_i = \nabla E(U_i) + \beta_{i-1} \mathbf{p}_{i-1} \quad (2.12)$$

Pour le calcul de  $\beta_i$  on peut utiliser plusieurs expressions comme par exemple celle proposée par Fletcher et Reeves ( $\beta_i^{FR}$ ) ou celle de Polak et Ribiere ( $\beta_i^{PR}$ ).

$$\beta_{i-1}^{FR} = \frac{\nabla^T E(U_i) \nabla E(U_i)}{\nabla^T E(U_{i-1}) \nabla E(U_{i-1})}, \quad \beta_{i-1}^{PR} = \frac{\nabla^T E(U_i) (\nabla E(U_i) - \nabla E(U_{i-1}))}{\nabla^T E(U_{i-1}) \nabla E(U_{i-1})} \quad (2.13)$$

Une fois  $\mathbf{p}_i$  estimé, le pas de la descente  $\kappa_i$  peut être calculé soit par une minimisation de  $E(U_i + \beta_i \mathbf{p}_i)$  (par une descente de gradient par exemple) soit défini de manière empirique. Pour plus de détails sur la méthode de gradient conjugué on peut consulter [85]. Dans un contexte recalage d'images TDM du thorax, cette approche d'optimisation est utilisée par Fan et al. [35].

Toutes ces méthodes convergent vers un minimum (pas forcément le minimum global) de l'énergie. Le désavantage de la méthode de type Newton est le fait qu'à chaque itération on doit calculer aussi la valeur  $E$  en plus de la valeur de gradient  $\nabla E$ . Les méthodes de gradient conjugué convergent plus vite vers une solution que les méthodes de descente de gradient [75, 85] mais demande un espace mémoire important (à chaque pas de l'itération  $\nabla E(U_i)$  et de  $\nabla E(U_{i-1})$  sont nécessaires). Pour notre implémentation, nous avons utilisé la descente de gradient.

## 2.3 Modèle mécanique des milieux continus

La mécanique des milieux continus a pour objet la modélisation mathématique des corps matériels déformables (solides ou fluides). Les modèles de déformation élastique qui s'inspirent de la mécanique des milieux continus sont bien connus dans la vision où ils ont été utilisés pour le suivi et la modélisation des surfaces non rigides. Broit [13] est le premier à proposer un modèle élastique de recalage d'images. Bajcsy et Kovacic [4] étendent cette formulation à un recalage multi-résolution. Christensen [20] a démontré que pour des déformations importantes on peut avoir des changements dans la topologie des images dus au coefficient de déformation linéaire. Il propose donc un modèle fluide de recalage d'image et l'applique aux images IRM du cerveaux. Le modèle de la mécanique des milieux continus est décrit par la relation qui existe entre 4 facteurs (voir figure 2.1 page 31) :

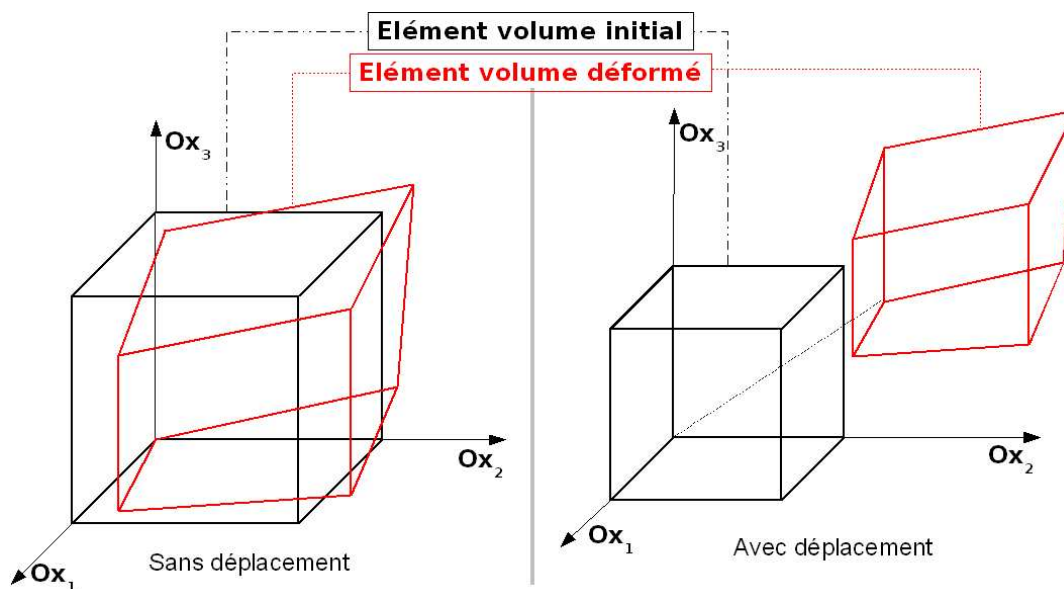


FIG. 2.1 – Déformation d'un élément de volume sans déplacement à gauche et avec déplacement à droite.

- le champ de déplacement -  $U$  avec les trois composantes suivant les trois axes ( $U_1, U_2, U_3$ ). Dans le cas où il n'y a pas de déplacement, le champ  $U$  est dû uniquement à la déformation.
- les contraintes qui s'exercent sur les particules dues aux forces externes
  - on distingue deux types de contraintes :
    - normales (parallèles aux axes) -  $\sigma_{ii}$ ,  $i = 1..3$
    - de cisaillement -  $\sigma_{ij}$ ,  $i \neq j$ ,  $i, j = 1..3$
- les forces qui s'exercent :  $F : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$ ,  $F = [f_1 \ f_2 \ f_3]^T$ ,  $F_i : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$ ,  $i = 1..3$
- les déformations et surtout le gradient du déplacement noté  $e_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ 
  - $e_{ii}$  - l'allongement par unité de largeur parallèlement à l'axe  $Ox_i$
  - $e_{ij}$  - rotation vers  $Ox_i$  d'un élément linéaire parallèle à l'axe  $Ox_j$  (rotation effectuée autour de  $Ox_k$ )

Le tenseur de contraintes symétriques  $\sigma$  est donné par la formule suivante :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

Le tenseur de déformation  $\varepsilon_{ij}$  est défini comme suit :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(e_{ij} + e_{ji} + \sum_k (e_{ki}e_{kj}))$$

Sous l'hypothèse de déformations et rotations infiniment petites, on peut faire une approximation linéaire de la formule ci-dessus :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(e_{ij} + e_{ji})$$

Pour un corps isotrope (qui a les mêmes propriétés physiques dans toutes les directions autour d'un point) on dispose des équations de Lamé [11] :

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

$\delta_{ij}$  - tenseur unité (symbole de Kronecker)

$$\delta_{ij} = \begin{cases} = 1 & \text{si } i \neq j \\ = 0 & \text{si } i = j \end{cases}$$

$\lambda$  et  $\mu$  sont dits coefficients de Lamé

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

$E$  - module élastique d'Young;  $\nu$  - module de rigidité ou le coefficient de Poisson

Les variations spatiales des contraintes dans un corps et les accélérations des éléments de volume doivent vérifier l'équation fondamentale :

$$F_i = m \frac{d^2 x_i}{dt^2} - \sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.14)$$

$m$  - la masse du corps en mouvement

Dans le cas où le corps est en équilibre statique (pas de déplacement, juste la déformation) l'équation 2.14 prend la forme :

$$F_i = - \sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.15)$$

En développant la formule 2.15 en faisant intervenir le champ de déformation  $u$  on peut l'écrire sous la forme :

$$F = -(\lambda + \mu) \text{grad}(\text{div} U) - \mu \cdot \Delta U \quad (2.16)$$

Il existe des versions simplifiées [11] de cette formulation comme par exemple :

- le modèle Laplacien (ou membrane), où on néglige les effets croisés du au terme  $\text{grad}(\text{div} U)$  :  $F = -\Delta U$
- le modèle bi-harmonique ou "plaque-mince" :  $F = -\mu \cdot \Delta^2 U$

L'analogie entre le recalage non rigide et les modèles qui s'inspirent de la mécanique des milieux continus peut être synthétisé par le tableau suivant :



MECANIQUE DES MILIEUX CONTINUS	RECALAGE DÉFORMABLE
Corps déformable	Image de référence $I$
Corps déformé	Image objet $J$
Champ des forces $F$	Énergie de similarité/dissimilarité $E_1$
Contraintes $\sigma$	Énergie de régularisation $E_2$
Équation 2.14 de l'équilibre statique	Compromis entre les deux energies $E_1$ et $E_2$
Champs de déplacement $U$	Champs de déplacement (ou déformation) $U$

Christensen [20] a proposé un modèle de recalage déformable fluide afin d'apporter une solution au problème d'estimation de déformations larges. Au lieu de régulariser le champs de déformation, on régularise le champ vitesse  $V$ ,  $V = \frac{du}{dt}$ . En simplifiant la complexité du mouvement fluide et on ignorant la pression exercée dans le fluide, on obtient la même équation 2.15 page 32 avec le champ de de déformation remplacé par le champ de vitesse.

$$F = -(\lambda + \mu)\text{grad}(\text{div } V) - \mu \cdot \Delta V \quad (2.17)$$

## 2.4 Flux optique et démons

### 2.4.1 Flux optique

Le flux optique est une classe de méthodes qui estime un champ de déformation dense. Il est surtout utilisé dans des séquences d'images vidéo pour estimer des faibles déformations. Dans cette partie on va se réduire à une description succincte de l'approche différentielle du flux optique afin d'introduire ensuite l'algorithme de "démons" proposé par Thirion. Des études exhaustives sur les différentes techniques (différentielles, fréquentielles, basées sur la corrélation) d'algorithmes de flux optique ainsi que sur leurs complexités peuvent être trouvés dans Barron [6, 8] ou Orkisz et Clarysse [79].

Horn et Schunck [48] ont introduit la notion de flux optique dans le cadre de mise en correspondance d'image en le définissant comme étant un champ de vitesse qui transforme une image dans une autre au sein d'une séquence d'images. L'hypothèse faite est qu'un même point physique ne change pas d'intensité au cours du temps, le point garde la même intensité d'une image à l'autre :

$$\frac{dI(\mathbf{x})}{dt} = 0,$$

avec  $I(\mathbf{x})$  intensité du voxel  $\mathbf{x}$  de l'image  $I$ .

En supposant que les intensités des points ne changent pas en fonction de leur déplacements, nous pouvons déduire les déplacements d'objets à partir des variations de la distribution spatiale des intensités entre les images à recaler. En définissant  $I(\mathbf{x}, t)$  comme l'intensité au point  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  à l'instant  $t$ , le même point aura à l'instant  $t + \delta t$  la même intensité. On note avec  $\delta \mathbf{x} = (\delta x, \delta y, \delta z)$  le déplacement faible autour du point  $\mathbf{x}$ .

$$I(x, y, z, t) = I(x + \delta x, y + \delta y, z + \delta z, t + \delta t)$$

Sous l'hypothèse de la différentiabilité spatio-temporelle de l'intensité lumineuse, après un développement en série Taylor limité à l'ordre 1 de  $I(x + \delta x, y + \delta y, z + \delta z, t + \delta t)$  on obtient :

$$\frac{\partial I(\mathbf{x}, t)}{\partial x} \cdot \delta x + \frac{\partial I(\mathbf{x}, t)}{\partial y} \cdot \delta y + \frac{\partial I(\mathbf{x}, t)}{\partial z} \cdot \delta z + \frac{\partial I(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \cdot \delta t = 0 \quad (2.18)$$

La première équation de contrainte du flux optique est obtenue en divisant l'équation ci-dessus par  $\delta t$  :

$$\xi_c(\mathbf{x}) = I_x \cdot u_1 + I_y \cdot u_2 + I_z \cdot u_3 + I_t, \quad \xi_c(\mathbf{x}) = 0 \quad (2.19)$$

avec :

- $I_x = \frac{\partial I}{\partial x}$ ,  $I_y = \frac{\partial I}{\partial y}$ ,  $I_z = \frac{\partial I}{\partial z}$  composantes du gradient spatial de l'image  $I$ ,  $\nabla I$
- $I_t = \frac{\partial I}{\partial t}$ , gradient temporel de l'intensité
- On note avec  $u_1(\mathbf{x}) = \frac{\delta x}{\delta t}$ ,  $u_2(\mathbf{x}) = \frac{\delta y}{\delta t}$ ,  $u_3(\mathbf{x}) = \frac{\delta z}{\delta t}$  les composantes suivantes les trois axes de la vitesse de déplacements du voxel  $\mathbf{x}$ .

Si on se place dans le cas d'un recalage des deux images on peut mettre  $\delta t = 1$  et donc on calculant les vitesses de déplacement on obtient directement les déplacements des points.

La deuxième hypothèse du flux optique est que le champ de vitesse varie de manière lisse partout dans l'image. Donc, une deuxième contrainte est introduite afin de restreindre le degré de changement entre les pixels voisins (équation 2.20) : c'est la contrainte de lissage du flux optique.

$$\xi_s^2(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial u_i(\mathbf{x})}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_i(\mathbf{x})}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_i(\mathbf{x})}{\partial z} \right)^2 \quad (2.20)$$

Les termes de la forme  $\frac{\partial u}{\partial x}$  représentent les composantes du gradient spatial du vecteur de déplacement.

Recaler deux images par la méthode de flux optique revient à estimer en chaque point de l'image  $\delta \mathbf{x}$  qui minimise l'équation 2.21 :

$$E = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} (\xi_c^2(\mathbf{x}) + \alpha \cdot \xi_s^2(\mathbf{x})), \quad \alpha > 0 \quad (2.21)$$

$\alpha$  est un coefficient de pondération entre les deux termes ( $\xi_c$  et  $\xi_s$ ).

On remarque que l'expression de  $\xi_c^2$  est en fait une approximation au premier ordre du critère de similarité SCD défini à la page 27.

## 2.4.2 Les "Demons"

Les forces de demons proposées par Thirion [116] sont une évolution de la première contrainte du flux optique (équation 2.19). L'idée est de chercher en chaque voxel  $\mathbf{x}$  de l'image  $I$  son correspondant  $\mathbf{x} + U(\mathbf{x})$  dans image  $J$  dans le sens du gradient spatial de  $I$  et d'un déplacement proportionnel à la différence des intensités des deux points. Le calcul de forces est mis à jour à chaque étape  $i$  d'un processus itératif. Cela permet aussi de retrouver des grandes déformations entre les images.

Comme dans le cas du flux optique, les forces de demons s'appuient sur la même hypothèse de conservation d'intensité. La première contrainte de flux optique peut-être écrite en chaque voxel sous la forme :

$$\nabla I(\mathbf{x})u(\mathbf{x}) = -\frac{dI(\mathbf{x})}{dt} \quad (2.22)$$

Sous l'hypothèse de déformations faibles entre l'image de référence  $I$  et l'image  $J$ , on peut faire l'approximation  $dI(\mathbf{x})/dt = I(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x} + U(\mathbf{x}))$ . Donc le formule 2.22 peut

s'écrire sous la forme :

$$u(\mathbf{x}) = \frac{I(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x} + U(\mathbf{x}))}{\|\nabla I(\mathbf{x})\|^2} \nabla I(\mathbf{x}) \quad (2.23)$$

Par contre la formule 2.23 est instable pour de faibles gradients et donc elle est rénormalisée. La formulation des forces démons proposé par Thirion[116] est donnée par l'équation 2.24 :

$$u(\mathbf{x}) = \frac{I(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x} + U(\mathbf{x}))}{\|\nabla I(\mathbf{x})\|^2 + (I(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x} + U(\mathbf{x})))^2} \nabla I(\mathbf{x}) \quad (2.24)$$

La formule ci-dessus permet d'obtenir des vecteurs de norme bornée par 1/2 (cette valeur dans notre cas correspond à la taille d'un demi voxel) car :

$$[(I - J) - \|\nabla I\|]^2 \geq 0$$

d'où :

$$\frac{1}{2} \frac{\nabla I}{\|\nabla I\|} \geq \frac{(I - J)}{(I - J)^2 + \|\nabla I\|^2} \cdot \nabla I$$

Dans les méthodes de recalage déformable implémentées, nous avons utilisé comme critère de similarité la formulation proposée par Cachier et al. [16, 83] (équation 2.25) associé à différentes énergies de régularisation. Cette formulation permet d'avoir un algorithme de recalage rapide. Ils introduisent le paramètre  $\alpha$  ( $\alpha > 0$ ) afin de permettre d'avoir des bornes variables pour les déplacement estimés à des endroits de faible gradient.

$$u_i(\mathbf{x}) = \frac{I(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x} + U_{i-1}(\mathbf{x}))}{\|\nabla I(\mathbf{x})\|^2 + \alpha^2 (I(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x} + U_{i-1}(\mathbf{x})))^2} \nabla I(\mathbf{x}) \quad (2.25)$$

Dans la littérature, l'algorithme de démons désigne l'algorithme itératif de mise en correspondance non rigide d'images utilisant les forces de démons comme critère de similarité et le filtre gaussien pour le lissage de champs de déformation. Cachier et al.[16, 83] démontrent que l'algorithme de démons est proche d'une descente de gradient à l'ordre deux d'un critère SCD. La section 2.7.3 décrit les schémas d'implémentation des algorithmes utilisés pour le recalage déformable utilisant les forces de démons et différentes énergies de régularisation.

## 2.5 Validation des déformations

En absence de référence absolue ("gold-standard"), la validation du recalage déformable est une tâche difficile et délicate. Il existe quelques approches [52], notamment la définition du "bronze standard" (basé sur l'analyse d'un expert), l'utilisation des données synthétiques, des fantômes, des informations réelles (points de contrôle choisis par un expert, contours des organes et de la tumeur, etc.).

La simulation artificielle de données consiste à générer des champs de déformations connus. Ces champs synthétiques seront la référence pour l'évaluation des champs estimés par recalage déformable. L'algorithme de recalage déformable est appliqué entre les images de référence et les images obtenues par déformation avec les champs générés. Ensuite, on compare les champs de déformation calculés par recalage déformable avec les champs synthétiques.

Aujourd'hui il n'y a pas encore de fantôme capable de reproduire un mouvement cyclique et aléatoire aussi complexe que celui de la respiration. Des premières versions de

fantômes ont été développées. En plus de reproduire le mouvement respiratoire, le fantôme devrait être construite en matériaux avec une réponse similaire au thorax humain. Le mouvement induit des artefacts dans l'acquisition scanner [18], donc, pour construire un "gold-standard" basé sur une fantôme on devrait aussi complètement maîtriser le mouvement lors des acquisitions d'images.

Une autre solution est d'utiliser des points de contrôle définis par des médecins dans les images. Cela permet de connaître le déplacements de ces points d'un instant à l'autre de la respiration. Par contre, pour un volume thoracique qui contient environ 6-7 millions de voxels, évaluer au maximum une centaine de points n'est pas suffisant pour conclure sur la précision du recalage. A cela s'ajoute aussi la variabilité entre les experts : deux médecins ne désignent pas forcément exactement les mêmes correspondances des points.

On peut aussi utiliser des opérateurs qui évaluent la cohérence des champs de déformation. Les valeurs négatives du jacobien de la fonction de déformation [90] indiquent les points où localement la transformation est non-inversible. Pennec et al. [84] propose d'étudier les champs de déformations en évaluant leur consistance : transitivité et symétrie.

Pour valider les champs de déformations calculés nous avons utilisé des déformations artificielles, des points de contrôle définis par des médecins les contours GTV de la tumeurs (dans le cadre de l'étude de mouvement dans une image TDM 4D). Nous avons aussi analysé les champs de déformations obtenus à l'aide de quelques opérateurs de champ (jacobien, symétrie, transitivité, dilatation volumique), voir par exemple les sections 4.2.2 page 73 et 5.2.2.2 page 85.

## 2.6 Recalage déformable (d'images de thorax)

### 2.6.1 Etudes

Dans cette section nous allons passer en revue quelques études qui font appel au recalage déformable entre des images TDM du thorax acquises à différents instants du cycle respiratoire. Le plus souvent, le recalage déformable est appliqué entre des images acquises en blocage respiratoire en expiration et inspiration, entre différents instants d'une acquisitions TDM 4D, entre des acquisitions qui servent à suivre l'évolution du traitement [69] ou pour une comparaison inter patients (par exemple pour la construction d'un atlas [61]).

Dans les travaux de [34, 35, 61, 9, 24, 113, 69] un champ dense de déformation est obtenu on propageant à l'intérieur des poumons, suivant un modèle d'interpolation, un champ épars construit à partir des points de contrôle. [34, 35, 24] utilisent des points de contrôle sélectionnés manuellement par des experts. Fan et al. [34, 35] utilisent en plus les points des surfaces des poumons comme point de contrôle. Même si l'intervention des experts permet d'avoir une correspondance pertinente entre un ensemble de points, cela nécessite des temps importants ce qui la rends inadéquate pour un usage quotidien et reste aussi sujet aux erreurs comme le montre par exemple la variabilité de sélection entre deux experts. Stewart et al. [113] sélectionnent les points automatiquement en utilisant le gradient de l'image et Matsopoulos et al. [69] procède à une segmentation coupe par coupe des images TDM. Les difficultés sont d'établir automatiquement la correspondance entre les points de contrôle ainsi calculés (gradient de l'image et segmentation) et de s'assurer que les points de contrôle extraits dans les images correspondent aux mêmes points physiques. Le tableau 2.1 synthétise les différents types de points de contrôle utilisés.

Afin d'obtenir des champs de déformation denses, différents modèles de déformation ont été utilisés pour propager l'information mouvement des points de contrôle dans le volume : inspiré par la mécanique des milieux continus [34, 35], splines "plaque mince" [24, 61], interpolation par fonctions de base radiale [69], B-spline [113].

Référence	Structures	Sélection	Appariement	Nombre	Images
Fan et al. [35]	arbre bronchique + surfaces des poumons	manuelle - les points et automatique - les surfaces	manuel par coupe axiale	5 à 6 points	TDM-BR à 40% et 75% de la CV
Li et al. [61]	arbre bronchique	automatique (segmentation arbre bronchique)	manuel	10, 15 points	TDM-BR à 85%
Betke et al. [9]	sternum, vertèbres, trachée	automatique	automatique (appariement de formes)	80 points	TDM suivi
Coselmon et al. [24]	poumon droit image expiration	manuelle (grossière)	semi-automatique	30 points (5-6 par coupe)	TDM-BR en fin d'expiration et inspiration
Stewart et al. [113]	points gradient de l'image	automatique	automatique (IPPS)	variable	TDM Suivi, TDM d'une TDM 4D
Matsopoulos et al. [69]	colonne vertébrale, côtes, os des épaules	automatique (coupe par coupe)	automatique (SOM)	≈500 points	TDM Suivi

TAB. 2.1 – Types de points de contrôle utilisés pour le recalage d'images TDM du thorax (TDM-BR = TDM en blocage respiratoire; TDM Suivi = TDM de suivi de l'évolution du traitement acquises pour un même patient à un intervalle de quelques semaines; CV = Capacité vitale; IPPS = algorithme itératif du point le plus similaire; SOM = algorithme stochastique de classement des données (terme anglais : Self-Organizing Map).

Les critères de similarité les plus souvent utilisés sont la somme des différences au carré des intensités (SCD) ou la somme des différences des intensités (SDI) [35, 123, 61, 63, 43, 53]. Pour la régularisation du champs de déformation, Fan et al. [34, 35] utilisent une énergie composée de trois contraintes : basé sur la conservation de masse, deuxième contrainte du flux optique et lissage anisotropique (prend en compte la répartition des niveaux de gris dans le voisinage du chaque point).

D'autres auteurs utilisent des mesures statistiques qui permettent de prendre en compte les intensités du voisinage de chaque point. Sundaram et al. [115] utilisent le coefficient de corrélation (CC) normalisé sur des coupes IRM et l'énergie élastique pour la régularisation du champ. L'énergie de similarité de Coselmon [24] et l'information mutuelle calculée sur les poumons droits. La déformation est paramétrisée par des splines plaque minces. Weruaga et al. [123] introduisent comme mesure de similarité une combinaison entre le CC et la SCD. Une carte de similarité est calculée en chaque voxel pour un bloc d'image. En fonction de sa carte de similarité, chaque voxel est inséré dans un des quatre modèles paramétrique (point 3D, surface, courbe 3D ou autre) par une approximation polynomiale. Les opérateurs utilisés pour la régularisation du champs sont une extension de ceux de McInerney et Terzopoulos [70] pour des contours actifs "serpent". Le tableau 2.2 résume les caractéristiques (énergie de similarité, énergie de régularisation, schéma de résolution numérique) des études qui font appel au recalage déformable des images du thorax. Les différentes mesures de similarité prennent potentiellement en compte les changements des

densités des poumons dus à la respiration mais ces variations n'ont pas été étudiées explicitement par les auteurs.

Référence	Similarité	Régularisation/ Modèle déformation	Résolution numérique	Images
Fan et al. [35], 2001	SCD (CFO)	compromis entre : conservation de masse, flux optique, lissage anisotropique	gradient conjugué	TDM-BR I/E
Weruaga et al. [123], 2003	combinaison de SDI + CC	modèle paramétrique et lissage adapté de "serpents"		TDM-BR I/E
Li et al. [61], 2003	SCD (CFO)	SPM	descente gradient	TDM-BR inter patients
Lu et al. [63], 2004	SCD (CFO)	lissage flux optique	Gauss-Seidel différences finies	TDM-BR I/E
Guerrero et al. [43], 2004	SCD (CFO)	lissage flux optique	descente gradient	TDM-BR I/E
Kaus et al. [53], 2004	SCD	B-splines	Levenberg-Marquardt	TDM 4D
Coselmon et al. [24], 2004	IM	SPM	algorithme de simplex	TDM-BR même niveau blocage
Sundaram et al. [115], 2005	CC	linéaire élastique	descente gradient	IRM 2D

TAB. 2.2 – Caractéristique des méthodes utilisées pour le recalage dense d'images du thorax (SCD=somme des différence carré des intensités. SDI = Somme des différences des intensités. CC = coefficient de corrélation. CFO = Contrainte flux optique. IM = Information mutuelle. SPM = Splines "plaque mince". TDM-BR I/E = TDM en blocage respiratoire en inspiration/expiration. IRM = Imagerie par résonance magnétique).

## 2.7 Implémentation

### 2.7.1 Introduction

Les travaux développés pendant cette thèse se sont déroulés suivant trois directions principales. Dans un premier temps il a fallu étudier la reproductibilité du blocage respiratoire (voire chapitre 3 page 54). Dans la deuxième étude (chapitre 6 page 96) nous modélisons les mouvements et déformations du thorax ce qui permettra des études dosimétriques dynamiques (4D) et, à terme, de synchroniser l'irradiation avec le mouvement. Nous avons construit un premier modèle de TDM 4D (3D+temps) permettant de suivre le déplacement de la tumeur au cours de la respiration. Le troisième étude (chapitre 5 page 84) porte sur le suivi des trajectoires des points dans une acquisition TDM 4D réelle.

Nous avons développé des méthodes de recalage déformable dense en s'appuyant sur l'algorithme des "démons" proposé par Thirion [116], modifié par la suite par Cachier et al. [16, 83]. Pour les acquisitions du premier protocole clinique l'hypothèse de conservation

d'intensité est respectée (même instant du blocage respiratoire et monomodalité des données). Par contre, pour le deuxième protocole clinique (TDM 3D acquises à trois instants différents du cycle respiratoire) et pour une acquisition TDM 4D qui couvre la respiration normale (faibles déformations entre deux TDM 3D successives et déformations plus importantes entre deux TDM 3D non-successives - par exemple entre la fin de l'inspiration et la fin d'expiration normales) l'hypothèse de conservation de l'intensité n'est plus respectée à l'intérieur des poumons. Dans ce cas, nous avons proposé une nouvelle méthode qui consiste à normaliser les intensités des poumons dans une TDM en fonction de l'autre (voir section 6.4.3 page 98).

## 2.7.2 Prétraitements des images

Les images originales TDM issus de l'appareil scanner, contiennent des éléments qui peuvent induire des erreurs dans le recalage déformable. Les artefacts d'acquisition qu'on peut observer dans l'image à l'extérieur du patient sont dûs au phénomènes de réflexions des photons au niveau des capteur du scanner. D'autres éléments présents dans les images sont la table de traitement et la moule de contention. Sur la coupe axiale de la figure 2.2 nous avons mis en évidence ces éléments. A l'aide d'une étape de segmentation d'image on peut extraire des masques de composantes : patient, poumons, extérieur du patient.

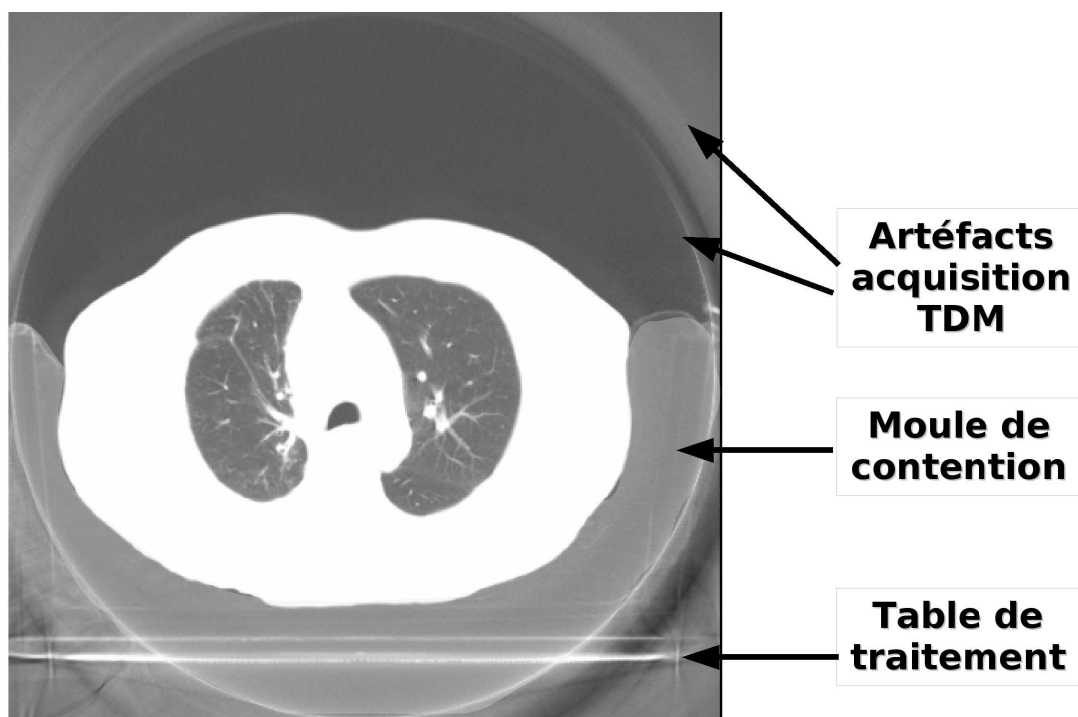


FIG. 2.2 – Éléments présents dans une acquisition TDM originale qui peuvent perturber le recalage. Un fenêtrage adéquat a été utilisé pour cette coupe axiale afin de mettre en évidence les différents éléments qu'on peut éliminer de l'image originale par segmentation.

Pour chaque acquisition TDM, le patient est positionné sur la table à l'aide de marqueurs externes (laser) et à l'aide de moules de contentions. Après chaque acquisition, le patient quitte la pièce. Entre deux acquisitions TDM 3D il peut avoir d'une part une différence due au repositionnement du patient sur la table, et d'autre part due à un décalage entre le point de départ de l'acquisition. Un tel exemple de décalage est illustré dans la figure 2.3 avec l'acquisitions à droite qui débute plus haut au niveau des épaules (les os correspondant aux clavicules ont été mis en évidence pour une meilleure visualisation du

décalage). Cette différence de positionnement ou de décalage d'acquisition peut-être modélisée par une transformation globale rigide (composée de translations et rotations) entre les deux images. Afin de mettre les images dans un même référentiel, nous faisons appel à un recalage rigide.



FIG. 2.3 – Illustration d'un décalage entre deux images TDM à cause d'un point de départ différent au niveau des épaules. Les clavicules sont entourées en rouge sur les images pour une meilleure visualisation du décalage.

Avant d'appliquer un recalage déformable entre les images TDM, nous procédons à une étape de prétraitements d'images.

### 2.7.2.1 Segmentation

Premièrement, on procède à une étape segmentation avec un seuillage. On sélectionne ainsi les voxels correspondant à l'air à l'intérieur (poumons, estomac) et à l'extérieur du patient. Leur densité est inférieure au seuil choisi. L'image binaire obtenue est étiquetée avec un algorithme automatique d'étiquetage en composantes connexes. On considère une relation d'adjacence de type 26-connexité en 3D : chaque voxel a 26 voisins. Au final on obtient une liste de volumes segmentés dans l'image classé en fonction du nombre de voxels qu'ils contient [49, 120]. La plus grande composante connexe est l'air à l'extérieur du patient, la deuxième composante connexe correspond aux poumons (ensemble avec la trachée et une partie des bronches). Cette technique ne nécessite aucune intervention de la part de l'utilisateur sauf pour le choix du seuil.

Afin de séparer le poumons droit, le poumon gauche et la trachée on procède à une série d'opérations de morphologie mathématique [100, 101]. L'érosion, connu aussi sous le nom de "Soustraction de Minkowski" est défini par l'équation :

$$I \ominus B = \min_{(i,j,k) \in B} (I_{x+i,y+j,z+k})$$

avec  $I$  image TDM 3D,  $B$  l'élément structurant et  $(x, y, z), (i, j, k) \in \mathbb{Z}^3$  les indices respectivement de l'image et de l'élément structurant. Il s'agit de convoluer l'image avec l'élément structurant  $B$ . En chaque voxel, la nouvelle valeur de l'intensité est la valeur minimale des valeurs se situant à l'intérieur du volume structurant. Le nombre d'érosions qu'on applique à l'image est fixé de manière empirique. Après, on procède à un étiquetage en composante connexe 3D et les deux plus grandes composantes obtenus sont le poumon droit et gauche.



Si on veut aussi segmenter la trachée, alors on choisit un point de la trachée qui sera considéré comme une troisième composante pour l'étape suivante (la dilatation). Dans l'image 2.4 nous avons illustré le résultat d'une érosion sur une image 2D binaire, avec un élément structurant utilisant un voisinage 8-connextité pour chaque pixel. Pour la 3D on procède de la même manière en considérant un voisinage 26-connextité pour chaque voxel de l'image.

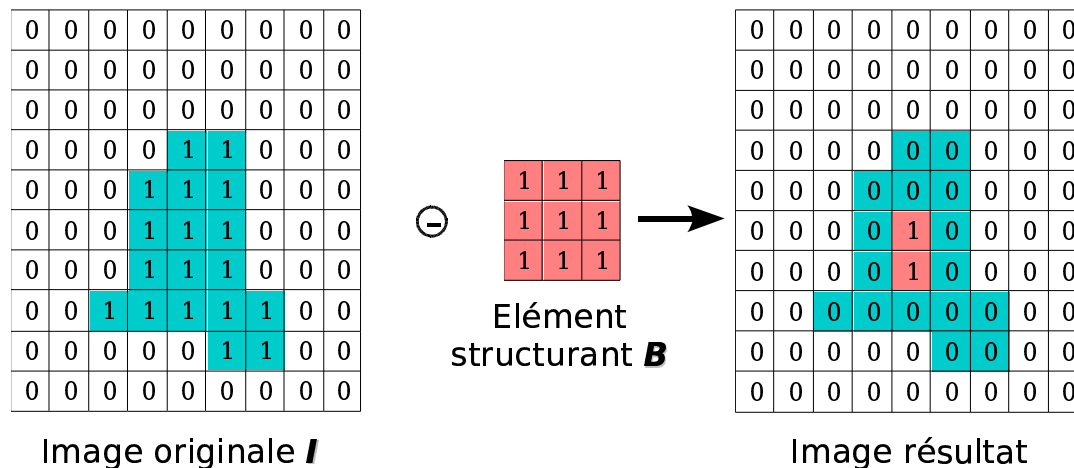


FIG. 2.4 – Exemple d'une érosion en 2D avec un élément structurant utilisant un voisinage 8-connextité pour chaque pixel.

La dilatation, connu aussi sous le nom de "Addition de Minkowski" est défini par l'équation :

$$I \oplus B = \max_{(i,j,k) \in B} (I_{x+i,y+j,z+k})$$

Comme dans le cas de l'érosion, il s'agit de convoluer l'image avec un élément structurant. Cette fois-ci, la nouvelle valeur de chaque voxel est la valeur maximale des valeurs se situant à l'intérieur de l'élément structurant. Les deux (ou les trois si on veut aussi la trachée) composantes obtenues après l'érosion sont dilatées dans le volume pulmonaire initial. Nous obtenons ainsi le volume 3D des poumons droit, gauche et de la trachée.

Le schéma de la procédure de segmentation des images pour obtenir les deux poumons séparé et la trachée est donné dans la figure 2.5. La figure 2.6 illustre le résultat d'une segmentation appliquée sur une acquisition TDM. Ces masques permettront d'éliminer les éléments indésirables des images (artefacts acquisition TDM dûs au scanner, table de traitement, moule de contention). D'autre part, ces masques seront utilisés pour l'évaluation de champs de déformations calculés dans les poumons, thorax, tissus mous et os, etc.

Notre objectif n'a pas été d'obtenir une segmentation parfaite mais de développer une technique automatique, reproductible permettant de comparer des volumes en utilisant une même base de référence.

### 2.7.2.2 Recalage rigide

Le but du recalage rigide est de trouver une transformation globale rigide/affine en fonction de certains paramètres (de rotation, translation, cisaillement) minimisant un critère  $C$  de dissimilarité [64, 119].

$$\tilde{T} = \arg \min_{T \in E} C(I, J \circ T)$$

où  $I, J$  désignent les deux images à recalcer et  $T$  est la transformation appliquée à l'image  $J$ . Il existe plusieurs méthodes d'optimisation (de maximisation ou de minimisation) dans la littérature qui peuvent être classées en deux grandes catégories :

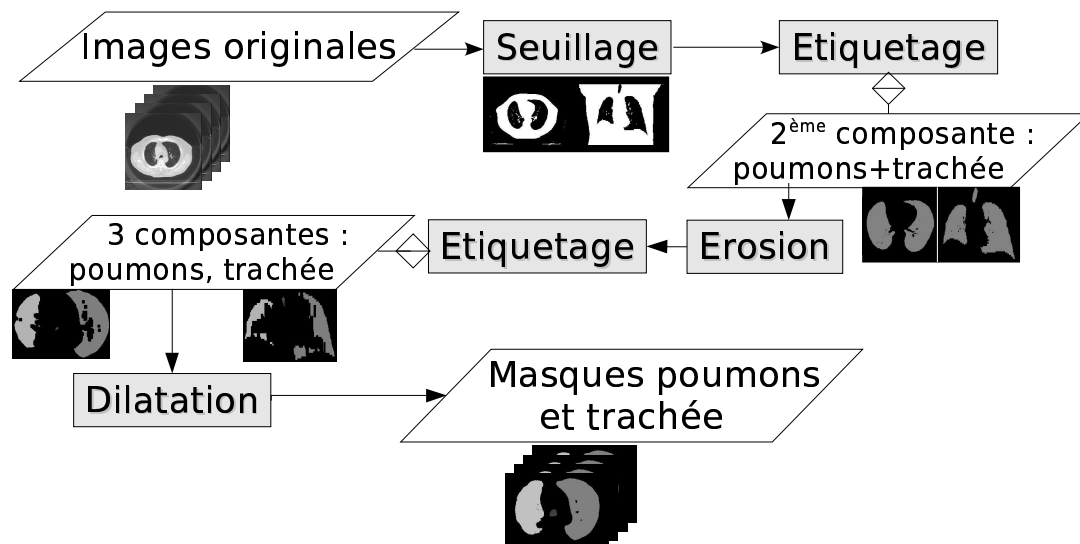


FIG. 2.5 – Schéma procédure de segmentation des images TDM pour obtenir les masques des deux poumons et de la trachée.

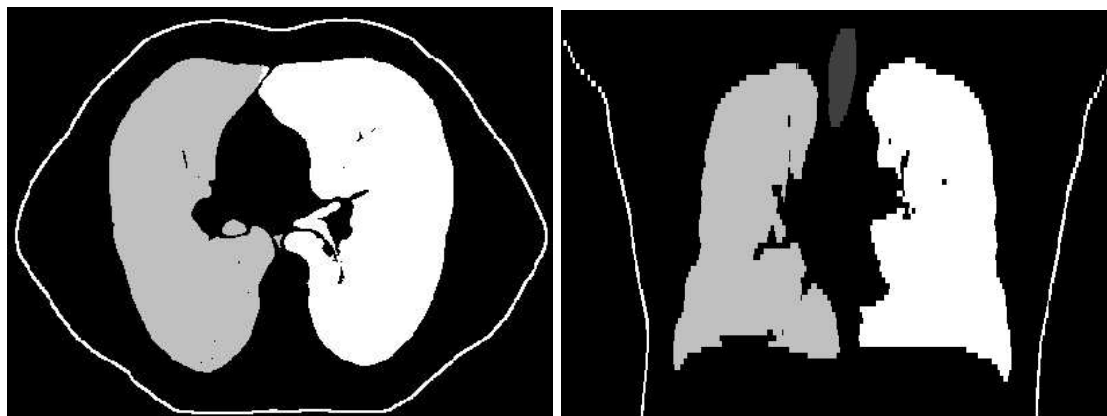


FIG. 2.6 – Deux coupes (axiale à gauche et coronale à droite) d'une TDM segmentée. La trachée, les poumons droit et gauche sont affichés avec des niveaux de gris différents. Le contour du patient est affiché en blanc.

1. méthodes utilisant les dérivées (ou une estimation) du critère à optimiser
2. méthodes n'utilisant pas de dérivées

Dans notre cas, pour l'algorithme de recalage qui a été appliqué pour l'appariement rigide des acquisitions TDM nous avons utilisé la méthode Powell-Brent [97] avec six paramètres (trois rotations et trois translations, pas de changement d'échelle - on travaille avec le même appareil d'acquisition). Il faut préciser que les deux méthodes ne font pas appel aux dérivées de la fonction à minimiser. Comme mesure de similarité, nous utilisons *le coefficient de corrélation* [94]. Il s'agit d'une recherche multidimensionnelle (algorithme de Powell), procédant par des itérations unidimensionnelles (méthode de Brent). La méthode de Powell procède à un grand nombre de minimisations 1D de Brent, suivant chaque direction d'un ensemble  $D$  de directions conjuguées. L'ensemble  $D$  est construit d'une telle manière que la recherche d'un minimum suivant une des directions n'influence pas l'optimum trouvé suivant une autre [86].

La méthode de Brent trouve un minimum à partir d'une interpolation parabolique : étant donnés trois points explorés précédemment, on calcule la parabole paramétrée par

ces trois points afin d'estimer le point suivant du processus de minimisation. La coordonnée en  $x$  du nouveau point est celle qui correspond au minimum de la parabole (voir fig.2.7 page 43). Pour utiliser cette méthode, une base canonique de l'espace de recherche doit

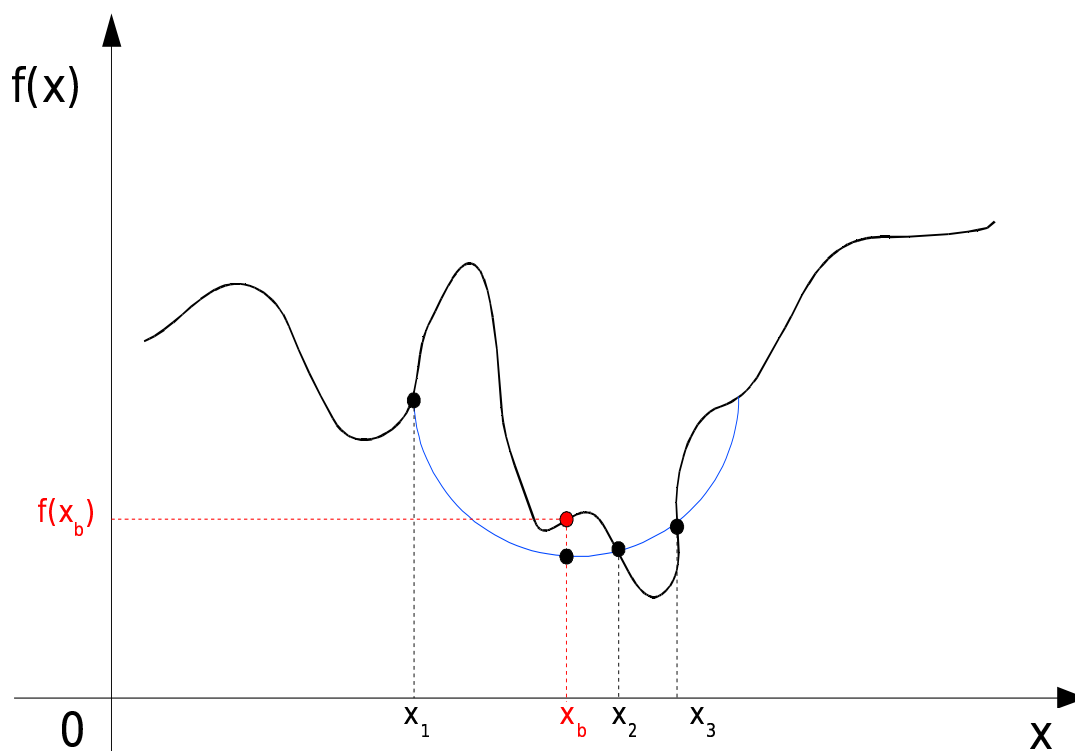


FIG. 2.7 – Illustration de la recherche d'un minima d'une fonction  $f$  par la méthode 1D de Brent. Le point  $x_b$  est estimé à partir de la parabole générée avec les trois points  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$

être fournie, afin de relativiser l'importance des paramètres : un déplacement de 1mm n'a pas la même influence qu'une rotation de 1 radian.

Nous avons utilisé une tolérance ( $tol$ ) de 1 degré pour les rotations et de 0.5 voxels pour les translations, le point de départ étant les images centrées.

Pour évaluer la qualité du recalage rigide nous avons considéré que les structures osseuses dans les images et surtout la colonne vertébrale la seule qui ne se déforme pas pendant la respiration (voir section 6.4.2 page 97).

## 2.7.3 Schémas d'implémentation

### 2.7.3.1 Lissage gaussien

L'algorithme de démons est un processus itératif qui à chaque itération calcule un champ de correction  $u_i$  (equation 2.25), le nouveau champ global étant obtenu après lissage par une gaussienne d'écart type  $\sigma$  :  $U_i = G_\sigma(U_{i-1} + u_i)$ .  $I$  est l'image référence et  $J$  l'image objet,  $Id$  la matrice identité. Le paramètre  $\alpha$  permet de borner le vecteur de déplacement pour des gradients faibles : la norme du vecteur est bornée par  $1/(2\alpha)$ . On note  $\mathbf{x}$  le voxel courant,  $i$  le pas d'itération et  $\nabla$  l'opérateur gradient.

Les étapes principales de l'algorithme sont les suivantes :

1. Initialisation :
  - (a)  $U_0 = 0$ ,
  - (b) calcul de  $\nabla I$  (gradient de l'image  $I$ )
2. Calcul de la correction du champ de déformation en chaque voxel  $\mathbf{x}$  :
 
$$u_i(\mathbf{x}) = \frac{I(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x} + U_{i-1}(\mathbf{x}))}{\|\nabla I\|^2 + \alpha^2 \cdot |I(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x} + U_{i-1}(\mathbf{x}))|^2} \cdot \nabla I(\mathbf{x})$$
3. Au champ trouvé à l'itération précédente  $i - 1$  on rajoute la nouvelle correction de champ :
 
$$U_i = U_{i-1} + u_i$$
4. On lisse le champ de déformation  $U_i$  :
 
$$U_i = G_\sigma(U_i)$$
5.  $i = i + 1$
6. On réitère à partir de l'étape 2 tant que  $i < N$ ,  $N$  - nombre d'itération fixé

### 2.7.3.2 Régularisation élastique

La formulation générale de l'opérateur linéaire élastique s'inspire de l'équation de l'équilibre 2.26 sous l'hypothèse des petites déformations et rotations. On rappelle que dans notre cas, par similitude avec les mécanique des milieux continus (voir section 2.3 page 31), notre "corps" (l'image objet) est en équilibre statique (pas de déplacement, juste la déformation), d'où la simplification de l'équation de l'équilibre.  $\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé,  $f$  les forces appliquées au volume. On note  $\Delta$  l'opérateur laplacien. Le gradient de l'énergie de régularisation s'exprime par l'opérateur linéaire élastique comme dans l'équation 2.27. Au lieu d'utiliser les coefficient de Lamé, le paramètre de pondération  $\xi$  ( $0 < \xi \leq 1$ ) est introduit comme coefficient de pondération entre l'opérateur laplacien  $\Delta U$  et  $\nabla(\nabla U)$  (gradient de la divergence du champ de déformation) afin d'avoir un algorithme de type diffusion [47]. Bro-Nielsen[11] montre que le lissage gaussien peut-être vue comme une approximation par filtre séparable de la régularisation élastique.

$$(\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot U) + \mu \cdot \Delta U = -F \quad (2.26)$$

$$\nabla E_2(U_{i-1}) = (1 - \xi)\nabla(\nabla \cdot U_{i-1}) + \xi\Delta U_{i-1} \quad (2.27)$$

Les étapes principales de l'algorithme avec régularisation linéaire élastique sont les suivantes :

1. Initialisation :
  - (a)  $U_0 = 0$ ,
  - (b) calcul de  $\nabla I$  (gradient de l'image  $I$ )
2. Calcul de la correction du champ de déformation en chaque voxel (gradient de l'énergie de similarité)  $\mathbf{x}$  :
 
$$u_i(\mathbf{x}) = \frac{I(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x} + U_{i-1}(\mathbf{x}))}{\|\nabla I\|^2 + \alpha^2 \cdot |I(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x} + U_{i-1}(\mathbf{x}))|^2} \cdot \nabla I(\mathbf{x})$$
3. Calcul gradient énergie linéaire élastique en chaque voxel  $\mathbf{x}$  :
 
$$\nabla E_2(U_{i-1}(\mathbf{x})) = (1 - \xi) \nabla(\nabla \cdot U_{i-1}(\mathbf{x})) + \xi \Delta U_{i-1}(\mathbf{x})$$
4. Au champs calculé à l'étape  $i - 1$  on rajoute la nouvelle correction de champ - compromis entre régularisation et similarité :
 
$$U_i = U_{i-1} + \kappa \cdot ((1 - \beta)u_i + \beta \nabla E_2(U_{i-1}))$$
5.  $i = i + 1$
6. On réitère à partir de l'étape 2 tant que  $i < N$ ,  $N$  - nombre d'itération fixé

### 2.7.3.3 Régularisation de type Nagel-Enckelman

Nagel et Enckelmann [74] ont proposé la régularisation anisotropique guidée par le gradient spatial de l'image afin de tenir compte de l'information présente dans l'image pour la régularisation du champs de déformation. Le lissage anisotropique réduit la contribution des points potentiellement situés au-delà d'une discontinuité et privilégie la contribution des points susceptibles d'appartenir au même objet que le point courant. Donc, on lisse surtout les composantes homogènes et préserve les discontinuités des champs de vecteurs à travers les contours des structures. Plus le gradient de l'image est fort en un point de l'image moins on lisse le vecteur de déplacement associé.

La dérivée de l'énergie de régularisation est calculée comme suit :

$$\nabla E_2(U_{i-1}) = \begin{pmatrix} \text{div}(T_I \nabla U_{i-1}^1) \\ \text{div}(T_I \nabla U_{i-1}^2) \\ \text{div}(T_I \nabla U_{i-1}^3) \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

avec  $\text{div}$  la divergence,  $U_{i-1}^1, U_{i-1}^2, U_{i-1}^3$  les composantes du champ 3D de vecteurs et  $T_I$  une matrice symétrique 3x3 de projection calculée à partir des composantes  $I_x, I_y, I_z$  du gradient de l'image  $I$ .

$$T_I = \frac{1}{2(I_x^2 + I_y^2 + I_z^2) + 3\gamma} \cdot \begin{pmatrix} I_y^2 + I_z^2 + \gamma & -I_x I_y & -I_x I_z \\ -I_x I_y & I_x^2 + I_z^2 + \gamma & -I_y I_z \\ -I_x I_z & -I_y I_z & I_x^2 + I_y^2 + \gamma \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Le paramètre  $\gamma$  est choisi en fonction des normes des gradient de l'image  $I$ . Il joue le rôle d'un seuil dans la régularisation : il a un comportement presque isotropique dans les régions homogènes ( $|\nabla I|^2 \ll \gamma$ ) et un comportement anisotropique au niveau de contours ( $|\nabla I|^2 \gg \gamma$ ).

L'algorithme de résolution numérique donné ci-dessous a les mêmes étapes principales que celui avec la régularisation linéaire élastique sauf que le calcul du gradient de l'énergie de régularisation change.

1. Initialisation :
  - (a)  $U_0 = 0$ ,
  - (b) calcul de  $\nabla I$  (gradient de l'image  $I$ )
2. Calcul de la correction du champ de déformation en chaque voxel (gradient de l'énergie de similarité)  $\mathbf{x}$  :
 
$$u_i(\mathbf{x}) = \frac{I(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x} + U_{i-1}(\mathbf{x}))}{\|\nabla I\|^2 + \alpha^2 \cdot |I(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x} + U_{i-1}(\mathbf{x}))|^2} \cdot \nabla I(\mathbf{x})$$
3. Calcul gradient énergie linéaire élastique en chaque voxel  $\mathbf{x}$  :
 
$$\nabla E_2(U_{i-1}(\mathbf{x})) = \begin{pmatrix} \text{div}(T_I \nabla U_{i-1}^1(\mathbf{x})) \\ \text{div}(T_I \nabla U_{i-1}^2(\mathbf{x})) \\ \text{div}(T_I \nabla U_{i-1}^3(\mathbf{x})) \end{pmatrix}$$
4. Au champs calculé à l'étape  $i - 1$  on rajoute la nouvelle correction de champ - compromis entre régularisation et similarité :
 
$$U_i = U_{i-1} + \kappa \cdot ((1 - \beta)u_i + \beta \nabla E_2(U_{i-1}))$$
5.  $i = i + 1$
6. On réitère à partir de l'étape 2 tant que  $i < N$ ,  $N$  - nombre d'itération fixé

### 2.7.3.4 Filtrage gaussien récursif

Dans l'article [30], R. Deriche propose un schéma général d'algorithme récursif 1D, qui permet moyennant un simple changement de paramètre d'obtenir des filtres lisseurs et dérivatifs. Le grand avantage de cette approche provient du fait qu'une mise en oeuvre récursive permet d'effectuer l'opération de convolution en un nombre fixe d'opérations par point d'images, indépendamment de l'étendue spatiale de l'opérateur original.

L'idée principale est d'approximer l'opérateur Gaussien ainsi que ses dérivées par des polynômes pondérés par des filtres exponentiels et dépendant d'un même paramètre  $\sigma$ .

En fonction du calcul à effectuer et de l'opérateur à appliquer (un lissage avec une gaussienne ou le calcul du gradient de l'image) on choisit les coefficients convenables qui sont donnés directement en fonction du paramètre  $\sigma$ .

A deux étapes de l'algorithme on est amené à appliquer un filtrage gaussien : une première fois pour calculer le gradient de l'image  $I$  et une seconde pour lisser le champ de déformation (dans le cas de la première schéma d'implémentation).

La distribution gaussienne en 1-D a la forme suivante :

$$G_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

En 3D on a :

$$G(x, y, z) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^3} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{2\sigma^2}}$$

La convolution 3D d'une fonction  $f$  ( $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ) avec une gaussienne s'exprime de la manière suivante :

$$G \circ f(x, y, z) = \iiint f(u, v, t) \cdot G(x - u, y - v, z - w) \, du \, dv \, dw$$

En dérivant cette formule par rapport à  $x$  on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial x}(G \circ f(x, y, z)) = \iiint f(u, v, t) \cdot G_1(y - v) \cdot G_1(z - w) \cdot G_1'(x - u) dv dw du$$

Donc on voit bien que la dérivée en  $x$  d'une convolution 3D est obtenue en convoluant l'image par une gaussienne 1D suivant l'axe  $Y$  et  $Z$  et par la dérivée de la gaussienne 1D suivant l'axe  $X$ .

L'algorithme de calcul du gradient de l'image  $I$  est formulé comme suit :

1. application du filtre gaussien 1D sur les colonnes  $X$  de l'image  $I$
2. application du filtre gaussien 1D sur les lignes  $Y$  de l'image  $I$
3. application de la première dérivée du filtre gaussien 1D selon l'axe  $Z$  de l'image  $I$   
→ on obtient la dérivée dans la direction de  $Z$  de  $I$ ,  $\frac{\partial I}{\partial z}$
4. application du filtre gaussien 1D sur les colonnes  $X$  de l'image  $I$  d'origine
5. application du filtre gaussien 1D selon l'axe  $Z$
6. application de la première dérivée du filtre gaussien 1D sur les lignes  $Y$  de l'image  $I$   
→ on a obtenu la dérivée dans la direction de  $Y$  de  $I$ ,  $\frac{\partial I}{\partial y}$
7. application du filtre gaussien 1D sur les lignes  $Y$  de l'image  $I$  d'origine
8. application du filtre gaussien 1D sur les plans  $Z$
9. application de la première dérivée du filtre gaussien 1D sur les colonnes  $X$  de l'image  $I$   
→ on a obtenu la dérivée dans la direction de  $X$  de  $I$ ,  $\frac{\partial I}{\partial x}$

Au final, le gradient de l'image  $I$  est le résultat de 9 convolutions successives avec un filtre 1D.

Le champ de déformation calculé  $U$  a trois composantes en 3D,

$$U = (U_x, U_y, U_z)$$

Lisser le champ de déformation revient à appliquer trois filtres gaussiens 1D suivant chaque direction de  $U$ . Les étapes de la procédure du lissage sont les suivantes :

- application du filtre gaussien 1D sur les colonnes  $X$  de  $U_x$
- application du filtre gaussien 1D sur les lignes  $Y$  de  $U_x$
- application du filtre gaussien 1D sur les plans  $Z$  de  $U_x$
- $\vdots$
- application du filtre gaussien 1D sur les plans  $Z$  de  $U_z$

Pour le calcul du gradient du champ de déformation (par exemple au cas où on veut calculer le jacobien de la transformation afin d'évaluer la dilatation localement), il faut appliquer 27 filtres 1D (9 filtre 1D pour chaque composante du champ  $U$ ), c'est à dire trois fois l'algorithme utilisé pour le calcul de  $\nabla I$ .

### 2.7.3.5 Différences finies

Les différences finies permettent d'approximer de manière discrète les dérivées à l'ordre 1, 2, ... d'une fonction à une ou plusieurs variables. A partir du développement en série Taylor d'une fonction, en fonction du compromis entre la précision recherchée et la complexité du calcul, on déduit les expressions discrétisées des opérateurs différentiels. Le développement limité en série Taylor d'une fonction à trois variables s'écrit :

$$f(x_1 + a_1, x_2 + a_2, x_3 + a_3) = \sum_{i=0}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{i!} \left( a_1 \cdot \frac{\partial}{\partial x_1} + a_2 \cdot \frac{\partial}{\partial x_2} + a_3 \cdot \frac{\partial}{\partial x_3} \right)^i \cdot f(x_1, x_2, x_3) \right\} \quad (2.30)$$

Par la suite, on se réduit à un développement limité à l'ordre 2 maximum.

Pour une fonction à une seule variable, le développement limité à droite (respectivement à gauche) à l'ordre 2 est donné par la formule 2.31 (à gauche, la formule 2.32). Après soustraction de ces deux équations on obtient l'expression centrée de l'approximation à l'ordre 1 de la première dérivée de la fonction (équation 2.33) :

$$f(x + h) = f(x) + f'(x) \cdot h + f'' \cdot \frac{h^2}{2} + o(h^3) \quad (2.31)$$

$$f(x - h) = f(x) - f'(x) \cdot h + f'' \cdot \frac{h^2}{2} + o(h^3) \quad (2.32)$$

$$f'(x) \approx \frac{f(x + h) - f(x - h)}{2 \cdot h} \quad (2.33)$$

L'approximation centrée de la deuxième dérivée,  $f''(x)$ , est obtenue après sommation des deux équations 2.31 et 2.32 :

$$f(x + h) + f(x - h) = 2 \cdot f(x) + h^2 f''(x) + o(h^3) \Rightarrow f''(x) \approx \frac{f(x + h) - 2 \cdot f(x) + f(x - h)}{h^2} \quad (2.34)$$

Dans le cas d'une fonction à trois variables, on considérant  $h=1$ , on procède de la même manière pour obtenir les dérivées partielles à l'ordre 1 ou 2 :

$$\frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial x^2} = f(x + 1, y, z) - 2f(x, y, z) + f(x - 1, y, z) \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial y^2} = f(x, y + 1, z) - 2f(x, y, z) + f(x, y - 1, z) \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial z^2} = f(x, y, z + 1) - 2f(x, y, z) + f(x, y, z - 1) \quad (2.37)$$

En sommant les équations (2.35), (2.36), (2.37) on obtient l'expression du laplacien discret d'une fonction à trois variables :

$$\begin{aligned} \Delta f &= f(x - 1, y, z) + f(x, y - 1, z) + f(x, y, z - 1) - \\ &\quad - 6f(x, y, z) + f(x + 1, y, z) + f(x, y + 1, z) + f(x, y, z + 1) \end{aligned} \quad (2.38)$$



Dans notre cas, la fonction à approximer est l'image et/ou le champ de déformation. On veut calculer par différences finies les dérivées de la forme  $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x, y, z)$ . Si on prend toujours  $h=\pm 1$  (à partir de l'équation 2.30 page 48) on a :

$$f(x+1, y+1, z) = f(x, y, z) + \left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \right) f(x, y, z) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) f(x, y, z) \quad (2.39)$$

$$f(x-1, y-1, z) = f(x, y, z) - \left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \right) f(x, y, z) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) f(x, y, z) \quad (2.40)$$

$$f(x-1, y+1, z) = f(x, y, z) + \left( -\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \right) f(x, y, z) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) f(x, y, z) \quad (2.41)$$

$$f(x+1, y-1, z) = f(x, y, z) + \left( \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \right) f(x, y, z) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) f(x, y, z) \quad (2.42)$$

$$((2.39)+(2.40)) - ((2.41)+(2.42)) \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x, y, z) = \frac{1}{4} (f(x+1, y+1, z) + f(x-1, y-1, z) - f(x-1, y+1, z) - f(x+1, y-1, z)) \quad (2.43)$$

Idem pour obtenir  $\frac{\partial^2}{\partial x \partial z} f(x, y, z)$  :

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial z} f(x, y, z) = \frac{1}{4} (f(x+1, y, z+1) + f(x-1, y, z-1) - f(x-1, y, z+1) - f(x+1, y, z-1)) \quad (2.44)$$

et pour  $\frac{\partial^2}{\partial y \partial z} f(x, y, z)$  :

$$\frac{\partial^2}{\partial y \partial z} f(x, y, z) = \frac{1}{4} (f(x, y+1, z+1) + f(x, y-1, z-1) - f(x, y-1, z+1) - f(x, y+1, z-1)) \quad (2.45)$$

**Opérateur élastique** En écrivant la formule de l'équilibre statique 2.16 page 32 avec les trois composantes du champs de déformation 3D, on a :

$$F = \sum_{i=1}^3 f_i = -(\lambda + \mu) \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_1 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_2 \partial x_1} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_2 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_3 \partial x_1} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_3 \partial x_2} + \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_3^2} \end{pmatrix} - \mu \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_3^2} \\ \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_3^2} \\ \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_3^2} \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

Régulariser le champ de déformation avec l'opérateur élastique revient à filtrer le champ avec les masques de convolution obtenus par différence finies à partir de la formule 2.46. La nouvelle composante  $U'_1(\mathbf{x})$  du champ de déformation après régularisation linéaire élastique est obtenue on convoluant le champs avec le masque suivant :

$$\begin{array}{c}
 z+1 : \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \\
 \\
 U_1'(\mathbf{x}) = \quad z : \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & -6 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \\
 \\
 z-1 : \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \\
 U_1(\mathbf{x}) \cdot \mu \quad U_1(\mathbf{x}) \cdot (\lambda + \mu) \quad U_2(\mathbf{x}) \cdot \frac{1}{4}(\lambda + \mu) \quad U_3(\mathbf{x}) \cdot \frac{1}{4}(\lambda + \mu)
 \end{array}$$

La nouvelle composante en  $u_2'(\mathbf{x})$  après la régularisation est obtenue après convolution avec le masque suivant :

$$\begin{array}{c}
 z+1 : \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \\
 \\
 U_2'(\mathbf{x}) = \quad z : \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & -6 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & -2 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \\
 \\
 z-1 : \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline \end{array} \\
 U_2(\mathbf{x}) \cdot \mu \quad U_1(\mathbf{x}) \cdot \frac{1}{4}(\lambda + \mu) \quad U_2(\mathbf{x}) \cdot (\lambda + \mu) \quad U_3(\mathbf{x}) \cdot \frac{1}{4}(\lambda + \mu)
 \end{array}$$

Enfin, le masque pour obtenir la nouvelle composante en  $U_3'(\mathbf{x})$  est :

$$\begin{array}{c}
 z+1 : \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \\
 \\
 U_3'(\mathbf{x}) = \quad z : \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & -6 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & -2 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \\
 \\
 z-1 : \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \\
 U_3(\mathbf{x}) \cdot \mu \quad U_1(\mathbf{x}) \cdot \frac{1}{4}(\lambda + \mu) \quad U_2(\mathbf{x}) \cdot \frac{1}{4}(\lambda + \mu) \quad U_3(\mathbf{x}) \cdot (\lambda + \mu)
 \end{array}$$

**Opérateur de type Nagel-Enckelmann** Pour faciliter la lecture, on peut écrire la matrice de projection  $T_I$  (voir la formule 2.29 page 45) sous la forme :  $T_I = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}$

$$\operatorname{div}(T_I \cdot \nabla U_i) = a \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_1^2} + d \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_2^2} + f \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_3^2} + 2b \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_1 \partial x_2} + 2c \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_1 \partial x_3} + 2e \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_1 \partial x_3}$$

Dans le cas d'une régularisation de type Nagel-Enckelmann, les nouvelles composantes du champ de déformation,  $U'_i$  sont obtenues en convoluant chaque composante  $U_i(\mathbf{x})$  par les masques de convolution ci-dessous calculées par différences finies.

$$\begin{array}{l}
 z+1 : \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \\
 \\
 z : \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & -2 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & -2 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \\
 \\
 z-1 : \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{cccccc}
 a \cdot U_i & d \cdot U_i & f \cdot U_i & \frac{b}{2} \cdot U_i & \frac{c}{2} \cdot U_i & \frac{e}{2} \cdot U_i
 \end{array}
 \end{array}$$

### 2.7.4 Calcul des images déformées

Dans l'algorithme de recalage, le champ de déformation est estimé entre une image référence  $I$  et une image objet  $J$ . Le champ de déformation obtenu peut-être utilisé pour déformer une des images afin qu'elle ressemble à l'autre. L'image déformée peut-être obtenue en appliquant directement la transformation  $T$  ( $T = Id + U$ ,  $U$  - le champ de déformation et  $Id$  transformation identité) calculée par recalage déformable. Dans ce cas, il existe deux manières d'aborder le problème :

1. transformation avant (terme anglais : forward mapping) - transformation appliquée à l'image  $I$
2. transformation arrière (terme anglais : backward mapping) - transformation appliquée à l'image  $J$

Par la suite nous utiliserons la dénomination anglo-saxonne (forward et backward mapping) car elle est utilisée dans les publications.

L'algorithme de recalage associe à chaque voxel  $\mathbf{x}$  de l'image  $I$  un voxel  $\mathbf{y}$  dans l'image  $J$ ,  $\mathbf{y} = T(\mathbf{x})$ . Soit  $\mathbf{x}' \in J$ ,  $\mathbf{x}' = Id(\mathbf{x})$ .

Dans le cas du forward mapping, pour calculer l'image  $I$  déformée, notée  $I'$ , on applique à chaque voxel de l'image  $I$  la transformation  $T$  calculée. Pour chaque voxel de l'image  $I$  on obtient ainsi sa nouvelle position  $\mathbf{x}'$  dans l'image déformée :  $\mathbf{x}' = T(\mathbf{x})$ . L'intensité d'un voxel  $\mathbf{x}'$  de l'image de  $I'$  est calculée, en utilisant les intensités de l'image  $I$ , par la formule :  $I'(\mathbf{x}') = I(T(\mathbf{x}))$ . La transformation discrète calculée n'étant pas forcément surjective, l'inconvénient du forward mapping est qu'on peut se retrouver dans une situation où certains voxels de l'image déformée, n'ont pas d'intensité (on obtient une image avec des trous).

Afin d'avoir une image sans trous, on applique un backward mapping pour calculer l'image déformée. Chaque voxel de l'image déformée doit être considéré afin de lui attribuer une intensité. Pour calculer l'image  $I$  déformée, notée  $I'$ , par backward mapping, on a besoin de la transformation inverse  $T^{-1}$ . L'intensité de chaque voxel  $\mathbf{x}$  de l'image de  $I'$  est calculée, en utilisant les intensités de l'image  $I$ , par la formule :  $I'(\mathbf{x}) = I(T^{-1}(\mathbf{x}))$ . Par contre, si on souhaite avoir l'image  $J$  déformée, notée  $J'$ , alors il suffit d'appliquer en

backward mapping la transformation  $T$ . L'intensité de chaque voxel  $\mathbf{x}'$  de l'image de  $J'$  est calculée, en utilisant les intensités de l'image  $J$ , par la formule :  $J'(\mathbf{x}') = J(T(\mathbf{x}'))$ . La valeur d'intensité de chaque voxel de l'image déformée interpole en linéaire ou en plus proche voisin les intensités des voxels voisins du voxel origine de l'image qu'on déforme.

Au cours de la respiration, le volume pulmonaire change en fonction de la quantité d'air inspirée et donc la changement des densités pulmonaire se traduit par une variations des intensités dans les acquisitions TDM (voir section 1.5 page 13 décrivant les données dont on dispose avec les trois protocoles cliniques). Pour les données du protocole "Respi2000" acquises à un même instant de blocage, appliquer la transformations décrite ci-dessus peut s'avérer suffisant puisqu'il ne devrait pas y avoir de changement d'intensité entre les acquisitions. Par contre, pour les deux autres protocoles, une simple transformation appliquée à l'image ne suffit pas. On doit tenir compte aussi du changement d'intensités entre les acquisitions. Dans le chapitre 6 nous nous intéressons à la simulation d'image TDM 4D à partir de trois TDM 3D acquises à trois instants différents du cycle respiratoire (données issues du protocole clinique "Optim"). Nous introduisons deux procédés différents de calcul d'images TDM 4D simulées. Le premier consiste à utiliser les champs de déformations estimés dans les deux sens entre deux images (chaque image est référence et objet dans le processus de recalage).

Nous avons proposé un deuxième procédé qui consiste à calculer l'intensité dans chaque nouveau voxel en fonction de la dilatation locale du volume à l'aide de l'opérateur jacobien) appliquée en chaque voxel du volume. On, rappelle que le jacobien est approximation au premier ordre de la variation volumique.

Les deux procédés et des résultats comparatifs sont présentés dans le chapitre 6.

## 2.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les outils mathématiques et informatiques fondamentaux mises en oeuvre pour les différents études menées (décrits dans les chapitre suivants) pendant cette thèse. Nous avons développé des méthodes de recalage déformable et de traitements d'images afin d'estimer et évaluer des champs de déplacements entre des images TDM 3D du thorax. L'évaluation des champs de vecteurs calculés a été faite avec des déformations artificielles, points de contrôle sélectionnés par le médecin et par des opérateurs de champ. Nous avons fait une étude bibliographique pour placer nos travaux dans le contexte du recalage déformable des images du thorax. Une partie importante de ce chapitre a été dédiée à la description des schémas d'implémentation des différentes méthodes.